

# 混凝土结构

Concrete Structure

主讲教师：孙修礼 盖玉龙

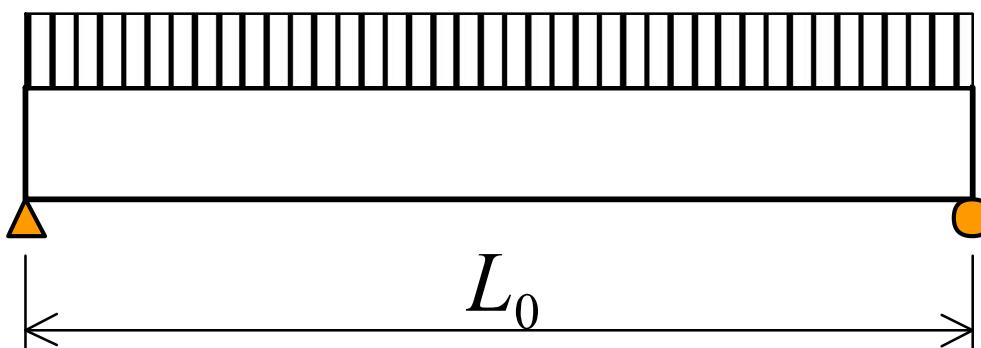
建筑工程学院工程结构教研室

# 第十章 预应力混凝土的原理及计算规定

## 10.1 预应力混凝土的概念(Concept of PRC)

### 一、钢筋混凝土的缺欠

$$q_k = 10 \text{ kN/m}$$



跨度为**5.2m**的简支梁，截面尺寸为**200×450mm<sup>2</sup>**，作用均布活荷载标准值 **$q_k=10\text{kN/m}$** ，均布恒荷载 **$g_k=5\text{kN/m}$** 。

		跨度增加一倍	跨度增加两倍	采用高强钢筋
$L_0$	5.2m	10.4m	20.8m	5.2m
$b \times h$	200×450	400×900	800×1900	200×450
自重 $g_k$	5kN	20kN	80kN	5kN
$M$	67.6kN.m	513.96kN.m	5948.8kN.m	67.6kN.m
$f_y$	II 级 310	II 级 310	II 级 310	冷拉IV级 580
$A_s$	603mm <sup>2</sup>	2106mm <sup>2</sup>	12650mm <sup>2</sup>	308mm <sup>2</sup>
$M_s$	50.7kN.m	405.6kN.m	4867.2kN.m	50.7kN.m
$[f] = \frac{L_0}{300}$	$16.4 = \frac{L_0}{317}$	$38.1 = \frac{L_0}{273}$	$88.8 = \frac{L_0}{234}$	$32.2 = \frac{L_0}{161.5}$
$\sigma_{ss}$	232MPa			453MPa
$[w_{max}] = 0.3$	0.25			0.75

- ★ 产生上述问题原因主要是因为混凝土的抗拉强度太低，导致受拉区混凝土过早开裂，截面抗弯刚度显著降低。
- ★ 钢筋混凝土梁应用于大跨度结构时，如为增加刚度而加大截面尺寸，会导致自重进一步增大，形成恶性循环。
- ★ 如增加钢筋来提高刚度，则钢材的强度得不到充分利用，造成浪费。
- ★ 采用高强钢筋，按正截面承载力要求可减少配筋，截面抗弯刚度基本与配筋面积成比例降低，故挠度变形控制难以满足。
- ★ 裂缝宽度与钢筋应力基本成正比，一般  $M_s = (0.6 \sim 0.8)M_y$ ，如配筋按正截面承载力计算， $M_s$  下  $\sigma_{ss} = (0.5 \sim 0.7)f_y$ 。对于Ⅱ级钢筋， $f_y = 300 \text{ MPa}$ ， $\sigma_{ss} = 150 \sim 210 \text{ MPa}$ ，裂缝宽度已达  $(0.15 \sim 0.25) \text{ mm}$ 。如采用Ⅵ级高强钢筋， $f_y = 580 \text{ MPa}$ ，则  $\sigma_{ss} = 290 \sim 406 \text{ MPa}$ ，裂缝宽度已远远超过容许限值。

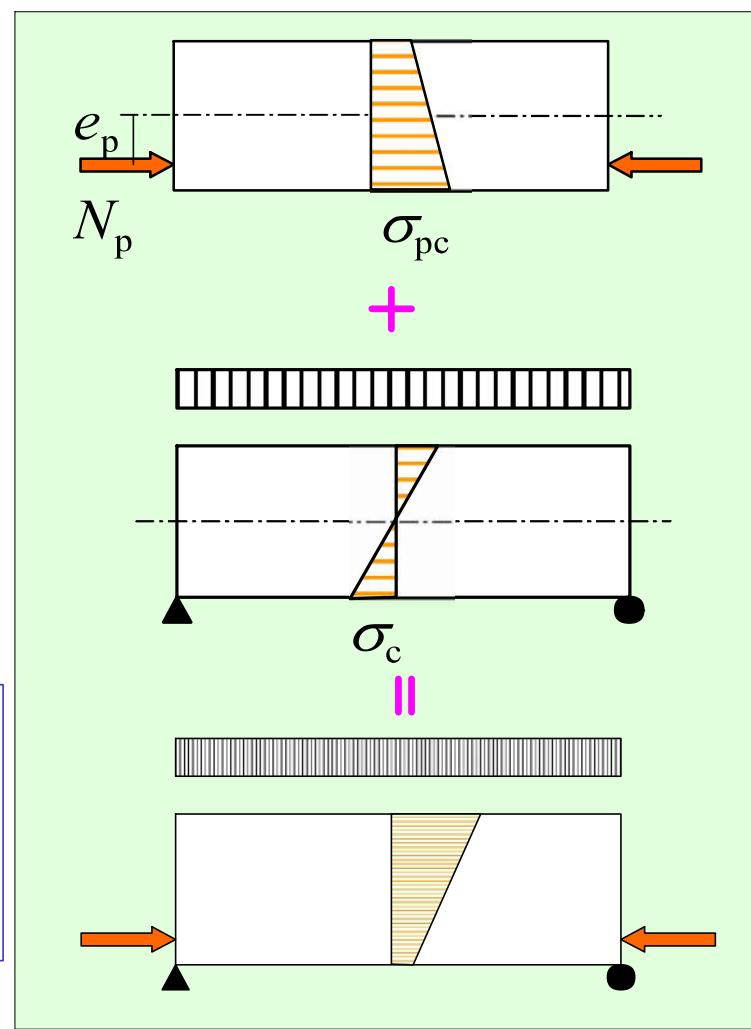
## 二、预应力的基本概念

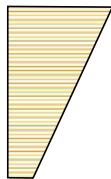
$$\sigma_{pc} = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p e_p}{I} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\sigma_c = \frac{M}{W} = \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\sigma_b = \sigma_c - \sigma_{pc}$$

$$= \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2} - \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p e_p}{I} \cdot \frac{h}{2} \right)$$

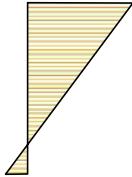




由于预加应力  $\sigma_{pc}$  较大，受拉边缘仍处于受压状态，**不会出现开裂**；

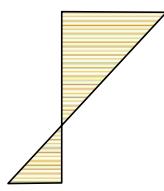
$$\begin{aligned}\sigma_b &= \sigma_c - \sigma_{pc} \\ &= \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2} - \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p e_p}{I} \right) \cdot \frac{h}{2}\end{aligned}$$

$$\sigma_c - \sigma_{pc} < 0$$



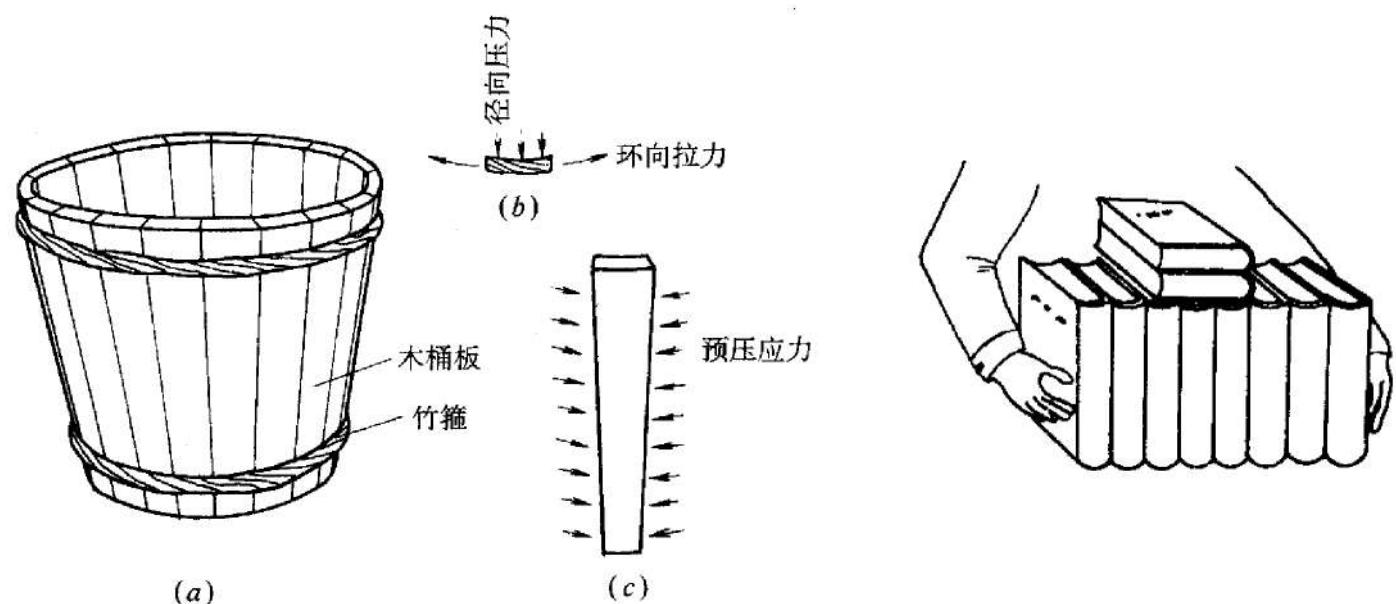
受拉边缘应力虽然受拉，但拉应力小于混凝土的抗拉强度，**一般不会出现开裂**；

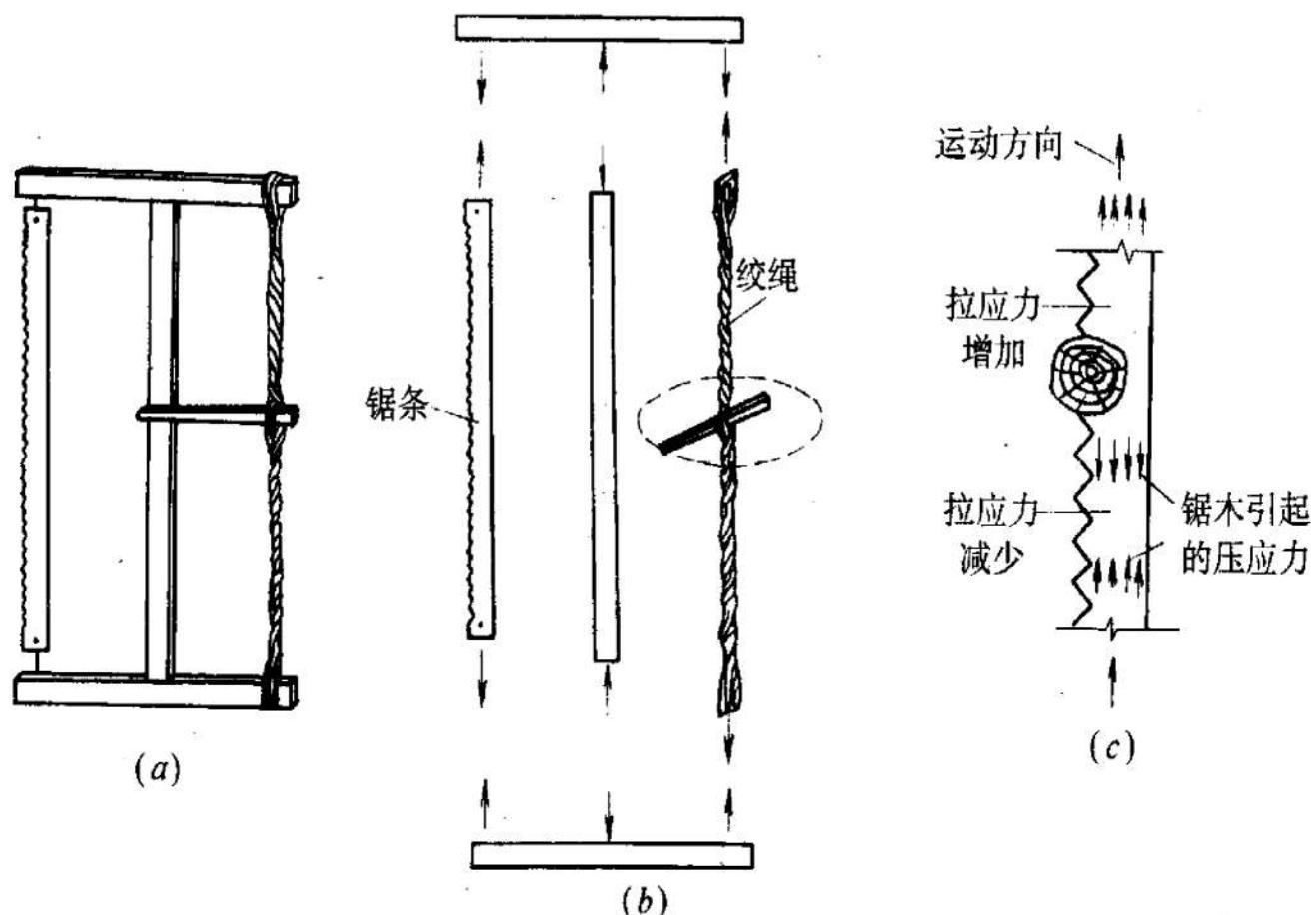
$$0 < \sigma_c - \sigma_{pc} < f_{tk}$$

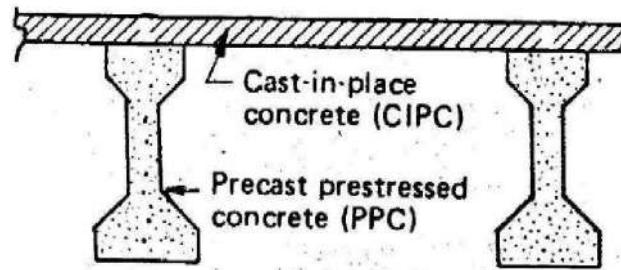


受拉边缘应力超过混凝土的抗拉强度，虽然会产生裂缝，但比钢筋混凝土构件 ( $N_p = 0$ ) 的**开裂明显推迟，裂缝宽度也显著减小**。

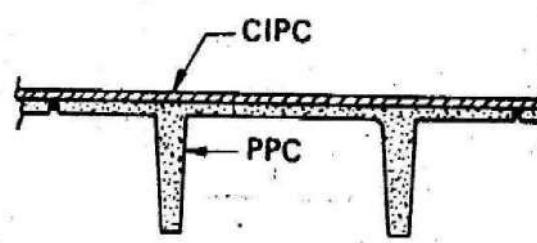
$$\sigma_c - \sigma_{pc} > f_{tk}$$



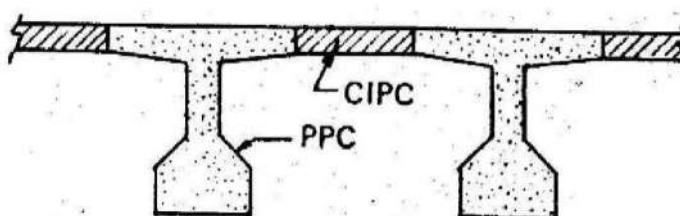




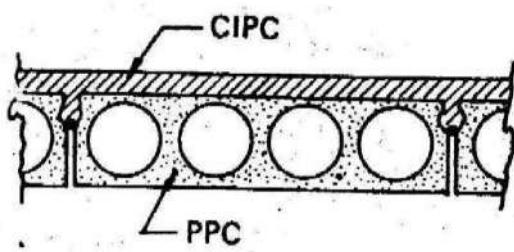
(a)



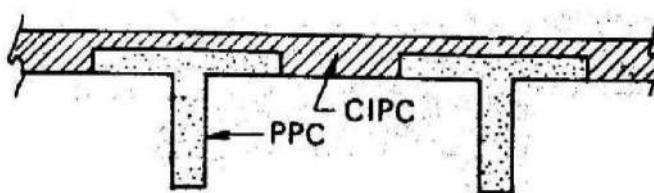
(d)



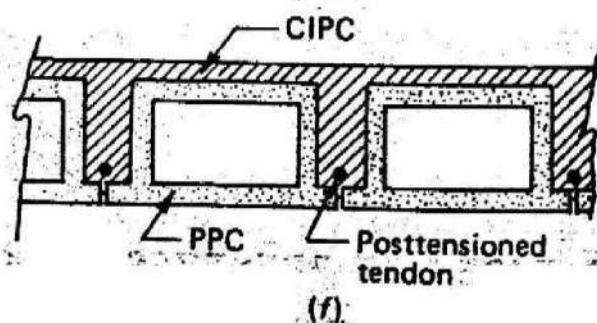
(b)



(e)



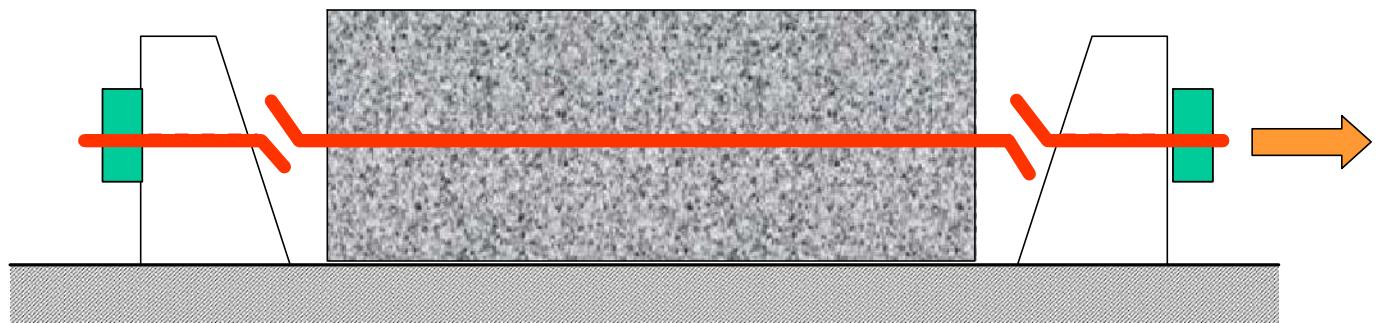
(c)



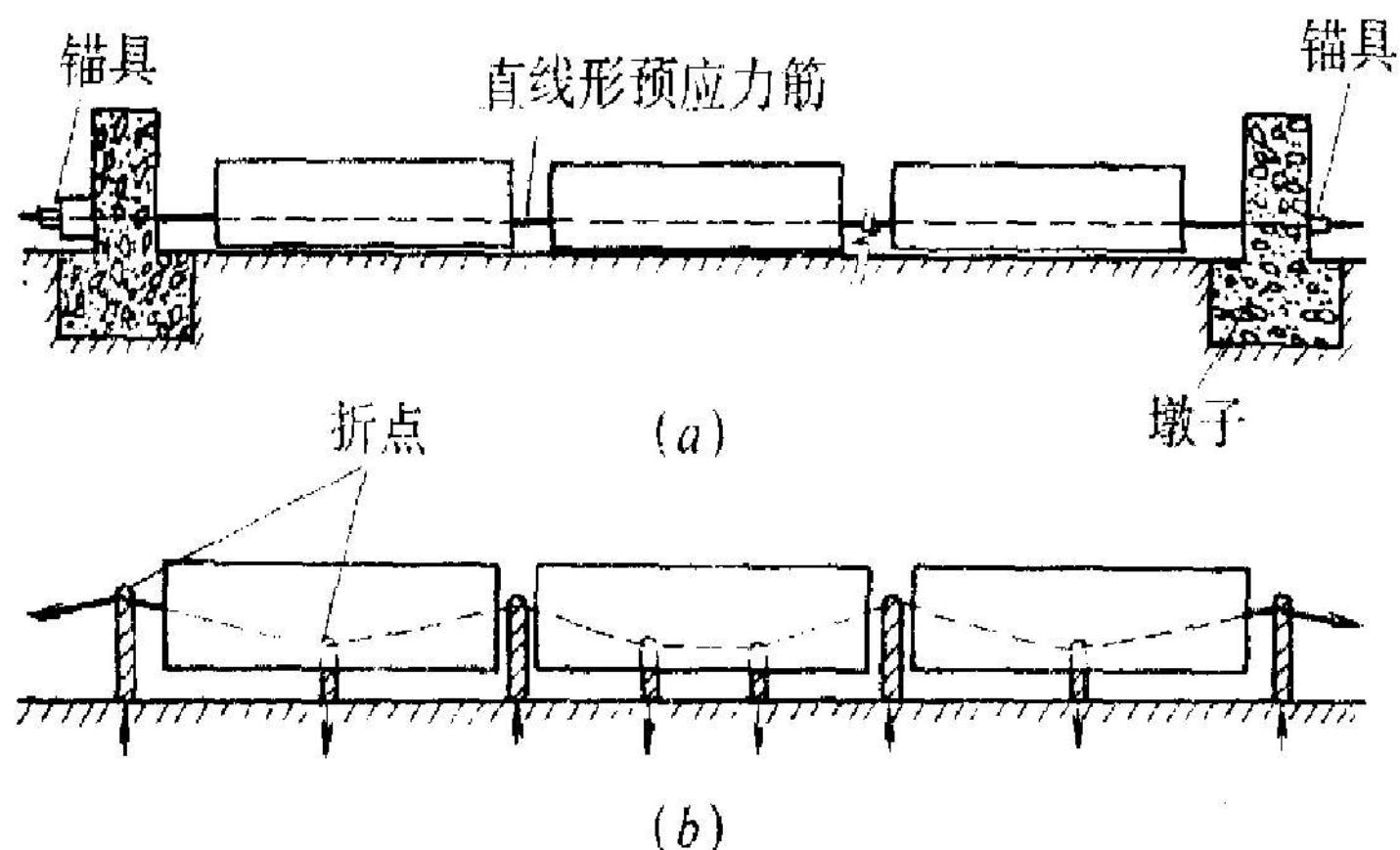
(f)

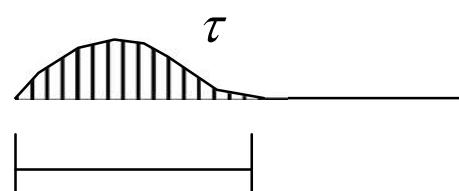
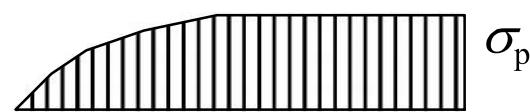
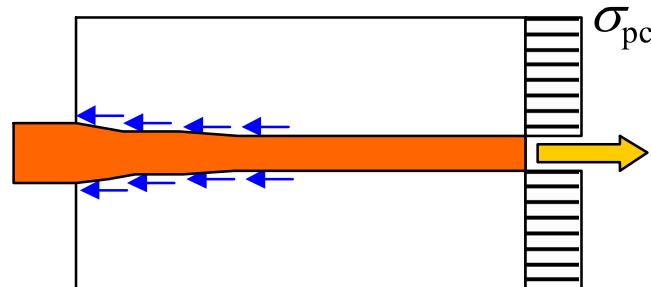
**Figure 9.1 Typical cross sections of composite beams.**

## 10.2 施加预应力的方法

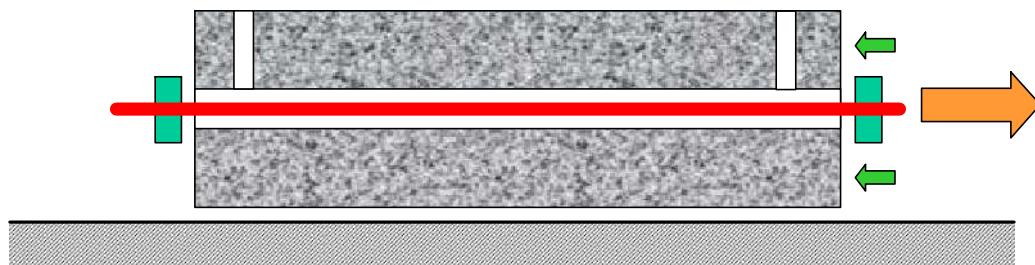


先张法



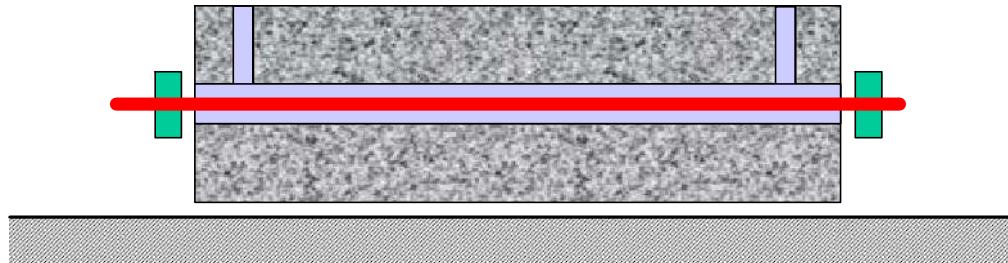


传递长度  $l_{tr}$



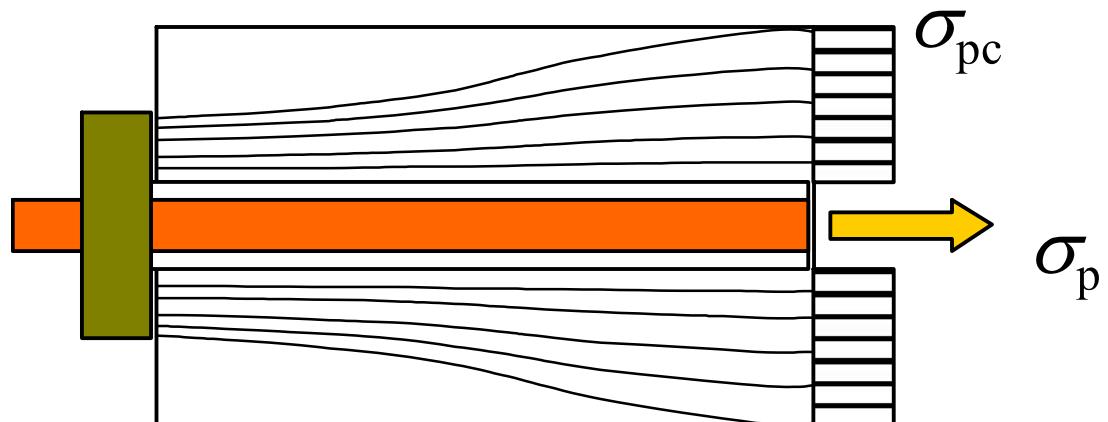
后张法

(Pretension)



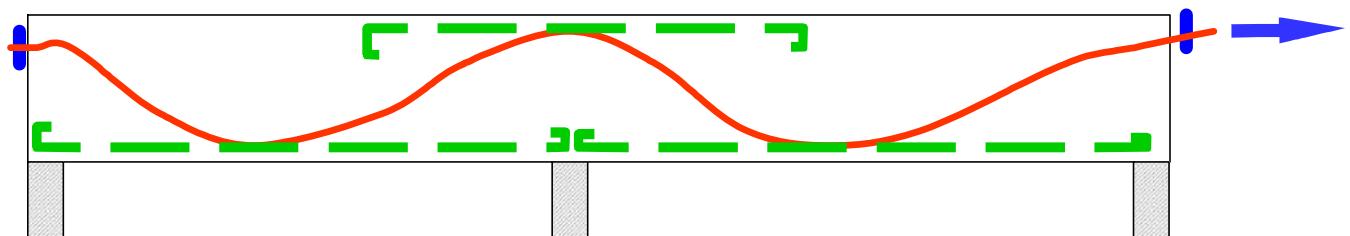
后张法

Post-tension



锚具下混凝土局部承压问题

## 无粘结预应力混凝土



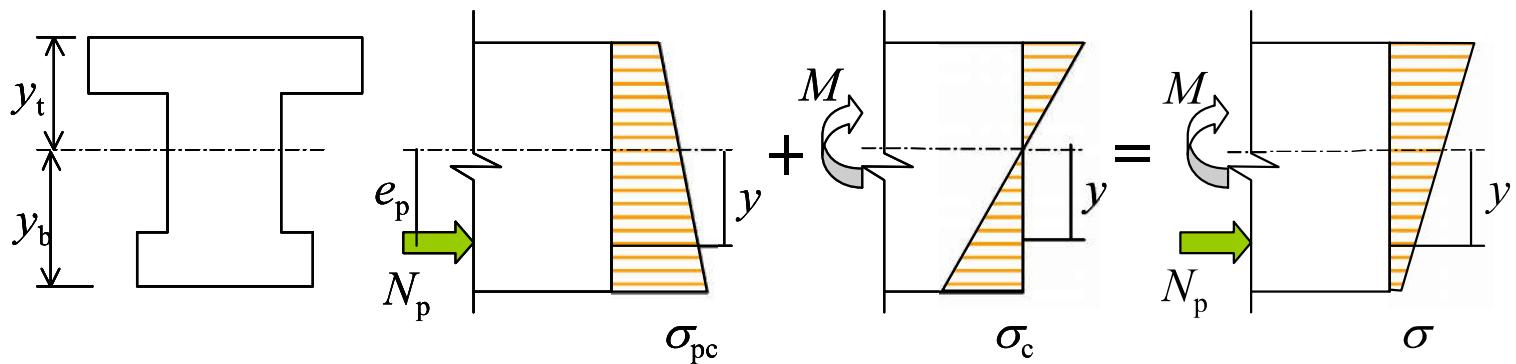
★一定要有非预应力筋

★锚具的可靠性

★高强钢丝的可靠度

## 10.3 预应力混凝土的基本受力分析

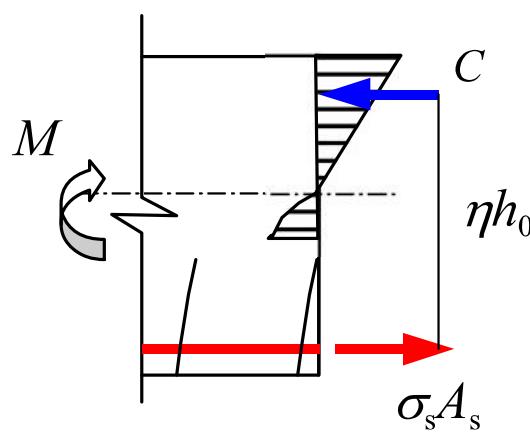
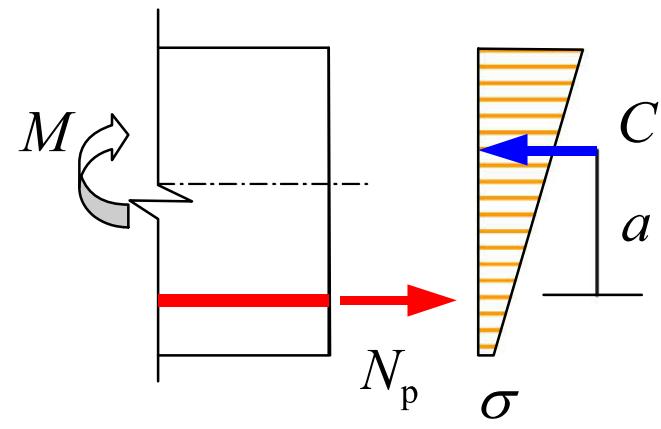
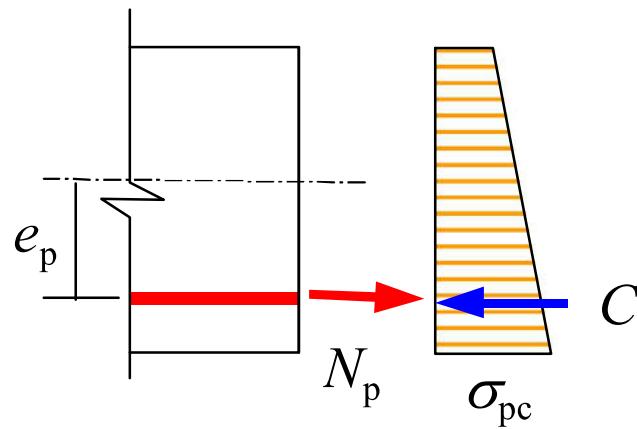
### 一、截面应力计算



$$\sigma_{pc} = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p e_p}{I} y \quad \sigma_c = \frac{M}{I} y$$

$$\sigma = \sigma_c - \sigma_{pc} = \frac{M}{I} y - \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p e_p}{I} y \right)$$

## 二、截面受力特点



$$N_p \cdot a = C \cdot a = M$$

$$a = \frac{M}{N_p} = \frac{M}{C}$$

预应力混凝土受弯构件是依靠内力臂的变化来抵抗外弯矩的作用，在受力过程中预应力筋一直承受较大的拉力 $N_p$ ，而截面混凝土则一直主要承受压力 $C$ 。

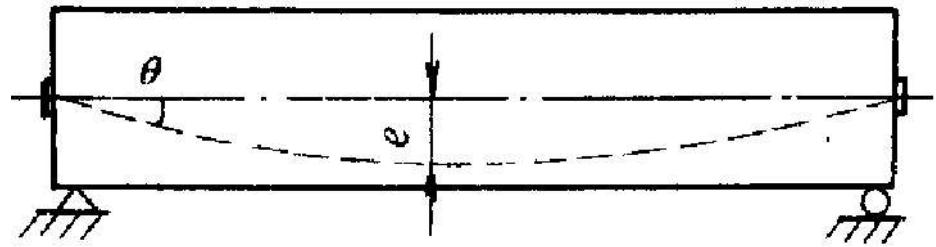
钢筋混凝土受弯构件开裂后，内力臂基本保持不变，而钢筋拉力 $T$ 和压区混凝土的压力 $C$ 随弯矩增长而不断增大。

预应力混凝土的这种受力特点，充分利用了钢筋抗拉强度和混凝土抗压强度高特性，可以使得高强度材料强度高的性能得以发挥。

### 三、平衡荷载概念

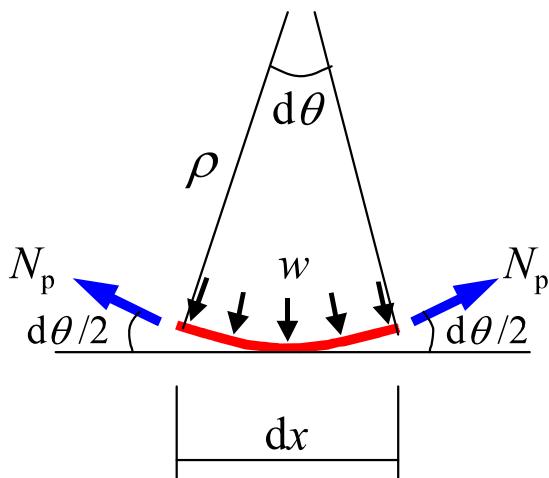
$$M_g = \frac{1}{2} g_k (lx - x^2)$$

$$e_p = 4e_0 \frac{(lx - x^2)}{l^2} \quad \text{取 } e_0 = \frac{1}{8} \frac{g_k l^2}{N_p}$$



$$N_p e_p = 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k l^2}{N_p} \cdot \frac{(lx - x^2)}{l^2} = \frac{1}{2} g_k (lx - x^2) = M_g$$

$$\sigma = \frac{M_g}{I} y - \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p e_p}{I} y \right) = -\frac{N_p}{A}$$



$$w \cdot dx = N_p \cdot d\theta$$

$$w = N_p \cdot \frac{d\theta}{dx} = N_p \cdot \rho$$

$$\rho = \frac{d\theta}{dx} = -\frac{d^2 e_p}{dx^2}$$

$$\rho = \frac{8e_0}{l^2}$$

$$e_p = 4e_0 \frac{(lx - x^2)}{l^2}$$

$$w = N_p \cdot \rho = \frac{8N_p e_0}{l^2}$$

当  $w=g_k$  时，曲线预应力筋对混凝土产生横向分布压力恰好抵消梁均布恒荷载  $g_k$ 。

按这种方法设计的预应力混凝土结构称为平衡荷载法。

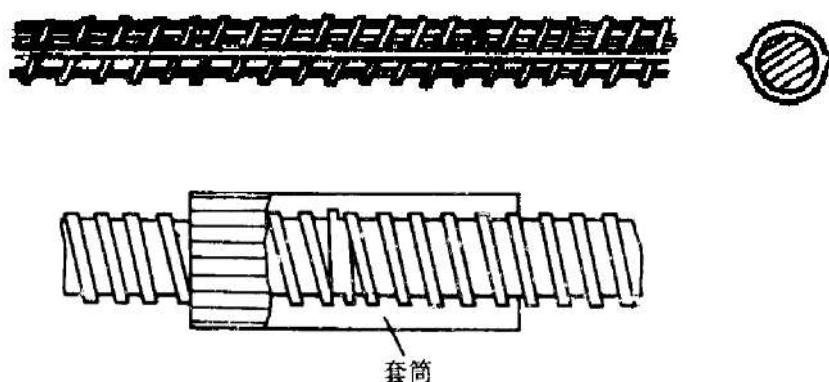
## 10.4 预应力混凝土的材料及锚夹具

### 一、预应力钢筋

- ◆ 预应力钢筋的强度越高越好。
- ◆ 而且在预应力混凝土制作和使用过程中，由于种种原因，预应力筋中预先施加的张拉应力会产生损失，因此，为使得扣除应力损失后仍具有较高的张拉应力，也必须使用高强钢筋（丝）作预应力筋。
- ◆ 为避免在超载情况下发生脆性破断，预应力筋还必须具有一定的塑性。同时还要求具有良好的加工性能，以满足对钢筋焊接、镦粗的加工要求。
- ◆ 对钢丝类预应力筋，还要求具有低松弛性和与混凝土良好的粘结性能，通常采用‘刻痕’或‘压波’方法来提高与混凝土粘结强度。

## 1、冷拉低合金钢筋

- ◆ 通常将IV级热轧钢筋经冷拉后作为预应力筋，抗拉强度可达**580MPa**。
- ◆ 为解决粗直径钢筋的连接问题，钢筋表面轧制成不带纵向肋的精制螺纹，可用套筒直接连接。
- ◆ 但随着近年来高强钢丝和钢绞线的大量生产，这种预应力筋的应用已很少。



## 2、中高强钢丝

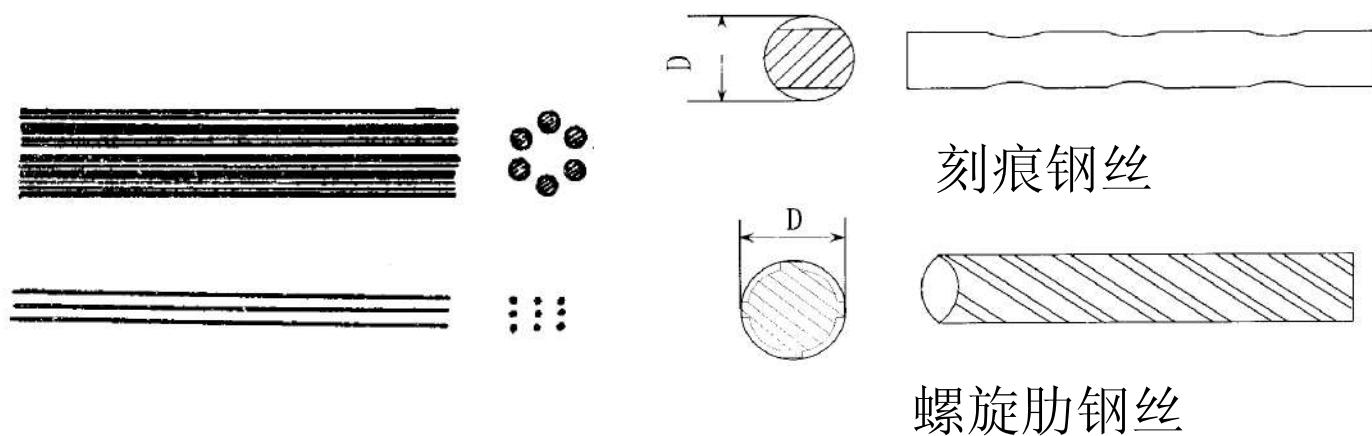
中高强钢丝是采用优质碳素钢盘条，经过几次冷拔后得到。

中强钢丝的为**800~1200MPa**，

高强钢丝的强度为**1470~1860MPa**。

钢丝直径为**3~9mm**。

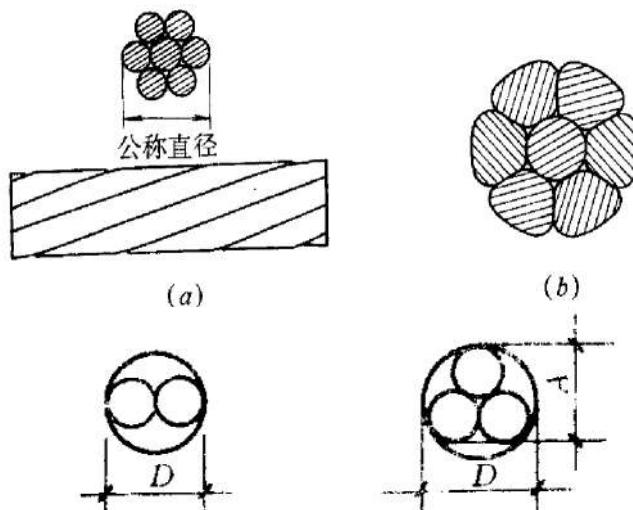
为增加与混凝土粘结强度，钢丝表面可采用‘刻痕’或‘压波’，也可制成螺旋肋。



**消除应力钢丝：**钢丝经冷拔后，存在有较大的内应力，一般都需要采用低温回火处理来消除内应力。消除应力钢丝的比例极限、条件屈服强度和弹性模量均比消除应力前有所提高，塑性也有所改善。

### 3、钢绞线

钢绞线是用2、3、7股高强钢丝扭结而成的一种高强预应力筋，其中以**7股钢绞线应用最多**。7股钢绞线的公称直径为**9.5~15.2 mm**，通常用于无粘结预应力筋，强度可高达**1860MPa**。2股和3股钢绞线用途不广，仅用于某些先张法构件，以提高与混凝土的粘结强度。

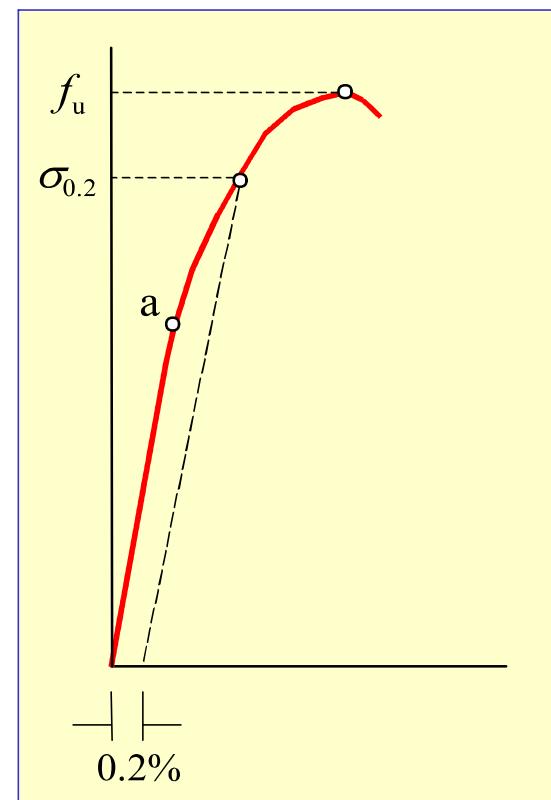


无粘结预应力钢丝束

## 4、热处理钢筋

用热轧中碳低合金钢经过调质热处理后制成的高强度钢筋，直径为6~10mm，抗拉强度为1470MPa。

除冷拉低合金钢筋外，其余预应力筋的应力-应变曲线均无明显屈服点，采用残余应变为0.2%的条件屈服点作为抗拉强度设计指标。



## 预应力钢筋强度标准值和设计值 (N/mm<sup>2</sup>)

种 类		$f_{ptk}$	$f_{py}$	$f'_y$		
消除应力钢丝 螺旋肋钢丝	$\Phi 4 \sim \Phi 9$	1470	1250	400		
		1570	1180			
		1670	1110			
		1770	1040			
刻痕钢丝	$\Phi 5、\Phi 7$	1470	1110	360		
		1570	1040			
钢绞线	二股	$d=10.0$ $d=12.0$	1720	1220		
				360		
	三股	$d=10.8$ $d=12.9$	1720	1220		
				360		
	七股	$d=9.5$ $d=11.1$ $d=12.7$ $d=15.2$	1860 1860 1860 1860 1820 1720	1320 1320 1320 1320 1290 1220		
				360		
热处理钢筋	$40Si_2Mn(d=6)$		1470	1040		
	$48Si_2Mn(d=8.2)$					
	$45Si_2Cr(d=10)$					

## 二、混凝土——预应力混凝土要求采用高强混凝土

- ★可以施加较大的预压应力，提高预应力效率；
- ★有利于减小构件截面尺寸，以适用大跨度的要求；
- ★具有较高的弹性模量，有利于提高截面抗弯刚度，减少预压时的弹性回缩；
- ★徐变较小，有利于减少徐变引起的预应力损失；
- ★与钢筋有较大粘结强度，减少先张法预应力筋的应力传递长度；
- ★有利于提高局部承压能力，便于后张锚具的布置和减小锚具垫板的尺寸；
- ★强度早期发展较快，可较早施加预应力，加快施工速度，提高台座、模具、夹具的周转率，降低间接费用

一般预应力混凝土构件的混凝土强度等级不低于C30，当采用高强钢丝时不低于C40。

### 三、锚具和夹具

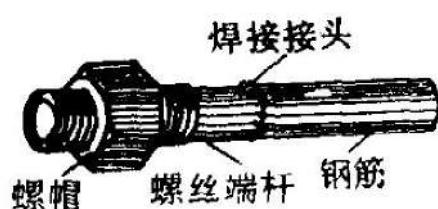
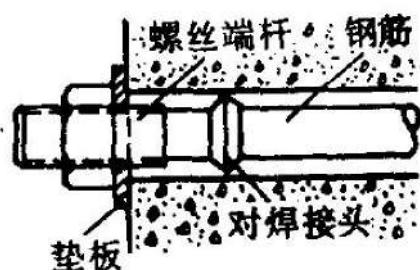
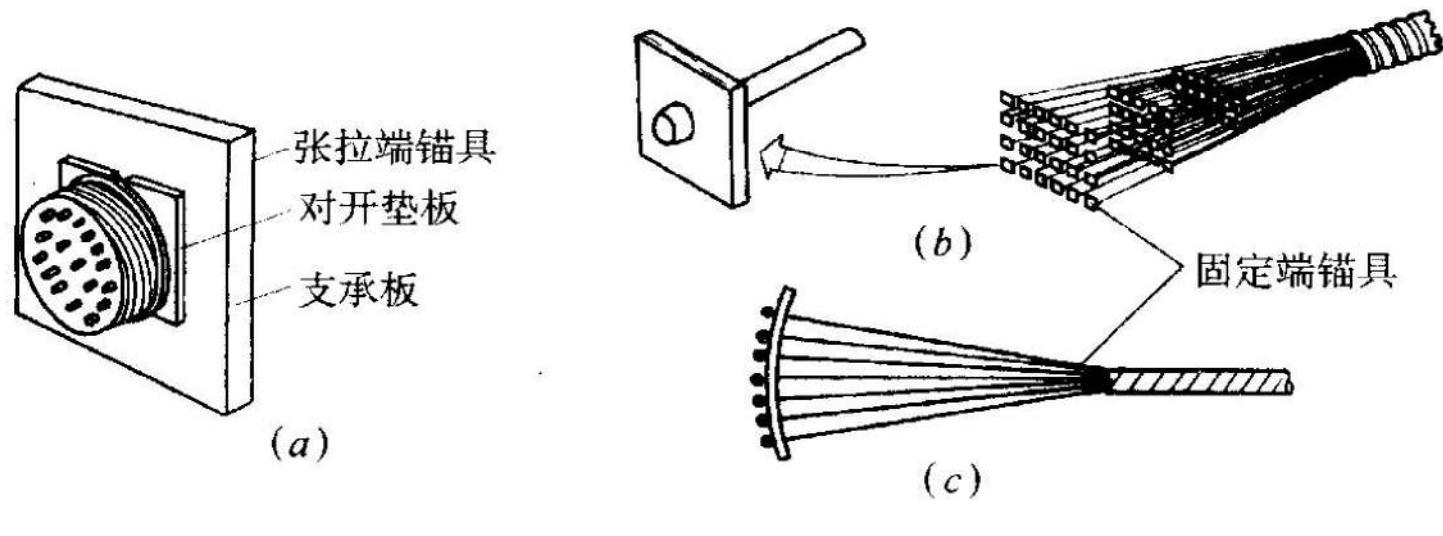


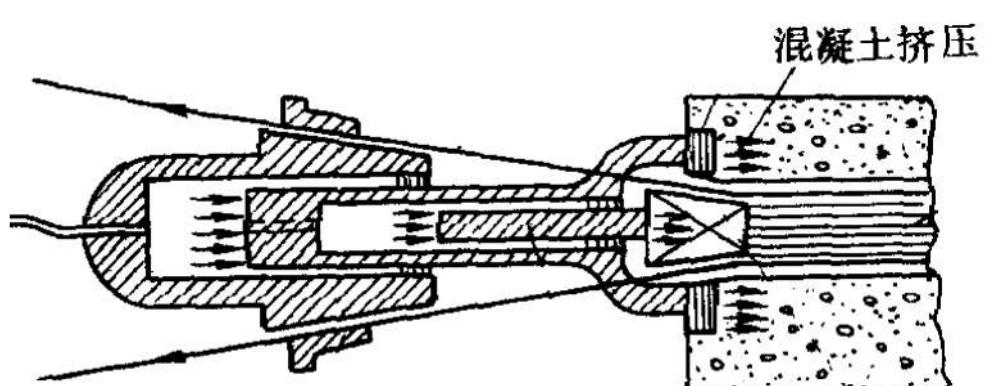
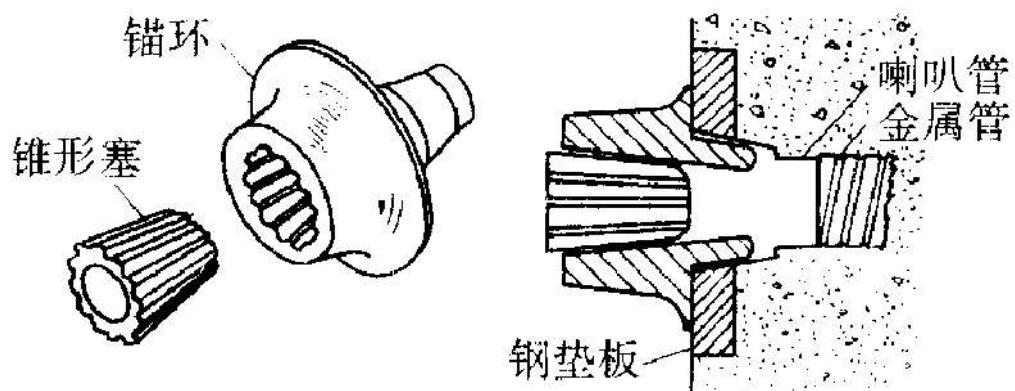
图 螺丝端杆锚具

当预应力构件制成长后能够取下重复使用的称为**夹具**,而留在构件上不再取下的称为**锚具**

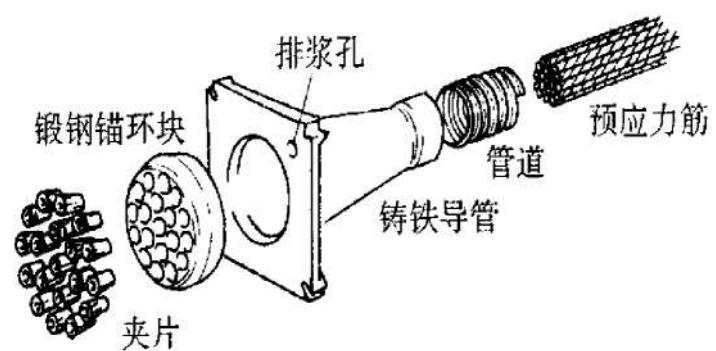
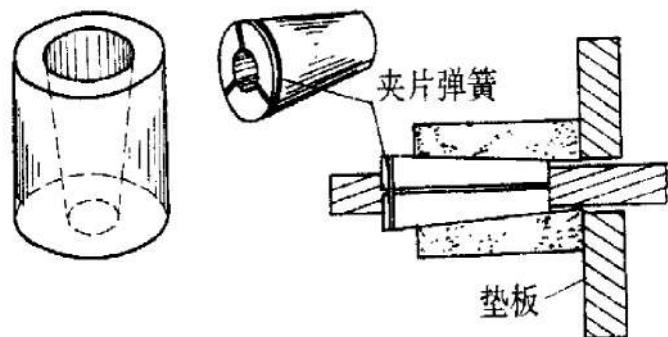
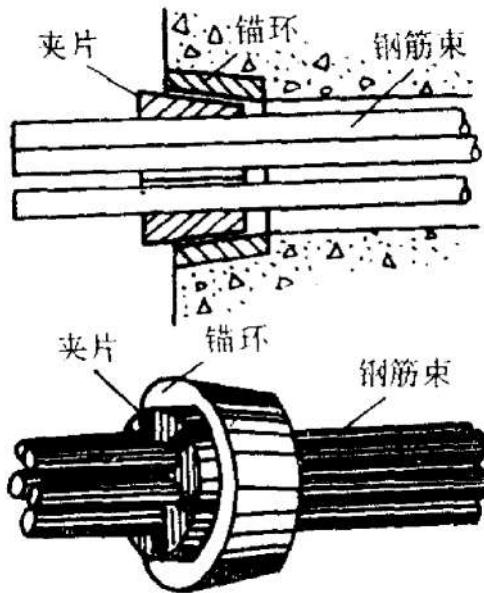


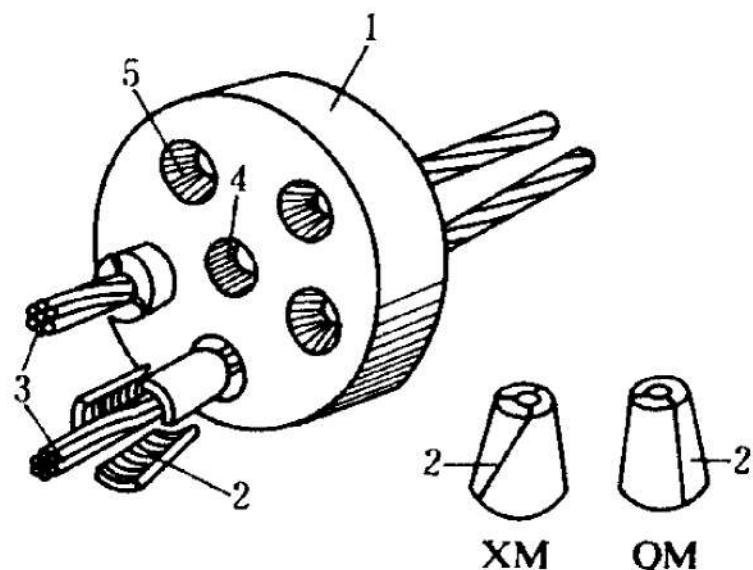
(a) 张拉端 (b) 分散式固定端 (c) 集中式固定端

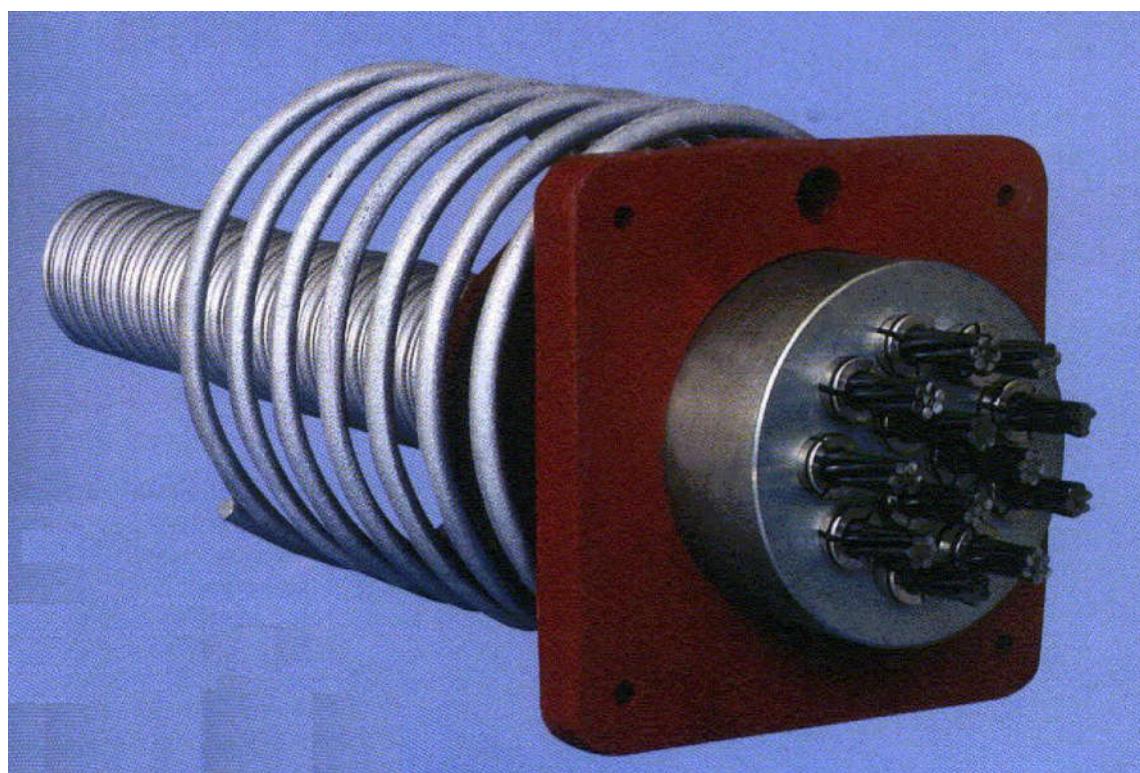
图 编头锚具

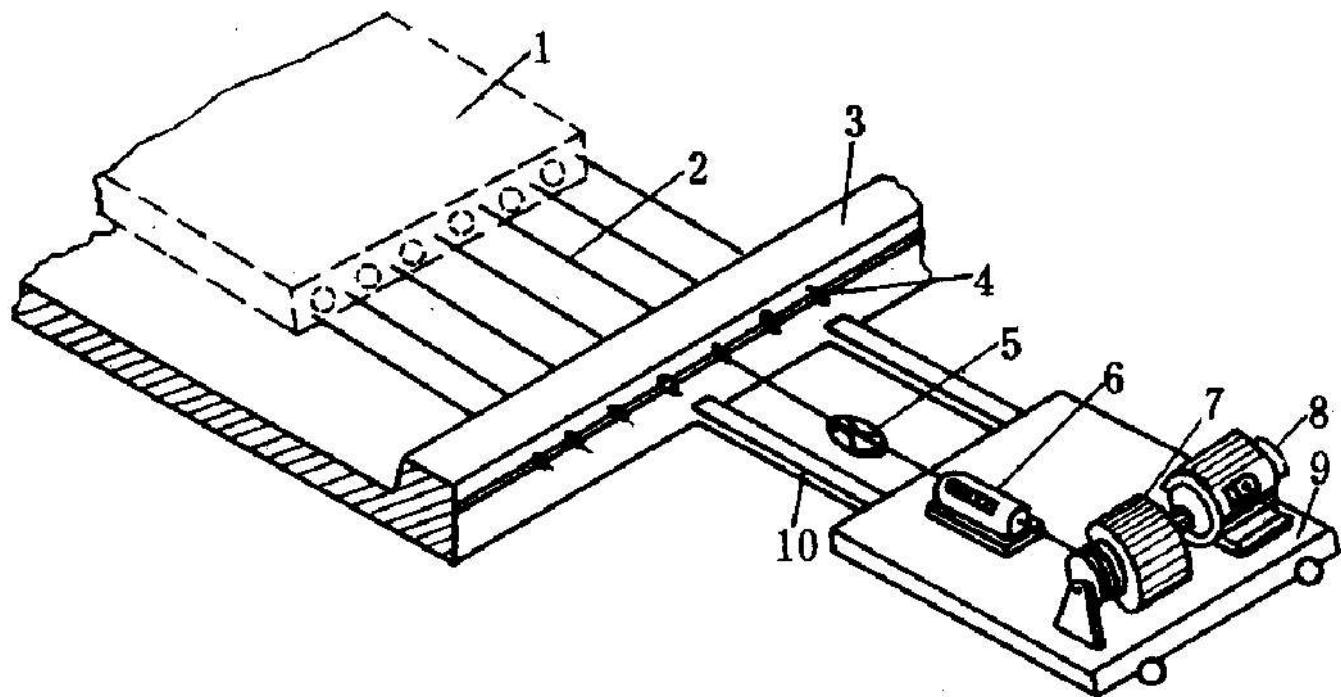


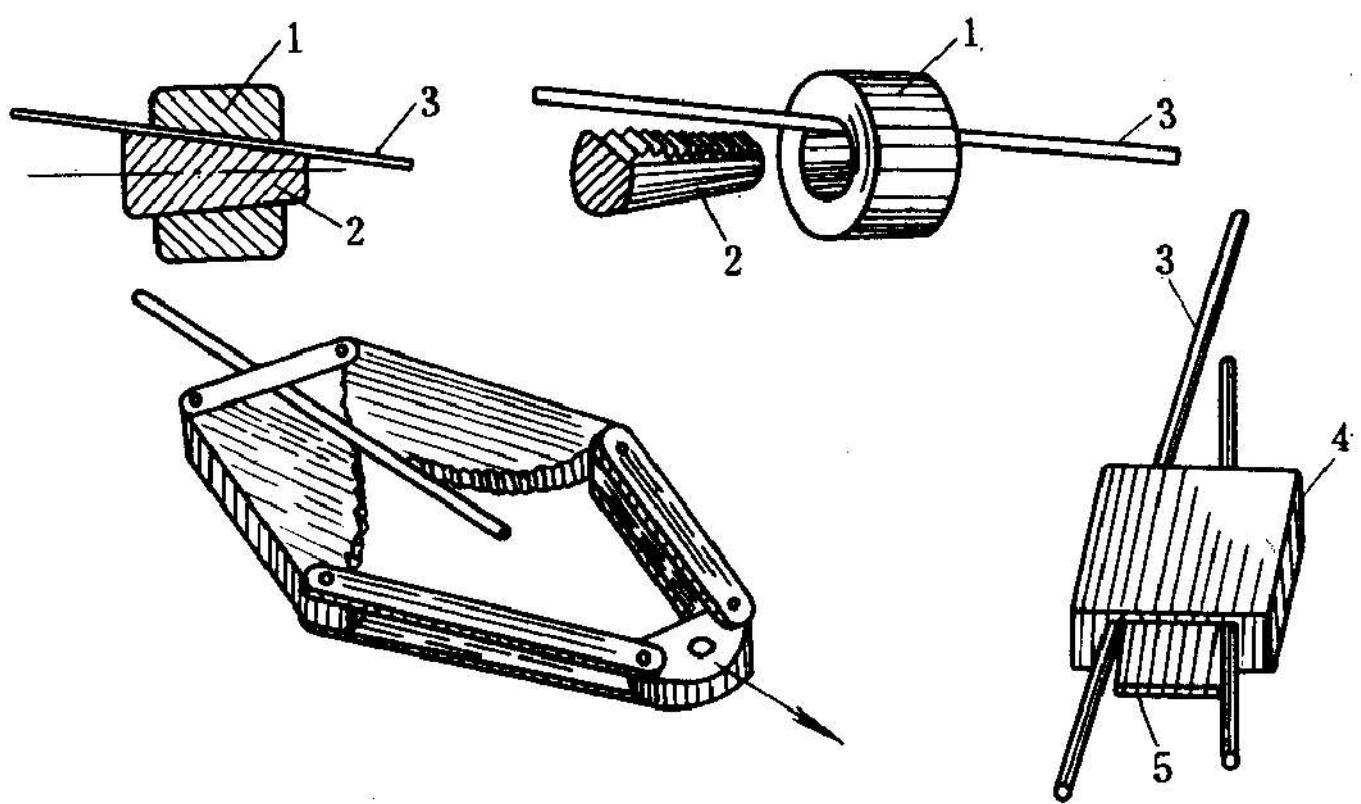
# 夹片式锚具

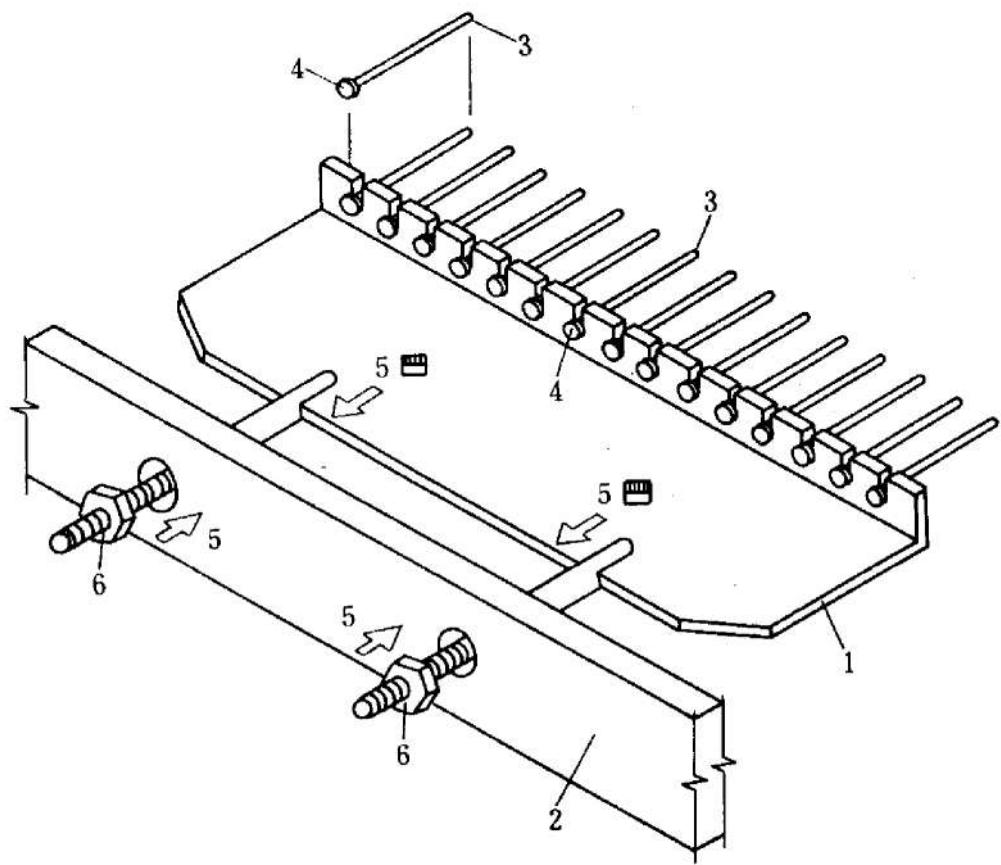


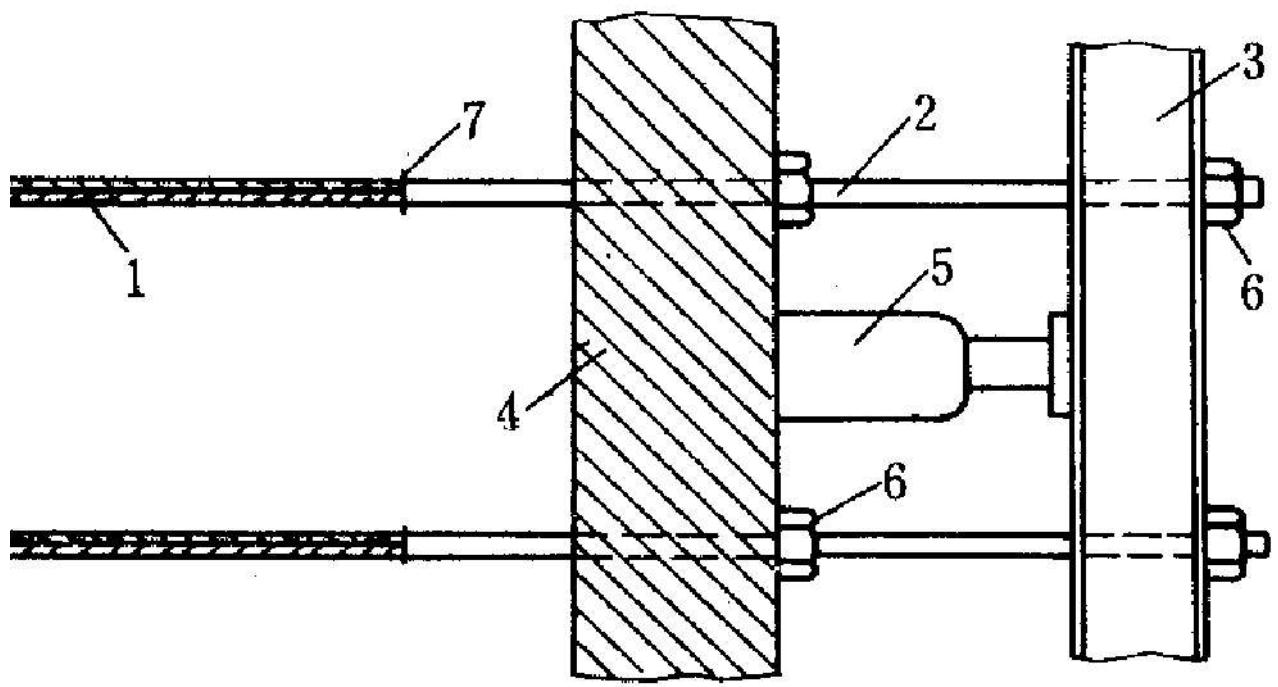


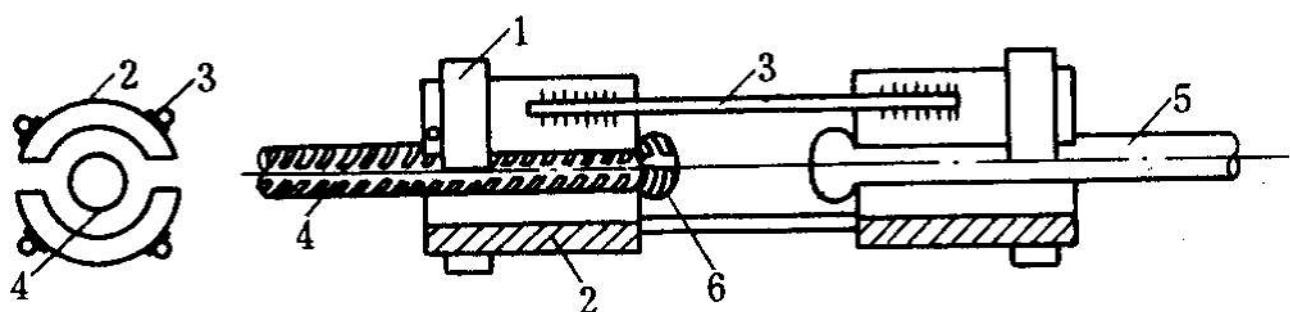
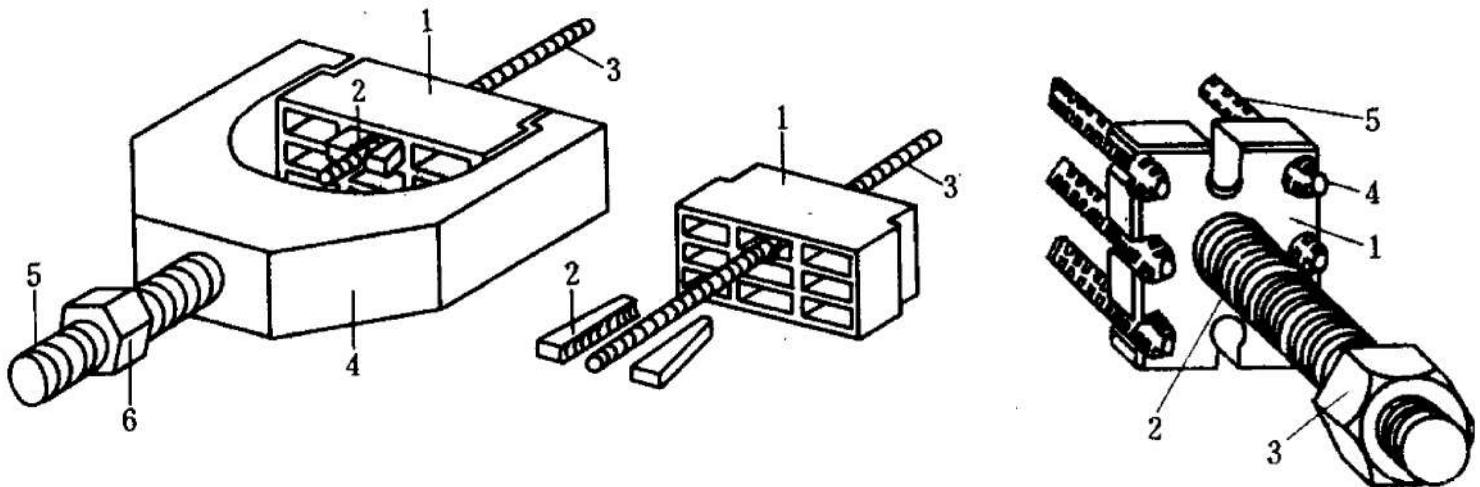












## 10.5 张拉控制应力和预应力损失

- 在张拉预应力筋时，张拉设备（千斤顶油压表）所控制的总张拉力  $N_{p,con}$  除以预应力筋面积  $A_p$  得到的应力称为张拉控制应力  $\sigma_{con}$ 。

$$\sigma_{con} = \frac{N_{p,con}}{A_p}$$

- 它是预应力筋在构件受荷以前所经受的最大应力。
- 张拉控制应力  $\sigma_{con}$  取值越高，预应力筋对混凝土的预压作用越大，可以使预应力筋充分发挥作用。
- 但  $\sigma_{con}$  取值过高，可能会在张拉时引起破断事故，产生过大应力松弛。因此，《规范》规定了张拉控制应力限值  $[\sigma_{con}]$ 。

## 张拉控制应力限值 [ $\sigma_{\text{con}}$ ]

钢筋种类	张拉方法	
	先张法	后张法
预应力钢丝、钢绞线	$0.75 f_{\text{ptk}}$	$0.75 f_{\text{ptk}}$
热处理钢筋	$0.70 f_{\text{ptk}}$	$0.65 f_{\text{ptk}}$

因为对预应力筋的张拉过程是在施工阶段进行的，同时张拉预应力筋也是对它进行的一次检验，所以表中 $[\sigma_{\text{con}}]$ 是以预应力筋的标准强度给出的，且 $[\sigma_{\text{con}}]$ 可不受抗拉强度设计值的限制。

在下列情况下， $[\sigma_{\text{con}}]$ 可提高 $0.05 f_{\text{ptk}}$ ：

- (1) 为提高构件在施工阶段的抗裂性能，而在使用阶段受压区内设置的预应力筋；
- (2) 为部分抵消应力松弛、摩擦、分批张拉和温差产生预应力损失。

为避免 $\sigma_{\text{con}}$ 的取值过低，影响预应力筋充分发挥作用，《规范》规定 $\sigma_{\text{con}}$ 不应小于 $0.4 f_{\text{ptk}}$ 。

## 二、预应力损失

- ◆ 预应力筋张拉后，由于制作方法以及混凝土和钢材的性质上原因，预应力筋中应力会从 $\sigma_{con}$ 逐步减少，这种应力降低现象称为预应力损失。
- ◆ 由于最终稳定后的应力值才对构件产生实际的预应力效果。因此，预应力损失是预应力混凝土结构设计和施工中的一个关键的问题。
- ◆ 过高或过低估计预应力损失，都会对结构的使用性能产生不利影响。

由于预应力是通过张拉预应力筋得到，凡是能使预应力筋产生缩短的因素，都将引起预应力损失，主要有：

- ◆ 张拉端夹具、锚具变形引起损失；
- ◆ 摩擦引起损失：在预应力筋张拉过程中，后张法预应力筋与孔道壁之间的摩擦。
- ◆ 温差引起损失：先张法中的热养护引起的温差损失
- ◆ 钢筋松弛引起损失：长度不变的预应力筋，在高应力的长期作用下会产生松弛，会引起预应力损失。
- ◆ 混凝土的收缩和徐变引起的损失；
- ◆ 预应力螺旋箍筋局部挤压引起损失；

## 1、张拉端夹具、锚具变形损失 $\sigma_{l1}$

预应力筋张拉后锚固时，由于锚具受力后变形、垫板缝隙的挤压以及钢筋在锚具中的内缩引起的预应力损失记为 $\sigma_{l1}$ 。

对直线预应力筋，

$$\sigma_{l1} = \frac{a}{l} \cdot E_s$$

**锚具变形和钢筋内缩值 $a$  (mm)**

锚具类别	$a$
支承式锚具（钢丝束镦头锚具等）：	
螺帽缝隙	1
每块后加垫板的缝隙	1
锥塞式锚具（钢丝束的钢质锥形锚具等）	5
夹片式锚具	有顶压时 5 无顶压时 6~8

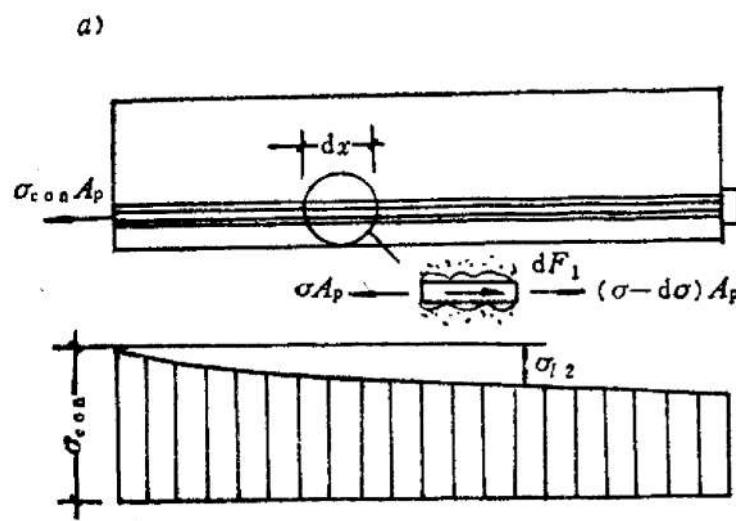
# 減少預應力損失措施

1 选择变形小锚具

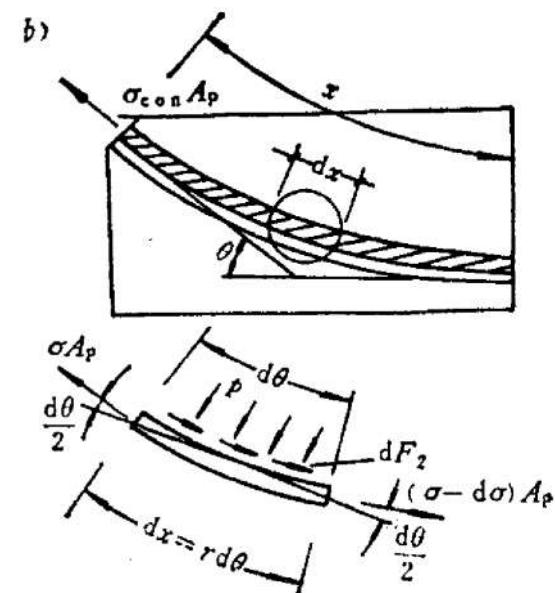
2 增加台座长度

## 2、摩擦引起损失 $\sigma_2$

摩擦损失是指在后张法张拉钢筋时，由于预应力筋与孔道壁之间存在摩擦，引起预应力筋应力随距张拉端距离的增加而逐渐减少的现象。



直线预应力筋



曲线预应力筋

$$\ln \sigma_p - \ln \sigma_{\text{con}} = -(\kappa r + \mu) \theta$$



$$\frac{\sigma_p}{\sigma_{\text{con}}} = e^{-(\kappa r + \mu) \theta}$$

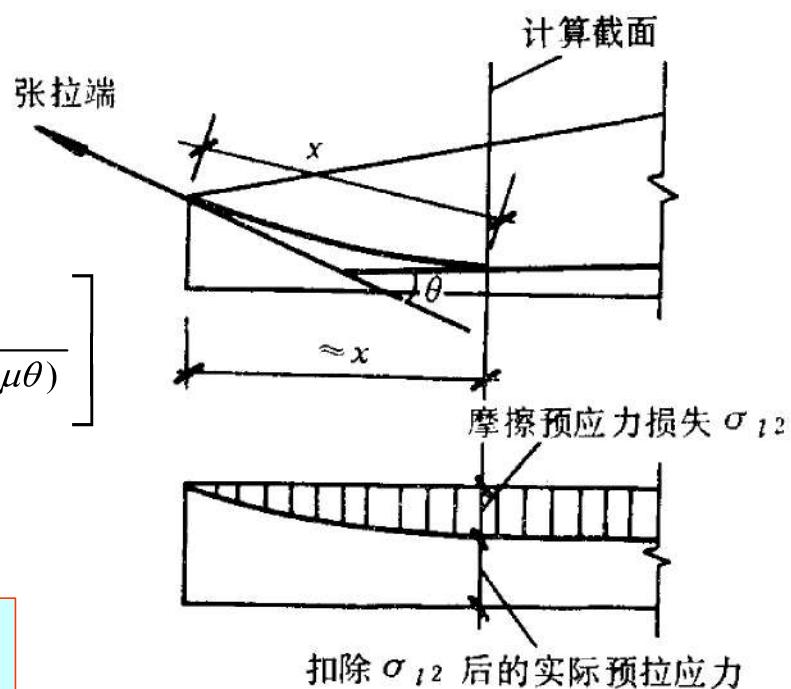
$\theta$  为张拉端与计算截面曲线部分的切线夹角 (rad)

设该夹角很小, 可近似取张拉端到计算截面的距离  $x = r\theta$ , 则摩擦损失  $\sigma_{l2}$  为,

$$\sigma_{l2} = \sigma_{\text{con}} - \sigma_p = \sigma_{\text{con}} \left[ 1 - \frac{1}{e^{(\kappa x + \mu \theta)}} \right]$$

若  $(\kappa x + \mu \theta) < 0.2$

$$\sigma_{l2} = \sigma_{\text{con}} (\kappa x + \mu \theta)$$

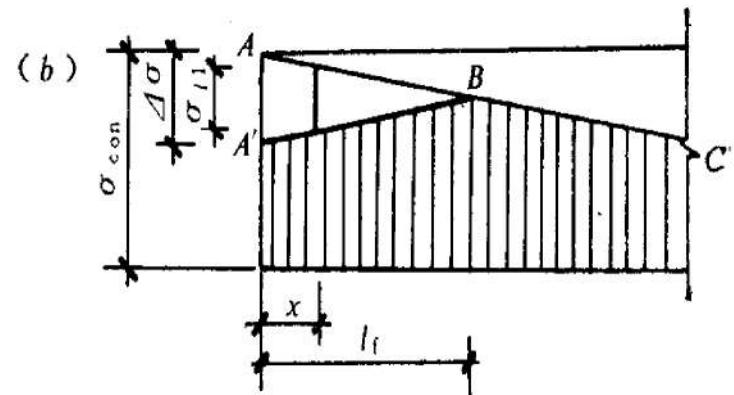
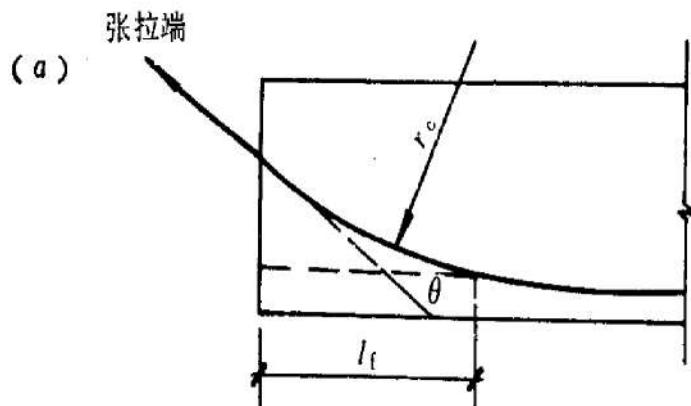


## 钢丝束、钢绞线摩擦系数

孔道成型方式	$\kappa$	$\mu$
预埋金属波纹管	0.0015	0.25
预埋钢管	0.0010	0.25
抽芯成型	0.0015	0.55
无粘结预应力钢绞线	0.0035	0.09

- 注：1、当有可靠的试验数据资料时，表列系数值可根据实测数据确定；  
 2、当采用钢丝束的钢质锥形锚具及类似形式锚具时，尚应考虑锚杯口处的附加摩擦损失，其值可根据实测数据确定；  
 3、无粘结预应力钢绞线的数据适用于由公称直径 12.70mm 或 15.20mm 钢绞线制成的无粘结预应力钢筋。

对于曲线预应力筋张拉锚固时，由于锚具变形和钢筋内缩 $a(\text{mm})$ ，使预应力筋有回缩的趋势，从而产生**反向摩擦力**以阻止其内缩。



**反向摩擦力**只在一定的影响长度 $l_f(\text{m})$ 内发生，即在距张拉端 $l_f$ 处，预应力筋的内缩值为零。

设反向摩擦和正向摩擦相同

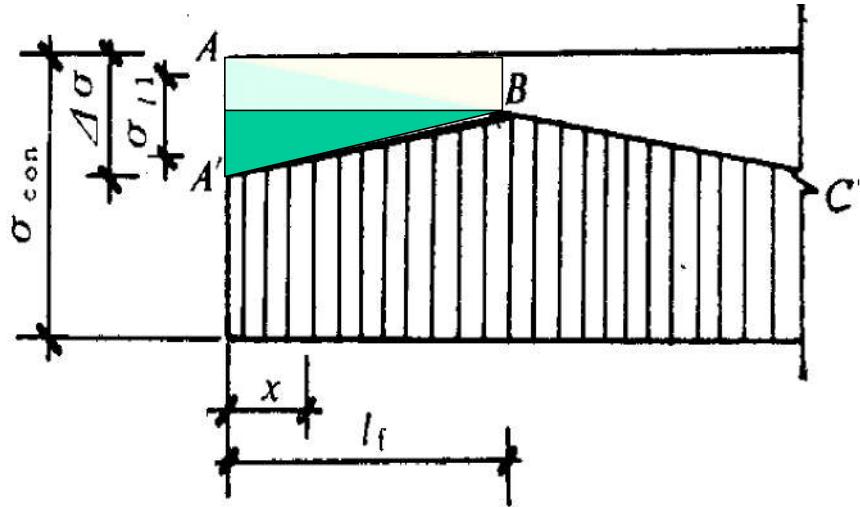
$$\Delta\sigma = 2\sigma_{l2}$$

$$\sigma_{l2} = \sigma_{con}(\kappa x + \mu\theta)$$

$$\sigma_{l2} = \sigma_{con}\left(\kappa + \frac{\mu}{r_c}\right)x$$

内缩值

$$a = \frac{\sigma_{l2}}{E_p} l_f = \frac{\sigma_{con}\left(\kappa + \frac{\mu}{r_c}\right)l_f}{E_p} \cdot l_f$$



$$l_f = \sqrt{\frac{aE_p}{1000\sigma_{con}\left(\frac{\mu}{r_c} + \kappa\right)}} \quad (\text{m})$$

设反向摩擦和正向摩擦相同

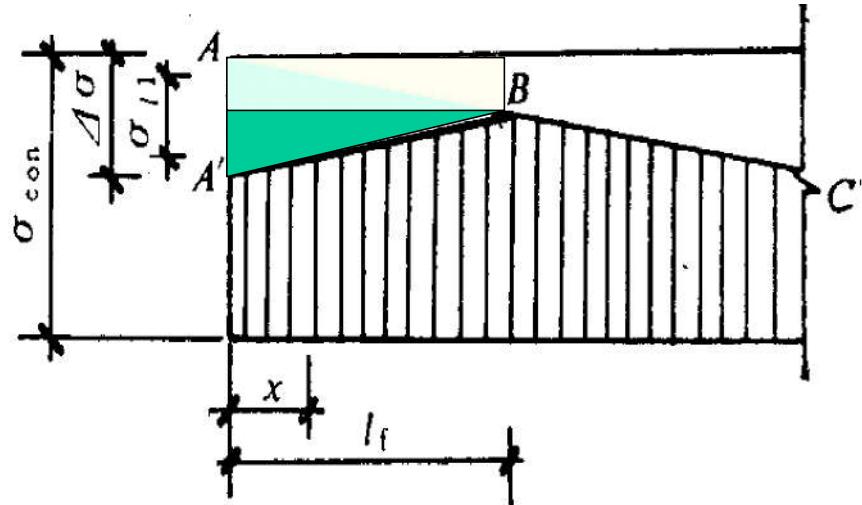
$$\Delta\sigma = 2\sigma_{l2}$$

$$\sigma_{l2} = \sigma_{\text{con}}(\kappa x + \mu\theta)$$

$$\sigma_{l2} = \sigma_{\text{con}}\left(\kappa + \frac{\mu}{r_c}\right)x$$

$$\sigma_{l1} = \Delta\sigma\left(1 - \frac{x}{l_f}\right)$$

$$= 2\sigma_{\text{con}}l_f\left(\frac{\mu}{r_c} + \kappa\right)\left(1 - \frac{x}{l_f}\right)$$



$$l_f = \sqrt{\frac{aE_p}{1000\sigma_{\text{con}}\left(\frac{\mu}{r_c} + \kappa\right)}} \quad (\text{m})$$

## 减少摩擦损失的措施

1. 两端张拉

2. 超张拉

(a)

(张拉端)

(b)

(张拉端)

(c)

张拉端

(张拉端)

(固定端)

一端张拉

两端张拉

超张拉

### 3、加热养护温差损失 $\sigma_{l3}$

为缩短先张法构件的生产周期，常采用蒸汽养护加快混凝土的凝结硬化。

**升温时**，新浇混凝土尚未结硬，钢筋受热膨胀，但张拉预应力筋的台座是固定不动的，亦即钢筋长度不变，因此预应力筋中的应力随温度的增高而降低，产生预应力损失  $\sigma_{l3}$ 。

**降温时**，混凝土达到了一定的强度，与预应力筋之间已具有粘结作用，两者共同回缩，已产生预应力损失  $\sigma_{l3}$  无法恢复。

设养护升温后，预应力筋与台座的温差为  $\Delta t$  °C，取钢筋的温度膨胀系数为  $1 \times 10^{-5}/\text{°C}$ ，则有，

$$\sigma_{l3} = 1 \times 10^{-5} E_s \Delta t = 1 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^5 \times \Delta t = 2 \Delta t$$

$$\sigma_{l3} = 2 \Delta t \quad \text{N/mm}^2$$

- 减少温差损失措施
- 二次升温
- 采用钢模板

## 4、钢筋松弛损失 $\sigma_{l4}$

钢筋在高应力长期作用下具有随时间增长产生塑性变形的性质。  
在长度保持不变的条件下，应力值随时间增长而逐渐降低，这种现象称为松弛。

应力松弛与初始应力水平和作用时间长短有关。

根据应力松弛的长期试验结果，《规范》取

普通预应力钢丝和钢绞线：

$$\sigma_{l4} = 0.4\psi \left( \frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}} - 0.5 \right) \sigma_{con}$$

低松弛预应力钢丝和钢绞线：

当 $\sigma_{con} \leq 0.7f_{ptk}$ 时，

当 $0.7f_{ptk} < \sigma_{con} \leq 0.8f_{ptk}$ 时，

$$\sigma_{l4} = 0.2 \left( \frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}} - 0.575 \right) \sigma_{con}$$

$\psi$ 为超张拉系数，一次张拉时，取 $\psi=1$ ；超张拉时，取 $\psi=0.9$ 。

当 $\sigma_{con} \leq 0.5f_{ptk}$ 时，可不考虑应力松弛损失，即取 $\sigma_{l4}=0$ 。

- 减小预应力松弛损失措施
- 超张拉
- 选择松弛小的钢筋

## 5、收缩徐变损失 $\sigma_{l5}$

混凝土的收缩和徐变，都会导致预应力混凝土构件长度的缩短，预应力筋随之回缩，引起预应力损失。

由于收缩和徐变是同时随时间产生的，且影响二者的因素相同时随变化规律相似，《规范》将二者合并考虑。

《规范》对混凝土收缩和徐变引起的损失，按下列公式计算：

先张法

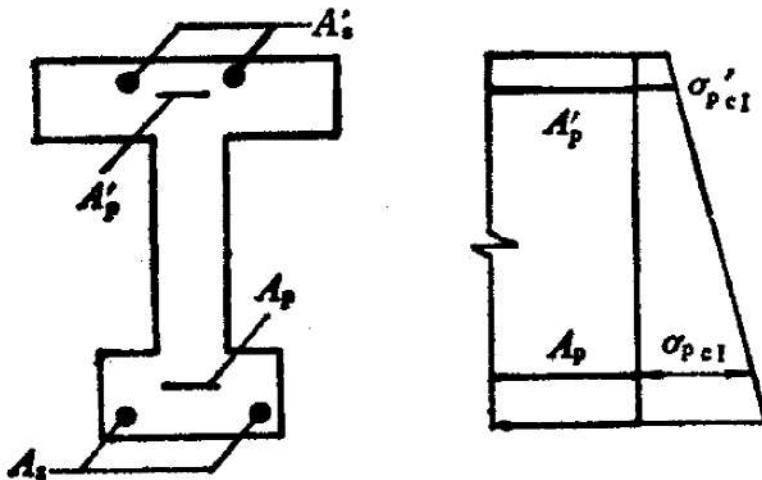
$$\sigma_{l5} = \frac{45 + 280 \times \frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho}$$

$$\sigma'_{l5} = \frac{45 + 280 \times \frac{\sigma'_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho'}$$

后张法

$$\sigma_{l5} = \frac{35 + 280 \times \frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho}$$

$$\sigma'_{l5} = \frac{35 + 280 \times \frac{\sigma'_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho'}$$



先张法

$$\rho = \frac{A_p + A_s}{A_0}$$

$$\rho' = \frac{A'_p + A'_s}{A_0}$$

$$A_0 = A_c + \alpha_p A_p + \alpha_s A_s$$

后张法

$$\rho = \frac{A_p + A_s}{A_n}$$

$$\rho' = \frac{A'_p + A'_s}{A_n}$$

$$A_n = A_c + \alpha_s A_s$$

## 6.螺旋箍筋对混凝土挤压引起的损失 $\sigma_{l6}$

配螺旋箍筋后张法构件，螺旋预应力筋对混凝土挤压，引起预应力筋应力降低。

D<3m

$$\sigma_{l6} = 30N/mm^2$$

D>3m

$$\sigma_{l6} = 0N/mm^2$$

### 三、预应力损失的组合

预应力混凝土构件从预加应力开始即需要进行计算，而预应力损失是分批发生的。因此，应根据计算需要，考虑相应阶段所产生的预应力损失。

(1)混凝土预压前完成的损失第一批损失 $\sigma_{II}$ ；

(2)混凝土预压后完成的损失第二批损失 $\sigma_{III}$ 。

根据上述预应力损失发生时间先后关系，具体组合见表。

#### 预应力损失的组合

预应力损失的组合	先张法构件	后张法构件
混凝土预压前 (第一批) 损失 $\sigma_{II}$	$\sigma_{I1} + \sigma_B + \sigma_{I4}$	$\sigma_{I1} + \sigma_D$
混凝土预压后 (第二批) 损失 $\sigma_{III}$	$\sigma_{I5}$	$\sigma_{I4} + \sigma_{I5} + \sigma_{I6}$

考虑到预应力损失计算的误差，在总损失计算值过小时，产生不利影响，《规范》规定当总损失值 $\sigma_l = \sigma_{II} + \sigma_{III}$ 小于下列数值时，按下列数值取用，

先张法构件 **100MPa**

后张法构件 **80MPa**

#### 四、

$$\sigma_{le} = \frac{E_p}{E_c} \sigma_{pc} = \alpha_E \sigma_{pc}$$

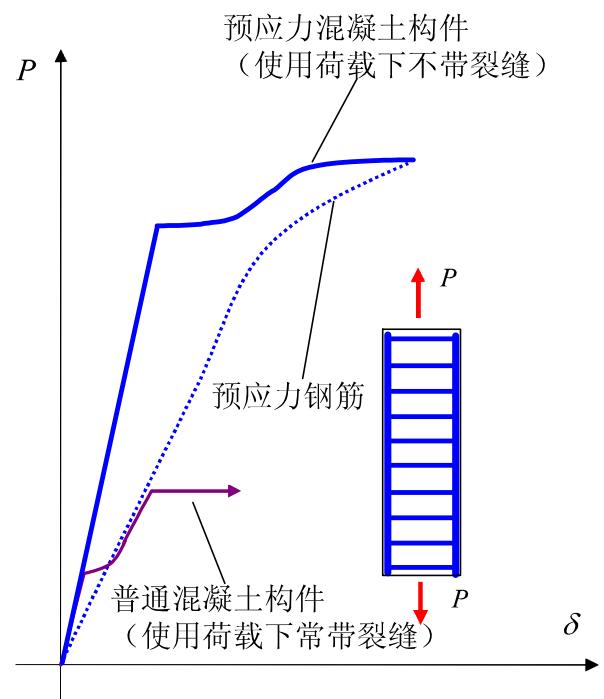
对后张法构件，当一次张拉所有预应力筋时，无弹性压缩损失。

# 六、轴心受拉构件的分析

## 1. 受力特征

开裂前，荷载-位移关系为线性的，预应力钢筋的应力增长较少

开裂后，预应力钢筋的应力急增，进入非线性阶段



# 六、轴心受拉构件的分析

## 1. 先张法构件各阶段的应力分析

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_c}$$

张拉钢筋



钢筋应力

$$\sigma_p = \sigma_{con}$$

混凝土应力:

$$\sigma_c = 0$$

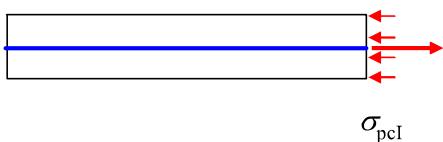
施工阶段  
完成第一批预应力损失



$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II}$$

$$\sigma_c = 0$$

放松钢筋



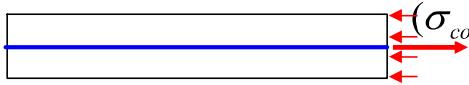
$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_E \sigma_{pclI}$$

$$\sigma_{pclI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II})A_p}{A_0}$$

$$(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_E \sigma_{pclI})A_p = \sigma_{pcl}(A - A_p) \quad A_0 = A + (\alpha_E - 1)A_p$$

完成第二批损失

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_E \sigma_{pclII}$$



$$\sigma_{pclII} \quad A_0 = A + (\alpha_E - 1)A_p$$

$$(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_E \sigma_{pclII})A_p = \sigma_{pclII}(A - A_p)$$

$$\sigma_{pclII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III})A_p}{A_0}$$

加载至混凝土中的应力为0

钢筋应力

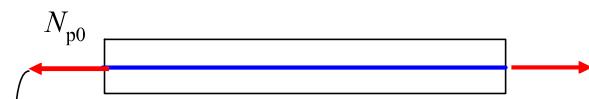
混凝土应力:

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_E \sigma_{pc}$$

使用阶段

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}$$

$$\sigma_c = 0$$

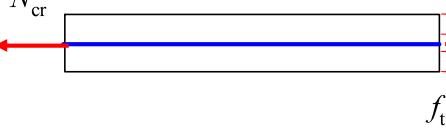


$$\sigma_c = 0 \quad N_{p0} = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p$$

加载至混凝土开裂

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E f_t$$

$$\sigma_c = f_t$$

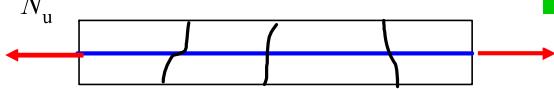


$$N_{cr} = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E f_t) A_p + f_t (A - A_p)$$

加载到破坏

$$\sigma_p = f_{py}$$

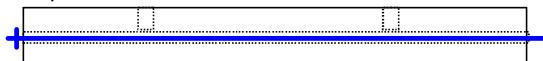
$$\sigma_c = 0$$



$$N_u = f_{py} A_p$$

## 2. 后张法构件各阶段的应力分析

穿钢筋



张拉钢筋完成第一批预应力损失



钢筋应力

$$\sigma_p = 0$$

混凝土应力

$$\sigma_c = 0$$

$$\sigma_p = \sigma_{con}$$

$$\sigma_c = 0$$

钢筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{ll} - \alpha_E \sigma_{pcl}$

混凝土应力:  $\sigma_{cpI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{ll}) A_p}{A_0}$

$$\sigma_{pcl}$$



钢筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{ll}$

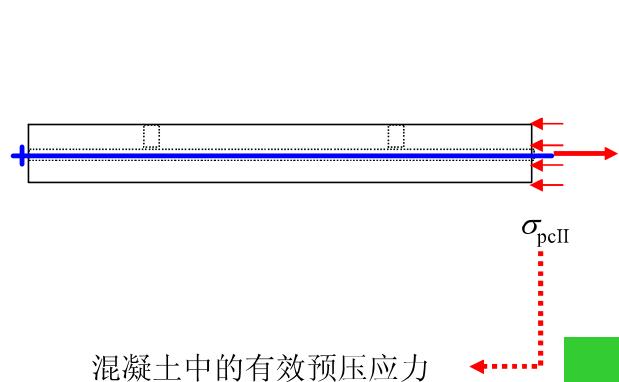
混凝土应力:  $\sigma_{pcI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{ll})A_p}{A_n}$

净面积:  $A_n = A - A_p$

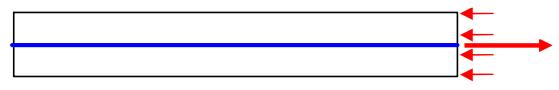
$$\text{钢筋应力: } \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_E \sigma_{pcII}$$

施工阶段----完成第二批损失

$$\text{混凝土应力: } \sigma_{pcI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p}{A_0}$$



$$\text{钢筋应力: } \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}$$

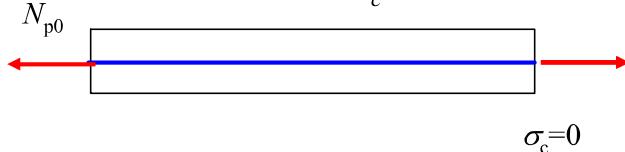


$$\text{混凝土应力: } \sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p}{A_n}$$

加载阶段----加载至混凝土中的应力为0

$$\text{钢筋应力: } \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}$$

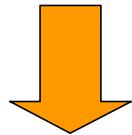
$$\text{混凝土应力: } \sigma_c = 0$$



$$\text{钢筋应力: } \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E \sigma_{pcII}$$



$$\text{混凝土应力: } \sigma_c = 0$$

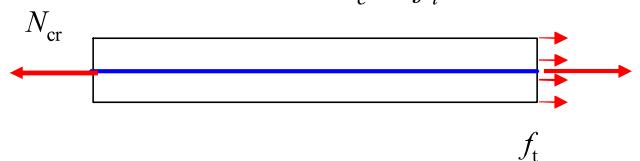


$$N_{p0} = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E \sigma_{pcII}) A_p$$

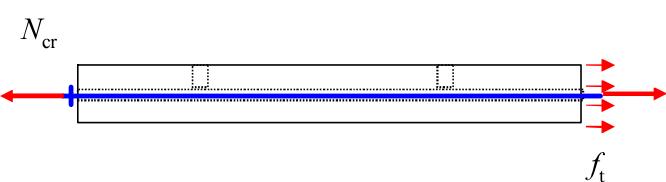
$$\text{钢筋应力: } \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E f_t$$

加载阶段----加载至混凝土开裂

$$\text{混凝土应力: } \sigma_c = f_t$$

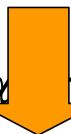


$$\text{钢筋应力: } \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E \sigma_{pcII} + \alpha_E f_t$$

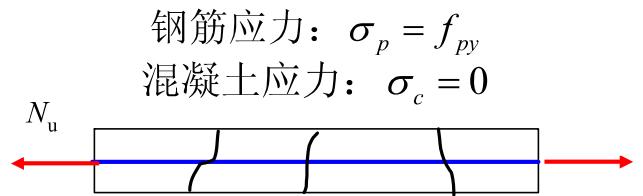


$$\text{混凝土应力: } \sigma_c = f_t$$

$$N_{cr} = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E \sigma_{pcII} + \alpha_E f_t) A_p + f_t A_n$$

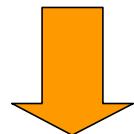


## 加载阶段----加载到破坏



钢筋应力:  $\sigma_p = f_{py}$

混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



$$N_u = f_{py} A_p$$

