

文章编号: 1000-4750(2016)08-0194-11

考虑异形效应 Y 形桩侧摩阻力产生附加应力研究

王新泉¹, 张世民¹, 崔允亮¹, 周星德²

(1. 浙江大学城市学院土木工程系, 浙江, 杭州 310015; 2. 河海大学土木与交通学院, 江苏, 南京 210098)

摘 要: Y形桩作为一种新型反拱曲面异形桩, 侧土压力和侧摩阻力具有沿桩周不均匀分布的特性, 虽将侧摩阻力假定为均匀分布与假定为集中力相比, 附加应力计算结果更符合实际分布规律, 但仍存在一定偏差。基于球形孔扩张理论, 建立了 Y形桩桩侧土压力的不均匀分布模型, 进而建立了侧摩阻力的不均匀分布模型, 并用于附加应力的计算。以主要影响因素外包圆半径 R 、模板弧度 θ 为变量, 分别对比研究了将 Y形桩侧摩阻力假定为集中分布、均匀分布和考虑异形效应不均匀分布三种模式下附加应力的变化规律, 并将考虑异形效应的侧摩阻力产生附加应力计算方法用于沉降计算, 通过现场静载荷试验数据验证, 考虑异形效应的侧摩阻力产生附加应力计算方法所计算的沉降值与实测值吻合度更高。

关键词: 岩土工程; Y形桩; 附加应力计算; 侧摩阻力; 异形效应; 不均匀分布; 附加应力系数

中图分类号: TU473.1 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.12.1011

RESEARCH ON ADDITIONAL STRESS CAUSED BY SKIN FRICTION OF Y-SECTION PILE CONSIDERING ABNORMALITY EFFECT

WANG Xin-quan¹, ZHANG Shi-min¹, CUI Yun-liang¹, ZHOU Xing-de²

(1. College of Civil Engineering, Zhejiang University City College, Hangzhou, Zhejiang 310015, China;

2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: Y-section pile is a newly abnormal pile with reversed-arch surface. The lateral earth pressure and skin friction surrounding the pile shaft are of non-uniform distribution. Although the calculated results of additional stress caused by assumed uniformly distributed skin friction are more suitable to the actual distribution law when compared with those caused by the assumed concentrated skin friction, there is still a certain error. Based on spherical cavity expansion theory, non-uniform distribution model of lateral soil pressure around Y-section pile is established; and then the non-uniform distribution model of skin friction is built up as well, which can be used to calculate the additional stress. Taking outside circle radius R and template radian θ as variables, variation laws of additional stress are comparatively studied under three distributed patterns of skin friction around Y-section pile respectively, namely the concentrated distribution, the uniform distribution, and the non-uniform distribution considering the abnormality effect. In addition, the calculated method of additional stress due to skin friction is employed to calculate the settlement by considering abnormality effect. According to the field static load tests, it was found that the calculated settlements agree better with the measured results using the calculation method of additional stress due to skin friction by considering abnormality effect.

收稿日期: 2015-12-21; 修改日期: 2016-06-20

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(51308497); 住房和城乡建设部科学技术项目(2015-K3-020);

浙江省交通运输厅科技计划项目(2013H13, 2014H34, 2015-2-50)

通讯作者: 王新泉(1981—), 男, 山东滨州人, 副教授, 博士, 主要从事软土力学特性与基础工程研究与教学工作(E-mail: wangxq@zucc.edu.cn).

作者简介: 张世民(1974—), 男, 湖北荆州人, 教授, 硕士, 主要从事基础工程研究与教学工作(E-mail: zhangsm@zucc.edu.cn);

崔允亮(1984—), 男, 河南驻马店人, 讲师, 博士, 主要从事软土力学特性与基础工程研究与教学工作(E-mail: cuiyl@zucc.edu.cn);

周星德(1964—), 男, 安徽淮南人, 教授, 博士, 博导, 主要从事岩土工程数值分析研究与教学工作(E-mail: xingdezhou@hhu.edu.cn).

Key words: geotechnical engineering; Y-section pile; calculation on additional stress; skin friction; abnormality effect; non-uniform distribution; additional stress coefficient

Y形桩以其优良的承载性能和经济效益,被广泛的应用于高速公路的软土地基加固工程中^[1-7]。Y形桩的反拱曲面导致其截面形式较常规桩形更为复杂,充分利用了等截面情况下侧表面积更大的特点,进而增加桩侧摩阻力,充分发挥桩身材料的潜力。

浅基础附加应力计算方法中,最为经典的方法是以 Boussinesq 应力解为基础进行求解。而 Boussinesq 应力解忽略了基础埋深与土体泊松比对土体附加应力计算的影响,造成计算结果偏大,不适用于桩基等深基础的附加应力计算。Mindlin^[8]于1936年推导出了集中荷载作用于弹性半空间体内某深度处时,在该半空间体内所产生附加应力的计算公式。同时, Mindlin 解不仅应用于常规桩形的计算^[9-13],并且被推广到长短桩^[14]、大直径扩底桩^[15]、扩挤灌注桩^[16]、X形桩^[17-18]等新桩型的附加应力计算。而 Geddes^[19]将桩端阻力和桩侧摩阻力视作为集中力,并以 Mindlin 解为根据,推导出桩体承担上部荷载在地基内产生附加应力的计算公式,忽略了截面形式及应力分布模式对附加应力计算的影响,对于复杂截面形式的 Y形桩而言计算误差较大。文献[20-22]借鉴 Geddes 求解桩基附加应力系数的计算思路,基于 Mindlin 应力解,先根据 Y形截面的截面形式划分积分区间,然后借助 Mathematica 软件的 NIntegrate 积分功能,分别计算 Y形桩的桩侧摩阻力、桩端阻力在地基内部时产生的附加应力系数,该方法将桩身侧摩阻力在 Y形桩桩周上假设为均匀分布。文献[23]对考虑异性效应的附加应力计算方法进行了初步探索,而其他相关研究多考虑桩周侧摩阻力沿截面均匀分布,没有考虑由于异形截面产生的异形效应。

小孔扩张理论多用于静力触探、桩基承载力等的研究。Gibson 等^[24]对圆柱形孔及球形孔在无粘性土中的扩张情况进行了研究,并分别讨论了其桩基承载力与静力触探时的锥尖阻力; Vesic^[25]讨论了球形孔在土体中扩张的情况,并给出了土体中的应力解答, Carter 等^[26]得出了球形孔扩张时塑性区内的位移分量表达式,文献未给定塑性区域的范围;李月健^[27]在上述文献的基础上,研究了土体线性软化情况下的球形孔扩张理论,并模拟了沉桩时的挤土效应,推导出了塑性区内平均体积应变计算公式。

桩基侧摩阻力和沉降研究是桩基研究的重要内容,闫澍旺等^[28]研究了大直径超长钢管桩溜桩桩侧摩阻力计算方法,邝羽平等^[29]研究了分别用等效作用分层总和法和等代实体深基础法计算桩-承台基础沉降,用 Mindlin 法计算桩筏基础沉降。

本文将球形孔扩张理论^[30]应用于 Y形桩成桩挤土过程的受力分析,并借鉴 Geddes 求解桩基附加应力系数的计算思路,建立了 Y形桩桩侧土压力的不均匀分布模型,进而建立了侧摩阻力的不均匀分布模型,并用于附加应力的计算。以主要影响因素外包圆半径 R 、模板弧度 θ 为变量,分别对比研究了将 Y形桩侧摩阻力假定为集中分布、均匀分布和考虑异形效应的不均匀分布三种模式下的附加应力的变化规律,并将考虑异形效应的侧摩阻力产生附加应力计算方法用于沉降研究。

1 考虑异形效应的 Y形桩侧摩阻力分布模式研究

1.1 球形孔扩张理论

球形孔扩张理论假定土体是各向同性、均匀的理想弹塑性体,屈服满足 Mohr-Coulomb 准则,在土体中某点承受一初始应力 P_0 ,不计体积力。求解时,假定土体内某点存在初始半径为 R_1 的球形孔,球形均布压力为 p_1 。当球形孔内压力增加时,围绕该孔的球形区域将变为塑性状态。若压力 p_1 继续增大,塑性区域的范围也会不断扩大,直至到内压力 p_1 达到极限压力 p_u ,此时球形孔半径为 R_u ,弹塑性交界处的半径为 R ,交界面以外的区域仍为弹性状态。

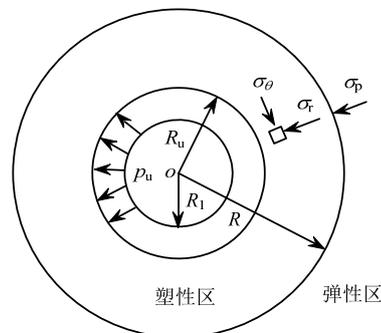


图1 球形孔扩张示意图

Fig.1 Spherical cavity expansion

由于球形孔扩张问题属于中心对称问题,因此可以采用球坐标表示,其平衡微分方程为:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

几何方程可写为:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} \quad (2)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (3)$$

弹性阶段的本构关系为:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - 2\mu\sigma_\theta) \quad (4)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}[(1-\mu)\sigma_\theta - \mu\sigma_r] \quad (5)$$

对于服从 Mohr-Coulomb 准则的材料, 其屈服条件为:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) = (\sigma_r + \sigma_\theta)\sin\varphi + 2c\cos\varphi \quad (6)$$

以上各式为球形扩张问题的基本方程。其中 σ_r 、 σ_θ 分别为径向和环向应力; E 、 μ 为弹性模量和泊松比; ε_r 、 ε_θ 为径向和环向应变; c 、 φ 为土的凝聚力和内摩擦角; u_r 为径向位移。

经联立求解, 极限挤土压力 P_u 可表示为:

$$P_u = \frac{3(1+\sin\varphi)}{1-\sin\varphi}(P_0 + c \cdot \cot\varphi)(I_{rr})^{\frac{4\sin\varphi}{1+\sin\varphi}} - c \cdot \cot\varphi \quad (7)$$

其中, $\left(\frac{R_u}{R}\right)^3 = I_{rr}$ 。

弹塑性交界处 $r=R_u$ 的径向应力 σ_R 和环向应变

$\varepsilon_{\theta R}$:

$$\sigma_R = \frac{3(1+\sin\varphi)}{1-\sin\varphi}(P_0 + c \cdot \cot\varphi) - c \cdot \cot\varphi \quad (8)$$

$$\varepsilon_{\theta R} = \frac{2\sin\varphi(1+\mu)}{E(3-\sin\varphi)}(P_0 + c \cdot \cot\varphi) \quad (9)$$

1.2 Y 形桩截面曲线极坐标方程的建立

Y 形桩可以由 4 个独立变量来确定截面的几何特性, 即: 外包圆半径 R , 模板弧度 θ , 开弧间距 s , 夹角弧度 δ , 如图 2 所示。

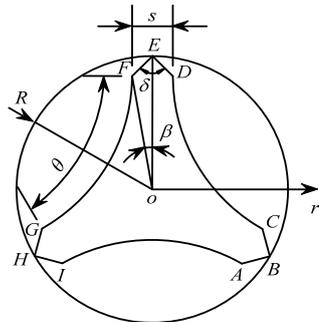


图 2 Y 形桩截面示意图

Fig.2 Cross section of Y-section pile

若记:

$$\beta = \arctan\left(\frac{s}{2R - s \cot\frac{\delta}{2}}\right);$$

$$\lambda = \sqrt{\left(R - \frac{s}{2} \cot\frac{\delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2}; \quad a = \lambda \cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right);$$

$$b = \lambda \cos\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right); \quad c = \frac{\sqrt{3}R}{2};$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{\lambda \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\theta}{2} + \beta\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}; \quad \varepsilon_2 = \left[\frac{\lambda \sin\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right)}{\sin\frac{\theta}{2}}\right]^2;$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\lambda \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\theta}{2} + \beta\right)}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)};$$

$$\varepsilon_4 = \frac{\sqrt{3}\lambda \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\theta}{2} + \beta\right)}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)};$$

$$\varepsilon_5 = -\frac{\lambda \sin\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right) - \frac{R}{2}}{\lambda \cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right) - \frac{\sqrt{3}R}{2}};$$

$$\varepsilon_6 = \frac{\lambda R \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right)\right)}{\lambda \cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right) - \frac{\sqrt{3}R}{2}};$$

$$\varepsilon_7 = -\frac{\lambda \sin\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) - \frac{R}{2}}{\lambda \cos\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) - \frac{\sqrt{3}R}{2}};$$

$$\varepsilon_8 = \frac{\lambda R \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right)\right)}{\lambda \cos\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) - \frac{\sqrt{3}R}{2}}.$$

则 Y 形桩截面曲线极坐标方程(即截面上任一点至中心距离为 $r_i(\alpha)$)分别为:

直线 AB 的极坐标方程为:

$$r_{AB} = \frac{\varepsilon_6}{\sin\alpha - \varepsilon_5 \cos\alpha} \quad (10)$$

式中, $\alpha \in \left[-\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right), -\frac{\pi}{6}\right]$ 。

直线 BC 的极坐标方程为:

$$r_{BC} = \frac{\varepsilon_8}{\sin \alpha - \varepsilon_7 \cos \alpha} \quad (11)$$

式中, $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{6}, -\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right)\right]$ 。

弧 CD 的极坐标方程为:

$$r_{CD} = \varepsilon_3 \sin \alpha + \varepsilon_4 \cos \alpha - \sqrt{(\varepsilon_3 \sin \alpha + \varepsilon_4 \cos \alpha)^2 - (\varepsilon_4^2 + \varepsilon_3^2 - \varepsilon_2)} \quad (12)$$

式中, $\alpha \in \left[-\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right), \frac{\pi}{2} - \beta\right]$ 。

直线 DE 的极坐标方程为:

$$r_{DE} = \frac{R}{\sin \alpha + \cot\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos \alpha} \quad (13)$$

式中, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2} - \beta, \frac{\pi}{2}\right]$ 。

直线 EF 的极坐标方程为:

$$r_{EF} = \frac{R}{\sin \alpha - \cot\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos \alpha} \quad (14)$$

式中, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \beta\right]$ 。

弧 FG 的极坐标方程为:

$$r_{FG} = \varepsilon_3 \sin \alpha - \varepsilon_4 \cos \alpha - \sqrt{(\varepsilon_3 \sin \alpha - \varepsilon_4 \cos \alpha)^2 - (\varepsilon_4^2 + \varepsilon_3^2 - \varepsilon_2)} \quad (15)$$

式中, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2} + \beta, \frac{7\pi}{6} - \beta\right]$ 。

直线 GH 的极坐标方程为:

$$r_{GH} = \frac{\varepsilon_8}{\sin \alpha + \varepsilon_7 \cos \alpha} \quad (16)$$

式中, $\alpha \in \left[\frac{7\pi}{6} - \beta, \frac{7\pi}{6}\right]$ 。

直线 HI 的极坐标方程为:

$$r_{HI} = \frac{\varepsilon_6}{\sin \alpha + \varepsilon_5 \cos \alpha} \quad (17)$$

式中, $\alpha \in \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} + \beta\right]$ 。

弧 IA 的极坐标方程为:

$$r_{IA} = \varepsilon_1 \sin \alpha - \sqrt{(\varepsilon_1 \sin \alpha)^2 - (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2)} \quad (18)$$

式中, $\alpha \in \left[\frac{7\pi}{6} + \beta, \frac{11\pi}{6} - \beta\right]$ 。

1.3 Y 形桩桩周土压力计算模型

本文对 Y 形桩在土体中的沉桩过程以 Y 形小孔扩张沉桩过程进行模拟, 参照文献[31], 考虑 Y 形桩沿截面分布的挤土压力是不均匀的, 并将其过程假定为由桩土接触面逐渐扩张到 Y 形截面边缘上各点所在的球形孔, 最终扩张到 Y 形桩外接圆的位置。扩张过程中, 土体中的塑性区域会产生径向应力 σ_r 及切向应力 σ_θ , 令式(7)中的 $R_u=r$, 则桩周土体上的任一点处的径向应力 σ_r 与切向应力 σ_θ 分别为:

$$\sigma_r = P_u = \frac{3(1 + \sin \varphi)}{1 - \sin \varphi} (K_0 \gamma h + c \cdot \cot \varphi) (I_{rr})^{\frac{4 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - c \cdot \cot \varphi \quad (19)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (20)$$

由切向应力 σ_θ 与径向应力 σ_r 可求出垂直于 Y 形截面的应力 σ 。根据该点的应力关系(如图 3), 可以求出 σ_r 与 σ 的夹角 t 的表达式。

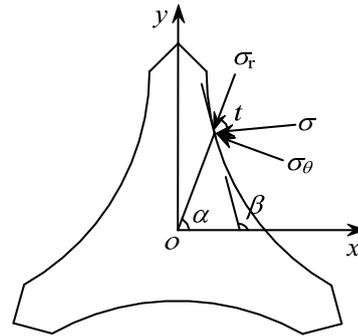


图 3 Y 形桩桩周点应力示意图

Fig.3 Point stress acting on Y-section pile skin

$$t = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{r'_{AB}(\alpha) \sin \alpha + r_{AB}(\alpha) \cos \alpha}{r'_{AB}(\alpha) \cos \alpha - r_{AB}(\alpha) \sin \alpha} \right) + \alpha \quad (21)$$

式中: r_{AB} 为弧 AB 的极坐标方程; r'_{AB} 为 r_{AB} 关于 α 的一阶导数。

垂直于 Y 形截面上各点的土压力 σ 表达式为:

$$\sigma = \sigma_r \cdot \cos t + \sigma_\theta \sin t \quad (22)$$

1.4 不同深度处的桩周土压力分布规律

由于侧土压力的计算受土层参数以及 Y 形截面特性的影响, 模拟在软土中地基沉桩, 土体参数设定为: $E = 5.60 \text{ MPa}$, $c = 12.0 \text{ kPa}$, $\varphi = 12^\circ$, $\gamma = 18.6 \text{ kN/m}$, $\mu = 0.3$ 。Y 形截面参数取最常用桩型的截面参数, 即模板弧度 $\theta = 60^\circ$, 夹角弧度 $\delta = 90^\circ$, 开弧间距 $s = 0.12 \text{ m}$, 外包圆半径为 $R =$

0.3995 m, 桩长取 10 m。分别计算在 Y 形桩周 α 为 90° 、 85° 、 80° 、 77° 、 70° 、 55° 、 30° 处的侧土压力, 如图 4 所示。

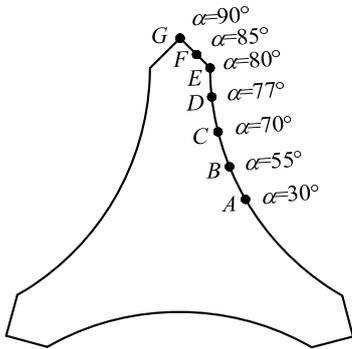


图 4 Y 形桩桩周计算点示意图

Fig.4 Calculating points on Y-section pile skin

将土体参数及上述 α 的角度代入式(8)中, 并令 h 为不同的值, 分别计算不同深度时的各点处的侧土压力, 计算结果如图 5、表 1 所示, $Q_1 \sim Q_5$ 代表 2 m、4 m、6 m、8 m、10 m 处桩侧土压力分布曲线。

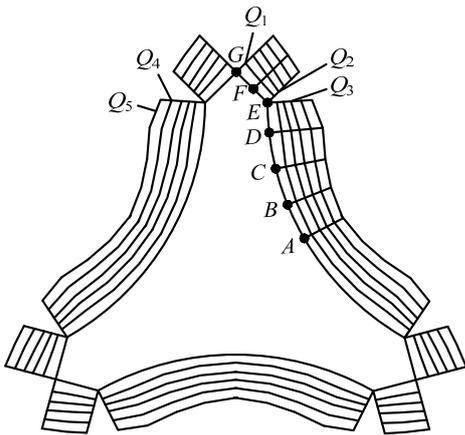


图 5 不同深度桩周土压力分布示意图

Fig.5 Lateral earth pressure on pile skin in different depths

表 1 不同深度计算点位桩侧土压力 /kPa

Table 1 Lateral earth pressure of pile skin on different points

计算点位	深度/m				
	2	4	6	8	10
G	19.0	49.5	83.1	110.0	172.0
F	18.6	49.1	81.9	109.4	170.2
E	18.2	48.7	79.8	107.6	166.4
D	19.3	49.7	83.5	112.5	173.5
C	18.9	49.1	83	111.8	170.7
B	18.3	47.8	79.3	106.2	165.4
A	17.2	45.7	75.2	96.3	151.0

由图 5、表 1 可知, Y 形桩的截面参数以及桩周土体参数确定的情况下, 其桩周土压力呈不均匀分布, 土压力的分布特性又可反映出桩周侧摩阻力的分布情况。即反拱曲面弧中心处土压力最小, 越

靠近尖角土压力越大, 当达到 D 点处时, 土压力有变小的趋势, 其中反拱曲面弧上土压力呈拱形分布的范围约占整个弧长的 80%。而尖角处的土压力分布较为简单, 其分布模式可以认为是线性增大。

设 Y 形桩桩周最大土压力与最小土压力的比值为不均匀分布系数 η (即 $\eta = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$)。由表 2 可以看出, 不同深度处的不均匀分布系数变化范围较小, 最大值与最小值只差仅为 0.06, 因此其不均匀分布程度受深度变化影响不大。

表 2 不同深度处的不均匀分布系数 η

Table 2 Non-uniform distribution coefficient η in different

depths					
深度/m	2	4	6	8	10
不均匀分布系数	1.12	1.09	1.11	1.17	1.15

2 考虑异形效应 Y 形桩侧摩阻力产生附加应力研究

2.1 基于 Y 形桩侧摩阻力不均匀分布模型的附加应力系数研究

Y 形桩桩周侧土压力呈现不均匀分布, 反映出桩周侧摩阻力也呈现不均匀分布, 如图 6 所示。

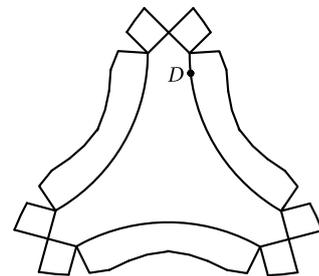


图 6 侧摩阻力不均匀分布模式示意图

Fig.6 Non-uniform distribution pattern of skin friction

当侧摩阻力简化为均匀分布时, 计算出的附加应力系数会产生一定的误差。本文基于侧摩阻力的不均匀分布模型进行附加应力系数的计算, 认为反拱曲面弧中心处土压力最小, 越靠近尖角土压力越大, 当越过 $\alpha=77^\circ$ 处的 D 点, 土压力有变小的趋势, 而尖角处的土压力分布模式可以认为是线性增大。

依据文献[22]假设桩顶作用一集中力 P , 土体为半无限均质弹性, 离地面深度 z 处的任一点的土中竖向应力可表示为:

$$\sigma_z = \frac{P}{8\pi(1-\mu)} \left[\frac{(1-2\mu)(z-h)}{R_1^3} - \frac{(1-2\mu)(z-h)}{R_2^3} + \frac{3(3-4\mu)z(z+h)^2 - 3h(z+h)(5z-h)}{R_2^5} \right]$$

$$\left. \frac{3(z-h)^3}{R_1^5} + \frac{30hz(z+h)^3}{R_2^7} \right] \quad (23)$$

式中： $R_1 = \sqrt{r^2 + (z-h)^2}$ ； $R_2 = \sqrt{r^2 + (z+h)^2}$ ， r 为力的作用点到计算点的水平距离； h 为集中力作用的深度； μ 为土的泊松比。

而式(22)给出了 Y 形桩周土压力计算表达式，则单位侧摩阻力为：

$$f = \frac{\bar{\mu} \cdot \sigma \cdot dA}{dA} = \bar{\mu} \cdot \sigma \quad (24)$$

式中： dA 为面积微元； $\bar{\mu}$ 为桩土间的摩擦系数。

对式(24)沿桩周积分可得单位长度的侧摩阻力 f_L ，即：

$$f_L = \sum_{i=1}^9 \left(\int_{r_i} \bar{\mu} \cdot \sigma \cdot ds \right) = \bar{\mu} \cdot \sum_{i=1}^9 \left(\int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha} \sigma \cdot \sqrt{r_i^2 + (r')^2} dr \right) \quad (25)$$

由单位长度侧摩阻力 f_L 沿桩长积分可以得到总侧摩阻力 Q ，为理论最大值。当桩顶施加的荷载未达到极限荷载时，则侧摩阻力就是与荷载 P 相关的函数，假设 Y 形桩周各点处的侧摩阻力随荷载 P 线性增长，则在集中力 P 作用下 Y 形桩桩周任意点处的侧摩阻力和极限总侧摩阻力计算表达式为：

$$f_1 = \frac{P}{Q} f \quad (26)$$

$$Q = \bar{\mu} \sum_{i=1}^9 \int_0^L \int_{r_i} \sigma ds dh \quad (27)$$

依据文献[22]，由集中力产生的附加应力可以根据 Mindlin 公式计算，先将 Mindlin 公式分别沿桩周及桩长积分，并乘以 L^2/P 即可得到侧摩阻力附加应力系数。

$$I_s = \frac{L^2}{P} \int_0^L \int_l \sigma_z ds dh = \frac{L^2}{8\pi(1-\mu)P} \int_0^L \int_l \left[\frac{(1-2\mu)(z-h)}{R_1^3} - \frac{(1-2\mu)(z-h)}{R_2^3} + \frac{3(z-h)^3}{R_1^5} + \frac{3(3-4\mu)z(z+h)^2 - 3h(z+h)(5z-h)}{R_2^5} + \frac{30hz(z+h)^3}{R_2^7} \right] f_1 ds dh \quad (28)$$

将 f_1 及 Q 代入式(28)得：

$$I_s = \frac{L^2}{8\pi(1-\mu)\bar{\mu} \sum_{i=1}^9 \int_0^L \int_{r_i} \sigma ds dh} \int_0^L \int_l \left[\frac{(1-2\mu)(z-h)}{R_1^3} - \frac{(1-2\mu)(z-h)}{R_2^3} + \frac{3(z-h)^3}{R_1^5} + \frac{3(3-4\mu)z(z+h)^2 - 3h(z+h)(5z-h)}{R_2^5} + \frac{30hz(z+h)^3}{R_2^7} \right] f \sqrt{r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial \alpha} \right)^2} d\alpha dh \quad (29)$$

由于式(29)计算过程比较复杂，因此本文在给定土体参数的条件下，采用数学计算软件 Mathematica 中的数值积分功能进行计算，计算时结合 Y 形桩截面的对称性，将积分区间简化为 6 个积分区段进行求解。

2.2 附加应力系数计算与分析

在土性参数确定的情况下，可根据式(29)计算 Y 形桩侧摩阻力产生的附加应力系数，同时可以研究 Y 形截面参数对所述附加应力系数的影响程度，并且与 Geddes 解以及文献[22]的侧摩阻力沿桩周均匀分布的计算结果进行对比研究。

计算过程中，桩长 $L=10\text{ m}$ ，外包圆半径 $R=0.3995\text{ m}$ ，模板弧度 $\theta=60^\circ$ ，开弧间距 $s=0.12\text{ m}$ ，夹角弧度 $\delta=90^\circ$ ，由式(29)计算出的桩端以下不同深度处的附加应力系数如表 3、图 7 所示。

由表 3、图 7 可以看出，按照 Geddes 方法计算的结果最大，其次为均匀分布解，按照不均匀分布模型计算出的附加应力系数最小，如 0.1m 深度处的 Geddes 解为 40.642、均匀分布解为 10.731、不均匀分布解为 9.673，此时 Geddes 解为不均匀分布解的 4.2 倍，为均匀分布解的 3.8 倍，三者之间的误差比较大。随着深度的增加，附加应力系数逐渐变小，按照三种方法计算的结果逐渐趋于吻合，例如桩端下 2 m 处不均匀分布解为 1.447，均匀分布解为 1.459，其误差约为 0.01。而且离桩端越近，桩身侧摩阻力分布情况对附加应力系数的影响越明显，附加应力主要集中在集中力作用点上下 2 m 的范围内，因此计算桩端附近的附加应力系数时，将侧摩阻力简化为集中力会造成较大误差，随着深度增加误差会逐渐变小。

表 3 不同分布模型的侧摩阻力附加应力系数

Table 3 Additional stress coefficients on skin friction of different distribution models

类别	不同深度(m)处的附加应力系数									
	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	11	11.5	12	12.5	13
Geddes 应力解	40.642	19.709	12.802	9.381	7.347	3.368	2.098	1.487	1.132	0.904
按均匀分布	10.731	9.609	8.2	6.948	5.928	3.15	2.032	1.459	1.118	0.896
按不均匀分布	9.673	8.721	7.701	6.691	5.714	3.084	1.997	1.447	1.111	0.892

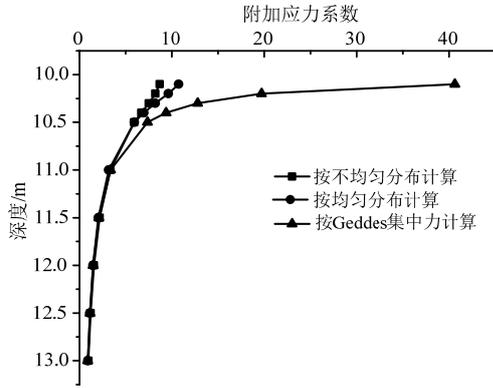


图 7 不同计算方法的附加应力系数曲线

Fig.7 Curves of additional stress coefficients obtained from different calculation methods

3 桩侧摩阻力产生附加应力系数的影响因素分析

3.1 不同截面参数对侧摩阻力的影响分析

通过式(25)可分别计算 Y 形截面的控制参数及桩长对侧摩阻力的影响规律及发挥程度。侧摩阻力积分表达式过于复杂，计算比较繁琐，本文借助数学计算软件 Mathematica 中的 NIntegrate 命令进行积分求解。可由式(25)分别计算出单位长度侧摩阻力随外包圆半径 R 、模板弧度 θ 、开弧间距 s 以及夹角弧度 δ 的变化规律，其中开弧间距 s 以及夹角弧度对桩周侧摩阻力影响较小，因此本文主要研究外包圆半径 R 与模板弧度 θ 对侧摩阻力和对侧摩阻力产生的附加应力的影响。

3.2 附加应力系数随截面参数的变化规律

3.2.1 附加应力系数随外包圆半径 R 的变化规律

当研究不同的外包圆半径对 Y 形桩附加应力系数的影响规律时，桩长 $L=10\text{ m}$ ，模板弧度 $\theta=60^\circ$ ，弧间距 $s=0.12\text{ m}$ ，夹角弧度 $\delta=90^\circ$ ，外包圆半径 R 分别取 0.3177 m 、 0.3995 m 、 0.45 m 、 0.5 m 。

由式(29)计算出的桩端以下不同深度处的附加应力系数如表 4 所示，附加应力系数变化曲线如图 8 所示，同时将本文不均匀分布模型下的附加应

力系数与文献[22]的结果进行对比。如表 5 所示。在其他土性参数不变的情况下，随着 Y 形桩外包圆半径的增大，附加应力系数逐渐减小。

表 4 不同外包圆半径 R 对应的 Y 形桩侧摩阻力附加应力系数

Table 4 Additional stress coefficients on skin friction of Y-section pile with different radii R of outside circle

类别	不同深度(m)处的附加应力系数									
	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0
$R=0.3177$	11.838	10.439	8.663	7.231	6.147	3.177	2.034	1.459	1.118	0.896
$R=0.3995$	9.673	8.721	7.701	6.691	5.714	3.084	1.997	1.447	1.111	0.892
$R=0.45$	8.711	7.985	7.127	6.194	5.461	3.026	1.987	1.441	1.108	0.890
$R=0.5$	7.743	7.296	6.588	5.954	5.258	2.958	1.965	1.431	1.105	0.888

表 5 不同外包圆半径 R 对应的不均匀分布与均匀分布的附加应力系数的比值

Table 5 Additional stress coefficient ratios between non-uniform distribution and uniform distribution models with different radii R of outside circle

类别	不同深度(m)处的附加应力系数的比值(%)									
	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0
$R=0.3177$	90.6	93.4	94.6	95.9	97.4	98.7	99.1	99.4	99.6	99.8
$R=0.3995$	90.1	91.8	93.9	96.3	96.4	97.9	98.3	99.2	99.4	99.6
$R=0.45$	90.9	91.1	93.4	94.2	96.2	97.6	98.6	99.2	99.4	99.6
$R=0.5$	88.9	90.2	92.0	95.3	96.5	97.0	98.3	99.0	99.5	99.7

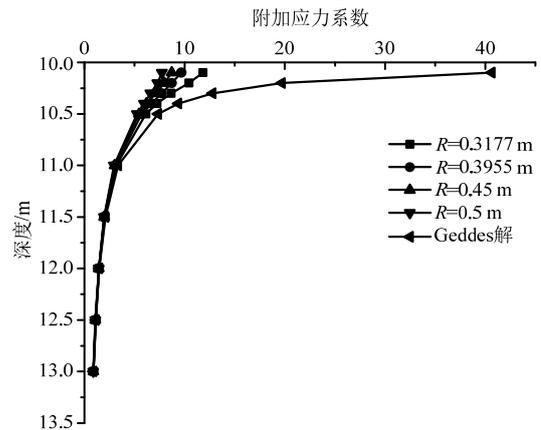


图 8 外包圆半径 R 对 Y 形桩侧摩阻力附加应力系数的影响曲线

Fig.8 Curve of additional stress coefficients on skin friction of Y-section pile with different R of outside circle

分析认为随着外包圆的增大,从而引起桩身侧摩阻力的分布更为分散,进而导致附加应力系数的减小。

离桩端越近,外包圆对附加应力系数的影响程度较大,此时与 Geddes 解之间的误差也越明显,例如桩端以下 0.1 m 处,外包圆半径分别为 0.3177 m、0.3995 m、0.45 m、0.5 m 以及 Geddes 解所对应的附加应力系数为 11.838、9.673、8.711、7.743、40.642。随着深度的增加,附加应力系数逐渐向 Geddes 解靠拢,即不同外包圆对应的附加应力系数与 Geddes 解之间的误差变小。

由表 5 可以看出,离桩端越近,基于侧摩阻力不均匀分布计算出的附加应力系数与均匀分布结果之间的误差较大,例如桩端以下 0.1 m 处不均匀分布结果为均匀分布结果的 90%,随着深度的增加,二者逐渐趋于吻合,例如桩端 2 m 以下两者之间的误差已小于 1%。

3.2.2 附加应力系数随模板弧度 θ 的变化规律

当研究不同的模板弧度对 Y 形桩附加应力系数的影响时,桩长 $L=10$ m,弧间距 $s=0.12$ m,夹角弧度 $\delta=90^\circ$,外包圆半径 $R=0.3995$ m,模板弧度分别取 $\theta=50^\circ$ 、 $\theta=60^\circ$ 、 $\theta=70^\circ$ 、 $\theta=80^\circ$,由式(28)计算出的桩端以下不同深度处的附加应力系数如表 6 所示,附加应力系数变化曲线如图 9 所示,该附加应力系数与均匀分布下时对比情况如表 7 所示。

由表 6 可以看出,在其他土性参数不变的情况下,附加应力系数随 Y 形桩模板弧度的增大而增大,这是由于随着模板弧度的增大, Y 形桩的三条反拱曲线的凹陷深度更明显,曲线中点更加靠近 Y 形桩形心,从而使桩身侧摩阻力的分布更为集中,进而导致附加应力系数的增大。而离桩端越近,计算出的附加应力系数与 Geddes 解之间的误差越大,同时模板弧度对附加应力系数的影响程度也越明显。

表 6 不同模板弧度 θ 对应的 Y 形桩侧摩阻力附加应力系数

Table 6 Additional stress coefficients on skin friction of Y-section pile with different θ

类别	不同深度(m)处的附加应力系数									
	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0
$\theta=50^\circ$	9.322	8.588	7.597	6.62	5.734	3.087	1.998	1.447	1.112	0.893
$\theta=60^\circ$	9.673	8.721	7.701	6.691	5.714	3.084	1.985	1.442	1.106	0.892
$\theta=70^\circ$	9.985	9.143	7.832	6.686	5.795	3.098	2.01	1.452	1.114	0.894
$\theta=80^\circ$	10.470	9.28	7.995	6.749	5.831	3.117	2.012	1.453	1.116	0.895

表 7 不同模板弧度 θ 对应的不均匀分布结果与均匀分布结果的比值

Table 7 Specific values of non-uniform distribution and uniform distribution model in different θ

类别	不同深度(m)处的附加应力系数的比值/(%)									
	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0
$\theta=50^\circ$	90.0	91.5	94.0	96.2	97.4	98.2	98.4	99.2	99.5	99.8
$\theta=60^\circ$	90.1	90.8	93.9	96.3	96.4	97.9	97.7	98.8	98.9	99.6
$\theta=70^\circ$	89.7	92.9	94.2	95.3	97.1	98.2	98.9	99.5	99.6	99.8
$\theta=80^\circ$	90.4	92.1	94.8	95.4	97.1	98.6	98.9	99.5	99.7	99.9

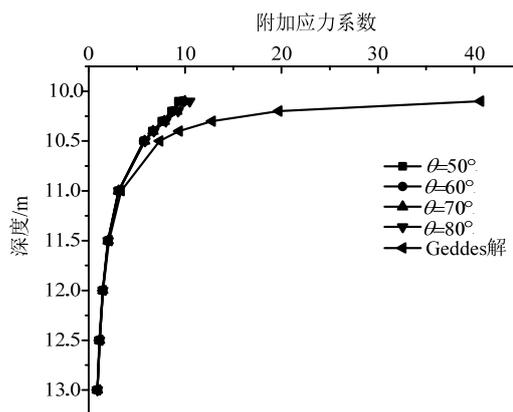


图 9 不同模板弧度 θ 对附加应力系数影响曲线

Fig.9 Influence of different template radians θ on additional stress coefficients

例如桩端以下 0.2 m 处,模板弧度分别为 50° 、 60° 、 70° 、 80° 时对应的附加应力系数为 8.588、8.721、9.143、9.28, Geddes 解为 19.709。随着深度的增加,附加应力系数与 Geddes 解之间的误差逐渐减小,最后趋于吻合。

由表 7 可以看出,离桩端越近,基于侧摩阻力不均匀分布计算出的附加应力系数与均匀分布结果之间的差距越明显,计算结果中最大的误差出现在 10.1 m 的深度处,基于侧摩阻力不均匀结果约为均匀分布结果的 90%,随着深度的增加,二者逐渐趋于吻合,并且误差小于 1%。

4 基于 Y 形桩侧摩阻力不均匀分布的单桩沉降计算

为了计算 Y 形桩的沉降,采用分层总和法对其进行研究。Y 形桩桩顶部承受外部荷载时,其沉降量主要由四部分组成,即桩周侧摩阻力传递到桩端底部所产生的土体沉降 s_1 、桩端阻力产生的土体沉降 s_2 、桩身的压缩量 s_3 以及桩端刺入土体中的刺入量 s_4 。因此 Y 形单桩沉降计算公式可以写为:

$$S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 \quad (29)$$

建立的沉降计算方法与现场静载荷试验数据等进行了系列对比分析^[22, 31-32], 限于篇幅所限, 选取高速公路 HP8 标 K47+656~K47+660 附近的 Y 形桩为工程算例, 进行对比分析。该工程采用的 Y 形桩截面几何参数分别为: 模板弧度 $\theta=60^\circ$, 夹角弧度 $\delta=90^\circ$, 开弧间距 $s=0.11\text{ m}$, 外包圆半径为 $R=0.3177\text{ m}$, 桩长 12 m , 截面面积为 0.116 m^2 , 截面周长为 1.723 m 。该路段属杭嘉湖平原, 地形平坦, 各土层具体物理参数见表 8。

表 8 土体物理力学参数

Table 8 Physical and mechanical parameters of soil

代号	土层名称	土层厚度/ m	密度/ ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	压缩模量/ MPa	快剪指标 c/kPa	$\phi/(\circ)$
I	粉质黏土	2.5	1.9	5.3	50.8	9.3
II	淤泥质粉质黏土	5.5	1.8	3.0	13.0	3.2
III	粉质黏土	6.0	2.0	6.4	54.3	10.8
IV	粉土	5.0	1.9	7.5	22.4	24.5
V	粉质粘土	4.5	1.9	5.0	33.8	6.3

由于桩长为 12 m , 根据表 8 可以看出, 桩端处于第 III 层粉质黏土 4 m 深度处, 因此在计算极限端阻力 P_d 时应根据第 III 层粉质黏土的物理力学参数计算, $P_d=26.46\text{ kN}$, 极限侧摩阻力 $Q=463.49\text{ kN}$ 。

因此, 该 Y 形桩的端阻比与侧阻比分别为:

$$\alpha = \frac{P_d}{P} = \frac{26.46}{26.46 + 463.49} \times 100\% = 5.4\%,$$

$$\beta = 1 - \alpha = 94.6\%。$$

且离桩端越近, 附加应力系数越大, 不可避免的会造成桩端附近土体的压缩量也会比较大, 将桩端土分层时, 如果按照天然土层直接分层, 计算出的沉降结果误差会比较大, 因此为了提高计算的准确性, 结合表 8, 将桩端附近的土层划分更密, 随着深度的增加土层的划分逐渐变疏。将桩端以下 11.5 m 范围内由上至下划分为 0.01 m 、 0.01 m 、 0.01 m 、 0.01 m 、 0.02 m 、 0.03 m 、 0.1 m 、 0.1 m 、 0.1 m 、 0.5 m 、 0.5 m 、 0.5 m 、 1 m 、 2 m 、 2 m 、 2.5 m 共 19 个土层。

为了验证计算结果的合理性, 将外荷载分别取 160 kN 、 240 kN 、 320 kN 分别计算相应的桩基沉降量, 并与现场静载荷实验测量数据以及文献[22]按照桩侧摩阻力均匀分布模型计算出的沉降进行对比, 如表 9 所示。

由表 9 可以看出, 现场实测数据均小于理论计算值, 按照桩周侧摩阻力不均匀分布模型计算出的

沉降量比均匀分布模型计算的结果更接近现场实测数据。计算沉降结果小于侧摩阻均匀分布时的沉降计算结果的原因是: 考虑桩侧摩阻力不均匀分布所计算附加应力系数小于假定其为均匀分布, 且更符合实际分布规律。

表 9 沉降计算值与实测值对比

Table 9 Comparison between calculated and measured settlements

荷载/kN	静载试验沉降	桩侧摩阻均匀分布时的	沉降计算值/
	实测值/mm	沉降计算值/mm	mm
160	2.64	3.04	2.83
240	3.95	4.56	4.24
320	6.71	6.08	5.68

5 结论

在开展系列理论研究、模型试验、现场试验及数值模拟等基础上, 重点介绍了所建立的桩侧土压力及桩侧摩阻力不均匀分布模型、附加应力计算方法、沉降计算方法等, 并引用现场静载荷试验数据验证了沉降计算的合理性及规律。主要结论如下:

(1) Y 形桩的截面参数以及桩周土体参数确定的情况下, 其桩周土压力呈现不均匀分布特性, 呈现反拱曲面弧中心处土压力最小, 越靠近尖角土压力越大, 当靠近弧的端点处时, 土压力有变小的趋势, 其中反拱曲面土压力呈拱形分布的范围约占整个弧长的 80%。而尖角处的土压力分布较为简单, 可认为是线性分布。

(2) 基于建立的桩周侧摩阻力不均匀分布模型, 在 Mindlin 应力解的基础上进行积分, 建立了考虑异形效应 Y 形桩桩周侧摩阻力产生的附加应力计算方法; 以主要影响因素外包圆半径 R 、模板弧度 θ 为变量, 分别对比研究了将 Y 形桩侧摩阻力假定为集中分布、均匀分布和考虑异形效应的不均匀分布三种模式下的附加应力的变化规律。

(3) 三种模式下 Y 形桩侧摩阻力在桩端以下产生的附加应力, 在附加应力主要影响范围计算结果差别较大, 随着深度增大差别逐渐减小, 考虑异形效应的不均匀分布模式其计算结果更符合实际分布规律, 在 Y 形桩设计中应考虑其异形效应。

(4) 将考虑异形效应的侧摩阻力产生附加应力计算方法用于沉降计算, 通过现场静载荷试验数据验证, 考虑异形效应的侧摩阻力产生附加应力计算方法所计算沉降与实测值吻合度更高。

参考文献:

- [1] 陆见华, 陆祖荫. Y形砼灌注桩[P]. 中国: 01221710.7, 2002-9-11.
Lu Jianhua, Lu Zuyin. Y-shaped vibro-piles [P]. China: 01221710.7, 2002-9-11. (in Chinese)
- [2] 陆见华. Y形沉管灌注桩静载对比试验报告[J]. 岩土工程界, 2002, 5(1): 27.
Lu Jianhua. Static load test report of Y-shaped vibro-piles [J]. Geotechnical Engineering World, 2002, 5(1): 27. (in Chinese)
- [3] 陆见华, 凌兰芳, 张广兵. Y形沉管灌注桩现场工艺试验报告[J]. 浙江建筑, 2004, 21(1): 19-21.
Lu Jianhua, Ling Lanfang, Zhang Guangbing. On-site process test report of Y-shaped vibro-piles [J]. Zhejiang Construction, 2004, 21(1): 19-21. (in Chinese)
- [4] 徐立新, 李刚, 单光炎, 陆见华. 申嘉湖高速公路桥头软基处理 Y形沉管灌注桩新工艺介绍[J]. 上海公路, 2005(3): 14-18.
Xu Lixin, Li Gang, Shan Guangyan, Lu Jianhua. Introduction of Y-style vibor-piles applied on Shen-Jia-Hu expressway for soft embankment treatment [J]. Shanghai Highways, 2005(3): 14-18. (in Chinese)
- [5] 陆建根, 徐立新, 邱正华, 胡琪璞, 陆见华. Y形桩处理高速公路桥头软基试验研究[J]. 浙江交通科技, 2004(1): 15-18.
Lu Jiagen, Xu Lixin, Qiu Zhenghua, Hu Qiyong, Lu Jianhua. Experimental investigation of Y-style piles applied on expressway bridge soft foundation [J]. Zhejiang Traffic Science and Technology, 2004(1): 15-18. (in Chinese)
- [6] 杜长春, 李飞, 崔华富. Y型沉管灌注桩在某公路桥头软基处理中的应用[J]. 西部探矿工程, 2006, 18(增刊): 68-70.
Du Changchun, Li Fei, Cui Huafu. Y-style piles applied on a highway bridge for soft foundation treatment [J]. West-China Exploration Engineering, 2006, 18(Suppl): 68-70. (in Chinese)
- [7] 王新泉, 陈永辉, 陈龙, 齐昌广. 路堤荷载下Y形桩与常规桩型对比研究[J]. 铁道工程学报, 2011, 158(11): 46-51.
Wang Xinquan, Chen Yonghui, Chen Long, Qi Changguang. Comparative study on bearing characteristics of Y-Section pile and common piles under embankment load [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2011, 158(11): 46-51. (in Chinese)
- [8] Mindlin R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid [J]. Physics, 1936, 7(5): 195-202.
- [9] 王士杰, 张梅, 张吉占. Mindlin 应力解的应用理论研究[J]. 工程力学, 2001, 18(6): 141-148.
Wang Shijie, Zhang Mei, Zhang Jizhan. On Mindlin stress formulas [J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(6): 141-148. (in Chinese)
- [10] 袁聚云, 赵锡宏. 竖向线荷载和条形均布荷载作用在地基内部时的土中应力公式[J]. 力学季刊, 1999, 20(2): 156-165.
Yuan Juyun, Zhao Xihong. Formulas for calculation stresses in soil subjecting to vertical line load and strip distributed load beneath the surface of ground [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 1999, 20(2): 156-165. (in Chinese)
- [11] 袁聚云, 赵锡宏. 竖向均布荷载作用在地基内部时的土中应力公式[J]. 力学季刊, 1995, 16(3): 213-222.
Yuan Juyun, Zhao Xihong. Formulas for the calculation of stresses in soil subjecting to distributed loading beneath the surface of the ground [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 1995, 16(3): 213-222. (in Chinese)
- [12] 袁聚云, 赵锡宏. 水平均布荷载作用在地基内部时的土中应力公式[J]. 力学季刊, 1995, 16(4): 339-346.
Yuan Juyun, Zhao Xihong. Formulas for the calculation of stresses in soil subjecting to horizontal distributed loading beneath the surface of the ground [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 1995, 16(4): 339-346. (in Chinese)
- [13] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis and design [M]. New York: Wiley, 1980: 84-96.
- [14] 鲁绪文. 路堤荷载下长短桩复合地基加固深厚软土路基的试验与研究[D]. 南京: 南京水利科学研究院, 2007.
Lu Xuwen. Experiment and study of composite foundation with long-short piles to improve deep soft soils under embankment load [D]. Nanjing: Nanjing Hydraulic Research Institute, 2007. (in Chinese)
- [15] 阮翔, 赵元一, 杨越. 扩底桩及浅基础的界定与计算分析[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2012, 31(4): 531-535.
Ruan Xiang, Zhao Yuanyi, Yang Yue. Calculation and analysis on the definition between belled piles and shallow foundation [J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2012, 31(4): 531-535. (in Chinese)
- [16] 万飞. 多节旋挖挤扩灌注桩在高速公路桥梁中应用的承载机理研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.
Wan Fei. Study on bearing mechanism of rotary digging and squeezing pile casted-in-place with expanded plates in application of highway bridge engineering [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010. (in Chinese)
- [17] 王新泉, 陈永辉, 张世民, 齐昌广, 陈龙. 反拱曲面 X形异形桩产生附加应力计算方法研究[J]. 工程力学, 2012, 29(12): 220-227.
Wang Xinquan, Chen Yonghui, Zhang Shimin, Qi Changguang, Chen Long. Study on calculation methods of additional stress of X-section abnormality pile with inverted arch surface [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(12): 220-227. (in Chinese)
- [18] 吕亚茹, 刘汉龙, 王新泉, 吴宏伟, 丁选明. 现浇 X形

- 桩产生地基附加应力的修正 Geddes 应力解[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(2): 349—362.
- Lü Yaru, Liu Hanlong, Wang Xinquan, Charles Wangwai Ng, Ding Xuanming. A modified geddes's solution for foundation additional stress induced by X-section pile [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(2): 349—362. (in Chinese)
- [19] Geddes J D. Stress in foundation soils due to vertical subsurface load [J]. Geotechnique, 1966, 16(3): 231—255.
- [20] 王新泉, 陈永辉, 刘汉龙. Y 型桩桩端阻力产生附加应力的分析计算[J]. 岩土力学, 2009, 30(12): 3837—3848.
- Wang Xinquan, Chen Yonghui, Liu Hanlong. Analysis and calculation of additional stress due to tip resistance of Y-shaped vibro-pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(12): 3837—3848. (in Chinese)
- [21] 陈永辉, 王新泉, 刘汉龙, 贝耀平. Y 型桩桩侧摩阻力产生附加应力的分析计算[J]. 岩土力学, 2008, 29(11): 2905—2911.
- Chen Yonghui, Wang Xinquan, Liu Hanlong, Bei Yaoping. Analysis and calculation of additional stress due to skin friction of Y-shaped vibro-pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(11): 2905—2911. (in Chinese)
- [22] 王新泉. Y 形沉管灌注桩承载特性及设计理论研究[D]. 南京: 河海大学, 2009.
- Wang Xinquan. Bearing behavior and design method research of Y-Section pile [D]. Nanjing: HoHai University, 2009. (in Chinese)
- [23] 刘安远. 考虑异形效应的 Y 形桩受力机理及承载特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- Liu Anyuan. Research on mechanism and bearing characters of Y-section pile considering abnormality effect [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013. (in Chinese)
- [24] Gibson R E, Anderson W F. In situ measurement of soil properties with the pressuremeter [J]. Civil Engineering and Public Works Review, 1961, 56(658): 615—618.
- [25] Vesic A S. Expansion of cavities in infinite soil mass [J]. Journal of Soil Mechanics & Foundations Division, 1972, 98(3): 265—290.
- [26] Carter J P, Booker J R, Yeung S K. Cavity expansion in cohesive frictional soils [J]. Geotechnique, 1986, 36(3): 349—358.
- [27] 李月健. 土体内球形空穴扩张及挤土桩沉桩机理研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2001.
- Li Yuejian. Soil body spherical cavity expansion and compaction mechanism of pile sinking [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2001. (in Chinese)
- [28] 闫澍旺, 贾沼霖, 孙立强, 张孝卫. 大直径超长钢管桩溜桩机理及计算方法研究[J]. 工程力学, 2015, 32(9): 158—164.
- Yan Shuwang, Jia Zhaolin, Sun Liqiang, Zhang Xiaowei. Mechanisms and calculation of pile-run forlong and large diameter piles [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(9): 158—164. (in Chinese)
- [29] 邝羽平, 姜忻良, 张云富, 张新民, 张立敏. 基于实测值的桩基沉降计算方法对比分析[J]. 工程力学, 2013, 30(增刊): 59—62.
- Kuang Yuping, Jiang Xinliang, Zhang Yunfu, Zhang Xinmin, Zhang Limin. Comparative analysis of settlement computation method of pile foundation based on measured data [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(Suppl): 59—62. (in Chinese)
- [30] 胡伟, 黄义, 刘增荣, 栗蕾. 饱和粘土中挤土桩球形孔扩张的弹塑性分析[J]. 工程力学, 2008, 25(8): 180—187.
- Hu Wei, Huang Yi, Liu Zengrong, Li Lei. Elastic-plastic solution of sphere cavity expansion of soil compaction pile in saturated clay [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(8): 180—187. (in Chinese)
- [31] 王现凯. 反拱曲面 Y 形桩桩周土压力及侧摩阻力异形效应分析理论研究[D]. 南京: 河海大学, 2015.
- Wang Xiankai. Research on inverted arch surface Y-section pile lateral soil pressure and side abnormality effect [D]. Nanjing: HoHai University, 2015. (in Chinese)
- [32] 林荣庚. 考虑异形效应的 Y 形桩桩端极限承载力分析研究[D]. 南京: 河海大学, 2015.
- Lin Rongeng. Research on the ultimate bearing capacity of Y-section pile tip considering abnormality effect [D]. Nanjing: HoHai University, 2015. (in Chinese)