

文章编号: 1000-4750(2016)08-0221-10

# 几何非线性假设下温度大范围变化 瞬态热力耦合问题研究

谷良贤, 王一凡

(西北工业大学航天飞行动力学技术重点实验室, 陕西, 西安 710072)

**摘 要:** 传统的基于几何非线性假设的瞬态热力耦合计算方法由于忽略了几何非线性对耦合项的影响, 在温度随时间剧烈变化的情况下结构传热与变形之间存在的耦合关系不能被真实的反映。针对上述问题, 采用 Galerkin 和 Newmark 算法建立了一种能够在几何非线性假设下精确反映温度剧烈变化情况下结构传热与变形间耦合效应的瞬态热力耦合有限元方法。通过对各向正交异性材料薄板在热环境下的动力学问题的求解验证了该方法的准确性, 并基于该方法对某型高超声速飞行器热防护系统的蜂窝结构进行了瞬态热力耦合计算。结果表明: 热力耦合项使温度变化产生很小的波动, 导致温度变化率发生震荡, 其振动幅值与耦合项相关; 热力耦合项对结构振动起到衰减作用, 使结构形变速度趋于衰减, 其衰减程度与结构温度成正比; 几何非线性假设对增大结构温度变化率振幅作用显著, 并且能够增大结构振动速度, 影响热结构变形大小。

**关键词:** 几何非线性; 热力耦合; 瞬态响应; 有限元方法; 结构动力学

中图分类号: O343.6 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.11.0956

## THE TRANSIENT RESPONSE OF THERMO-MECHANICAL COUPLING WITH WIDE CHANGE IN TEMPERATURE BASED ON THE HYPOTHESIS OF GEOMETRY NONLINEARITY

GU Liang-xian, WANG Yi-fan

(National Key Laboratory of Aerospace Flight Dynamics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** Ignoring the effect of geometry nonlinear on coupling, the traditional methods of calculating transient thermo-mechanical coupling under the hypothesis of geometry nonlinear cannot reflect the heat transfer and structural deformation coupling accurately within a wide extension of temperature. Hence, a transient finite element method considering geometry nonlinear is established to solve the problem of thermo-mechanical coupling based on Galerkin and Newmark algorithm. Thereafter, the method is validated by calculating the dynamic behaviors of an orthotropic thin plate under thermal environments, and it is further applied in solving the thermo-mechanical coupling problem of a honeycomb panel of the thermal protection system on a hypersonic flight vehicle. The results indicate that the coupling term with small effect on temperature can cause vibration of temperature, speed up the convergence of structural deformation and alleviate structural vibration with the damping proportional to temperature. In addition, the hypothesis of geometry nonlinear can substantially increase the amplitude of the change of temperature, as well as the vibration velocity, and affects the structural deformation.

**Key words:** geometry nonlinear; thermo-mechanical coupling; transient response; finite element method; structural dynamics

收稿日期: 2014-11-14; 修改日期: 2016-06-01

通讯作者: 王一凡(1989—), 男, 北京人, 博士生, 从事一体化热防护结构研究(E-mail: 2293352167@qq.com).

作者简介: 谷良贤(1957—), 女, 河南人, 教授, 博士, 博导, 从事飞行器总体设计及多学科优化设计研究(E-mail: gulx@nwpu.edu.cn).

为降低计算量通常采用解耦方法解决瞬态热力耦合问题,该方法以如下的假设为基础:不考虑结构温度与变形之间的耦合关系;材料变形很小,忽略弹性变形与应力关系的二次微分项;材料始终处于弹性范围内。针对线弹性假设下的结构而言,由于温度随时间变化小并且体积变形速率低,使用解耦方法能够满足工程需求,因此该方法已被广泛使用。为研究 EXPERT 再入飞行器的热结构问题, Faterni<sup>[11]</sup>便采用了解耦方法对其进行了计算; Brent<sup>[12]</sup>通过解耦方法对激波冲击薄板引起的热力耦合现象进行了分析;李凯伦等<sup>[3]</sup>在解耦方法的基础上研究了薄板在热环境下的气弹问题。Odabas<sup>[4-5]</sup>通过对瞬态热力耦合问题的理论推导,提出了解耦方法的局限性。由于未考虑传热基本方程中耦合项的作用,所以解耦方法不能反映结构温度与变形之间的耦合效应。

为考虑耦合项影响,针对计算瞬态热力耦合问题,提出了小温度变化假设,即假设耦合项内的温度为不变量,这种方法即考虑了耦合项的作用又使计算得以简化。在该假设条件下, Vaziri<sup>[6]</sup>和 Choi 等<sup>[7]</sup>建立了热力耦合问题的有限元计算形式; Al-Hunuti<sup>[8]</sup>计算了薄板中热波动引起的结构振动响应;针对热环境下的弹性阻尼问题, Serra<sup>[9]</sup>利用有限元方法进行了分析;马玉娥等<sup>[10-11]</sup>首次将精细积分方法引入到瞬态热力耦合问题计算中; Li<sup>[12]</sup>分析了大型空间结构在受到太阳辐射时的颤振问题;何天虎等<sup>[13-14]</sup>建立了广义热弹耦合问题的一维和二维有限元方法。虽然该方法被广泛应用于热力耦合计算中,但其只适用于求解结构温度变化较小的热力耦合问题。针对考虑温度大范围变化的热力耦合问题,王一凡等<sup>[15]</sup>提出了相应的有限元计算方法。

在热力耦合问题研究中,不仅结构温度对耦合项产生作用,结构变形也会影响耦合项。当结构出现大变形时,则不能忽略应力-应变关系中的二次微分项,需要考虑几何非线性的影响。为了达到降低计算量的目的,在几何非线性假设下研究结构瞬态热力耦合问题通常采用解耦方法。Ribeiro<sup>[16]</sup>和 Amabili<sup>[17]</sup>等分别对弯曲梁和固支薄板进行了大幅度振动的热力耦合研究。Alijani<sup>[18]</sup>和 Allahverdizadeh<sup>[19]</sup>等分别研究了功能梯度材料构成的薄板以及薄壁管状结构在温度作用下的几何非线性振动问题;Huang 等<sup>[20]</sup>对在热环境下压电驱动器对功能梯度材料动态特性的影响进行了研究;

Cho<sup>[21]</sup>优化了湿热环境下层合板结构剪切变形的几何非线性动态特性;范丽佳等<sup>[22]</sup>基于几何非线性假设的结构动力学以及有限元方法分析了大型空间热结构问题。以上研究只考虑了结构动力学中几何非线性对热作用下结构动力学的影响,而没有考虑几何非线性对传热量以及热力耦合项的影响。

准确的瞬态热力耦合计算对高超声速飞行器热防护系统设计十分重要,因为高超声速飞行器在大气层内高速飞行时,受到剧烈变化的热环境影响<sup>[23]</sup>,并且结构受到强烈的气动载荷冲击,使其产生较大变形及剧烈的形变变化速度,该情况下解耦方法不能准确计算热力耦合问题,而小温度变化假设也不能适用于温度随时间大范围变化的情况。因此需要研究一种适用于温度变化幅度大、结构振动剧烈,并考虑几何非线性对耦合项影响的热力耦合计算方法。使用该方法描述结构在承受剧烈变化热环境以及较大气动力载荷时的瞬态响应,并通过该方法研究几何非线性对瞬态热力耦合问题的影响,为了解热环境下结构的动态响应特性提供基础。本文引入几何非线性假设,并利用 Galerkin 及 Newmark 算法<sup>[24]</sup>求解传热与结构动力学方程,建立了一种考虑几何非线性影响的瞬态热力耦合有限元计算方法。通过与文献[21]中算例的对比验证了本文方法的准确性,并对高超声速飞行器中热防护系统进行了瞬态热力耦合计算与分析。

## 1 基本方程

### 1.1 结构动力学基本方程

在几何非线性假设下 Green 应变  ${}^t_0\varepsilon_{ij}$  可分解为线性和非线性两部分:

$${}^t_0\varepsilon_{ij} = {}^t_0\varepsilon_{ij}^L + {}^t_0\varepsilon_{ij}^{NL} = \frac{1}{2}({}^t_0u_{i,j} + {}^t_0u_{j,i} + {}^t_0u_{k,i} {}^t_0u_{k,j}) \quad (1)$$

式中:  $i,j=1,2,3$ ;  ${}^t_0\varepsilon_{ij}^L$  为结构  $t$  时刻相对于 0 时刻的线性应变;  ${}^t_0\varepsilon_{ij}^{NL}$  为结构  $t$  时刻相对于 0 时刻的非线性应变;

${}^t_0u_{i,j} = \frac{\partial {}^t u_i}{\partial {}^0 x_j}$ ;  ${}^t u$  为  $t$  时刻结构变形位移;

${}^0 x$  为结构初始时刻位形。

热结构材料的本构关系为:

$${}^t_0S_{ij} = {}^tD_{ijkl}({}^t_0\varepsilon_{kl} - \varepsilon_0) \quad (2)$$

式中:  ${}^t_0S_{ij}$  为结构  $t$  时刻的 Kirchhoff 应力张量;  ${}^tD_{ijkl}$  为材料  $t$  时刻的本构张量;  $\varepsilon_0$  为温度引起的结构初

应变。

根据式(1)和式(2)，利用虚功原理得到在 Lagrange 坐标系下热结构的虚功方程为：

$$\int_{\Omega} \rho {}^{t+\Delta t} \ddot{u} \delta u d\Omega + \int_{\Omega} {}^{t+\Delta t} S_{ij} \delta ({}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0) d\Omega + \int_{\Omega} \mu {}^{t+\Delta t} \dot{u} \delta u d\Omega = {}^{t+\Delta t} W \quad (3)$$

式中： $\rho$ 为材料的密度； $\mu$ 为材料的阻尼系数； ${}^t \dot{u}$ 、 ${}^t \ddot{u}$ 分别为结构  $t$  时刻的速度与加速度； $\delta u$ 是现时位移增量  ${}^{t+\Delta t} u$  的变分； ${}^t W$ 为  $t$  时刻外载荷的虚功。

为得到增量形式的求解方程，引入下列增量分解：

$${}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij} = {}_0 \varepsilon_{ij} + {}_0 \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

$${}^{t+\Delta t} S_{ij} = {}_0 S_{ij} + {}_0 S_{ij} \quad (5)$$

式中， ${}_0 \varepsilon_{ij}$ 、 ${}_0 S_{ij}$ 分别为从  $t$  时刻位形到  $t + \Delta t$  位形的 Green 应变和 Kirchhoff 应力的增量。

根据式(4)、式(5)可得：

$$\delta ({}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0) = \delta {}_0 \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

式中：

$${}_0 \varepsilon_{ij} = {}_0 e_{ij} + {}_0 \eta_{ij} ; \quad {}_0 e_{ij} = \frac{1}{2} ({}_0 u_{i,j} + {}_0 u_{j,i} + {}_0 u_{k,i} {}_0 u_{k,j} + {}_0 u_{k,i} {}_0 u_{k,j}) ; \quad {}_0 \eta_{ij} = \frac{1}{2} ({}_0 u_{k,i} {}_0 u_{k,j} + {}_0 u_{k,i} {}_0 u_{k,j})$$

式(3)可改写为增量形式：

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u} \delta u d\Omega + \int_{\Omega} \mu \dot{u} \delta u d\Omega + \int_{\Omega} {}_0 S_{ij} \delta {}_0 \varepsilon_{ij} d\Omega = {}^{t+\Delta t} W + \int_{\Omega} {}^{t+\Delta t} D_{ijkl} \varepsilon_0 \delta {}_0 \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} {}^t D_{ijkl} {}^t \varepsilon_{kl} \delta {}_0 \varepsilon_{ij} d\Omega \quad (7)$$

### 1.2 传热学基本方程

考虑热结构微元体变形的热传导方程为：

$$k \nabla^2 ({}^t T) = \rho c \frac{\partial {}^t T}{\partial t} + {}^t T \beta \frac{\partial {}^t e}{\partial t} \quad (8)$$

式中： $k$ 为材料的热传导系数； $c$ 为材料的定容比热； $T$ 为结构温度； $t$ 为时间； $\beta$ 为热应力系数。

根据式(1)可得：

$$\frac{\partial {}^t e}{\partial t} = \frac{\partial {}^t \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial {}^t u_{i,j}}{\partial t} + \frac{\partial {}^t u_{j,i}}{\partial t} + \frac{\partial {}^t u_{k,i}}{\partial t} {}^t u_{k,j} + {}^t u_{k,i} \frac{\partial {}^t u_{k,j}}{\partial t} \right) \delta_{ij} \quad (9)$$

式中， $\delta_{ij}$ 为 Kronecker 符号。

式(7)中的  $\int_{\Omega} {}^{t+\Delta t} D_{ijkl} \varepsilon_0 \delta {}_0 \varepsilon_{ij} d\Omega$  项以及式(8)中

的  $T \beta \frac{\partial {}^t e}{\partial t}$  项为结构动力学与传热学方程的耦合项。

## 2 传热学方程边界条件

在一般三维问题中，式(8)在研究域  $\Omega$  内满足微分方程：

$$\rho c \frac{\partial {}^t T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial {}^t T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial {}^t T}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial {}^t T}{\partial z} \right) + {}^t T \beta \frac{\partial {}^t e}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

其边界条件<sup>[24]</sup>( $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ )分别为：

$$T = \bar{T} \quad (11)$$

$$k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z + \sigma \varepsilon T_w^4 = q \quad (12)$$

$$k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z + \sigma \varepsilon T_w^4 = \alpha (T_a - T_w) \quad (13)$$

式中： $n_x, n_y, n_z$ 是物体边界外法线的方向余弦； $\bar{T} = \bar{T}(\Gamma, t)$ 为给定温度(在  $\Gamma_1$  边界上)； $q = q(\Gamma, t)$ 为给定热流密度(在  $\Gamma_2$  边界上)； $\alpha$ 为对流换热系数； $\sigma$ 为 Stefan-Boltzmann 常数； $\varepsilon$ 为物体壁面黑度； $T_a = T_a(\Gamma, t)$ ，对于  $\Gamma_3$  边界，为外界环境温度(自然对流条件下)，或边界层绝热壁温度(强迫对流条件下)； $T_w$ 为物体壁面处的温度。

## 3 瞬态热力耦合有限元方程

为实际求解需要，对平衡方程进行线性化处理，假设：

$${}_0 S_{ij} = {}_0 D_{ijkl} {}_0 \varepsilon_{kl} \quad (14)$$

$$\int_{\Omega} {}_0 D_{ijkl} {}_0 \varepsilon_{kl} \delta {}_0 \varepsilon_{ij} d\Omega \approx \int_{\Omega} {}_0 D_{ijkl} {}_0 e_{kl} \delta {}_0 e_{ij} d\Omega \quad (15)$$

式中， ${}_0 D_{ijkl}$ 为参考 0 时刻的切线本构张量。

将空间域  $\Omega$  离散为有限元个体，单元内位移  ${}^t u$  可近似用单元节点位移  ${}^t u_l$  插值得到。

$${}^t u = \sum_{l=1}^n N_l(x, y, z) {}^t u_l = \mathbf{N} {}^t \mathbf{u}^e \quad (16)$$

式中： $\mathbf{N} = [N_1, N_2, \dots, N_n]$ 为单元插值函数；

${}^t \mathbf{u}^e = [{}^t u_1, {}^t u_2, \dots, {}^t u_n]^T$ 为单元节点位移向量。

将式(16)代入到线性化处理后的式(7)中进行有限元离散并整理得：

$$\mathbf{M} {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}}_{\Omega}^e + \mathbf{C} {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_{\Omega}^e + {}^t \mathbf{K} {}_0 \mathbf{u}_{\Omega}^e = {}^{t+\Delta t} \mathbf{F} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{L} - {}^t \mathbf{F}_s \quad (17)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum_e \int_{\Omega^e} \rho d\Omega; \quad \mathbf{C} = \sum_e \int_{\Omega^e} \mu d\Omega; \\ {}^t\mathbf{K} &= {}^t_0\mathbf{K}_{L0} + {}^t_0\mathbf{K}_{L1} + {}^t_0\mathbf{K}_{NL} - {}^{t+\Delta t}_0\mathbf{K}_0; \\ {}^{t+\Delta t}_0\mathbf{K}_0 &= \sum_e \int_{\Omega^e} {}^t_0\mathbf{B}_{NL}^T {}^{t+\Delta t}_0\mathbf{S}_0 {}^t_0\mathbf{B}_{NL} d\Omega = \\ &\quad \sum_e \int_{\Omega^e} {}^t_0\mathbf{B}_{NL}^T {}^{t+\Delta t}\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_0 {}^t_0\mathbf{B}_{NL} d\Omega; \\ {}^{t+\Delta t}\mathbf{L} &= \sum_e \int_{\Omega^e} ({}^t_0\mathbf{B}_{L0} + {}^t_0\mathbf{B}_{L1})^T {}^{t+\Delta t}\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_0 d\Omega; \\ {}^t\mathbf{F}_s &= \sum_e \int_{\Omega^e} ({}^t_0\mathbf{B}_{L0} + {}^t_0\mathbf{B}_{L1})^T {}^t\mathbf{D}({}^t_0\mathbf{B}_{L0} + {}^t_0\bar{\mathbf{B}}_{L1}) {}^t\mathbf{u}^e d\Omega; \\ {}^t_0\bar{\mathbf{B}}_{L1} &= \frac{1}{2} {}^t_0\mathbf{B}_{L1}; \quad {}^t_0\mathbf{K}_{L0} \text{ 为小位移刚度矩阵; } {}^t_0\mathbf{K}_{L1} \text{ 为} \\ &\text{初位移矩阵; } {}^t_0\mathbf{K}_{NL} \text{ 为初应力矩阵; } {}^t_0\mathbf{B}_{L0} \text{ 为} \\ &\frac{1}{2}({}^t_0\mathbf{u}_{i,j} + {}^t_0\mathbf{u}_{j,i}) \text{ 与位移转换矩阵; } {}^t_0\mathbf{B}_{L1} \text{ 为} \\ &\frac{1}{2}({}^t_0\mathbf{u}_{k,i} {}^t_0\mathbf{u}_{k,j} + {}^t_0\mathbf{u}_{k,i} {}^t_0\mathbf{u}_{k,j}) \text{ 与位移转换矩阵; } {}^t_0\mathbf{B}_{NL} \text{ 为} \\ &\text{非线性应变与位移转换矩阵。} \end{aligned}$$

式(17)中的耦合项为 ${}^t_0\mathbf{K}_0$ 矩阵和 ${}^t\mathbf{L}$ 向量。

关于求解结构动力学方程, 本文采用 Newmark 算法。该算法假设:

$${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}} = {}^t\ddot{\mathbf{u}} + [(1-\delta){}^t\ddot{\mathbf{u}} + \delta{}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}}]\Delta t \quad (18)$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{u} = {}^t\mathbf{u} + {}^t\dot{\mathbf{u}}\Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) {}^t\ddot{\mathbf{u}} + \alpha{}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}} \right] \Delta t^2 \quad (19)$$

式中:  $\delta = \frac{1}{2}$ ;  $\alpha = \frac{1}{6}$ 。

将式(18)、式(19)代入式(17)中, 得到:

$${}^t\bar{\mathbf{K}}_0 \mathbf{u} = {}^{t+\Delta t}\bar{\mathbf{R}} \quad (20)$$

式中:

$$\begin{aligned} {}^t\bar{\mathbf{K}} &= {}^t\mathbf{K} + \frac{1}{\alpha\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \mathbf{C}; \\ {}^{t+\Delta t}\bar{\mathbf{R}} &= {}^{t+\Delta t}\mathbf{F} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{L} - {}^t\mathbf{F}_s + \mathbf{M} \left[ \frac{1}{\alpha\Delta t} {}^t\dot{\mathbf{u}} + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{1}{2\alpha} - 1 \right) {}^t\ddot{\mathbf{u}} \right] + \mathbf{C} \left[ \left( \frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) {}^t\dot{\mathbf{u}} + \left( \frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t {}^t\ddot{\mathbf{u}} \right]. \end{aligned}$$

对于求解结构传热方程, 本文选用 Galerkin 加权余量方法。该方法假设近似温度场函数为:

$${}^t\bar{T} = T(x, y, z, t, T_1, T_2, \dots, T_n) \quad (21)$$

其中,  $T_1, T_2, \dots, T_n$  为待定系数, 由于 ${}^t\bar{T}$ 具有近似性, 并满足在 $\Gamma_1$ 边界上的给定温度, 所以在 $\Omega$ 内及 $\Gamma_2$ 、 $\Gamma_3$ 上产生余量为:

$$\left\{ \begin{aligned} R_{\Omega} &= \rho c \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial y} \right) - \\ &\quad \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial z} \right) + T\beta \frac{\partial {}^t e}{\partial t} \\ R_{\Gamma_2} &= -{}^t q + k_x \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial y} n_y + \\ &\quad k_z \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial z} n_z + \sigma \varepsilon {}^t T_w^4 \\ R_{\Gamma_3} &= \alpha ({}^t T_w - {}^t T_a) + k_x \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial y} n_y + \\ &\quad k_z \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial z} n_z + \sigma \varepsilon {}^t T_w^4 \end{aligned} \right. \quad (22)$$

为使余量的加权积分为零, 即:

$$\int_{\Omega} R_{\Omega} w_1 d\Omega + \int_{\Gamma_2} R_{\Gamma_2} w_2 d\Gamma_2 + \int_{\Gamma_3} R_{\Gamma_3} w_3 d\Gamma_3 = 0 \quad (23)$$

式中:  $w_1 = w_2 = w_3 = \frac{\partial {}^t\bar{T}}{\partial {}^t T_l}$ ,  $l=1, 2, \dots, n$ , 分别为 $\Omega$ 内以及 $\Gamma_2$ 、 $\Gamma_3$ 上的权函数。

通过对单元各结点处温度 ${}^t T_l$ 的插值, 可近似描述单元内温度场分布 ${}^t T$ :

$${}^t T = \sum_{l=1}^n N_l(x, y, z) {}^t T_l = \mathbf{N} {}^t \mathbf{T}^e \quad (24)$$

式中,  ${}^t \mathbf{T}^e = [{}^t T_1, {}^t T_2, \dots, {}^t T_n]^T$  为单元各结点处温度。

将式(24)代入式(23)中, 整理得:

$${}^t \mathbf{C}_{\text{tem}} {}^t \dot{\mathbf{T}} + {}^t \mathbf{K}_{\text{tem}} {}^t \mathbf{T} = {}^t \mathbf{P}_{\text{tem}} \quad (25)$$

式中:

$$\begin{aligned} {}^t \mathbf{C}_{\text{tem}} &= \mathbf{C}_{\text{tem}} = \sum_e \int_{\Omega^e} \rho c N_i N_j d\Omega; \\ {}^t \mathbf{K}_{\text{tem}} &= \sum_e \int_{\Omega^e} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x}, \frac{\partial N_i}{\partial y}, \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] \left[ k_x \frac{\partial N_j}{\partial x}, k_y \frac{\partial N_j}{\partial y}, \right. \\ &\quad \left. k_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \right]^T d\Omega + \sum_e \int_{\Gamma_3^e} \alpha N_i N_j d\Gamma + \\ &\quad \sum_e \int_{\Omega^e} \beta \frac{\partial {}^t e}{\partial t} N_i N_j d\Omega; \\ {}^t \mathbf{P}_{\text{tem}} &= \sum_e \int_{\Gamma_3^e} [\alpha {}^t T_a - \sigma \varepsilon {}^t T_w^4] N_i d\Gamma + \\ &\quad \sum_e \int_{\Gamma_2^e} [{}^t q - \sigma \varepsilon {}^t T_w^4] N_i d\Gamma; \\ \frac{\partial {}^t e}{\partial t} &= \sum_e \int_{\Omega^e} \left( {}^t \mathbf{B}_{L0} \frac{\partial {}^t \mathbf{u}^e}{\partial t} + \frac{\partial {}^t \bar{\mathbf{B}}_{L1}}{\partial t} {}^t \mathbf{u}^e + {}^t \bar{\mathbf{B}}_{L1} \frac{\partial {}^t \mathbf{u}^e}{\partial t} \right). \end{aligned}$$

$$\delta_{ij}d\Omega = \sum_e \int_{\Omega^e} ({}^t\mathbf{B}_{L0} + {}^t\mathbf{B}_{L1}) \frac{\partial {}^t\mathbf{u}^e}{\partial t} \delta_{ij} d\Omega。$$

式(25)中耦合项以矩阵形式  $\sum_e \int_{\Omega^e} \beta \frac{\partial {}^t e}{\partial t} N_i N_j d\Omega$

出现在  ${}^t\mathbf{K}_{tem}$  项中。

为处理传热有限元微分方程式(25)，本文选用应用较广的 Galerkin 差分格式：

$$\frac{2}{3} \left( \frac{\partial {}^{t+\Delta t} \mathbf{T}}{\partial t} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial {}^t \mathbf{T}}{\partial t} \right) = \frac{1}{\Delta t} ({}^{t+\Delta t} \mathbf{T} - {}^t \mathbf{T}) + O(\Delta t^2) \quad (26)$$

将式(25)代入式(26)，整理得：

$${}^{t+\Delta t} \bar{\mathbf{K}}_{tem} {}^{t+\Delta t} \mathbf{T} = {}^{t+\Delta t} \bar{\mathbf{Q}}_{tem} \quad (27)$$

式中：

$${}^{t+\Delta t} \bar{\mathbf{K}}_{tem} = 2 {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{tem} + \frac{3}{\Delta t} \mathbf{C}_{tem}，$$

$${}^{t+\Delta t} \bar{\mathbf{Q}}_{tem} = (2 {}^{t+\Delta t} \mathbf{P}_{tem} + {}^t \mathbf{P}_{tem}) + \left( \frac{3}{\Delta t} \mathbf{C}_{tem} - {}^t \mathbf{K}_{tem} \right) {}^t \mathbf{T}。$$

## 4 求解流程

式(20)和式(25)的数值求解流程如下：

1) 利用时刻  $t$  的温度场分布  ${}^t \mathbf{T}$ ，采用不考虑耦合项的传热方程：

$$\mathbf{C}_{tem} \dot{\mathbf{T}} + {}^t \mathbf{K}'_{tem} \mathbf{T} = {}^t \mathbf{P}_{tem} \quad (28)$$

式中：

$$\mathbf{K}'_{tem} = \sum_e \int_{\Omega^e} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x}, \frac{\partial N_i}{\partial y}, \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] \cdot \left[ k_x \frac{\partial N_j}{\partial x}, k_y \frac{\partial N_j}{\partial y}, k_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \right]^T d\Omega + \sum_e \int_{\Gamma_3^e} \alpha N_i N_j d\Gamma。$$

得到下一时刻  $t + \Delta t$  的初始温度场  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^{(1)}$ ；

2) 将  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^{(1)}$  代入结构动力学方程式(20)中，得到  $t + \Delta t$  时刻结构的初始位移场  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(1)}$  及速度场  ${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}^{(1)}$ ；

3) 利用速度场  ${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}^{(1)}$  可计算出结构在该时刻的应变变化率  $\left( \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} \right)$ ；

4) 将得到的  $\left( \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} \right)$  结合上一时刻的温度分布  ${}^t \mathbf{T}$  与应变变化率  $\left( \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} \right)$  代入含有耦合项的传热方

程式(25)，得到修正的温度场  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^{(2)}$ ；

5) 将上一步得到的  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^{(2)}$  再次代入结构动力学方程式(20)中，得到修正的位移场  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(2)}$  及速度场  ${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}^{(2)}$ ；

6) 重复步骤 3)~步骤 5)，当迭代到第  $n$  步时，满足给定容许误差  $e_r$ ，即  $\|\mathbf{e}\|_2 = \left\| {}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^{(n)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^{(n-1)} \right\|_2 \leq e_r$ ，迭代终止；

7) 当步骤 6)满足条件终止时，跳出第步骤 6) 迭代过程，对下一时刻  $t + 2\Delta t$  的温度场及位移场进行求解。

## 5 计算与讨论

### 5.1 薄板结构瞬态热力耦合计算

采用本文方法对一块单边固支各向正交异性材料的薄板在一定温度下受外力作用的热弹性问题进行分析<sup>[21]</sup>。薄板的尺寸参数以及材料参数分别如图 1(图中灰色边为固支边界条件)和表 1 所示，图 1 中  $B$  点为薄板下表面中点。

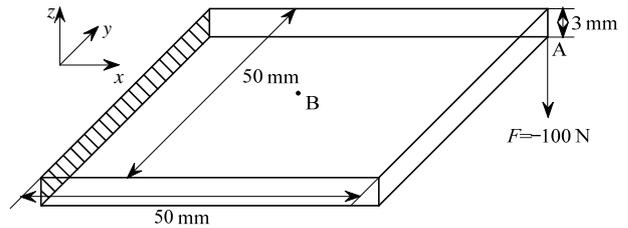


图 1 薄板尺寸示意图

Fig.1 Size of the thin plate

表 1 薄板几何及材料参数

Table 1 Material properties of the thin plate

材料属性	数值	
弹性模量	$E_{11}/\text{Pa}$ $E_{22}=E_{23}$	$172.5 \times 10^9$ $6.9 \times 10^9$
泊松比	$\nu_{23}$ $\nu_{12}=\nu_{31}$	0.22 0.25
剪切模量	$G_{23}/\text{Pa}$ $G_{12}=G_{31}$	$1.38 \times 10^9$ $3.45 \times 10^9$
热膨胀系数	$\alpha_1/(\times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C})$ $\alpha_2/(\times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C})$	-0.3 28.1
密度	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1600
阻尼系数	$\mu/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{m})$	$1 \times 10^{-2} \mathbf{M} + 1 \times 10^{-5} \mathbf{K}$
导热系数	$k/(\text{W}/\text{m} \cdot \text{ } ^\circ\text{C})$	131
比热	$c_p/(\text{J}/\text{kg} \cdot \text{ } ^\circ\text{C})$	965

边界条件：薄板一边固支，在  $A$  点处施加沿  $z$  轴方向的集中力  $F$ ，板的六面均为绝热壁(如图 1

所示)。

初始条件: 板内初始温度为 125 °C, 且薄板初始位移及初始速度均为 0。

本文采用八节点等参形式的有限元单元, 计算模型的网格数量为 10×10×6。在结构动力学计算时, 采用减缩积分对刚度矩阵中剪切刚度部分进行处理。为保证瞬态计算精确度, 本文选用的时间步长为 1×10<sup>-5</sup> s。

图 2 示出, 分别采用本文提出的几何非线性假设下热力耦合瞬态响应计算方法与线弹性假设下的耦合计算方法得到的 A 点沿 z 轴方向位移随时间变化曲线与文献[21]的结果进行对比, 文献[21]采用的是几何非线性假设下的解耦方法。可以看出, 在温度变化不大的情况下, 本文方法与文献[21]结果接近, 最大偏差为 2.32%, 偏差产生原因是由于计算中考虑了耦合项作用, 进而影响了结构的振动位移。而线弹性假设下的结果与文献[21]相差较大, 最大偏差为 16.81%, 其原因为在线弹性假设下耦合计算未考虑非线性项的作用。因此, 当结构振动较大时, 有必要考虑几何非线性的影响。薄板上 A、B 点处的温度变化曲线如图 3 所示。因为板的六个面均采用绝热壁假设处理, 所以传热方程中的耦合项  $T\beta \frac{\partial e}{\partial t}$  是导致板内温度发生变化的原因。由于在几何非线性假设下的耦合项比线弹性假设下增加了非线性部分  $\frac{1}{2}T\beta \left( \frac{\partial_0^t u_{k,i}}{\partial t} {}_0^t u_{k,j} + {}_0^t u_{k,i} \frac{\partial_0^t u_{k,j}}{\partial t} \right) \delta_{ij}$ ,

所以在几何非线性假设下计算得到的温度变化要大于线弹性假设下的温度变化。而解耦方法由于没有耦合项作用, 因此板内温度没有变化。

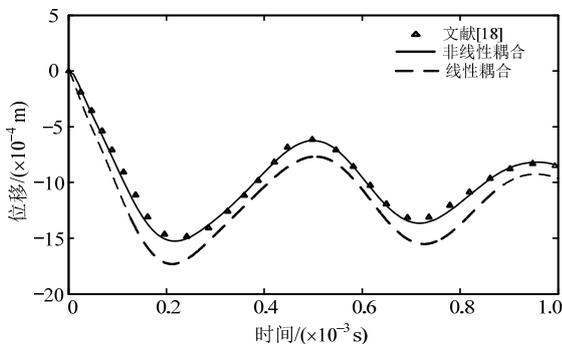


图 2 A 点位移对比

Fig.2 Comparison of the displacement at point A

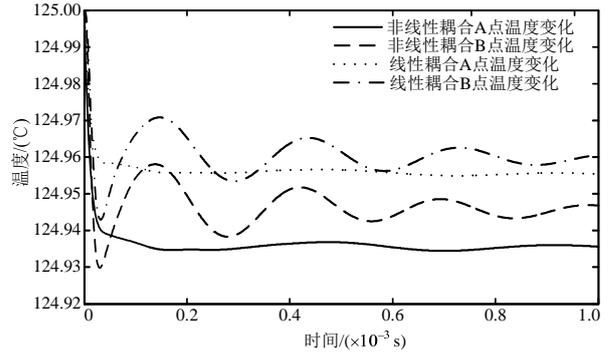


图 3 A、B 点温度变化对比

Fig.3 Comparison of the temperature at point A and B

### 5.2 热防护面板蜂窝壁面瞬态热力耦合计算

以某型吸气式高超声速飞行器进气道前体压缩面金属热防护系统为例, 对其上表面的蜂窝板结构受热冲击响应进行热力耦合计算, 并将本文方法与几何非线性假设下的解耦方法和线弹性假设下的耦合方法分别进行对比分析。选取弹道分析点处的速度马赫数为 8, 高度为 23 km, 攻角为 2.8°, 此时热防护面板与来流夹角为 22.8°。该蜂窝面板外表面受到气动热引起的热流以及气动力产生的压力作用, 内表面与热防护面板的隔热结构相接触。

该蜂窝板结构选用 PM1000 和 PM2000<sup>[25]</sup> 分别作为构成板外壁面以及蜂窝芯层的材料, 面板的几何参数如图 4 和表 2 所示, 根据文献[26-27]的蜂窝板力学及传热等效方法, 得到蜂窝板随温度变化的材料等效参数如表 3 所示, 并采用 mN-R 迭代方法处理材料属性随温度变化的非线性问题。

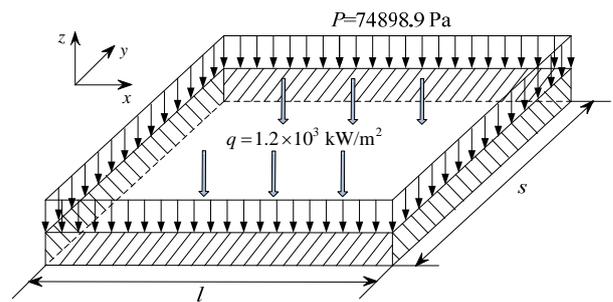


图 4 几何模型与边界条件示意图

Fig.4 The geometry model and boundary conditions

表 2 蜂窝面板几何参数

Table 2 Geometry properties of the honeycomb panel

TPS 面板属性	长度 l/m	宽度 s/m	芯层厚度 h <sub>1</sub> /m	外壁厚度 h <sub>2</sub> /m
数值	0.46	0.46	0.0104	0.0018

表3 蜂窝面板等效材料参数

Table 3 Equivalent properties of the honeycomb panel

材料属性	数值			
$T/(^{\circ}\text{C})$	100	800	1500	2100
$E_{11}=E_{22}/\text{GPa}$	57.34	48.09	38.25	30.42
$E_{33}$	83.43	69.97	56.51	45.32
$G_{12}/\text{GPa}$	20.92	17.50	14.01	11.78
$G_{23}=G_{31}$	8.54	7.17	5.64	4.57
$\nu$	0.25	0.25	0.25	0.25
$\alpha_3/(\times 10^{-6}^{\circ}\text{C})$	11.2	13.8	16.4	18.8
$\alpha_1=\alpha_2$	13.2	15.8	18.4	20.8
$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1144	1107	1061	1014
$k_3/(\text{W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$	0.29	1.32	6.42	13.38
$k_1=k_2$	0.18	0.82	3.98	8.30
$c_p/(\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$	1023	1170	1291	1363
$\varepsilon$	0.8	0.8	0.8	0.8

边界条件：如图4所示，蜂窝板上表面施加的热流密度为  $1.2 \times 10^3 \text{ kW}/\text{m}^2$ ，由于飞行器各热防护面板之间均采用绝热材料进行填充，且蜂窝板下表面与隔热结构接触，所以蜂窝板其余五个面均采用绝热壁假设进行处理。在该弹道分析点处气动力在蜂窝板上表面产生  $74898.9 \text{ Pa}$  的均布压强。蜂窝板各边均固支。

初始条件：板内初始温度为  $20^{\circ}\text{C}$ ，初始位移为初始温度下由热应变产生的位移，初始速度和加速度均为  $0$ 。

分别采用本文提出的几何非线性假设下热力耦合瞬态响应计算方法、几何非线性假设下热力耦合解耦计算方法以及线弹性假设下的耦合计算方法对蜂窝板在  $6 \text{ s}$  计算时长内的瞬态热力耦合问题进行求解(时间步长取  $0.0001 \text{ s}$ )，如图5所示分别得到蜂窝板上、下表面中心点 a、b 的温度随时间变化曲线，如图6所示 a 点处温度变化率随时间变化曲线(I 为几何非线性耦合方法结果，II 为几何非线性解耦方法结果，III 为线性耦合方法结果)以及如图7~图9所示 a 点处结构变形位移、速度与应力变化曲线。

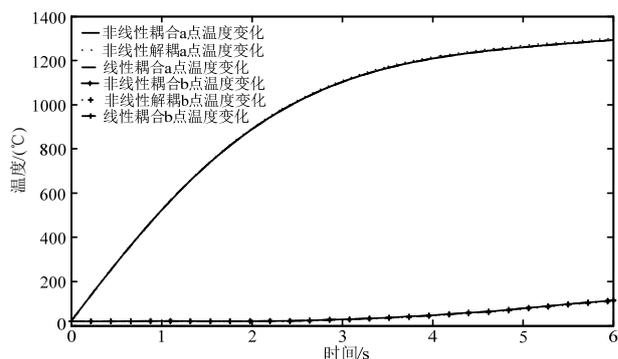


图5 三种方法在 a、b 点处的温度对比  
Fig.5 Comparison of the temperature at point a and b by three different methods

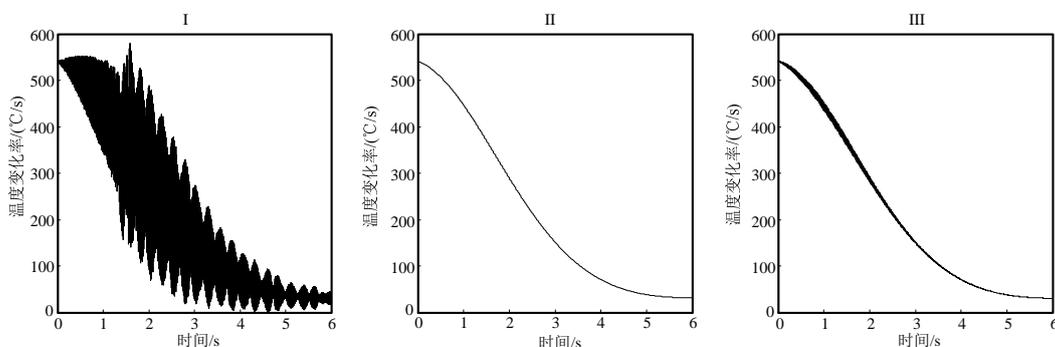


图6 三种方法在 a 点处的温度变化率对比  
Fig.6 Comparison of the change of temperature at point a by three different methods

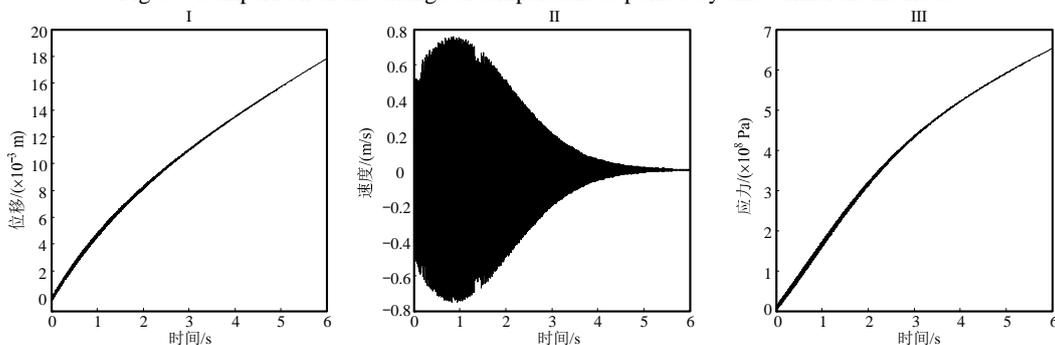


图7 非线性耦合方法在 a 点处的位移、变形速度与应力变化曲线  
Fig.7 Displacement, velocity and stress of deformation at point a by nonlinear coupling method

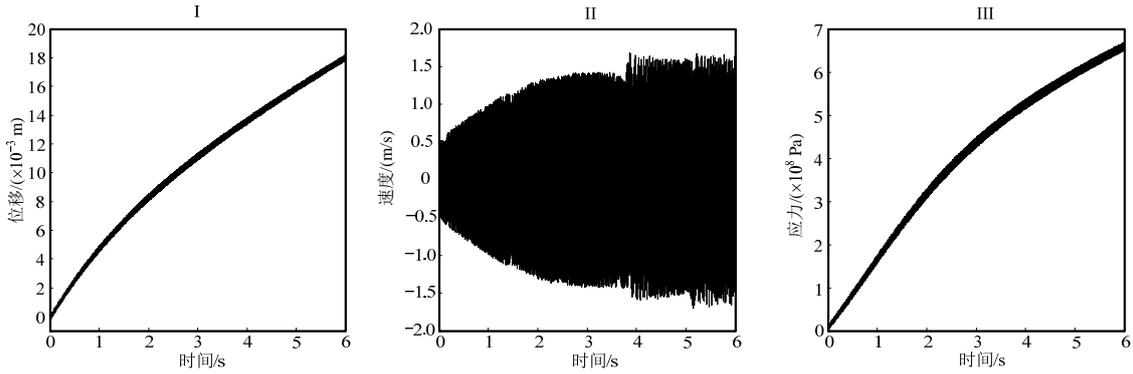


图 8 非线性解耦方法在 a 点处的位移、变形速度与应力变化曲线

Fig.8 Displacement, velocity and stress of deformation at point a by nonlinear decoupling method

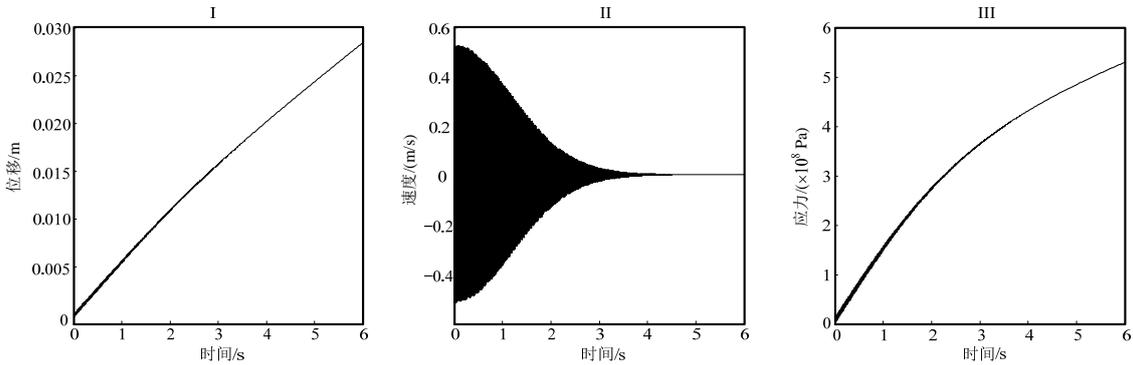


图 9 线性耦合方法在 a 点处的位移、变形速度与应力变化曲线

Fig.9 Displacement, velocity and stress of deformation at point a by linear decoupling method

根据图 5 可得，三种方法得到的温度变化曲线差别很小，表明耦合项  $T\beta \frac{\partial^t e}{\partial t}$  对结构温度变化的作用较小。由图 6 中的 I 和 II 可以看出耦合项对温度变化率的影响十分显著，由于耦合项作用，温度变化率曲线呈现震荡形态。根据能量守恒公式及热力学第二定律可得<sup>[10]</sup>：

$$dQ = c_p dT + T\beta d\varepsilon_{ij} \delta_{ij} \quad (29)$$

式中， $dQ$  为微元体与外界交换的热流量。当外界输入的热流量  $dQ$  一定时，温度变化  $dT$  会随着耦合项  $T\beta d\varepsilon_{ij} \delta_{ij}$  的变化而改变。根据图 7 中的 I 可知，结构的变形随时间的变化是振动的，耦合项也将随时间变化振动，所以由于耦合项的作用，结构振动会导致温度变化率曲线发生震荡。又根据图 6 中的 I 和 III 可知，几何非线性假设相较于线弹性假设将明显增加温度变化率曲线的振动幅度。由式(25)中  $\frac{\partial^t e}{\partial t}$  的表达式可知，在几何非线性假设下  $d\varepsilon = ({}^t B_{L0} + {}^t B_{L1})d^t u$ ，而在线弹性假设下  $d\varepsilon = {}^t B_{L0}d^t u$ ，所以在几何非线性假设下耦合项  $T\beta d\varepsilon_{ij} \delta_{ij}$  对  $dT$  的影响更强，导致温度变化率曲线

振动幅值较线弹性假设更大。根据温度变化率随时间变化曲线的震荡并结合算例 5.1 中图 2 给出的计算结果，说明考虑耦合项作用时结构的温度变化是波动的，而采用解耦方法得到的温度变化不会产生波动。

图 7、图 8 示出采用本文方法得到的 a 点处沿 z 轴方向位移与应力变化曲线的振动幅值呈现逐渐衰减的趋势，而解耦方法得到的位移与应力变化曲线振动幅值变化不大。考虑耦合项影响的计算方法得到的 a 点处变形速度振动幅值趋于衰减为 0，而解耦方法得到的结果没有衰减。原因如下：

根据能量守恒公式<sup>[10]</sup>可得：

$$(\sigma_{ij} + T\beta \delta_{ij})d\varepsilon_{ij} = dU - c_p dT \quad (30)$$

式中， $dU$  为热弹性体单位体积的内能。利用式(16)和式(24)对式(30)进行离散会发现耦合项  $T\beta \frac{\partial^t e}{\partial t}$  改变了结构动力学中的刚度矩阵，使其变为  $(B^T D + T\beta \delta)B$ 。式中， $B$  为单元应变矩阵； $D$  为弹性矩阵； $\delta = [I \ O]_{3 \times 6}$ ， $I$  与  $O$  分别为  $3 \times 3$  的单位矩阵和零矩阵。因此当结构在热环境下受力时，耦合项将增大结构刚度，使振动幅值降低，且与结构

温度成正比, 于是考虑耦合项的热力耦合计算得到的结构位移、应力以及变形速度曲线的振动幅值会逐渐收敛, 耦合项在结构振动中起到了耗能减震的效果, 降低了振动对结构影响。

由图 7 和图 9 可知, 几何非线性假设会影响热结构的形变以及应力大小, 并增大结构的振动速度。这是由于几何非线性假设中弹性变形与应力关系的二次微分项引起的, 其改变了结构动力学方程中的刚度矩阵以及热负荷向量部分。

## 6 结论

(1) 通过与已有算例的对比, 验证了本文提出的考虑几何非线性假设的瞬态热力耦合有限元计算方法的准确性, 结果表明本文方法具有一定计算精度。

(2) 根据对算例结果的分析可知, 耦合项会使结构的温度变化产生的波动, 但波动幅度很小, 产生的波动导致温度变化率呈震荡状态, 其幅值与耦合项相关。

(3) 耦合项在结构振动中起到了耗能减震的作用, 降低了结构振动幅值, 使之趋于衰减, 其衰减程度与温度大小成正比。

(4) 几何非线性假设对增大结构温度变化率的振动幅值作用明显, 且影响热结构形变以及应力大小, 增大结构的振动速度。

### 参考文献:

- [1] Faterni J. Coupled Thermal-structural analysis of the EXPERT re-entry vehicle [C]// 17th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, San Francisco, California, April 11-14, 2011: 1-10.
- [2] Brent A M. Modeling and analysis of shock imprints on thermo-mechanically compliant surface panels [C]// 53rd AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Honolulu, Hawaii, April 23-26, 2012: 1-31.
- [3] 李凯伦, 张家忠. 功能梯度材料薄板的热气动弹性数值分析方法及特性研究[J]. 宇航学报, 2013, 34(9): 1177-1186.  
Li Kailun, Zhang Jiazhong. Numerical analysis method and aerothermoelastic behaviors of temperature-dependent functional graded panels [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(9): 1177-1186. (in Chinese)
- [4] Odabas O R. On the coupled thermomechanical analysis of hypersonic flight vehicle structures [C]// AIAA Fourth International Aerospace Planes Conference, Orlando, FL, December 1-4, 1992: 1-12.
- [5] Odabas O R. The limit of the uncoupled theory in thermomechanical design of thermal structures [C]// 34th AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, La Jolla, CA, April. 19-22, 1993: 2327-2336.
- [6] Vaziri H H. Theory and application of a fully coupled thermo-hydro-mechanical finite element model [J]. Computer & Structures, 1996, 61(1): 131-146.
- [7] Choi J H. Lee I. Finite element analysis of transient thermoelastic behaviors in disk brakes [J]. Wear, 2004, 257(2): 47-58.
- [8] Al-Huniti Naser S, Al-Nimr M A, Meqdad M M. Thermally induced vibration in a thin plate under the wave heat conduction model [J]. Journal of Thermal Stresses, 2003, 26(10): 943-962.
- [9] Serra E, Bonaldi M. A finite element formulation for thermoelastic damping analysis [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2009, 78(6): 671-691.
- [10] 马玉娥. 可重复使用运载器热防护系统热/力耦合数值计算研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005.  
Ma Yu'e. Study of thermo-mechanical coupled computation for thermal protection system of reusable launch vehicle [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005. (in Chinese)
- [11] 马玉娥, 孙秦. 动态热力耦合精细积分法研究[J]. 机械强度, 2007, 29(3): 483-486.  
Ma Yu'e, Sun Qin. Precise time-integration method for dynamic response of thermo-mechanical coupled problem [J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(3): 483-486. (in Chinese)
- [12] Li W, Xiang Z, Chen L, et al. Thermal flutter analysis of large-scale space structures based on finite element method [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2007, 69(5): 887-907.
- [13] 何天虎, 关明智. 有限元法求解广义热弹耦合一维热冲击问题[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 35-39.  
He Tianhu, Guan Mingzhi. Finite element method to a generalized one-dimensional thermo-elastic coupled problem subject to a thermal shock [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(6): 35-39. (in Chinese)
- [14] 何天虎, 关明智. 考虑热松弛的热弹耦合二维问题的有限元法[J]. 工程力学, 2011, 28(12): 1-6.  
He Tianhu, Guan Mingzhi. Finite element method for a two-dimensional thermoelastic coupling problem with thermal relaxation [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(12): 1-6. (in Chinese)
- [15] 王一凡, 谷良贤, 龚春林. 考虑温度大范围变化的瞬态热固耦合方法研究[J]. 宇航学报, 2015, 36(1): 117-124.  
Wang Yifan, Gu Liangxian, Gong Chunlin. Thermo-mechanical coupled transient response approach considering wide change in temperature [J]. Journal of

- Astronautics, 2015, 36(1): 117—124. (in Chinese)
- [16] Ribeiro P, Manoach E. The effect of temperature on the large amplitude vibrations of curved beams [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 285(4/5): 1093—1107.
- [17] Amabili M, Carra S. Thermal effects on geometrically nonlinear vibrations of rectangular plates with fixed edges [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 321(3): 936—954.
- [18] Alijani F, Bakhtiari-Nejad F, Amabili M. Nonlinear vibrations of FGM rectangular plates in thermal environments [J]. *Nonlinear Dyn*, 2011, 66(3): 251—270.
- [19] Allahverdizadeh A, Naei M H, Nikkhah-Bahrami M. Vibration amplitude and thermal effects on the nonlinear behavior of thin circular functionally graded plates [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2008, 50(3): 445—454.
- [20] Huang X L, Shen H S. Vibration and dynamic response of functionally graded plates with piezoelectric actuators in thermal environments [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 289(1/2): 25—53.
- [21] Cho H K. Optimization of dynamic behaviors of an orthotropic composite shell subjected to hygrothermal environment [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2009, 45(11): 852—860.
- [22] 范丽佳, 段进, 向志海, 等. 大型柔性空间结构热-动力学耦合系统的非线性有限元分析[J]. *宇航学报*, 2009, 30(1): 299—304.  
Fan Lijia, Duan Jin, Xiang Zhihai, et al. The Thermal-dynamic coupling analysis of large flexible space structures by finite element method considering geometric nonlinearity [J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(1): 299—304. (in Chinese)
- [23] 蔡国飏. 高超声速飞行器技术[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 225—272.  
Cai Guobiao. *Technology of hypersonic vehicle* [M]. Beijing: Science Press, 2011: 225—272. (in Chinese)
- [24] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 441—520.  
Wang Xucheng. *Finite element method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 441—520. (in Chinese)
- [25] Myers D E, Martin C J, Blosser M L. Parametric weight comparison of advanced metallic, ceramic tile, and ceramic blanket thermal protection systems [R]. Washington DC: National Aeronautics and Space Administration, 2000.
- [26] 梁森, 陈花玲, 陈天宁, 梁天锡. 蜂窝夹芯结构面内等效弹性参数的分析研究[J]. *航空材料学报*, 2004, 24(3): 26—31.  
Liang Sen, Chen Hualing, Chen Tianning, Liang Tianxi. Analytical study of the equivalent elastic parameters for a honeycomb core [J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2004, 24(3): 26—31. (in Chinese)
- [27] Fatemi J, Lemmen M H J. Effective Thermal/Mechanical Properties of Honeycomb Core Panels for Hot Structure Applications [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2009, 46(3): 514—525.