

快速共轭梯度法频率域声波全波形反演

张广智^{*①②} 孙昌路^③ 潘新朋^① 陈洪亮^④ 姜岚杰^① 温铁民^⑤

(①中国石油大学(华东)地球科学与技术学院,山东青岛 266580; ②海洋国家实验室海洋矿产资源评价与探测技术功能实验室,山东青岛,266580; ③中国天辰工程有限公司,天津 300400; ④中海油能源发展股份有限公司工程技术分公司,天津 300452; ⑤东方地球物理公司研究院,河北涿州 072751)

张广智,孙昌路,潘新朋,陈洪亮,姜岚杰,温铁民. 快速共轭梯度法频率域声波全波形反演. 石油地球物理勘探, 2016,51(4):730-737.

摘要 针对全波形反演中 Hessian 矩阵庞大、共轭梯度法收敛速度慢的问题,提出了一种新的算法——快速共轭梯度法(Fast Conjugate Gradient,FCG)。该方法通过引入新的变量对共轭梯度法进行改进,在加快收敛速度的同时使收敛更加稳定,额外的计算量是少许的点乘计算,计算量增加很少。将该法应用于频率域声波全波形反演中,并用简单的凹陷模型和抽稀的复杂 Marmousi 模型进行测试。测试结果表明:相对于传统的共轭梯度法,该方法能加快收敛速度,同时深部反演效果更好。

关键词 快速共轭梯度法 频率域 全波形反演

中图分类号:P631 文献标识码:A doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2016.04.014

1 引言

20世纪80年代,Tarantola^[1]借鉴逆时偏移的思想,利用正传波场和反传波场的互相关进行时间域全波形迭代反演成像;Mora^[2]将其应用于弹性波时间域全波形反演;Pratt等^[3]将该思想应用于频率域全波形反演;随后,Bunks等^[4]引入了多尺度全波形反演的思想,使反演更加稳定;Sirgue等^[5]、Nocedal^[6]、Liu等^[7]从波数覆盖角度对最优频率进行了研究,制定了高效的频率选取准则;Wang等^[8]、Beck等^[9]、Pratt^[10]、Plessix^[11]、Davis^[12]利用深度加权系数进行波场能量的加权均衡,提高了深部成像质量;刘财等^[13]在梯度处理环节引入频率域补偿因子,对浅层成像能量噪声压制的同时对深部成像能量噪声给予补偿;陈永芮等^[14]通过双向照明对能量进行均衡补偿。

随着勘探区域复杂程度的加深,常规的反演已经不能满足人们对深层区域的研究,全波形反演作为一种适用于复杂模型的方法越来越受到人们的青睐。随着采集技术以及高性能计算机的迅猛发展及

应用,全波形反演应用会越来越广泛。然而,全波形反演在应用中遇到一些问题,比如收敛性问题,对此 Nocedal^[6]提出了拟牛顿法(BFGS),在提高收敛速度的同时提高了深层成像分辨率。Liu等^[7]提出了计算高效的有限存储的拟牛顿法(L-BFGS),在提高收敛速度的同时减少了计算量和内存需求。Pratt等^[3]使用 Hessian 矩阵对梯度预处理改善收敛效果;刘璐等^[15]对 L-BFGS 进行了修正,使收敛方向更加准确。

本文借鉴 Beck等^[9]的思想,通过对共轭梯度法进行改造,提出了一种新的计算方法——快速共轭梯度法(FCG),并将这种方法应用于频率域声波全波形反演中。利用简单的凹陷模型和抽稀的复杂 Marmousi 模型进行了一系列测试。测试结果表明,该方法能够加快收敛速度和改善深部收敛效果。

2 频率域声波全波形反演基本理论

2.1 频率域声波方程正演计算

频率域各向同性介质声波方程为

* 山东省青岛市黄岛区长江西路 66 号中国石油大学(华东)地球科学与技术学院工科楼 C 座,266580。Email: zhanggz@upc.edu.cn

本文于 2015 年 5 月 21 日收到,最终修改稿于 2016 年 5 月 12 日收到。

本研究受国家“973”项目(2013CB228604,2014CB239201)、国家油气重大专项(2016ZX05027004-001,2016ZX05002-005-09HZ)和国家自然科学基金—石油化工基金联合重点项目(U1562215)资助。

$$\frac{\partial^2 U(x, z, \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, z, \omega)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{m^2(x, z)} U(x, z, \omega) = -f_s(x, z, \omega) \quad (1)$$

式中: $U(x, z, \omega)$ 为介质中每一点受到的压强; $m(x, z)$ 为速度; ω 为角频率; $f_s(x, z, \omega)$ 为震源。

将 PML 边界条件应用于方程(1)并用有限差分方法将方程离散,最终可将式(1)简单表示为

$$\mathbf{S}(\omega)\mathbf{U}(\omega) = -\mathbf{f}_s(\omega) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{S}(\omega)$ 为阻抗矩阵,是 $N \times N$ [模型空间网格为 (N_x, N_z) , $N = N_x \times N_z$] 的大型稀疏矩阵,通常调用已有程序包求解。在频率域中,对于多震源问题,直接分解法只需要将稀疏矩阵分解一次,其分解结果可以被各个震源利用,从而节约了计算量^[12]。本文采用了直接分解法求解该大型稀疏方程。

2.2 频率域声波全波形反演

正如大多数反演问题一样,最小化剩余误差函数

$$E(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \delta \mathbf{d}^T \delta \mathbf{d}^* \quad (3)$$

式中: $E(\mathbf{m})$ 为误差函数; T 表示转置; “ $*$ ”表示共轭转置; $\delta \mathbf{d}$ 为模拟波场与观测波场的差值,为

$$\delta d_i = u_i - d_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

式中: d_i 为观测波场; u_i 为模拟波场; i 为检波器编号。

通过误差函数的梯度方向更新模型参数,即

$$\mathbf{m}^k = \mathbf{m}^{k-1} - \alpha^k \nabla E^k \quad (5)$$

式中: k 为迭代次数; α 是步长,可以通过线性搜索等最优化方法得到,对式(3)两边对速度求导可以得到梯度 ∇E 。

误差函数对速度的梯度可以表示为^[10]

$$\nabla E = -\operatorname{Re} \left\{ \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{S}^T}{\partial \mathbf{m}} [\mathbf{S}^{-1}]^T \delta \hat{\mathbf{d}}^* \right\} \quad (6)$$

在声波中稀疏矩阵对速度的求导可简化为^[11]

$$\frac{\partial \mathbf{S}^T}{\partial \mathbf{m}} \approx -\frac{2\omega^2}{m^3} \quad (7)$$

最终梯度化为

$$\nabla E = -\operatorname{Re} \left\{ \sum_{\omega} \frac{2\omega^2}{m^3} \mathbf{u}^T [\mathbf{S}^{-1}]^T \delta \hat{\mathbf{d}}^* \right\} \quad (8)$$

式中 $[\mathbf{S}^{-1}]^T \delta \hat{\mathbf{d}}^*$ 为反传波场,所以梯度为正传波场和反传波场的互相关。

全波形反演遇到的挑战之一是解的不适定,采用的是局部最优化算法,而其中较多的局部极小值

容易使目标函数收敛到局部极值,导致反演结果精度低^[16-19]。为此,本文采用多尺度算法,先反演低频成分,然后将反演结果作为相邻较高频率反演的初始模型。因为低频能够反演模型的大尺度成分,高频反演小尺度成分,所以多尺度算法能较好地减小局部极小值的影响,使目标函数较好地得到收敛,同时可以压制噪声和反演假象。

2.3 能量补偿

在全波形反演中,浅层能量较强能够较好地成像,而随着深度的增加,由于透射损失和几何扩散等原因使能量减弱,极大地影响了深部成像效果。在梯度处理环节引入频率域补偿因子,并对其进行改造,在对浅层梯度场进行噪声压制的同时对深层梯度场进行补偿,以改善深层成像效果。

梯度处理后的速度迭代更新公式为

$$\mathbf{m}^k = \mathbf{m}^{k-1} - \alpha^k \gamma \nabla E \quad (9)$$

补偿系数 γ 为

$$\gamma = \exp\left(\frac{\pi f z}{C}\right) - 1 \quad (10)$$

式中: f 为频率; z 为深度; C 为一常数。

3 快速共轭梯度法(FCG)

传统的共轭梯度法模型参数迭代公式为

$$\mathbf{m}^k = \mathbf{m}^{k-1} - \alpha^k \nabla E_c^k \quad (11)$$

式中 ∇E_c 是由共轭梯度法得到的梯度。

快速共轭梯度法是通过改变式(11)中的 \mathbf{m}^{k-1} 以加快收敛速度和改善收敛效果。构造一个新的变量

$$\mathbf{y}^k = \mathbf{m}^{k-1} + \left(\frac{\beta^{k-1}}{\beta^{k+1}}\right) (\mathbf{m}^{k-1} - \mathbf{m}^{k-2}) \quad (12)$$

其中

$$\beta^{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(\beta^k)^2}}{2} \quad (13)$$

用 \mathbf{y}^k 代替式(11)中的 \mathbf{m}^{k-1} ,得到 FCG 的模型参数迭代公式为

$$\mathbf{m}^k = \mathbf{y}^k - \alpha^k \nabla E_c^k \quad (14)$$

该算法的流程如下:

- (1) $\mathbf{y}^1 = \mathbf{m}^0 \quad \beta^1 = 1$;
- (2) $\mathbf{m}^k = \mathbf{y}^k - \alpha^k \nabla E_c^k$;
- (3) $\beta^{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(\beta^k)^2}}{2}$;
- (4) $\mathbf{y}^k = \mathbf{m}^{k-1} + \left(\frac{\beta^{k-1}}{\beta^{k+1}}\right) (\mathbf{m}^{k-1} - \mathbf{m}^{k-2})$ 。

FCG与普通共轭梯度法的区别主要在于速度的迭代更新中不是采用 m^{k-1} ,而是用 y^k 进行迭代, y^k 是 m^{k-1} 、 m^{k-2} 的特殊线性组合。显然FCG的计算量和普通共轭梯度法基本相同,只是多出少许的点乘计算。式(13)来源于递归关系,详细推导参见文献[9]。

$\frac{\beta^{k-1}}{\beta^{k+1}} \in (0, 1)$, 经过测试发现, 将其取为 0.5 时效果相对较好。

4 模型试算

为了测试本文提出的基于FCG全波形反演的

效果,分别对简单凹陷模型及抽稀的Marmousi模型进行了速度反演。在各个模型中选用以下相同的参数:雷克子波主频为15Hz,空间采样间隔为 $dx = dz = 10\text{m}$ 。

4.1 简单凹陷模型

凹陷模型采用地表放炮,共100炮,炮间距为10m。地表接收,共100个检波器,检波器间距为10m。CG表示共轭梯度法。采用多尺度算法,共分为5个频率组,分别为5~9Hz,10~14Hz,15~19Hz,20~24Hz,25~29Hz,每个频率组迭代20次。由简单凹陷模型测试该方法的正确性和有效性。图1是凹陷模型及初始速度模型,用低频反演结果作为相邻高频的初始模型(图1右)。

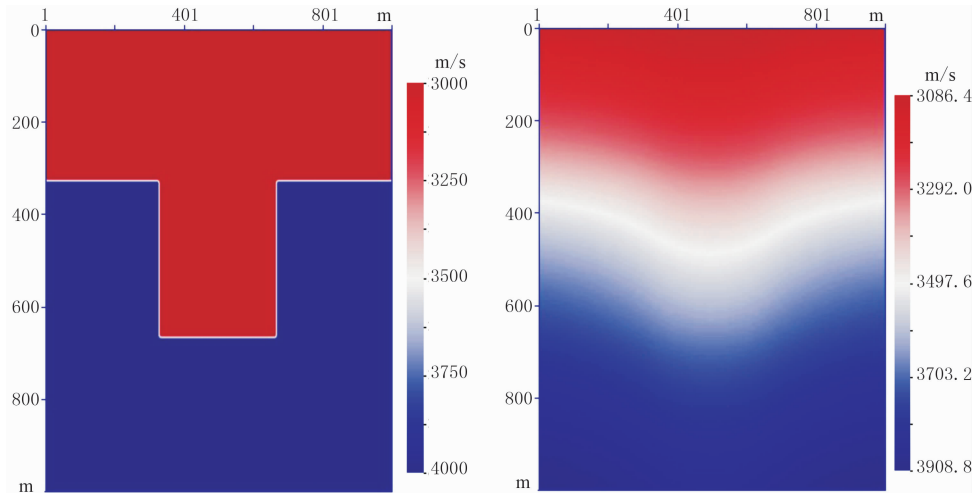


图1 凹陷模型(左)及初始速度模型(右)

4.1.1 凹陷模型反演结果对比

图2是凹陷模型两种方法迭代反演得到的速度模型对比,图3是凹陷模型两种炮检距不同方法反演的速度曲线对比。由图2和图3可以看出,两种方法都能得到比较准确的速度。FCG方法的反演结果分辨率更高、更稳定,收敛更好,深层的反演效果也比普通CG方法好,反演的速度数值更接近真实速度(图2b、图3椭圆内)。

4.1.2 凹陷模型迭代反演误差曲线对比分析

图4是凹陷模型不同频带两种方法迭代反演误差曲线对比。由图4a可以看出,FCG方法比CG方法更易收敛,在25~29Hz频带内,CG方法出现较多的局部震荡,而FCG方法则较稳定(图4b)。可见FCG方法不但收敛速度快,并且收敛相对稳定。

4.2 Marmousi模型

Marmousi模型采用地表放炮,共311炮,炮间距为10m,地表接收,共311个检波器,检波器间距为10m。采用多尺度算法,反演参数与凹陷模型相同。由抽稀的复杂Marmousi模型测试该方法的广泛适用性。图5是Marmousi模型及其初始速度模型,低频反演结果作为相邻高频的初始模型(图5右)。

4.2.1 Marmousi模型反演结果对比

图6是Marmousi模型两种方法迭代反演的速度模型对比,图7是Marmousi模型两种炮检距不同方法反演的速度曲线对比。由图6和图7可以看出,两种方法都能得到比较准确的速度。相对于CG方法,FCG方法的深层反演结果分辨率更高,数值上更接近实际速度模型(图6b、图7椭圆内)。验证了本文方法的有效性及其适用性。

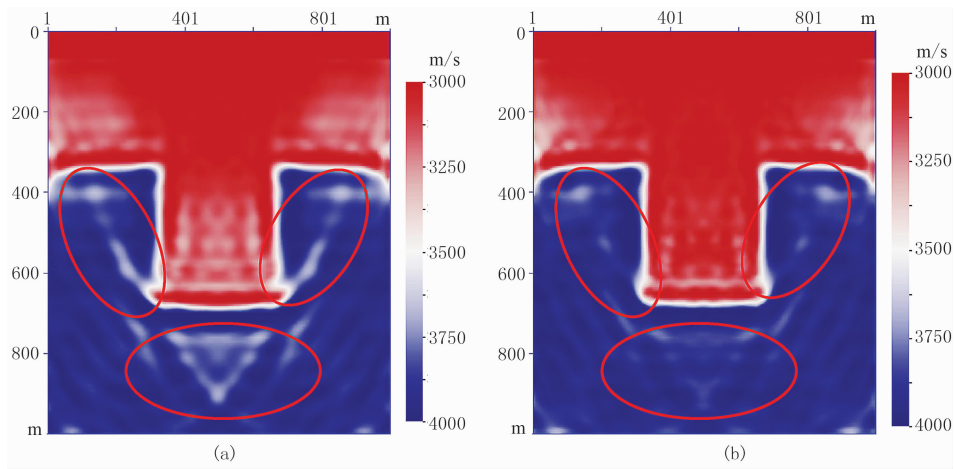


图 2 凹陷模型两种方法迭代反演的速度模型对比

(a)CG 方法迭代 100 次; (b)FCG 方法迭代 100 次

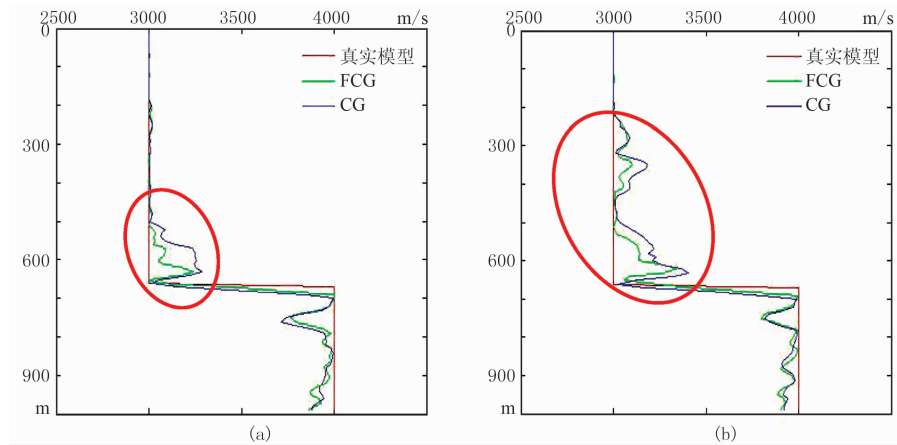


图 3 凹陷模型两种炮检距不同方法反演速度曲线对比

(a) $x=370\text{m}$; (b) $x=600\text{m}$

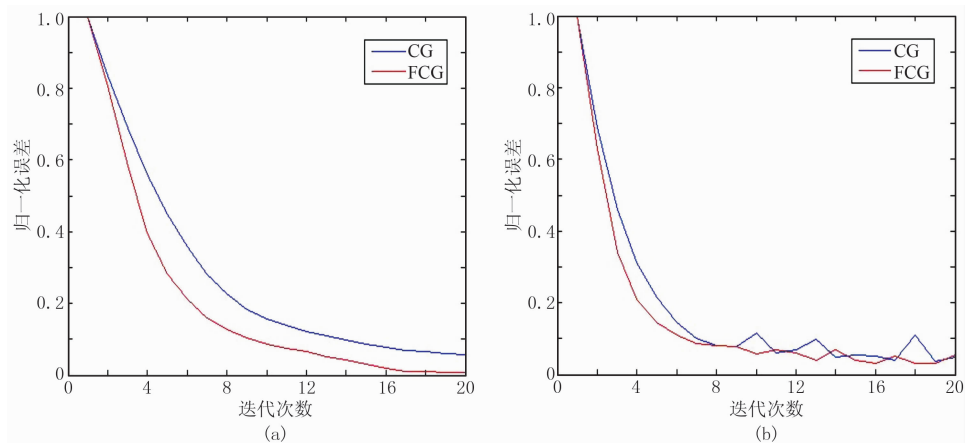


图 4 凹陷模型不同频带两种方法迭代反演误差曲线对比

(a)10~14Hz; (b)25~29Hz

4.2.2 误差函数曲线对比分析

图 8 是 Marmousi 模型不同频带两种方法迭代反演误差曲线对比。由图 8a 可以看出,FCG 方法比

CG 方法更易收敛。在 25~29Hz 频带内,CG 方法出现较多的局部震荡,而 FCG 方法则较稳定(图 8b),可见 FCG 方法不仅收敛速度快并且相对稳定。

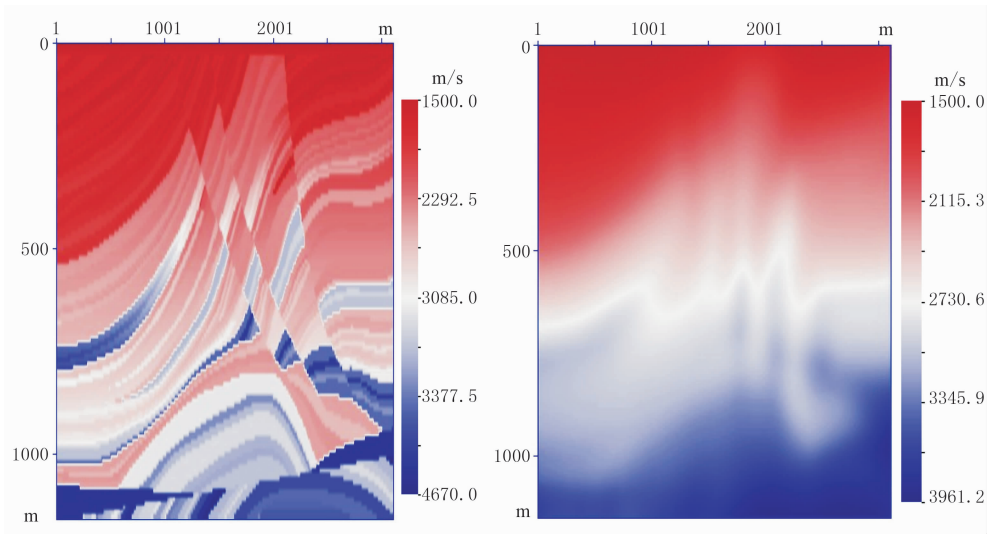


图 5 Marmousi 模型(左)及其初始速度模型(右)

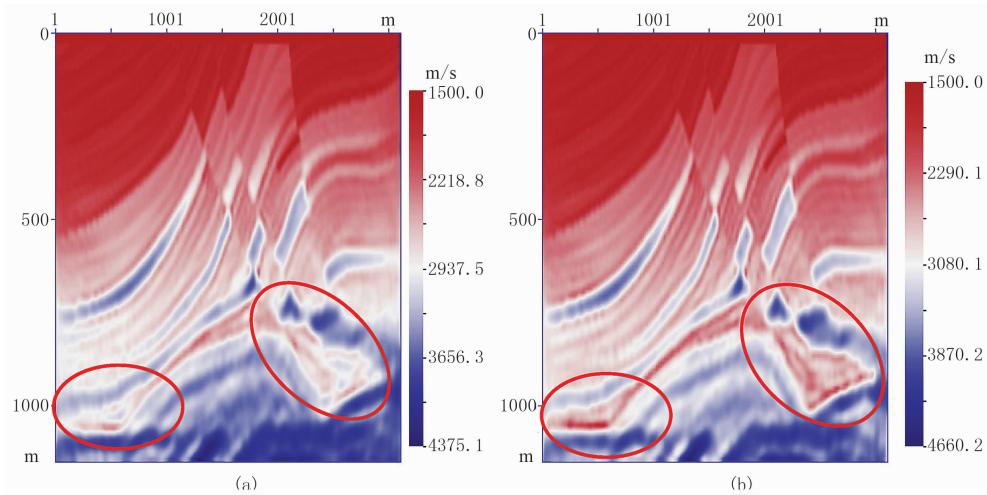


图 6 Marmousi 模型两种方法迭代反演的速度模型对比
(a)CG 方法迭代 100 次; (b)FCG 方法迭代 100 次

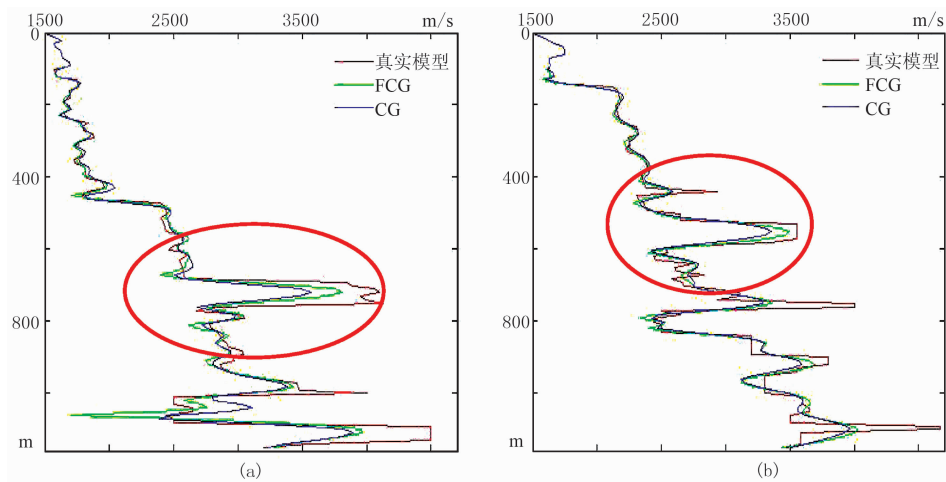


图 7 Marmousi 模型两种炮检距不同方法反演的速度曲线对比
(a) $x=500\text{m}$; (b) $x=1500\text{m}$

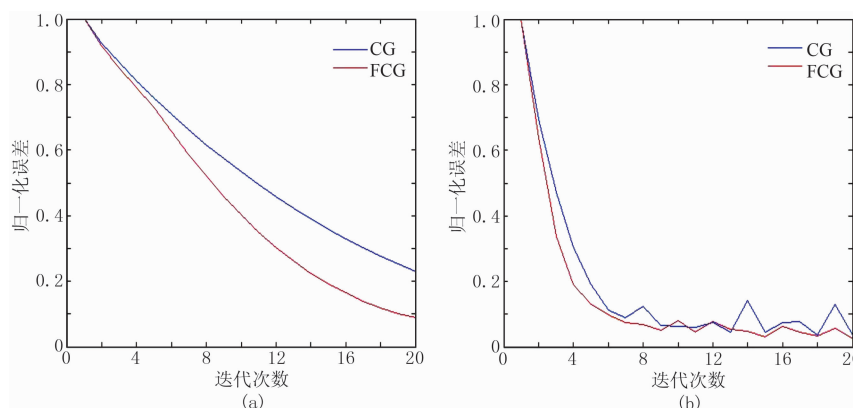


图 8 Marmousi 模型不同频带两种方法迭代反演误差曲线对比
(a)10~14Hz; (b) 25~29Hz

4.3 计算效率定量测试

为了定量测试本文提出的基于 FCG 的全波形反演的效率,分别对上述简单凹陷模型及抽稀的 Marmousi 模型进行了效率测算。同样采用多尺度反演,反演参数与前文所述相同。每个频率组迭代终止的条件是 $\| \mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{u}_{\text{cal}} \| / \| \mathbf{u}_{\text{cal}} \| \leq \epsilon_r$ 。 \mathbf{d}_{obs} 是观测波场, \mathbf{u}_{cal} 是模拟波场。对于凹陷模型, ϵ_r 取 0.01;

对于 Marmousi 模型, ϵ_r 取 0.05,最终迭代终止时求出迭代次数。FCG 方法多出的计算仅仅是很少的点乘计算,与全波形反演的计算时间相比完全可以忽略。每次的计算时间与频率无关。

图 9、图 10 分别是凹陷模型和 Marmousi 模型两种方法迭代反演速度模型及速度曲线对比。由图 9 和图 10 可以看出:①两种方法反演的速度模型

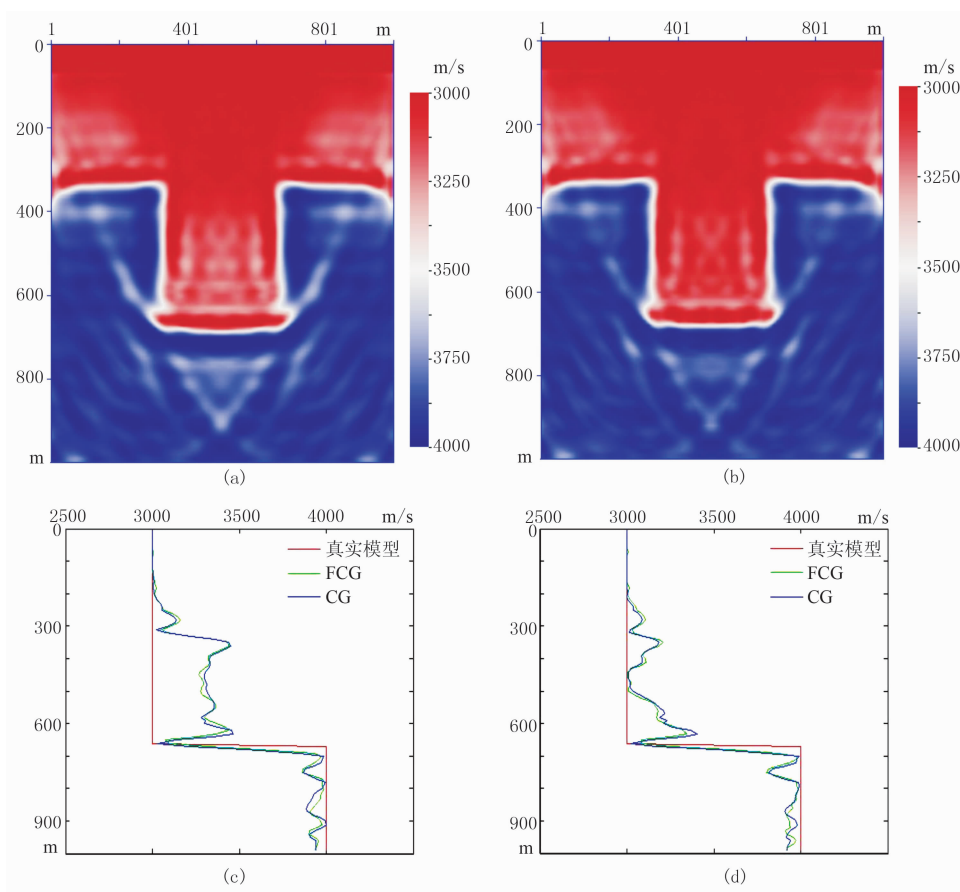


图 9 凹陷模型两种方法迭代反演速度模型及速度曲线对比
(a)CG 方法迭代 130 次; (b)FCG 方法迭代 57 次; (c) $x=380\text{m}$; (d) $x=580\text{m}$

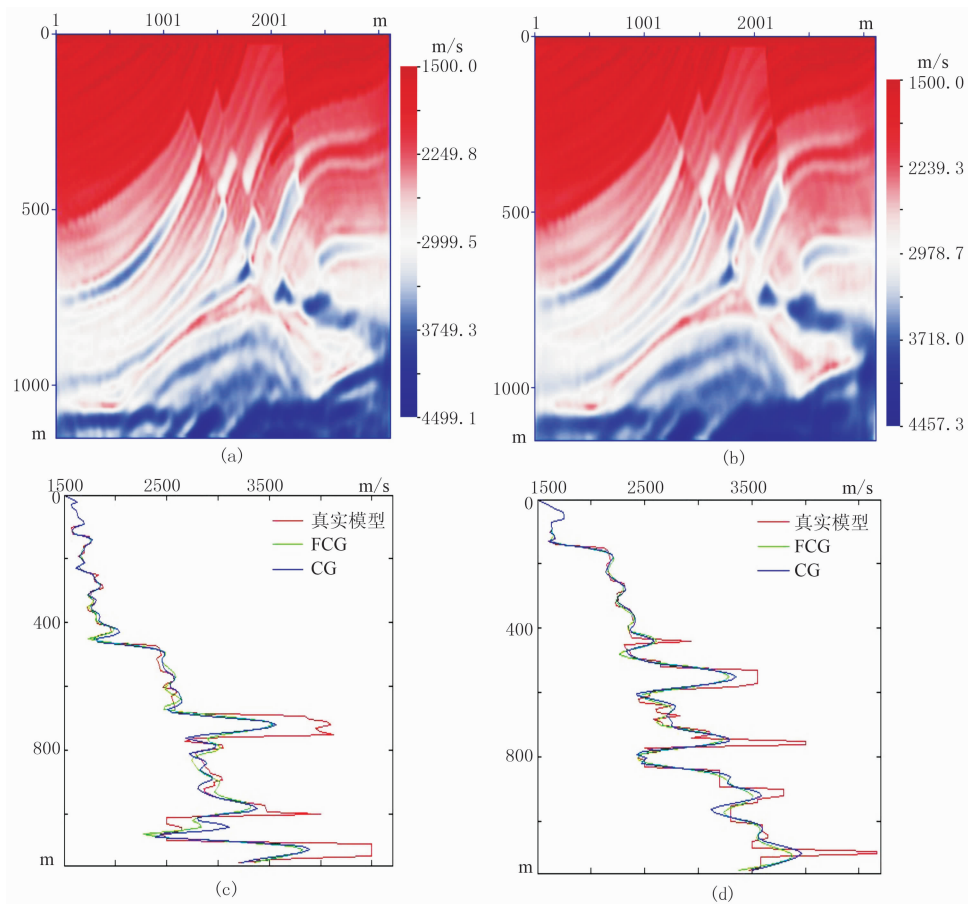


图 10 Marmousi 模型两种方法反演速度模型及速度曲线对比

(a)CG 方法迭代 116 次; (b)FCG 方法迭代 63 次; (c) $x=500\text{m}$; (d) $x=1500\text{m}$

无论是浅层还是深层,模型对应的层位界面的分辨率差别较小(图 9a、图 9b,图 10a、图 10b);②两种方法反演的速度的变化趋势和数值相同(图 9c、图 9d,图 10c、图 10d);③对于凹陷模型达到相同的精度,CG 方法需要迭代 130 次(图 9a),FCG 方法需要 57 次(图 9b);对于 Marmousi 模型达到相同的精度,CG 方法需要迭代 116 次(图 10a),FCG 方法仅需 63 次(图 10b)。因为 FCG 方法额外的计算量就是很少的点乘计算,与全波形反演的计算量及计算时间相比完全可以忽略,计算量、计算时间与频率无关。

5 结论

(1)FCG 方法与 CG 方法相比,收敛速度加快的同时收敛更加稳定,该方法额外的计算量是少量的点乘计算,计算量增加很少;

(2)简单凹陷模型和抽稀的 Marmousi 模型测

试结果验证了本文方法的正确性和有效性,该方法既能加快收敛速度,又能提高反演精度及深层的分辨率;

(3)基于快速共轭梯度法的频率域声波全波形反演是普通共轭梯度法计算速度的两倍左右,计算量、计算时间与频率无关。

参考文献

- [1] Tarantola A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 1984, 49(8): 1259-1266.
- [2] Mora P. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 1987, 52(9): 1211-1228.
- [3] Pratt R G, Shin C, Hick G J. Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 1998, 133(2): 341-362.
- [4] Bunks C, Saleck F M, Zaleski S et al. Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics*, 1995, 60(5): 1457-1473.
- [5] Sirgue L, Pratt R G. Efficient waveform inversion

- and imaging: A strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 2004, 69(1): 231-248.
- [6] Nocedal J. Updating quasi-Newton matrices with limited storage. *Mathematics of Computation*, 1980, 35(151): 773-782.
- [7] Liu D and Nocedal J. On the limited memory BFGS method for large scale minimization. *Mathematical Programming*, 1989, 5(1): 503-528.
- [8] Wang Y, Rao Y. Reflection seismic waveform tomography. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978-2012), 2009, 114(B3).
- [9] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(1): 183-202.
- [10] Pratt R G. Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. *Geophysical Prospecting*, 1990, 38(3): 311-329.
- [11] Plessix R E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, 2006, 167(2): 495-503.
- [12] Davis T A. Algorithm 832: UMFPACK V4.3—an unsymmetric-pattern multifrontal method. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 2004, 30(2): 196-199.
- [13] 刘财, 刘洋, 王典等. 一种频域吸收衰减补偿方法. *石油物探*, 2005, 44(2): 116-118.
Liu Cai, Liu Yang, Wang Dian et al. A method to compensate strata absorption and attenuation in frequency domain. *GPP*, 2005, 44(2): 116-118.
- [14] 陈永芮, 李振春, 秦宁等. 波动方程双向照明优化的全波形反演. *地球物理学进展*, 2013, 28(6): 3015-3021.
Chen Yongrui, Li Zhenchun, Qin Ning et al. Full waveform inversion with wave equation bi-directional illumination optimization. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(6): 3015-3021.
- [15] 刘璐, 刘洪, 张衡等. 基于修正拟牛顿公式的全波形反演. *地球物理学报*, 2013, 56(7): 2447-2451.
Liu Lu, Liu Hong, Zhang Heng et al. Full waveform inversion based on modified quasi-Newton equation. *Chinese Journal of Geophysics*, 2013, 56(7): 2447-2451.
- [16] 成景旺, 吕晓春, 顾汉明等. 基于柯西分布的频率域全波形反演. *石油地球物理勘探*, 2014, 49(5): 940-945.
Cheng Jingwang, Lv Xiaochun, Gu Hanming et al. Full waveform inversion with Cauchy distribution in the frequency domain. *OGP*, 2014, 49(5): 940-945.
- [17] 刘国峰, 刘洪, 孟小红等. 频率域波形反演中与频率相关的影响因素分析. *地球物理学报*, 2012, 55(4): 1345-1353.
Liu Guofeng, Liu Hong, Meng Xiaohong et al. Frequency-related factors analysis in frequency domain waveform inversion. *Chinese Journal of Geophysics*, 2012, 55(4): 1345-1353.
- [18] 张广智, 王丹阳, 印兴耀等. 基于 MCMC 的叠前地震反演方法研究. *地球物理学报*, 2011, 54(11): 2926-2932.
Zhang Guangzhi, Wang Danyang, Yin Xingyao et al. Study on prestack seismic inversion using Markov Chain Monte Carlo. *Chinese Journal of Geophysics*, 2011, 54(11): 2926-2932.
- [19] 吕晓春, 顾汉明, 成景旺. 基于 Huber 函数的频率域全波形反演. *石油物探*, 2013, 52(5): 544-552.
Lv Xiaochun, Gu Hanming, Cheng Jingwang. Full waveform inversion in frequency domain based on Huber function. *GPP*, 2013, 52(5): 544-552.

(本文编辑:金文昱)

作者简介



张广智 教授, 博士生导师, 1971年生; 1993年毕业于石油大学(华东)勘查地球物理专业并留校任教至今; 2008年获中国科学院地质与地球物理所固体地球物理专业博士学位, SEG和EAGE会员; 现在主要从事储层地球物理、岩石物理、地震资料目标处理与解释等方面的教学与科研工作, 在国内外会议与期刊发表论文 50 多篇。