

一维非均匀介质中的瞬态辐射反问题

王圣刚

(北京机电工程研究所,北京 100074)

摘要: 针对短脉冲激光入射一维非均匀参与性介质问题,计算了非均匀体的大小、位置以及吸收和散射系数对边界出射信号的影响。依据各参量敏感系数的变化,确定了信号采样的时间范围。利用共轭梯度法对非均匀体进行多参数同时反演。数值模拟结果表明,对同一非均匀介质,不同的入射位置会得到不同的敏感系数,且各参数敏感系数明显变化的时间段不尽相同,但多数变化信息包含在两倍脉冲穿越时间内。在反问题计算中,推荐选用两倍脉冲穿越时间内的信号作为采样数据。共轭梯度法能较为准确地实现介质多参数同时反演。随着测量数据误差的增加,反演结果与真值之间的偏差增大。敏感系数值较小的参量,其反演计算结果误差较大。

关键词: 非均匀介质; 瞬态辐射传输; 敏感度分析; 共轭梯度法

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)08-2012-05

Inversed transient radiative transfer in one-dimensional non-homogeneous media

Wang Shenggang

(Beijing Electro-Mechanical Engineering Institute, Beijing 100074, China)

Abstract: One-dimensional non-homogeneous media irradiated with short pulse laser was treated in this paper. The influences of size, location, absorption coefficient and scattering coefficient on boundary signals were analyzed. According to the changes of parameter sensitivity, the sampling time range of time-resolved signals can be determined. Under such conditions, multi-parameters in one dimension non-homogeneous participating media were reconstructed simultaneously with conjugate gradient (CG) method. The simulation results have shown that different sensitivities were obtained for different irradiated locations, when the other conditions remain unchanged. The peak value of sensitivity appeared in different moment for different parameters. However, most variable information was contained in the twice transmission time. Therefore, the twice transmission time was proposed as the best sampling time range in inverse problems. Accurate results were obtained in multi-parameters inversion. The differences between the inversed results and true values increases with the increase of measure errors. Lager errors were obtained in the inversed results for the parameters with small sensitivities.

Key words: non-homogeneous media; transient radiative transfer; sensitivity analysis; conjugate gradient method

收稿日期:2012-12-11; 修订日期:2013-01-15

作者简介:王圣刚(1981-),男,博士,主要从事热辐射传输方面的研究。Email:wsghit@163.com

0 引言

近年来,国内外在超短脉冲激光技术研究领域取得了长足进步^[1]。超短脉冲激光与参与性介质相互作用,为人们提供了一种可以利用时域(或频域)相关的辐射测量信号反演介质光学特性参数的手段。超短脉冲激光在参与性介质内传输,受到介质多次散射引起的漫射辐射场存在的时间比源脉冲激光的脉冲宽度大很多。因此,介质边界的出射辐射信号与介质内光学特性参数的分布密切相关。通过分析边界接收的测量信号变化趋势,有助于快速确定介质内光学特性参数分布。

敏感系数表示边界测量数据对介质内光学参数的变化率,它反应了待求参数对模型的敏感程度。敏感度分析的主要目的是在众多影响参数中确定对目标函数影响较大的关键参数,并且选择这些关键参数在优化反演中的变化区间,从而减小优化搜索的范围,以提高优化计算效率。因此,敏感度分析是进行反问题计算的理论前提。Gu等^[2]基于频域辐射传输方程,研究了非均匀体的光学特性参数、大小尺寸和位置对测量信号振幅和相位最大变化的影响,为设计光学成像系统提供了理论指导。Kim等^[3]求解了敏感度方程,提出基于敏感度函数的共轭梯度法反演介质内吸收和散射系数分布。刘林华等^[4]研究了吸收系数、散射不对称因子、反照率、壁面黑度和燃烧室大小尺寸等参数对反演精度影响,对燃烧室内三维温度场进行较精确反演。顾元宪等^[5]采用灵敏度分析和优化方法求解热传导参数辨识问题。杨海天等^[6]提出基于两级灵敏度分析的稳态非线性热传导反问题的求解方法。然而,目前在瞬态辐射反问题中还未针对采样数据的敏感度进行系统分析。

文中以短脉冲激光入射一维非均匀参与性介质问题为例,计算了非均匀体的大小、位置以及吸收和散射系数对边界出射信号的影响,确定了信号采样的时间范围。利用共轭梯度法^[7]对非均匀体进行多参数同时反演,结合敏感度变化趋势,对反演结果进行理论分析。

1 一维瞬态辐射传输方程

在直角坐标系下,一维完整瞬态辐射传输方程为:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I(\mathbf{x}, \Omega, t)}{\partial t} + \frac{\partial I(\mathbf{x}, \Omega, t)}{\partial x} = -\beta I(\mathbf{x}, \Omega, t) +$$

$$\mu_a I_b(\mathbf{x}, t) + \frac{\mu_s}{4} \int_{4\pi} I(\mathbf{x}, \Omega', t) \Phi(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (1)$$

式中: c 为光在参与性介质内传输的速度; $\beta = \mu_a + \mu_s$ 为衰减系数; μ_a 和 μ_s 分别为介质的吸收系数和散射系数; $\Phi(\Omega', \Omega)$ 为散射相函数。

当短脉冲激光入射参与性介质时,介质内的辐射强度可以看作由两部分组成:由于散射引起的漫射强度 $I_d(\mathbf{x}, \Omega, t)$ 和由激光入射在介质内衰减的平行光辐射强度 $I_c(\mathbf{x}, \Omega_c, t)$ 。即:

$$I(\mathbf{x}, \Omega, t) = I_c(\mathbf{x}, \Omega_c, t) + I_d(\mathbf{x}, \Omega, t) \quad (2)$$

式中: Ω_c 为脉冲光入射方向。

假设计算初始时刻,介质内各点辐射强度 I 为0,入射脉冲能量为 q_0 。假设边界温度为 T_w ,壁面发射率为 ϵ_w 。采用有限体积法进行求解,具体推导详见参考文献[8];程序的有效性已经过验证,可参见参考文献[9]。

边界能够测量的时域信号为脉冲激光入射侧的反射率 $R(t^*)$ 和另一侧的透射率 $T(t^*)$ 。

$$R(t^*) = -\frac{2\pi}{q_0} \int_{\mu < 0} I_d(0, \mu, t^*) d\mu \quad (3)$$

$$T(t^*) = \frac{1}{q_0} \left(2\pi \int_{\mu > 0} I_d(L, \mu, t^*) d\mu + q_c(L, t^*) \right) \quad (4)$$

式中: μ 为方向余弦, $t^* = ct$ 。 $q_c(L, t^*)$ 为平行光沿原入射方向穿过介质的能量。

定义敏感系数为:

$$\chi_{z_j}(t^*) = \frac{\partial q_i(t^*, Z)}{\partial Z_j}, i=1, 2, \dots, N_d; j=1, 2, \dots, N_u \quad (5)$$

式中: $q_i(t^*, Z)$ 为边界出射信号; Z_j 为未知参数; N_d 为探测点位置数目; N_u 为未知参数个数。

在实际的试验测量中,测量数据不可避免地引入误差。为了与实际测量过程更加接近,在用于数值模拟的测量数据中加入随机误差。假设测量数据中测量误差满足正态分布,且测量数据有99%的可信度,则测量数据表示为:

$$q_i^{mea} = q_i^{exa} + \frac{q_i^{exa} \cdot \sigma\%}{2.576} v, i=1, 2, \dots, N_d \quad (6)$$

式中: v 为符合正态分布的随机变量, $-1 < v < 1$,且分布期望为0。 q_i 为边界第 i 个探测器处的测量信号。 σ 为测量误差,在文中计算中取0, 5.0和10.0。

2 目标函数

辐射反问题一般可以利用多个位置进行脉冲光的入射及多个位置的测量。但对于时域问题,同一测量位置上不同时间范围上的测量信号对介质内光学物性及其分布变化的敏感程度一般是不同的,且不同位置上的测量信号在重构中扮演的角色也不相同。因此,为了更多地获得关于内部介质的信息,可以利用不同入射位置和测量位置上的多组时域测量信号,对系统进行重构。为了实现介质光学物性及分布的重建,瞬态辐射反问题的目标函数一般可以被定义为如下的公式:

$$F(Z) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_d} \int_{t=0}^{t_s} \left[\frac{M_{i,j}(t) - P_{i,j}(Z, t)}{M_{i,j}(t)} \right]^2 dt \quad (7)$$

式中: N_s 为光源数目; N_d 为探测点数目, $M_{i,j}(t)$ 和 $P_{i,j}(Z, t)$ 为 $[0-t_s]$ 时间内第 i 个脉冲光源在第 j 个测量点的实验测量值和模型计算值。 t_s 为采样时间, $Z = [\mu_a \ \mu_s \ L_1 \ L_2]^T$ 为未知光学参数 μ_a 、 μ_s 以及非均匀体位置 L_1 和 L_2 的向量。在多层平板介质反问题中,实验中能获得的信号仅包括在介质两侧得到的透射信号和反射信号,因此目标函数公式(7)可进一步表示为:

$$F(Z) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \int_{t=0}^{t_s} \left[\frac{M_i^{ref}(t) - P_i^{ref}(Z, t)}{M_i^{ref}(t)} \right]^2 dt + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \int_{t=0}^{t_s} \left[\frac{M_i^{tran}(t) - P_i^{tran}(Z, t)}{M_i^{tran}(t)} \right]^2 dt \quad (8)$$

文中采用共轭梯度法对反问题进行求解。

3 计算结果及分析

3.1 非均匀介质边界信号敏感度分析

如图 1 所示,非均匀介质分别受到左右两侧激光照射,激光入射角度为 $\theta_0=0$,脉冲宽度为 $t_p^*=0.3m$ 。介质几何总厚度为 $L=1.0m$,中间分界面的位置分别为 $L_1=0.3m$, $L_2=0.5m$ 。背景介质层 A 和 C 的吸收系数为 $0.5m^{-1}$,散射系数为 $3.5m^{-1}$,中间介质层 B 的吸收系数和散射系数分别为 $0.5m^{-1}$ 、 $7.5m^{-1}$ 。仅考虑各向同性散射介质,且忽略边界和分界面反射率的影响。当脉冲激光分别由左侧和右侧入射介质时,研究了介质出射信号对中间强散射层 B 的位置

及其吸收系数和散射系数的敏感度。

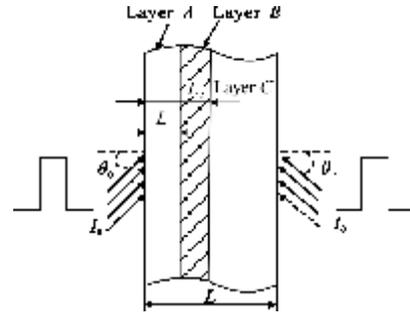


图 1 三层非均匀介质物理模型

Fig.1 Physical model for the three-layer media

如图 2(a)~(b)所示,短脉冲激光在介质左侧入射,敏感系数 χ_{L_1} 和 χ_{L_2} 数值变化较大,且反射信号中 $\chi_{L_1} > \chi_{L_2}$,表明位置的变化对介质出射信号影响大,与入射脉冲位置越近,该影响越大。介质出射信号对介质层 B 的散射系数的敏感度 χ_{μ_s} 数值较小,这会导致反问题计算中难以逼近该参数的真值。当短脉冲激光右侧入射介质时,如图 2(c)~(d),各敏感系数变化与激光左侧入射时的结果相类似,反射信号中 $\chi_{L_2} > \chi_{L_1}$,也说明出射信号对靠近激光入射位置的界面变化较敏感。

由图 2 可以看出,对于同一非均匀介质光学参数反演问题,不同的入射位置会影响反演计算结果。敏感系数明显变化的时间段不尽相同,但各参量敏感系数随时间变化的峰值,均包含在 $t^* \in [0, 2.6]$ 时间段内,即 $0 \leq t^* \leq 2(L+t_p^*)$ 。定义 $t_v^* = L+t_p^*$,表示激光脉冲宽度穿出整个介质层的路程,可以用来表征激光脉冲穿越介质层的时间。在两倍的脉冲穿越时间内 $[0, 2t_v^*]$,包含了边界出射信号对介质参数最大的敏感系数,说明边界出射的信号包含较多关于内部光学参数分布的信息。采样时间太长,计算量大,计算时间消耗多,效费比低;采样时间太短,边界出射信号不能反映内部参数的变化,反演计算不能逼近真值。因此,推荐采样时间选取两倍的脉冲穿越时间 $[0, 2t_v^*]$ 。即在反问题计算中,在反射信号选定 $0 \leq t^* \leq 2t_v^*$ 作为采样时间段,而透射信号选择 $L \leq t^* \leq 2t_v^*$ 时间段内的信号信息。

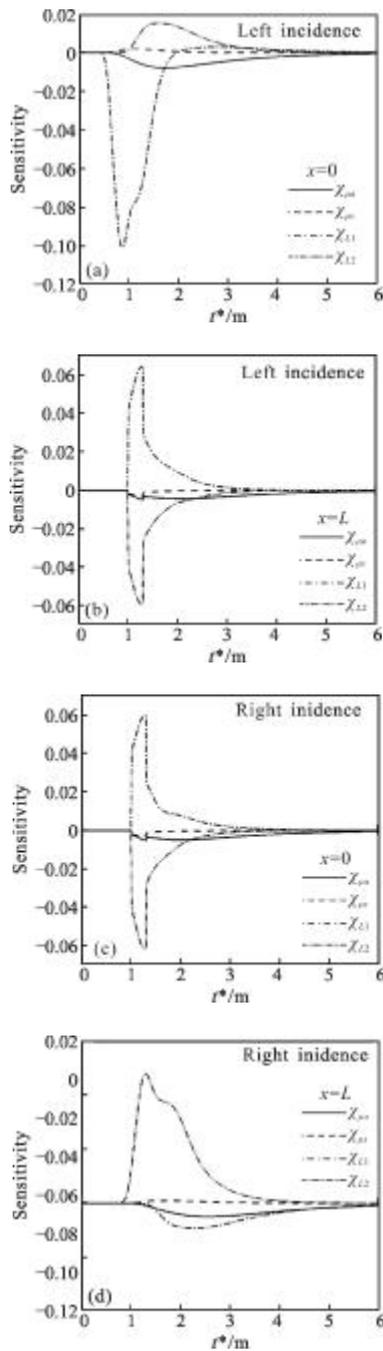


图 2 三层非均匀介质出射信号对内含层光学参数及界面位置的灵敏度系数

Fig.2 Sensitivity of the time-resolved signals for mid-layer optical parameters and interface location in the three-layer media

3.2 反演计算

针对图 1 所示的模型,假设背景介质层 A 和 C 的光学参数已知,吸收系数为 0.5 m^{-1} , 散射系数为 3.5 m^{-1} 。非均匀体 B 真实分部信息为吸收系数和散射系数分别为 0.5 m^{-1} 、 7.5 m^{-1} , 界面位置 $L_1=0.3 \text{ m}$ 、

$L_2=0.5 \text{ m}$ 。采用共轭梯度法对非均匀体 B 的光学参数、大小尺寸及位置进行反演计算。

当非均匀体 B 的光学参数和几何尺寸、位置均未知时,假设各参数反演初始值分别为 $\mu_a=0.5 \text{ m}^{-1}$ 、 $\mu_s=7.5 \text{ m}^{-1}$ 、 $L_1=0.1 \text{ m}$ 、 $L_2=0.7 \text{ m}$ 。表 1 给出了反演计算结果,表明 CG 法也能较为准确实现各个参数同时反演。随着测量数据误差的增加,反演结果与真值之间的偏差增大。反演结果最大误差出现在非均匀体的散射系数中,这是因为图 2 中计算的敏感系数中 χ_{μ_s} 数值较小,非均匀体 B 的散射系数变化对边界测量数据的影响小。

表 1 三层非均匀介质多参数反演

Tab.1 Retrieved optical parameters in three-layer media

	CG method				Maximal error value
	μ_a/m	μ_s/m	L_1/m	L_2/m	
Initial value	1.0	5.0	0.1	0.7	
0%	0.499	6.948	0.285	0.516	7.36%
5%	0.501	6.605	0.275	0.529	11.93%
10%	0.498	6.302	0.275	0.548	15.97%

当非均匀体 B 的几何尺寸已知,光学参数和位置未知时,反演计算结果如表 2 所示。随着测量数据误差的增加,反演结果与真值之间的偏差增大。反演计算中,非均匀体 B 散射系数的反演值与真值偏差最大。由于反演未知量数目减少,反演结果精度有很大提高,即使测量数据加入 10% 的随机测量误差,仍能较准确得到与真值相接近的反演结果,最大反演误差不超过 5%。

表 2 已知内含层介质尺寸时三层介质参数反演

Tab.2 Retrieved optical parameters in three-layer media when the size of mid-layer medium is known

	CG method			Maximal error value
	μ_a/m	μ_s/m	L_1/m	
Initial value	1.0	5.0	0.1	
0%	0.504	7.374	0.303	1.68%
5%	0.507	7.360	0.295	3.20%
10%	0.515	7.310	0.295	3.87%

4 结 论

文中针对短脉冲激光入射一维非均匀参与性介质问题,计算了非均匀体的大小、位置以及吸收和散射系数对边界出射信号的影响,依据各参量敏感系数的变化,确定了信号采样的时间范围,利用共轭梯度法对非均匀体进行多参数同时反演。计算结果表明:对于同一非均匀介质光学参数反演问题,左右不同的入射位置会得到不同的敏感系数变化。各参数敏感系数明显变化的时间段不尽相同,但各参量敏感系数随时间变化的峰值,均包含在两倍的脉冲穿越时间 $[0, 2t_r^*]$ 内。在反问题计算中,推荐在反射信号选定 $0 \leq t^* \leq 2tr^*$ 作为采样时间段,而透射信号选择 $L \leq t^* \leq 2tr^*$ 时间段内的信号信息。共轭梯度法能较为准确的实现介质多参数反演。随着测量数据误差的增加,反演结果与真值之间的偏差增大。敏感系数值较小的参量,反演计算结果误差较大。未知参数个数减少时,会提高反演结果精度。

参考文献:

- [1] Wei Zhiyi, Wang Zhaohua, Han Hainian, et al. Progress on ultrashort and ultraintense laser pulse technology[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(6): 773-777. (in Chinese)
- [2] Gu X J, Ren K, Hielscher A H. Sensitivity analysis for small imaging domains using the frequency-domain transport equation[C]//SPIE, 2007, 6629: 66291Q-1-11.
- [3] Kim H K, Charette A. A sensitivity function-based conjugate gradient method for optical tomography with the frequency-domain equation +onal temperature distribution in the combustor[J]. *Journal of Combustion Science and Technology*, 1999, 5(1): 62-69. (in Chinese)
- [5] Gu Yuanxian, Zhou Yetao, Chen Biaosong, et al. Sensitivity based solution method for parameter identification of inverse heat transfer problems [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2002, 35(3): 94-98. (in Chinese)
- [6] Yang Haitian, Xue Qiwen. Solving non-linear inverse heat conduction problems in steady state via 2-level sensitivity analysis [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2003, 24(3): 463-465. (in Chinese)
- [7] Liu L H, Tan H P, Yu Q Z. Inverse radiation problem in one-dimensional semitransparent plane-parallel media with opaque and specularly reflecting boundaries[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2000, 64: 395-407.
- [8] Mishra S C, Chugh P, Kumar P, et al. Development and comparison of the DTM, the DOM and the FVM formulations for the short-pulse laser transport through a participating medium [J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2006; 49(11-12): 1820-32.
- [9] Ruan L M, Wang S G, Qi H, et al. Analysis of the characteristics of time-resolved signals for transient radiative