2016年攻读浙江财经大学硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 601　科目名称: 高等数学

答案请写答题纸上

一、单项选择题（共8小题，每小题4分，共32分）

1.若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内恒有 $f''(x)>0$，则在 (a,b) 内（　　）使得 $f'(\xi)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

A. 至少有一点 ξ　　B. 不存在 ξ

C. 有唯一的 ξ　　D. 不能断定是否有 ξ

2. 设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$， $g(x)=1-\sqrt[3]{x}$，则当 $x\to 1$ 时，（　　）.

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 为等价无穷小　　B. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 较高阶的无穷小

C. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 较低阶的无穷小　　D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 是同阶但不等价的无穷小

3. 若 $\dfrac{\ln x}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int xf'(x)dx=$（　　）.

A. $\dfrac{1-2\ln x}{x}+C$　　B. $\dfrac{1+\ln x}{x^2}+C$　　C. $\dfrac{\ln x}{x}+C$　　D. $\dfrac{1}{x}+C$

4. 曲线 $y=(x+2)e^{\frac{1}{x}}$（　　）.

A.仅有铅垂渐近线 $x=-2$　　B.有斜渐近线 $y=x+2$

C.有斜渐近线 $y=x+3$　　D.没有渐近线

5. 设常数 $\lambda>0$，且级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{|a_n|}{\sqrt{n^2+\lambda}}$（　　）.

A. 发散　　B. 条件收敛　　C.绝对收敛　　D.敛散性与 λ 有关

6. 下列反常积分中，收敛的是（　　）.

A. $\int_{-\infty}^{+\infty}\sin x dx$　　B. $\int_0^{\pi}\dfrac{1}{\cos^2 x}dx$　　C. $\int_e^{+\infty}\dfrac{1}{x\ln x}dx$　　D. $\int_0^2\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}dx$

7. 设函数$z=e^{2x}\left(x+y^2+2y\right)$，则（　　）.

A. 点$\left(\frac{1}{2},-1\right)$是函数的驻点，但不是极值点

B. 点$\left(\frac{1}{2},-1\right)$是函数的驻点，是极小值点

C. 点$\left(\frac{1}{2},-1\right)$不是函数的驻点

D. 点$\left(\frac{1}{2},-1\right)$是函数的极大值点

8. 设$z=f(x,y)$由$F(x,y,z)=0$确定，且$\frac{\partial F}{\partial x}=a$，$\frac{\partial F}{\partial y}=b$，$\frac{\partial z}{\partial x}=c$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$（　　）.

A. $\frac{bc}{a}$　　B. $-\frac{bc}{a}$　　C. $\frac{ac}{b}$　　D. $-\frac{ac}{b}$

二、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 设$f(x)$有连续的一阶导数,且$f(0)=0, f'(0)=2$,若函数

$$F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(1-\cos x)}{x^2} & x\neq 0\\ A & x=0\end{cases}$$

在点$x=0$处连续，则$A=$____________________.

2. 若$f(t)=\lim\limits_{x\to\infty}t\left(1+\frac{t}{x}\right)^{tx}$，则$f'(t)=$____________________.

3. $\int_{-1}^{1}\left(\frac{(x^4+1)\tan x^3+x^4+x^2}{x^2+1}+\sqrt{1-x^2}\right)dx=$____________________.

4. 累次积分$\int_0^1 dx\int_x^1 x^2e^{-y^2}dy=$____________________.

5. 已知$y^*=-\frac{1}{4}xe^{-x}$是微分方程$y''-2y'-3y=e^{-x}$的一个特解，则该微分方程的通解为____________________.

6. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n}$的收敛域为________________.

三、计算题（共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分）

1. 求极限$\lim_{x\to0^+}\left(\cos\sqrt{x}\right)^{\frac{2}{x}}$.

2. 设$f(u)$为可微函数，且$f(0)=0, f'(0)=2015$，求

$$\lim_{t\to0^+}\frac{3}{2\pi t^3}\iint_{x^2+y^2\le t^2} f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy.$$

3. 根据级数有关理论，计算$\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{n^n}$.

4. 设$z=f(xy,x^2+y^2)$，求dz和$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四、(10 分) 设函数$y=y(x)$由方程$y\ln y-x+y=0$确定，判断曲线$y=y(x)$在点$(1,1)$附近的凹凸性.

五、(10 分) 设某产品的产量是劳动力x和原料y的函数$f(x,y)=60x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}}$，若劳动力单价为 100 元，原料单价为 200 元，则在投入 3 万元资金用于生产的情况下，如何安排劳动力和原料，使得产量最多.

六、(12 分) 在曲线$y=x^2\ (x\ge0)$上某点A处作一切线，使之与曲线以及x轴所围图形的面积为$\frac{1}{12}$，求（1）切点A的坐标以及过点A的切线方程;（2）由上述所围平面图形绕x轴旋转一周所得的旋转体的体积.

七、(12 分) 设函数$f(x)$具有连续的一阶导数，且满足

$$f(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f'(t)dt+x^2,$$

求 $f(x)$ 的表达式.

八、（10分）设 $f(x)$ 连续，证明：

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x)\,dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx ,$$

并计算 $\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$.