

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.08.012

基于三角模糊数 TOPSIS 的火炮发射阵地优选

宋占岭¹, 王永良¹, 王亚莉²

(1. 炮兵指挥学院 军事运筹教研室, 河北 宣化 075100; 2. 宣化科技职业学院 基础部, 河北 宣化 075100)

摘要: 为了得到最佳方案, 提出基于三角模糊数逼近理想解排序法 (technique for order preference by similarity to ideal solution, TOPSIS) 的火炮发射阵地优选方法。利用三角模糊数表示决策矩阵中指标属性值和权向量, 依据三角模糊数的概率分布对其排序, 利用 TOPSIS 实现各备选方案的排序优选。算例表明了方法的可行性, 可以为解决其他类似优选排序问题提供借鉴。

关键词: 三角模糊数; TOPSIS; 阵地优选

中图分类号: O159 **文献标识码:** A

Gun Launching Position Priority Based on Triangular Fuzzy Numbers and TOPSIS

Song Zhanling¹, Wang Yongliang¹, Wang Yali²

(1. Staff Room of Military Operation, Artillery Command Academy, Xuanhua 075100, China;

2. Dept. of Basic Theories, Xuanhua Science & Technology Vocational College, Xuanhua 075100, China)

Abstract: In order to obtain the best plan, put forward a method of the gun position priority based on triangular fuzzy numbers and TOPSIS. Firstly, the weights of the indexes are expressed by triangular fuzzy numbers. Then the sort order of the triangular fuzzy numbers is gained by its density of the distribution. Furthermore the gun position priority is got by TOPSIS. The application of the method is illustrated with a practical example. The method can serve as a reference for the other order problems.

Keywords: triangular fuzzy numbers; TOPSIS; gun Launching position priority

0 引言

逼近理想解排序法 (technique for order preference by similarity to ideal solution, TOPSIS) 是一种实用的有限方案多属性决策 (multiple attribute decision making, MADM) 方法, 其实质上是通过构造正、负理想方案, 然后在众多可行方案中找到一个最佳方案, 使其与正理想方案的距离最近, 负理想方案的距离最远。由于客观事物的模糊性和复杂性, 决策矩阵中的属性值或权向量往往需要通过模糊数表示, 需将 TOPSIS 推广到模糊多属性决策上 (fuzzy multiple attribute decision making, FMADM) [1-3]。故对决策矩阵中部分属性值及权向量以三角模糊数表示的情形进行讨论。

1 基于三角模糊数的 TOPSIS 模型

1.1 预备知识

1.1.1 MADM 的决策矩阵

设方案集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 属性集 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, 以第 i 方案的第 j 属性值 $u_{ij} = f_j(x_i)$ 为元素构成的矩阵即为决策矩阵 D 。

$$D = \begin{matrix} & f_1 & \cdots & f_j & \cdots & f_m \\ \begin{matrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1j} & \cdots & u_{1m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ u_{i1} & \cdots & u_{ij} & \cdots & u_{im} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ u_{n1} & \cdots & u_{nj} & \cdots & u_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

1.1.2 三角模糊数

定义 1 实数域 R 上的模糊数 \underline{M} 称为三角模糊数, 如果 $\underline{M}(x)$ 可表示为:

$$\underline{M}(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-\infty, a] \cup [c, +\infty) \\ (x-a)/(b-a) & x \in [a, b], a \leq b \leq c, \text{ 记} \\ (c-x)/(c-b) & x \in [b, c] \end{cases}$$

为 $\underline{M} = (a, b, c)$, 如图 1。

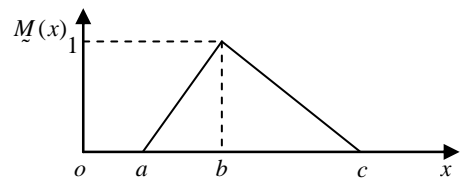


图 1 三角模糊数 $\underline{M} = (a, b, c)$

收稿日期: 2009-12-29; 修回日期: 2010-04-03

作者简介: 宋占岭 (1968-), 男, 河北人, 从事军事行动运筹分析与数学建模研究。

一般地，三角模糊数有以下运算性质：

- 1) $\underline{M} + \underline{N} = (a_1, b_1, c_1) + (a_2, b_2, c_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2)$
- 2) $\underline{M} \times \underline{N} = (a_1, b_1, c_1) \times (a_2, b_2, c_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2)$
- 3) $\underline{M} \div \underline{N} = (a_1, b_1, c_1) \div (a_2, b_2, c_2) = (a_1/c_2, b_1/b_2, c_1/a_2)$

1.1.3 三角模糊数的概率分布法排序

将三角模糊数 $\underline{M} = (a, b, c)$ 看成是一个具有概率密度函数 $p(x)$ 的随机变量，然后利用模糊事件的概率测度特征量—均值 $m(\underline{M}_i)$ 和方差 $\sigma(\underline{M}_i)$ 作为比较模糊数大小的准则，参见表 1。

表 1 模糊数 $\underline{M}_i, \underline{M}_j$ 的比较准则

$m(\underline{M}_i), m(\underline{M}_j)$ 的关系	$\sigma(\underline{M}_i), \sigma(\underline{M}_j)$ 的关系	比较结果
$m(\underline{M}_i) > m(\underline{M}_j)$	—	$\underline{M}_i > \underline{M}_j$
$m(\underline{M}_i) = m(\underline{M}_j)$	$\sigma(\underline{M}_i) < \sigma(\underline{M}_j)$	$\underline{M}_i > \underline{M}_j$

这里

$$m(\underline{M}) = (a + b + c) / 3 \tag{2}$$

$$\sigma(\underline{M}) = [(a^2 + b^2 + c^2 - (b - ac - bc)) / 18]^{1/2} \tag{3}$$

1.1.4 三角模糊数的距离

定义 2 对论域 U 上的模糊幂集合 $F(U)$ 中的任意 2 个模糊数 $\underline{M} = (a_1, b_1, c_1), \underline{N} = (a_2, b_2, c_2)$ ，它们之间的距离定义为：

$$d(\underline{M}, \underline{N}) = \max\{|a_1 - a_2|, |b_1 - b_2|, |c_1 - c_2|\} \tag{4}$$

1.2 FMADM 模型

设式 (1) 中 $u_{ij} (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$ 有模糊项，且可用三角模糊数表示为 $\underline{u}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ ，模糊权重向量为 $\underline{w}_j = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$ ，式中 $w_j = (\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ 。结合确定型 MADM 的 TOPSIS 算法，给出求解 FMADM 问题的算法步骤如下：

Step1 规范化决策矩阵

当 u_{ij} 是明晰数时，

$$r_{ij} = \begin{cases} u_{ij} / u_j^+ & (\forall j \in M, f(j) \text{ 效益型}) \\ u_j^- / u_{ij} & (\forall j \in M, f(j) \text{ 成本型}) \end{cases} \tag{5}$$

当 u_{ij} 是模糊数时

$$\underline{r}_{ij} = \begin{cases} \underline{u}_{ij} / \underline{u}_j^+ = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{b_{ij}}{b_j^+}, \frac{c_{ij}}{a_j^+} \right) \\ \underline{u}_j^- / \underline{u}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{b_j^-}{b_{ij}}, \frac{c_j^-}{a_{ij}} \right) \end{cases} \tag{6}$$

其中， $\underline{u}_j^+ = (a_j^+, b_j^+, c_j^+)$ ， $\underline{u}_j^- = (a_j^-, b_j^-, c_j^-)$ 由表 1 中准则得到。

Step2 构造加权规范化决策矩阵 V

$$v_{ij} = r_{ij} w_j \quad (\forall i \in N, j \in M) \tag{7}$$

当 r_{ij} 和 (或) w_j 是模糊数时，则 v_{ij} 必然是模糊的，则式 (7) 变为：

$$\underline{v}_{ij} = \underline{r}_{ij} \times \underline{w}_j = \begin{cases} \left(\frac{a_{ij}}{c_j^+} \alpha_j, \frac{b_{ij}}{b_j^+} \beta_j, \frac{c_{ij}}{a_j^+} \gamma_j \right) & (\forall j \in M, f(j) \text{ 效益型}) \\ \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}} \alpha_j, \frac{b_j^-}{b_{ij}} \beta_j, \frac{c_j^-}{a_{ij}} \gamma_j \right) & (\forall j \in M, f(j) \text{ 成本型}) \end{cases} \tag{8}$$

由此得到 $V = (\underline{v}_{ij})_{n \times m}$ 。

Step3 确定正理想解 x^+ 和负理想解 x^-

根据表 1 中准则得到， $x^+ = [v_{11}^+, v_{22}^+, \dots, v_{mm}^+]$ ，

$x^- = [v_{11}^-, v_{22}^-, \dots, v_{mm}^-]$ ，其中：

$$\underline{v}_j^+ = \begin{cases} \max_j v_{ij} & \text{效益型} \\ \min_j v_{ij} & \text{成本型} \end{cases}, \underline{v}_j^- = \begin{cases} \max_j v_{ij} & \text{成本型} \\ \min_j v_{ij} & \text{效益型} \end{cases}$$

Step4 计算每个方案到正、负理想解的距离 S_i^+

和 S_i^-

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^m z_{ij}^+, \quad S_i^- = \sum_{j=1}^m z_{ij}^- \quad (i=1, 2, \dots, n)$$
，对明晰数

来说， z_{ij}^+ 和 z_{ij}^- 可分别用 $z_{ij}^+ = |v_{ij} - v_j^+|$ ， $z_{ij}^- = |v_{ij} - v_j^-|$ 来直接计算。但若 v_{ij} 和 v_j^+, v_j^- 均是模糊数时，则利用下式计算：

$$S_i^+ = \sqrt{(d_{i1}^+)^2 + (d_{i2}^+)^2 + \dots + (d_{im}^+)^2} \tag{9}$$

$$S_i^- = \sqrt{(d_{i1}^-)^2 + (d_{i2}^-)^2 + \dots + (d_{im}^-)^2} \tag{10}$$

其中， d_{ij}^+, d_{ij}^- 为模糊数 v_{ij} 和 v_j^+, v_j^- 的距离利用式 (4) 计算。

Step5 计算每个方案与理想解的相对接近度指数 C_i

$$C_i = S_i^- / (S_i^+ + S_i^-) \quad (\forall i \in N) \tag{11}$$

从而可按 C_i 的大小来对方案排序。

2 应用示例

以文献 [4] 中炮阵地优选为例。某次进攻战斗中，在上级指定区域有 4 个可选发射阵地：1 号阵地、2 号阵地、3 号阵地、4 号阵地。考虑的主要因素包括：路况 (f_1)、土质 (f_2)、坡度 (f_3)、幅员 (f_4)、隐

蔽性(f_5)、射界(f_6)、便于防卫(f_7)等。各待选阵地情况如表 2, 专家给出属性权向量为 $W=[重要, 中等, 较重要, 重要, 较重要, 很重要, 中等]^T$ 。

表 2 原始属性表

方案	因素						
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
阵地 1	好	一般	1.5	好	好	70	好
阵地 2	一般	较好	2.0	较好	一般	79	一般
阵地 3	较好	好	2.5	一般	较好	90	较好
阵地 4	很好	差	1.8	较差	较差	60	差

由于因素评价和权向量含模糊项, 故用三角模糊数表示。权重及因素评价语义与三角模糊数对照

见表 3。

表 3 权重及因素评价语义与三角模糊数对照表

权重语义	因素语义	三角模糊数
很不重要	很差	(0, 0, 0.1)
不重要	差	(0.1, 0.2, 0.3)
较不重要	较差	(0.2, 0.35, 0.5)
中等	一般	(0.4, 0.5, 0.6)
较重要	较好	(0.5, 0.65, 0.8)
重要	好	(0.7, 0.8, 0.9)
很重要	很好	(0.9, 1, 1)

于是有

$$W=[(0.7,0.8,0.9),(0.4,0.5,0.6),(0.5,0.65,0.8),(0.7,0.8,0.9),(0.5,0.65,0.8),(0.9,1,1),(0.4,0.5,0.6)]^T$$

$$D = \begin{bmatrix} (0.7,0.8,0.9) & (0.4,0.5,0.6) & 1.5 & (0.7,0.8,0.9) & (0.7,0.8,0.9) & 70 & (0.7,0.8,0.9) \\ (0.4,0.5,0.6) & (0.5,0.65,0.8) & 2.0 & (0.5,0.65,0.8) & (0.4,0.5,0.6) & 79 & (0.4,0.5,0.6) \\ (0.5,0.65,0.8) & (0.7,0.8,0.9) & 2.5 & (0.4,0.5,0.6) & (0.5,0.65,0.8) & 90 & (0.5,0.65,0.8) \\ (0.9,1,1) & (0.1,0.2,0.3) & 1.8 & (0.2,0.35,0.5) & (0.2,0.35,0.5) & 60 & (0.1,0.2,0.3) \end{bmatrix}$$

Step1 规范化决策矩阵

$$D' = \begin{bmatrix} (0.7,0.8,0.9) & (0.4,0.5,0.6) & 1.0 & (0.7,0.8,0.9) & (0.7,0.8,0.9) & 0.77 & (0.7,0.8,0.9) \\ (0.4,0.5,0.6) & (0.5,0.65,0.8) & 0.75 & (0.5,0.65,0.8) & (0.4,0.5,0.6) & 0.88 & (0.4,0.5,0.6) \\ (0.5,0.65,0.8) & (0.7,0.8,0.9) & 0.6 & (0.4,0.5,0.6) & (0.5,0.65,0.8) & 1.0 & (0.5,0.65,0.8) \\ (0.9,1,1) & (0.1,0.2,0.3) & 0.83 & (0.2,0.35,0.5) & (0.2,0.35,0.5) & 0.66 & (0.1,0.2,0.3) \end{bmatrix}$$

Step2 构造加权规范化决策矩阵

$$V = \begin{bmatrix} (0.49,0.64,0.81) & (0.16,0.25,0.36) & (0.50,0.65,0.80) \\ (0.28,0.40,0.54) & (0.20,0.325,0.48) & (0.375,0.488,0.6) \\ (0.35,0.52,0.72) & (0.28,0.40,0.54) & (0.30,0.39,0.48) \\ (0.63,0.80,0.90) & (0.04,0.10,0.18) & (0.42,0.54,0.66) \\ (0.49,0.64,0.81) & (0.37,0.52,0.72) & (0.69,0.77,0.77) & (0.28,0.40,0.54) \\ (0.35,0.52,0.72) & (0.20,0.33,0.48) & (0.79,0.88,0.88) & (0.16,0.25,0.36) \\ (0.28,0.40,0.54) & (0.25,0.42,0.64) & (0.90,1.00,1.00) & (0.20,0.33,0.48) \\ (0.14,0.28,0.45) & (0.10,0.23,0.40) & (0.59,0.66,0.66) & (0.04,0.10,0.18) \end{bmatrix}$$

Step3 确定理想解

计算 V 中各模糊数均值得到

$$M_u = \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 & f_6 & f_7 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.646 & 7 & 0.256 & 7 & 0.650 & 0 & 0.646 & 7 & 0.536 & 7 & 0.743 & 3 & 0.406 & 7 \\ 0.406 & 7 & 0.335 & 0 & 0.487 & 7 & 0.530 & 0 & 0.336 & 7 & 0.850 & 0 & 0.256 & 7 \\ 0.530 & 0 & 0.406 & 7 & 0.390 & 0 & 0.406 & 7 & 0.436 & 7 & 0.966 & 7 & 0.336 & 7 \\ 0.776 & 7 & 0.106 & 7 & 0.540 & 0 & 0.290 & 0 & 0.243 & 3 & 0.636 & 7 & 0.106 & 7 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

则有理想解

$$x^+ = [\nu_{41}, \nu_{32}, \nu_{33}, \nu_{14}, \nu_{15}, \nu_{36}, \nu_{17}],$$

$$x^- = [\nu_{21}, \nu_{42}, \nu_{13}, \nu_{44}, \nu_{45}, \nu_{46}, \nu_{47}].$$

Step4 计算距离 S_i^+, S_i^- , 接近度指数 C_i

利用式(9)、式(10)、式(11) 计算距离 S_i^+, S_i^- , 接近度指数 C_i , 结果列于表 4。

表 4 距离及接近度指数对照表

i	1	2	3	4
S_i^+	0.338 5	0.547 8	0.523 9	0.791 5
S_i^-	0.772 1	0.517 8	0.666 9	0.438 6
C_i	0.695 2	0.473 9	0.603 3	0.356 6

Step5 阵地优选排序

C_i 计算结果见表 4, 显然 4 个阵地的排序结果

为 $x_1 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_4$ 。故应优先选择 1 号阵地，3 号阵地次之。

3 结论

该方法将主观判断与客观计算相结合，将定性分析与定量计算相结合，使优选排序更为合理，决策结果更为可信，具有较高的实用性。可以为解决其他类似优选排序问题提供借鉴。

参考文献：

- [1] 宋占岭, 等. 基于 TOPSIS 法的供应链条件下物流供应商评价研究[J]. 中国市场物流采购与研究, 2009(2), 99-101.
- [2] 张超, 等. 基于梯形模糊数的小子样武器系统可靠性分析与评定[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(2): 128-131.
- [3] 程启月. 作战指挥决策运筹分析[M]. 北京: 军事科学出版社, 2004.
- [4] 唐克, 等. 基于熵权和物元分析法的发射阵地优选模型研究[J]. 射击学报, 2006(1): 28-29.
- [5] 赵田, 曾前腾. 高炮群抗击巡航导弹阵地配置辅助决策模型分析[J]. 四川兵工学报, 2009(11): 75-77.
