

## 基于 sc-NMF 的高光谱图像融合

安振宇, 史振威

(北京航空航天大学 宇航学院 图像中心, 北京 100191)

**摘要:** 将高光谱图像与全色图像融合, 所得融合数据对于后续的其他高光谱图像处理非常有帮助。区别于传统方法, 针对高光谱图像特点, 引入了光谱约束项, 改进并建立基于光谱约束的非负矩阵分解(spectral-constrained nonnegative matrix factorization, sc-NMF)。改进后, 该模型首先在光谱约束前提下, 对高光谱图像进行非负矩阵分解, 对分解所得基底进行增强, 再重建高光谱图像。这样, 所得到的融合图像在空间细节和光谱保持性均有比较好的效果。最后, 进行了仿真和实际数据的实验验证, 通过主观和客观的评价结果, 所改进的融合方法性能较好, 比传统方法更适用于高光谱图像融合。

**关键词:** 高光谱图像融合; 非负矩阵分解; 光谱保持; 质量评价

**中图分类号:** TP751.1   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1007-2276(2013)10-2718-06

## Hyperspectral image fusion via sc-NMF

An Zhenyu, Shi Zhenwei

(Image Processing Center, School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The fusion of hyperspectral image (HSI) and panchromatic image (PI) is a crucial and useful technique. The fused image possesses good spatial and spectral quality, and it is very helpful for the follow-up image processing. By using spectral constrained express, the traditional NMF (nonnegative matrix factorization) was improved, and used it in the hyperspectral image fusion. Firstly, the hyperspectral image was decomposed into basis and weight, then the details of hyperspectral image were sharpened by enhancing the details of the basis with high resolution image. Meanwhile, a spectral constraint function was added in the model to preserve the spectral information. Therefore, the fused image obtained by the proposed fusion model possesses good spatial and spectral information at the same time. At last, the experiments on simulated and real data were done with conventional and the proposed methods. The proposed method behaves better both in visual and objective indices, indicating it is a better choice for HSI fusion.

**Key words:** hyperspectral image fusion; nonnegative matrix factorization; spectral preservation; quality analysis

收稿日期: 2013-02-20; 修订日期: 2013-03-07

基金项目: 国家自然科学基金(61273245, 60975003, 91120301); 国家重点基础研究发展计划(2010CB327904);

虚拟现实技术与系统国家重点实验室开放基金(BUAA-VR-12KF-07);

教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-11-0775); 北京市自然科学基金(4112036)

作者简介: 安振宇(1988-), 男, 博士生, 主要从事遥感图像配准融合处理方面的研究。Email: anzhenyu\_155@126.com

导师简介: 史振威(1977-), 男, 副教授, 博士生导师, 博士, 主要从事模式识别与机器学习, 高分辨率遥感图像处理及应用等方面的研究。Email: shizhenwei@buaa.edu.cn

## 0 引言

高光谱图像有比较高的光谱分辨率, 在一些特定的区域, 高光谱图像中单个像素点的光谱曲线可以提供该处材料的有用信息。但高光谱数据一般是来自于空基或者天基的遥感平台, 其空间分辨率一般较低, 同时, 利用其他的遥感平台, 可以得到一些空间分辨率很高的图像, 比如全色图像。因此, 人们考虑通过采用图像融合技术, 将这两种图像进行结合, 得到光谱分辨率和空间分辨率都比较好的图像, 这种图像同时提供了较高的空间和光谱信息, 因而相对于原始只具有单方面优点的图像来说, 可以更加有效地对地物目标进行检测<sup>[1]</sup>、识别及分类等后续遥感处理。

一般而言, 将数字图像融合分为三个层次: 像素级、特征级、决策级。常用的图像融合方法主要有高通滤波法<sup>[2]</sup>、IHS 变换法<sup>[3]</sup>以及小波变换法<sup>[4]</sup>等, 这些方法得到了质量相对较好的融合图像, 但也各有局限性, 特别是应用于高光谱图像与全色图像的融合中, 由于高光谱图像有其自身的结构特点, 传统的图像融合方法大多没有做针对性的考虑, 因此往往不能适应。研究者开始考虑其他的算法, 如一种基于变分方法的高光谱图像融合<sup>[5]</sup>, 在此方法中, 研究者借助于全变分框架, 将高光谱图像融合问题转化为一个变分意义下的函数极值求解问题, 但该方法模型复杂, 计算量较大。毛海岑<sup>[6]</sup>等提出利用证据理论的图像融合方法。M. M. Khan<sup>[7]</sup>等人提出基于空间扭曲最优化的融合方法等。苗启广<sup>[8]</sup>等提出将非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)思想用于多光谱图像融合, 该方法将参与融合的多光谱图像与全色图像组成矩阵, 作为原始数据进行分解, 适当处理后重构。但是该算法并不是针对高光谱图像融合所提出的, 直接应用有损光谱信息, 需要进一步的研究。

基于前述工作, 针对高光谱数据特性, 通过引入光谱约束项, 文中将传统 NMF 进行扩展并应用于高光谱图像与全色图的融合中。首先, 不同于文中<sup>[8]</sup>将多光谱和全色图同时构成矩阵进行分解的处理方式, 文中针对高光谱数据的特点, 仅对其本身进行非负矩阵分解, 从而提取出高光谱数据的基底和权重, 利用全色图像对数据的基底进行有效增强, 然后利

用此基底和权重进行数据重建, 以实现高光谱图像与全色图像的融合。在进行非负矩阵分解时, 将光谱信息作为约束信息引入, 就可以保持原始高光谱数据的光谱特性。不同于文中<sup>[5]</sup>以点运算进行约束模型的建立过程, 文中引入矩阵迹的概念, 简化优化求解的过程, 最终保持光谱信息。

## 1 非负矩阵分解(NMF) 介绍

非负矩阵分解<sup>[9]</sup>是指使用非负约束, 将一个非负矩阵分解为两个非负矩阵之积的过程。一般而言, 问题可以描述为:

$$V \approx WH, W \geq 0, H \geq 0 \quad (1)$$

把高光谱数据按照逐行或列的形式扫描成一个矩阵, 称为非负矩阵  $V \in \mathbb{R}^{N \times K}$ , 其中  $K$  对应于光谱维(代表高光谱图像的波段数),  $N$  对应每一谱段图像中的像素个数。分解成的两个矩阵分别为  $W$  和  $H$ , 其中  $H \in \mathbb{R}^{P \times K}$  对应每一种物质在该像素点所占的权重,  $P$  表示高光谱图像中典型物质的个数,  $W \in \mathbb{R}^{N \times P}$  为分解的基底, 表示光谱图像中的光谱特性, 它的每一列表示地面一种物质的分布, 显然, 如果把  $W$  有效增强, 并利用  $H$  进行数据重建, 即可以实现高光谱图像融合。

## 2 基于光谱约束的非负矩阵分解(sc-NMF)

### 2.1 融合模型的提出

如前所述, 高光谱数据  $V$  可以被分解成基底  $W$  和权重  $H$ 。由于  $W$  表示高光谱数据的空间信息, 因此, 需要对高光谱数据进行增强, 以提高空间分辨率, 事实上, 只需要对  $W$  进行有效增强, 最后利用权重  $H$  进行数据重建, 即可以实现高光谱图像与全色图像的融合, 因此, 鉴于高光谱数据的特有性质, 建立高光谱图像融合模型如图 1 所示。由图 1 可见, 不

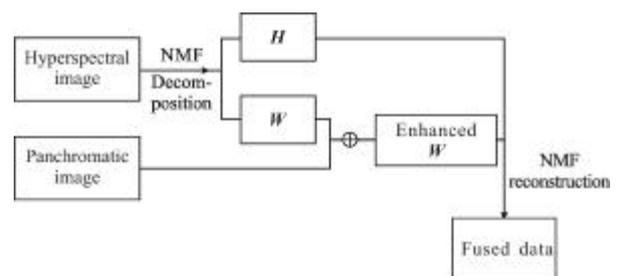


图 1 sc-NMF 的基本模型

Fig.1 Model for sc-NMF

同于参考文献[8]中将多光谱图像与全色图合成一个矩阵进行分解,这里仅对高光谱数据进行分解以得到  $W$  和  $H$ ,下面考虑如何对基底  $W$  增强。

事实上,一种常用的增强策略为利用全色图像信息对分解的  $W$  进行加权。因而首先得到传统的 NMF 模型:

$$\min F(W, H) = \frac{1}{2} \|V - WH\|^2 \quad \text{s.t. } W \geq 0, H \geq 0 \quad (2)$$

经过分解可得到  $W$  和  $P$ , 下面对  $W$  进行加权,再通过 NMF 重建可得到融合结果  $V_f$  为:

$$V_f = (W + P) * H \quad (3)$$

式中:  $W$  为分解的基底;  $P$  为全色图像;  $H$  为分解的权重。这样,通过对  $W$  进行增强,所得重建后的数据实现了对高光谱数据的增强。

另一方面,如前所述,融合高光谱图像的光谱信息能否保持与原始高光谱数据一致,即光谱保持性,是需要在融合过程中重点考虑的问题。为此,需要在传统 NMF 基础上,将光谱信息以约束项的形式引入,从而保证高光谱图像融合的效果。这里,选择光谱角作为光谱信息的代表,光谱角 SAM (spectral angle mapper) 定义为:

$$\text{SAM} = \arccos \left( \frac{\langle a, b \rangle}{\|a\| \cdot \|b\|} \right) \quad (4)$$

式中:  $a, b$  分别表示同一像素点处融合前后的光谱曲线;  $\langle a, b \rangle$  表示求内积;  $\|\cdot\|$  表示求向量的  $l_2$  范数。显然,当且仅当  $a, b$  平行,即融合前后同一点处的光谱曲线平行时,光谱角 SAM 为 0,此时光谱保持最佳。

针对高光谱图像融合而言,原始高光谱数据为  $V \in \mathbb{R}^{N \times K}$ , 假设融合结果  $V_f \in \mathbb{R}^{N \times K}$ , 均包含  $K$  个谱段,  $N$  个像素。对于高光谱数据全部的像素点,有  $\text{SAM} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\langle V(i, :), V_f(i, :)\rangle}{\|V(i, :)\| \cdot \|V_f(i, :)\|} \right)$ 。这种定义包含了反余弦等计算,可以用余弦值代替以进行简化,同时,用减法来代替除法,引入二次形式,可以得到如下的表达式:

$$S(V_{f(W, H)}) = \sum_{i=1}^N ((\|V(i, :)\|^2 \cdot \|V_f(i, :)\|^2) - (\langle -V(i, :), V_f(i, :)\rangle)^2) \quad (5)$$

此即为参考文献[5]中光谱约束的原型,但该表达式不易求解,因此利用矩阵形式进行替换,可以得到其等价形式为:

$$S(V_{f(W, H)}) = \text{tr}((V_f^* V_f^T)(V^* V^T)) - \text{tr}((V_f^* V^T)(V_f^* V^T)) \quad (6)$$

其中  $\cdot$  表示点积 (Hadamard 积),  $\text{tr}$  表示矩阵的迹。该表达式即为所需要的光谱约束项,将其加入原始模型(2)中,即可得到如下的融合模型:

$$\begin{aligned} \min G(W, H) &= F(W, H) + \beta * S(V_{f(W, H)}) \\ \text{s.t. } &W \geq 0, H \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $\beta$  为平衡融合图像空间质量和光谱信息的常值。这样,可以得到最终的融合结果为:

$$V_f = (W + P) * H \quad (8)$$

## 2.2 融合模型的求解

为解决此最优化问题,采用最速下降法,首先得到模型中  $G(W, H)$  的一阶偏导数:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial W} &= (WH - V)H^T + 2\beta \text{diag}(VV^T)WHH^T + \\ &2\beta \text{diag}(VV^T)PHH^T - 2\beta \text{diag}(WHV^T)VH^T - \\ &2\beta \text{diag}(PHV^T)VH^T \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial H} &= W^T(WH - V) + 2\beta W_0^T \text{diag}(VV^T)W_0H - \\ &2\beta W_0 \text{diag}(W_0HV^T)V \end{aligned} \quad (10)$$

这里,  $W_0 = W + P$ ,  $\text{diag}$  表示取对角矩阵。这样,用最速下降法,可以得到 sc-NMF 具体求解过程如下。

- (1) 利用 VCA(顶点成分分析)初始化矩阵  $W, H$ ;
- (2) 基于如下规则对  $W$  和  $H$  进行更新:

$$G_{\text{old}} = G(W, H)$$

$$W \leftarrow W - \max \left( \alpha \frac{\partial G}{\partial W}, 0 \right)$$

$$H \leftarrow H - \max \left( \alpha \frac{\partial G}{\partial H}, 0 \right)$$

$$W \leftarrow \max(W, 0)$$

$$H \leftarrow \max(H, 0) \quad (11)$$

- (3) 迭代终止条件如下:

$$\left| \frac{G_{\text{old}} - G(W, H)}{G(W, H)} \right| \leq \text{tol}, \text{tol} \in \mathbb{R}^+ \quad (12)$$

式中:  $\alpha$  表示学习率,  $\max \left( \alpha \frac{\partial G}{\partial W}, 0 \right)$ ,  $\max \left( \alpha \frac{\partial G}{\partial H}, 0 \right)$ ,  $\max(W, 0)$  和  $\max(H, 0)$  保证了迭代过程和结果中  $W$  与  $H$  的非负性。在  $W$  与  $H$  已得的前提下,可以得到融合结果为:

$$V_f = (W + P) * H \quad (13)$$

## 3 数值实验

文中通过仿真和实际数据的实验来验证 sc-NMF 模型的性能,同时与典型的遥感图像融合方法得到

的结果进行主观和客观对比分析。

### 3.1 评价标准

主观评价主要是人眼目视图像的细节、色彩等图像信息,客观评价则利用常见的数值指标对结果进行定量描述,这些指标包括平均梯度、图像熵、相关系数、光谱角、光谱信息散度等<sup>[10]</sup>。其计算公式如下。

$$\text{平均梯度 Grad 为: Grad} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\left(\frac{\partial V_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_i}{\partial y}\right)^2}$$

图像熵 E 为:  $E = - \sum_{i=1}^G P(d_i) \log_2(P(d_i))$ , 其中 G 表示图像灰度级, P(d<sub>i</sub>) 为灰度级 d<sub>i</sub> 的概率密度。

相关系数 CC 为:

$$CC = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [r(x,y) - \overline{r(x,y)}][F(x,y) - \overline{F(x,y)}]}{\sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [r(x,y) - \overline{r(x,y)}]^2 + \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [F(x,y) - \overline{F(x,y)}]^2}}$$

式中: r(x, y), F(x, y) 分别表示融合前后高光谱数据在 (x, y) 处的像素值;  $\overline{r(x,y)}$ ,  $\overline{F(x,y)}$  分别表示融合前后图像的均值。

光谱角 SAM 即如定义公式(4)。

光谱信息散度 SID 定义如下:

$$SID = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (D(r_i||f_i) + D(f_i||r_i))$$

式中: r<sub>i</sub> 与 f<sub>i</sub> 表示融合前后的同一像素点的光谱曲线; L 为谱段数; D 定义为:  $D(r_i||f_i) = \sum_{j=1}^L p_j \log\left(\frac{p_j}{q_j}\right)$  其中

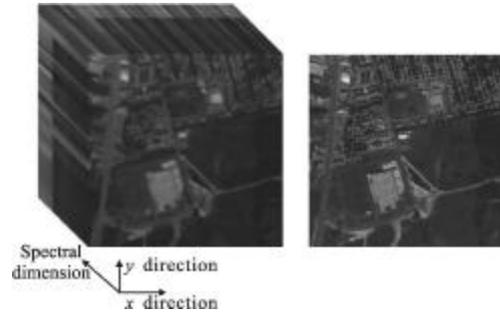
中,  $p_j = r_{ji} / \sum_{i=1}^L r_{ji}$ ,  $q_j = f_{ji} / \sum_{i=1}^L f_{ji}$ 。

### 3.2 仿真与实际数据实验

实验采用两组数据,第一组为仿真数据,如图 2 所示首先得到公开数据 urban 影像,选择原始影像中质量较好的第四个谱段作为全色图,并选择其他质量较好的 100 个谱段,降采样四倍,后升采样四倍,作为高光谱图像,二者图像大小均为 307 像素×307 像素,则原始图像自动配准好。第二组数据,如图 3 所示,高光谱图像来自于中国环境资源卫星,场景是青海省托素湖影像,100 个谱段,图像大小为 256 像素×200 像素。全色图来自于 google 地图上同一地区的影像,事先已经手工配准。

为了对算法性能进行验证,同样选择了其他几种高光谱图像融合方法:高通滤波法(high pass filter,

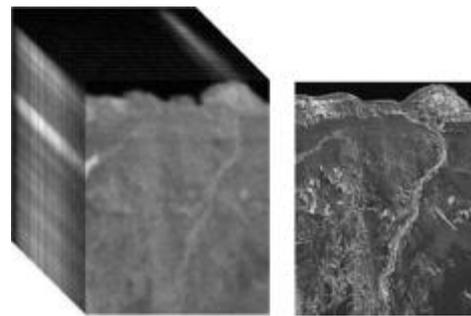
HPF)<sup>[2]</sup>、小波融合法(discrete wavelet transform, DWT)<sup>[4]</sup>和文中方法<sup>[8]</sup>来进行比较。实验中,sc-NMF 的参数如下:  $\beta = 10^{-3}$ ,  $\text{tol} = 10^{-3}$ ,  $\alpha = 10^{-5}$ 。



(a) 高光谱图像 (b) 全色图像  
(a) Hyperspectral image (b) Panchromatic image

图 2 实验一原始数据

Fig.2 Original data for experiment 1



(a) 高光谱图像 (b) 全色图像  
(a) Hyperspectral image (b) Panchromatic image

图 3 实验二原始数据

Fig.3 Original data for experiment 2

如图 4 所示,展示了四种融合方法得到的结果,图像均以 10, 30, 70 三个谱段做假彩色显示。图 4(a)

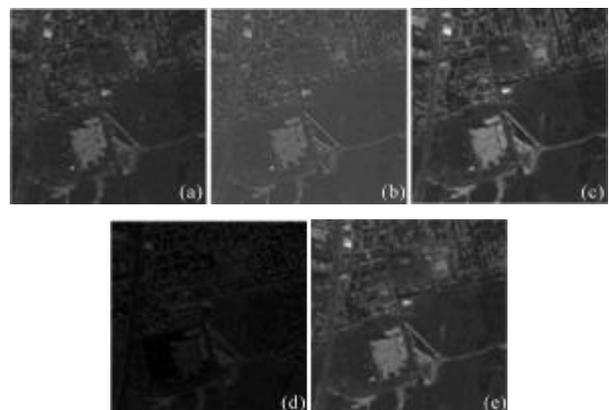


图 4 实验一融合结果

Fig.4 Fusion results of experiment 1

为原始高光谱图像,图 4(b)~(e)依次为高通滤波、小波、参考文献[8]和 sc-NMF 的算法得到的结果。同图 4(a)相比,利用高通滤波方法所得融合结果的空间细节较好,但是色彩失真明显,相比于图 4(c)、图 4(d)两图,色彩变淡,而图 4(d)色彩加重,细节不清晰。图 4(c)与图 4(e)两图的空间和色彩效果比较接近,难于目视分辨差异,因此需要根据前述的客观指标进行分析。

实验一客观指标见表 1 所示,其中指标 CC-HSI、CC-PI 分别表示融合结果与原始高光谱图像和原始全色图的相关系数。从表 1 中可以看出,方法 sc-NMF 所得到的融合结果在指标 E、CC-HSI、SAM 和 SID 等都是最佳的。其中,SAM 和 SID 代表了融合结果的光谱保持程度,它们都是越接近于 0 越好。因此这反应出改进算法在光谱保持方面的明显优势。而由平均梯度的值 Grad 可以看出高通滤波的空间细节较好,但是 sc-NMF 在图像熵 E 的指标表现更好,得到了更多信息的融合结果。总体而言,sc-NMF 在空间细节和光谱保持方面的结果相对平衡,总体性能较好。

表 1 实验一的客观指标

Tab.1 Objective indices in experiment 1

| Objective indices | HPF      | DWT     | Reference[9] | sc-NMF  |
|-------------------|----------|---------|--------------|---------|
| Grad              | 0.032 1  | 0.018 0 | 0.015 1      | 0.027 8 |
| E                 | 6.334 2  | 6.038 5 | 5.305 8      | 6.694 1 |
| CC-HSI            | 0.891 3  | 0.857 9 | 0.790 9      | 0.913 7 |
| CC-PI             | 0.660 8  | 0.861 9 | 0.468 7      | 0.779 0 |
| SAM               | 11.157 2 | 9.632 9 | 16.684 5     | 6.879 6 |
| SID               | 0.166 9  | 0.061 7 | 0.191 4      | 0.029 2 |

实验二结果如图 5 所示,所有图像均以假彩色形式显示,图 4(a)为原始高光谱图像。图 4(b)~(e)依次为高通滤波小波<sup>[8]</sup>和 sc-NMF 的算法得到的结果。从图中可以看出,显然 sc-NMF 对于图像的色彩保持要好于其他三种方法,图 4(e)中的颜色最接近于原始图 4(a)中的色彩,而且空间细节得到了显著增强,而图 4(b)~(c)中的色彩则相对于原图 4(a)变得偏灰,图 4(d)的色彩则加深。

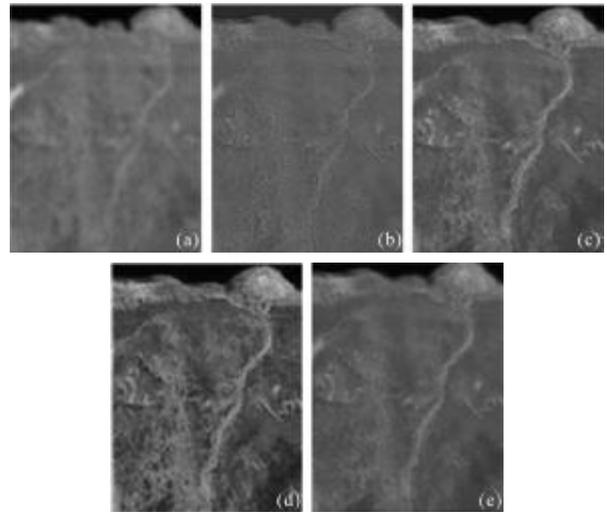


图 5 实验二融合结果

Fig.5 Fusion results of experiment 2

同样,可以得到实验二的客观指标见表 2。显然,sc-NMF 方法在熵 E、相关系数 CC-HSI、光谱角 SAM、光谱信息散度 SID 等指标的表现,在三种方法是最好的。这说明所改进的方法所得到的融合结果拥有最佳的光谱保持性、最小的光谱扭曲、最大的信息保持量。另外可以看到,尽管平均梯度不是最佳数值(0.027 8),但是 sc-NMF 得到的结果也与最佳参数(高通滤波结果:0.032 1)比较接近,说明 sc-NMF 的结果在细节增强上性能也比较好,这与图像的视觉效果相符合。

表 2 实验二的客观指标

Tab.2 Objective indices in experiment 2

| Objective indices | HPF     | DWT     | Reference[8] | sc-NMF  |
|-------------------|---------|---------|--------------|---------|
| Grad              | 0.036 6 | 0.019 9 | 0.028 2      | 0.022 5 |
| E                 | 6.399 6 | 6.216 9 | 6.339 2      | 6.462 0 |
| CC-HSI            | 0.665 6 | 0.773 5 | 0.612 3      | 0.826 0 |
| CC-PI             | 0.804 1 | 0.940 0 | 0.923 3      | 0.870 7 |
| SAM               | 5.732 0 | 9.213 0 | 4.364 6      | 4.132 6 |
| SID               | 0.043 5 | 0.037 0 | 0.007 9      | 0.006 8 |

## 4 结 论

针对高光谱图像特点,通过引入了光谱约束项,将传统 NMF 进行扩展并应用于高光谱图像与全色图的融合中,从而改进并建立了基于光谱约束的非

负矩阵分解模型。在该模型中,通过对高光谱图像进行基于光谱约束的非负矩阵分解以得到高光谱数据的基底,最后经过重建得到了融合的高光谱数据结果。在仿真和实际数据的实验结果中,可以看到,改进的 sc-NMF 算法在光谱保持和图像细节方面可以达到优于传统算法的效果,主观视觉和客观指标表现较好。

#### 参考文献:

- [1] Shi Zhenwei, Wu Jun, Yang Shuo, et al. RX and its variants for anomaly detection in hyperspectral images [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(3): 796-802. (in Chinese) 史振威, 吴俊, 杨硕, 等. RX 及其变种在高光谱图像中的异常检测[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(3): 796-802.
- [2] Schowengerdt R A. Reconstruction of multi-spatial, multi-spectral image data using spatial frequency content Photogramm[J]. *Eng Remote Sens*, 1980, 46(10): 1325-1334.
- [3] Rahmani S, Strait M, Merkurjev D, et al. An adaptive IHS Pan-Sharpener method [J]. *IEEE Trans Geosci Rem Sens*, 2010, 7(4): 746-750.
- [4] Ranchin T, Wald L. Fusion of high spatial and spectral resolution images: The ARSIS concept and its implementation [J]. *Photogramm Eng Remote Sens*, 2000, 66(1): 49-61.
- [5] Shi Zhenwei, An Zhenyu, Jiang Zhiguo. Hyperspectral image fusion by the similarity measure-based variational method[J]. *Opt Eng*, 2011, 50(7): 077006.
- [6] Mao Haicen, Liu Aidong. Image fusion method based on evidence theory [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(6): 1642-1646. (in Chinese) 毛海岑, 刘爱东. 利用证据理论的图像融合方法 [J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(6): 1642-1646.
- [7] Khan M M, Chanussot J, Alparone L. Pansharpening of hypersepctral images using spatial distortion optimization[C]// *Int Conf on Image Processing*, 2009: 2853-2856.
- [8] Miao Qiguang, Wang Baoshu. Multi-focus image fusion based on non-negative matrix factorization [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, 25(6): 755-759. (in Chinese) 苗启广, 王宝树. 基于非负矩阵分解的多聚焦图像融合研究[J]. *光学学报*, 2005, 25(6): 755-759.
- [9] Lee Daniel D, Seung H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 789-795.
- [10] Yu Xianchuan, Pei Wenjing. Performance evaluation of image fusion quality metrics for the quality of different fusion methods[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(12): 3416-3422. (in Chinese) 余先川, 裴文静. 针对不同融合算法的质量评价指标性能评估[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(12): 3416-3422.