

四频差动激光陀螺中水晶片在应力作用下的光学性质

樊 烨,肖光宗,张 斌

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:建立了四频差动激光陀螺水晶片弹光效应和旋光性交互作用的理论模型,并指出了该模型的求解方法和步骤。首先,计算在应力作用下新旧主轴坐标系的变换矩阵以及在新主轴坐标系中水晶片的逆介电张量和旋光张量,然后计算实验室坐标系与新主轴坐标系之间的变换矩阵,求出实验室坐标系下水晶片的逆介电张量和旋光张量,根据水晶片的简正模方程和物质方程就可以求出其应力作用下沿波矢方向的简正模和相应的折射率。通过数值实例计算了四频差动激光陀螺中波矢与主轴不同位置关系时水晶片在波矢方向简正模椭圆度和相应折射率随应力的变化,对分析四频差动陀螺温变零漂的产生机理和水晶片的安装具有一定的指导意义。

关键词:四频差动激光陀螺; 水晶片; 旋光性; 弹光效应

中图分类号: TN248 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)05-1198-06

Quartz crystal's optical properties in differential laser gyro under the stress

Fan Ye, Xiao Guangzong, Zhang Bin

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The theory model which studied the interaction between optical activity and elasto-optical effect of crystal quartz in the differential laser gyro was presented. The solving method and steps of the model were proposed. Firstly, the stress-induced transformation matrix between the new and old principal coordinate systems, inverse dielectric tensor and gyrotropic dielectric tensor in the new principal coordinate system were calculated. Then applying the transformation matrix between the new principal coordinate system and laboratory coordinate system, the inverse dielectric tensor and gyrotropic dielectric tensor in the laboratory coordinate system was obtained. According to the normal mode equation and material equation, the stress-induced normal modes and corresponding refractive index along the direction of wave vector were analyzed. Through the calculation example, the change of latent model's ellipticity and refractive index as the function of stress for different directions of wave vector was investigated in detail. This model offers a means to analyze the mechanism of production of differential laser gyro's thermal bias, which had some degree of guiding significance in installation of quartz crystal.

Key words: differential laser gyro; quartz crystal; optical activity; elasto-optical effect

收稿日期:2012-09-07; 修订日期:2012-10-11

基金项目:湖南省研究生科研创新项目(CX2010B036);国防科学技术大学科研创新资助项目(B090703)

作者简介:樊烨(1988-),女,硕士生,主要研究方向为光学检测技术。Email:fanye@gfkd.mtn

通讯作者:肖光宗(1983-),男,讲师,主要从事光电惯性技术方面的研究。Email:xiaoguangzong@163.com

0 引 言

水晶是属于 32 晶类的单轴晶体,由于具有天然旋光性和双折射效应,四频差动激光陀螺利用其来抑制线偏振光,从而使得圆偏振光在谐振腔里建立振荡^[1]。但由于应力作用,水晶的沿波矢方向的简正模和相应折射率等光学性质可能发生较大的变化^[2],从而影响陀螺的性能^[3-5]。因此,研究水晶片在应力作用下的光学性质对提高陀螺性能具有一定的参考意义。参考文献[6]讨论了沿光轴方向施加应力这样一种简单情况下的折射率变化,而未考虑晶体的旋光性,参考文献[7]研究了旋光性与电光效应交互作用时晶体的折射率变化,指出了复逆介电张量的实数部分不影响晶体的旋光性质。但目前的文献鲜见考虑旋光性和弹光效应交互作用时晶体的光学性质。

文中从理论上分析了水晶片在应力作用下的光学性质变化,建立了具体的理论模型,并指出其求解方法,详细考察了水晶片横向应力作用下沿波矢方向简正模和相应折射率变化,并进行了实例数值计算。

1 理论分析

1.1 无吸收旋光晶体沿波矢方向简正模和相应折射率的求解方法^[8]

设波矢沿 \hat{k} 方向传播的单色平面波为:

$$\begin{cases} \tilde{E} = \tilde{E}_0 \exp\{-i(\omega t - kr)\} \\ \tilde{D} = \tilde{D}_0 \exp\{-i(\omega t - kr)\} \\ \tilde{H} = \tilde{H}_0 \exp\{-i(\omega t - kr)\} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\tilde{E}_0, \tilde{D}_0, \tilde{H}_0$ 为复振幅矢量, $k = \frac{n\omega}{c} \hat{k}$; n 为折射率。单色波在无吸收旋光晶体中传播的简正模方程为:

$$\tilde{D}_0 = n^2 \{\tilde{E}_0 - \hat{k}(\hat{k} \cdot \tilde{E}_0)\} \quad (2)$$

在无吸收旋光晶体中, \tilde{D} 不仅与 \tilde{E} 有关,而且与 \tilde{E} 的梯度 $\nabla \tilde{E}$ 有关,即:

$$\tilde{D} = \epsilon^{(2)} \tilde{E} + T^{(3)} \nabla \tilde{E} = \{\epsilon^{(2)} + iT^{(3)}k\} \tilde{E} \quad (3)$$

式中: $T^{(3)}$ 是一个二阶张量,可引入复介电张量 $\tilde{\epsilon}^{(2)}$, 令 $\tilde{\epsilon}^{(2)} = \epsilon^{(2)} + iT^{(3)}k$ 。

引入轴矢量 G , 令

$$T^{(3)}k \tilde{E} = G \times \tilde{E} \quad (4)$$

将公式(4)代入公式(3)中得:

$$\tilde{D} = \epsilon^{(2)} \tilde{E} + iG \times \tilde{E} \quad (5)$$

上式可进一步写为公式(6),即为简正模的物质方程为:

$$\tilde{E} = B^{(2)} \tilde{D} - i\Gamma \times \tilde{D} \quad (6)$$

式中: $B^{(2)}$ 为逆介电张量; $\Gamma = \gamma^{(2)} \hat{k}$ 为旋光矢量; $\gamma^{(2)}$ 为旋光张量。简正模方程(2)和物质方程(6)共同决定着晶体沿 \hat{k} 方向的简正模及相应的折射率,而欲求解由公式(2)和公式(6)联立的方程组,需求出逆介电张量 $B^{(2)}$ 、旋光张量 $\gamma^{(2)}$ 和波矢 k 之间的关系。

1.2 应力作用下水晶片的逆介电张量^[8]

设水晶片的原主轴坐标系为 $O-x_1x_2x_3$, 未施加应力时在主轴坐标系中水晶的逆介电张量为:

$$B^{(2)}(0) = \begin{bmatrix} 1/\epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\epsilon_1 \end{bmatrix}$$

则其折射率椭球为:

$$\frac{x_1^2}{\epsilon_1} + \frac{x_2^2}{\epsilon_1} + \frac{x_3^2}{\epsilon_3} = 1 \quad (7)$$

设施加应力后逆介电张量为 $B^{(2)}(S)$, 则逆介电张量的变化为:

$$\Delta B^{(2)} = B^{(2)}(S) - B^{(2)}(0) \quad (8)$$

假设应变张量 $S^{(2)}$ 较小, $\Delta B^{(2)}$ 与 $S^{(2)}$ 之间仍然保持线性关系,则公式(8)可写为:

$$\Delta B^{(2)} = P^{(4)} S^{(2)}$$

写成分量形式即为:

$$\begin{bmatrix} \Delta B_1 \\ \Delta B_2 \\ \Delta B_3 \\ \Delta B_4 \\ \Delta B_5 \\ \Delta B_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & 0 & 0 \\ P_{11} & P_{12} & P_{13} & -P_{14} & 0 & 0 \\ P_{13} & P_{31} & P_{33} & 0 & 0 & 0 \\ P_{41} & -P_{41} & 0 & P_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} & P_{41} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{41} & \frac{P_{11} - P_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4' \\ S_5' \\ S_6' \end{bmatrix} \quad (9)$$

对于四频差动激光陀螺,水晶片受横向应力时对陀螺性能影响较大^[2],因此不失一般性仅考虑沿方向存在应力的情况,则由公式(9)得:

$$\begin{cases} \Delta B_1 = P_{11} S_1 \\ \Delta B_2 = P_{12} S_1 \\ \Delta B_3 = P_{13} S_1 \\ \Delta B_4 = P_{14} S_1 \\ \Delta B_5 = \Delta B_6 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

将公式(10)代入公式(8)中,再代入公式(7)中得到在 $o-x_1x_2x_3$ 中新的折射率椭球为:

$$x_1^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{11}S_1 \right) + x_2^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + x_3^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{31}S_1 \right) + 2x_2x_3P_{41}S_1 = 1 \quad (11)$$

显然,新的折射率椭球 ox_1 轴方向未变。设旧主轴坐标系 $o-x_1x_2x_3$ 绕 ox_1 轴旋转 θ 角 (规定 θ 顺时针为正,逆时针为负)得到新主轴坐标系为 $o-x_1'x_2'x_3'$, 如图 1 所示。

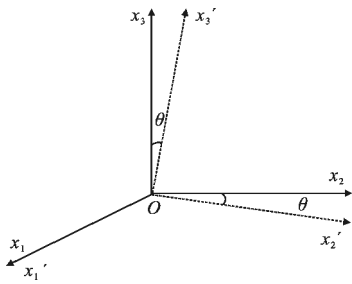


图 1 实验室坐标系与旧主轴坐标系的关系

Fig.1 Relation between original principal axis coordinate and new original principal axis coordinate

则从 $o-x_1x_2x_3$ 到 $o-x_1'x_2'x_3'$ 的变换矩阵为:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

所以有:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \cos\theta - x_3' \sin\theta \\ x_2' \sin\theta + x_3' \cos\theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

将公式(12)代入公式(11)中整理得:

$$x_1'^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{11}S_1 \right) + x_2'^2 \left[\cos^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + \sin^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 \right) \right] + x_3'^2 \left[\sin^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + \cos^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 \right) \right] + x_2'x_3' \left[\sin 2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 - \frac{1}{\varepsilon_1} - P_{21}S_1 \right) + 2P_{41}S_1 \right] = 1 \quad (13)$$

在新的主轴坐标系 $o-x_1'x_2'x_3'$ 中折射率椭球的交叉项系数应为 0, 即:

$$\sin 2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 - \frac{1}{\varepsilon_1} - P_{21}S_1 \right) + 2P_{41}S_1 = 0 \quad (14)$$

由公式(14)可解出 θ 角, 进而得到新旧主轴坐标系间的变换矩阵 T 。这样, 新主轴坐标系中的折射

率椭球可表示为:

$$x_1'^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{11}S_1 \right) + x_2'^2 \left[\cos^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + \sin^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 \right) \right] + x_3'^2 \left[\sin^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + \cos^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 \right) \right] = 1 \quad (15)$$

在新主轴坐标系中各主轴相应的逆介电张量为:

$$\begin{cases} B_{11}^{(2)} = \frac{1}{\varepsilon_1} + P_{11}S_1 \\ B_{22}^{(2)} = \cos^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + \sin^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 \right) \\ B_{33}^{(2)} = \sin^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + P_{21}S_1 \right) + \cos^2\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + P_{31}S_1 \right) \end{cases} \quad (16)$$

1.3 应力作用下水晶片的旋光性^[8]

由 2.2 中公式(3)到公式(6)可以看出旋光性 Γ 来源于复介电张量 $\tilde{\varepsilon}^{(2)}$ 的虚部 $T^{(3)k[5]}$, 进而虚数符号来源于 $\nabla \tilde{E}$, 即对 $\tilde{E} = \tilde{E}_0 \exp\{-i(\omega t - kr)\}$ 求一阶偏导数得到的, 对水晶片施加应力时仅改变逆介电张量 $B^{(2)}$, 即只改变复介电张量 $\tilde{\varepsilon}^{(2)}$ 实数部分 $\varepsilon^{(2)}$, 并不影响虚数部分, 因此从这个角度看可不必考虑应力对水晶片旋光张量的影响。但由于 $T^{(3)}$ 与水晶片的结构有关, 水晶片受外力作用产生弹性形变, 组成晶体的原子相对位置和晶格结构都要发生变化, $T^{(3)}$ 也将随之发生变化。 $T^{(3)}$ 与形变的关系涉及到晶体的微观结构, 目前尚未见相关文献, 但考虑到在四频差动陀螺中, 水晶片所受应力主要是由于水晶片热膨胀和安装应力产生的, 可近似认为水晶片的微观结构变化较小, 旋光张量 $\gamma^{(2)}$ 基本不变, 而只需考虑 $\gamma^{(2)}$ 在新旧主轴坐标系中的变换。

1.4 应力作用下水晶片沿波矢方向的简正模和相应折射率

在四频差动陀螺中, 理想情况下波矢 \hat{k} 方向与水晶片的旧主轴坐标系 ox_3 方向平行。设波矢 \hat{k} 在旧主轴坐标的坐标为 $k(\sin\alpha\cos\beta, \sin\alpha\sin\beta, \cos\alpha)$, 则在新主轴坐标系中波矢 \hat{k} 的方向矢量为:

$$k' = Tk = \begin{bmatrix} \sin\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\sin\beta\cos\theta + \cos\alpha\sin\theta \\ -\sin\alpha\sin\beta\sin\theta + \cos\alpha\cos\theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

取实验室坐标系 z 轴沿波矢 \hat{k} 方向, 实验室坐标系与旧主轴坐标系的关系如图 2 所示。

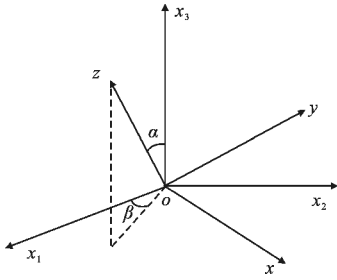


图 2 实验室坐标系与旧主轴坐标系的关系

Fig.2 Relation between the laboratory coordinate and original principal axis coordinate

则在此实验室坐标系中波矢 \hat{k} 的三个分量 k_x, k_y, k_z 分别为 $0, 0, 1$, 由公式(2)可写出在实验室坐标系中 \tilde{E}_0, \tilde{D}_0 的分量之间的关系为:

$$\begin{cases} \tilde{D}_{0x} = n^2 \tilde{E}_{0x} \\ \tilde{D}_{0y} = n^2 \tilde{E}_{0y} \\ \tilde{D}_{0z} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

将公式(18)代入公式(6)得:

$$\begin{cases} \frac{1}{n^2} \tilde{D}_{0x} = B_{xx} \tilde{D}_{0x} + B_{yy} \tilde{D}_{0y} + i \Gamma_z \tilde{D}_{0y} \\ \frac{1}{n^2} \tilde{D}_{0y} = B_{yx} \tilde{D}_{0x} + B_{yy} \tilde{D}_{0y} + i \Gamma_z \tilde{D}_{0x} \end{cases} \quad (19)$$

式中: $B_{xx}, B_{xy}, B_{yx}, B_{yy}$ 为实逆介电张量在实验室坐标系中的分量; Γ_z 为旋光矢量在实验室坐标系中 z 轴方向的分量, 亦即 $\Gamma_z = \Gamma \hat{k} = \gamma$ 。由于 $B^{(2)}$ 是实对称二阶张量, 可以选择实验室坐标系的 x, y 轴的方向使

$$B_{xy} = B_{yx} = 0 \quad (20)$$

这样(19)式可化为:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{n^2} - B_{xx} \right) \tilde{D}_{0x} = i \gamma \tilde{D}_{0y} \\ \left(\frac{1}{n^2} - B_{yy} \right) \tilde{D}_{0y} = -i \gamma \tilde{D}_{0x} \end{cases} \quad (21)$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 \cos \theta_2 & \sin \theta_3 \cos \theta_1 + \cos \theta_3 \sin \theta_2 \sin \theta_1 & \sin \theta_3 \sin \theta_1 - \cos \theta_3 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_3 \cos \theta_2 & \cos \theta_3 \cos \theta_1 - \sin \theta_3 \sin \theta_2 \sin \theta_1 & \cos \theta_3 \sin \theta_1 + \sin \theta_3 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & -\cos \theta_2 \sin \theta_1 & \cos \theta_2 \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

在实验室坐标系中波矢为 $k''(0, 0, 1)$, 则在新主轴坐标系中波矢可写为:

$$k' = M^{-1} k'' = \begin{bmatrix} \sin \theta_2 \\ -\cos \theta_2 \sin \theta_1 \\ \cos \theta_2 \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

在实验室坐标系中逆介电张量可写为

$$B^{(2)} = M B^{(2)'} M' \quad (28)$$

公式(21)进一步可化为:

$$\left(\frac{\tilde{D}_{0y}}{\tilde{D}_{0x}} \right)^2 + i \left(\frac{1}{\gamma c^2} \right) (v_y^2 - v_x^2) \left(\frac{\tilde{D}_{0y}}{\tilde{D}_{0x}} \right) + 1 = 0 \quad (22)$$

其中, v_x, v_y 分别为 x, y 方向的相速度

$$v_x^2 = \frac{c^2}{n_x^2} = B_{xx} c^2, v_y^2 = \frac{c^2}{n_y^2} = B_{yy} c^2 \quad (23)$$

方程(22)中 $\left(\frac{\tilde{D}_{0y}}{\tilde{D}_{0x}} \right)$ 的解即为水晶片沿波矢方向的简正模的分量比值, 可分别写为

$$\left(\frac{\tilde{D}_{0y}}{\tilde{D}_{0x}} \right)_1 = i \tan \varphi, \left(\frac{\tilde{D}_{0y}}{\tilde{D}_{0x}} \right)_2 = -i \cot \varphi \quad (24)$$

其中 $\tan 2\varphi = \frac{2\gamma c^2}{v_y^2 - v_x^2}$, 因此水晶片沿波矢方向的简正模的琼斯矢量可以写为

$$l = \begin{bmatrix} 1 \\ i \tan \varphi \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \cot \varphi \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, $-\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$, 当 $-\frac{\pi}{4} \leq \varphi < 0$ 时, l 为左旋椭圆偏振光, r 为右旋椭圆偏振光; 当 $0 < \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ 时, r 为左旋椭圆偏振光, l 为右旋椭圆偏振光。

由以上分析可见, 要求水晶片沿波矢方向的简正模就必须求出在实验室坐标系中逆介电张量的分量 B_{xx}, B_{yy} 和旋光矢量在 z 轴方向的分量。

根据公式(20)对实验室坐标系的要求, 将新主轴坐标系先绕 ox_1' 旋转 θ_1 , 接着绕 ox_2' 旋转 θ_2 , 再绕 ox_3' 轴旋转 θ_3 即为实验室坐标系, 如图 2, 这样从新主轴坐标系到实验室坐标系的变换矩阵可写为:

式中: M' 是 M 的转置矩阵, M^{-1} 是 M 的逆矩阵。联立公式(17)、公式(27)可得 θ_1, θ_2 。

由公式(28)可以得到:

$$B_{xy} = B_{yx} = -\sin \theta_3 \cos \theta_3 \cos^2 \theta_2 B_{11} + (\sin \theta_3 \cos \theta_1 + \cos \theta_3 \sin \theta_2 \sin \theta_1) B_{22} + (\cos \theta_3 \cos \theta_1 - \sin \theta_3 \sin \theta_2 \sin \theta_1) B_{23} + (\sin \theta_3 \sin \theta_1 - \cos \theta_3 \sin \theta_2 \cos \theta_1) B_{33} + (\cos \theta_3 \sin \theta_1 + \sin \theta_3 \sin \theta_2 \cos \theta_1) B_{33} \quad (29)$$

将上式代入公式(20)求出 θ_3 , 再代回到公式(28)中即可得到 B_{xx}, B_{yy} 。

由于在旧主轴坐标系中 γ 具有绕 x_3 轴旋转对称性, γ 的取值仅与波矢 \hat{k} 和 x_3 轴的夹角有关。在旧主轴坐标系中波矢 \hat{k} 和 x_3 轴的夹角为 α , 则有:

$$\gamma = \gamma_{11}\sin(\alpha) + \gamma_{33}\cos(\alpha) \quad (30)$$

将 B_{xx}, B_{yy}, γ 代入公式(24)中, 解出 φ , 再代入公式(25)即可得到应力作用下水晶片沿波矢方向的简正模 l, r 。将 B_{xx}, B_{yy} 代入公式(23)中求出 v_x, v_y , 再由下式即可得到相应的折射率:

$$\frac{1}{n_l^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_y^2} + \frac{1}{n_x^2} \right) - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2} \right)^2 + 4\gamma^2 \right\}^{1/2} \quad (31)$$

$$\frac{1}{n_r^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_y^2} + \frac{1}{n_x^2} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2} \right)^2 + 4\gamma^2 \right\}^{1/2} \quad (32)$$

2 计算与讨论

考虑四频差动激光陀螺中水晶片热膨胀应力下其光学性质的变化, 为方便求解逆介电张量, 对于确定的波矢 \hat{k} 和确定的应变张量 $S^{(2)}$, 即确定的 α, β, θ , 作如下近似:

(1) 假设温度变化产生的热膨胀应力较小, 主轴方向变化的角度 θ 很小, 水晶片的旋光性质和旋光张量未变; (2) 波矢方向与旧主轴坐标系 ox_3 轴夹角 α 很小; (3) 由于波矢方向与旧主轴坐标系 ox_3 轴夹角很小, 而应力产生的主轴方向变化角度也很小, 则新主轴坐标系向实验室坐标系旋转的各角度均很小 $\theta_1 \approx 0, \theta_2 \approx 0, \theta_3 \approx 0$, 因此可认为 $\sin\theta_1 \approx \theta_1, \cos\theta_1 \approx 1, \sin\theta_2 \approx \theta_2, \cos\theta_2 \approx 1, \sin\theta_3 \approx \theta_3, \cos\theta_3 \approx 1$, 这样由公式(17)、(27)得:

$$\begin{cases} \theta_1 = -\sin\alpha\sin\beta\cos\theta - \cos\alpha\sin\theta \\ \theta_2 = \sin\alpha\cos\beta \end{cases} \quad (33)$$

由公式(20)得:

$$\theta_3 = \frac{\theta_1\theta_2(B_{33} - B_{22})}{B_{22} - 2B_{11}} \quad (34)$$

将公式(33)、(34)代入公式(28)中即可求出 B_{xx}, B_{yy} 。

所用到的水晶片的参数如下: 顺服系数 $s_{11}=12.77 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$, 弹光系数 $P_{11}=0.16, P_{12}=0.27, P_{41}=-0.047$, 旋光张量 $\gamma_{11}=1.797 \times 10^{-5}, \gamma_{33}=-1.807 \times 10^{-5}$ 。

设波矢方向与旧主轴的位置关系如图 2 所示, 则沿 ox_1 方向的应力从 10^2 N/m^2 到 10^6 N/m^2 变化时,

沿波矢方向水晶片的简正模的椭圆度和折射率差变化如图 3~图 6。

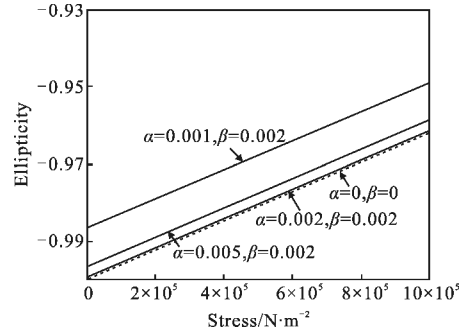


图 3 简正模椭圆度随应力变化

Fig.3 Ellipticity vs stress

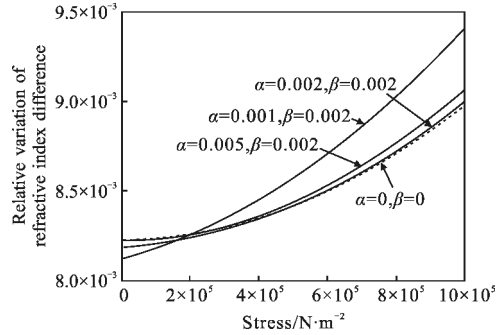


图 4 简正模折射率差相对变化与应力关系

Fig.4 Relative variation of refractive index difference vs stress

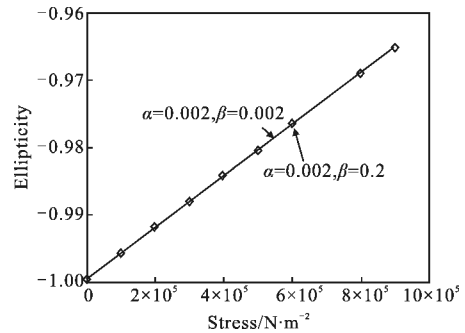


图 5 简正模椭圆度随应力变化

Fig.5 Ellipticity vs stress

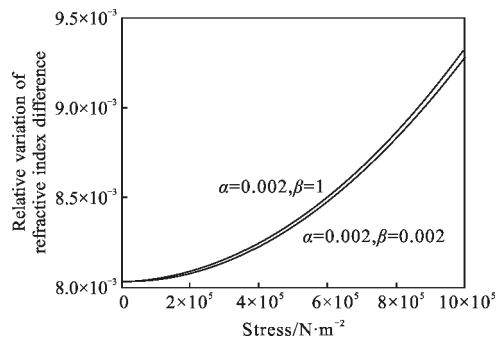


图 6 简正模折射率差相对变化与应力关系

Fig.6 Relative variation of refractive index difference vs stress

以上计算表明,(1)由图3可见在 $10^2\sim 10^6\text{ N/m}^2$ 范围内,简正模的椭圆度随应力变化了4%,变化较小;(2)由图3可见在 $10^2\sim 10^6\text{ N/m}^2$ 范围内,两简正模的折射率差相对不加应力时变化为 6.5×10^{-4} ,这将引起四频差动陀螺中左右旋模和顺时针模的差分损耗的变化;(3)由图3和图4比较可见,波矢与旧主轴的夹角越大,简正模椭圆度和相应的折射率差的相对变化随应力变化越剧烈,因此,不管水晶片中应力分布如何,初始安装时波矢与水晶片主轴的夹角越小越好;(4)由图5、图6可见,简正模椭圆度和相应的折射率差的相对变化随变化较小,这表明初始安装时可不考虑波矢与水晶片横截面交点的分布。

3 结 论

文中从理论上分析了水晶片在弹光效应和旋光性交互作用下的光学性质,建立了具体的理论模型。在适当的近似下,详细考察了水晶片横向应力作用下沿波矢方向简正模的椭圆度和相应折射率变化,这对分析温度对四频陀螺性能的影响有着一定的指导意义。

参考文献:

- [1] Jiang Yanan. Ring Laser Gyro [M]. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 1985, 232-233. (in Chinese)
姜亚南. 环行激光陀螺[M]. 北京: 清华大学出版社, 1985, 232-233.
- [2] Sun Gang. Optimized design of fixing modes of crystal in differential laser gyros [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005. (in Chinese)
孙刚. 四频差动激光陀螺水晶片安装方式的优化设计[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [3] Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei, et al. Mode-loss-induced bias in four-frequency differential laser gyroscopes [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(2): 315-321. (in Chinese)
汪之国, 龙兴武, 王飞, 等. 四频差动激光陀螺模式损耗导致的零偏[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(2): 315-321.
- [4] Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei, et al. Zero drift sensitivity in four-frequency differential laser gyros [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(9): 1758-1762. (in Chinese)
汪之国, 龙兴武, 王飞, 等. 四频差动激光陀螺的零漂敏感性[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(9): 1758-1762.
- [5] Wang Fei, Wang Zhiguo, Long Xingwu, et al. Cavity length sensitivity in four-mode differential laser gyro [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(11): 3097-3101. (in Chinese)
王飞, 汪之国, 龙兴武, 等. 四频差动激光陀螺腔长敏感性的研究[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(11): 3097-3101.
- [6] Fang Linrui. Calculation and measurement of refractive indices ellipsoid in the elasticoptic effect of crystal [J]. Physics Experimentation, 1998, 18(4): 20-22. (in Chinese)
方林瑞. 晶体弹光效应中的折射率椭球运算和实验[J]. 物理实验, 1998, 18(4): 20-22.
- [7] Yin Xin, Wang Jiyang. Interaction of the optical activity and electro-optic effect and its influence on the optically active crystal electro-optic Q switcher [J]. Acta Phys Sin, 2004, 53(10): 3565-3570. (in Chinese)
尹鑫, 王继扬. 旋光性和电光效应交互作用及其对旋光晶体电光Q开关的影响[J]. 物理学报, 2004, 53(10): 3565-3570.
- [8] Li Gongliang, Guo Jihua. Theory of Crystal Optics [M]. Beijing: Publishing House of National Defense Industry, 1990. (in Chinese)
李恭亮, 郭继华. 晶体光学原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1990.