

## 方波调制消除 Wollaston 棱镜非线性系数对空间测角的影响

陆卫国<sup>1</sup>, 吴易明<sup>1</sup>, 高立民<sup>1</sup>, 李春艳<sup>1,2</sup>, 肖茂森<sup>1</sup>

(1. 中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 建立了一种基于 Wollaston 棱镜偏振分束的空间测角模型。对于 Wollaston 棱镜出射光强对系统测角精度带来的影响做了简要的理论分析和仿真, 仿真结果表明出射光强偏离马吕斯定律, 出现了一定的非线性偏差, 且 Wollaston 棱镜的非线性偏差对空间测角装置的测角精度影响很大, 降低了装置的实用价值。提出了一种采用方波磁光调制提高测角精度的方法, 该方法有效消除了 Wollaston 棱镜的非线性系数、磁光玻璃的调制度波动、电路增益差异及光强波动的影响, 且该方法相对正弦磁光调制方法更容易实现。最后通过相关的对比实验, 采用该方法系统在  $-8^{\circ}\sim+8^{\circ}$  范围内能够达到  $15''$  的测角精度。

**关键词:** 空间测角; Wollaston 棱镜; 非线性系数; 方波调制

**中图分类号:** TH741.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)07-2198-06

## Square wave modulation to eliminate the influence of Wollaston prism nonlinear coefficients on spatial angle measurement

Lu Weiguo<sup>1</sup>, Wu Yiming<sup>1</sup>, Gao Limin<sup>1</sup>, Li Chunyan<sup>1,2</sup>, Xiao Maosen<sup>1</sup>

(1. Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A spatial angle measurement model was established based on polarizing beam splitting principle of Wollaston prism. The influence of exit light intensity from Wollaston prism on the system angle measurement accuracy was made by theoretical analysis and simulation briefly. The simulation results show that the exit light intensity deviates from the Malus' law, a certain nonlinear deviation is presented, and there is a great influence of the nonlinear deviation of Wollaston prism on the angle measurement accuracy of spatial angle measurement, the practical value of the device is reduced. Furthermore, a method of square wave magneto-optical modulation was presented to improve the angle measurement accuracy, which effectively eliminated the influence of nonlinear coefficients of Wollaston prism, fluctuations of magneto-optical glass modulation, differences of circuit gain and fluctuations of the light intensity. Finally, by doing relevant experiments, the system angle measurement accuracy can reach  $15''$  in the range of  $-8^{\circ}$  to  $+8^{\circ}$  by using this method.

**Key words:** spatial angle measurement; Wollaston prism; nonlinearity coefficient; square wave modulation

收稿日期: 2013-11-24; 修订日期: 2013-12-29

基金项目: 陕西省科技计划(2011kjxx27)

作者简介: 陆卫国(1984-), 男, 博士生, 主要从事偏振光应用方面的研究。Email: optlwg@gmail.com

导师简介: 吴易明(1975-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要从事光电精密测量方面的研究。Email: wym34@opt.ac.cn

## 0 引言

相比传统的测角方法如机械方法、光学方法,采用基于偏振光的空间测角装置具有测角精度高、无需刚性连接、测角距离远等特点,所以广泛应用在火箭发射、材料内应力、直线度测量等领域<sup>[1-3]</sup>。国内的众多学者在此方面做了许多深入的研究,取得了很有意义的成果,经过多年的发展改进,目前该类技术在工程中的应用已经相当的成熟,如在玻璃内应力测量领域,采用磁光调制方式的测量装置,可达到 0.5 nm/cm 的测量精度。但目前基于偏振光的测量装置大多采用通过两偏振棱镜正交消光的方法实现角度信息的测量,需要复杂的伺服跟踪系统,导致系统可靠性降低,测角时间较长,不利于测量装置的大规模应用。针对这些缺点,学者们又提出了一种利用 Wollaston 棱镜进行偏振分束的测角方法<sup>[4-5]</sup>,根据两路探测光强的大小直接计算角度值,该方法避免了复杂的伺服跟踪系统,具有测角速度快、稳定可靠且能够消除光源波动影响的特点。但在实际使用过程中,由于 Wollaston 棱镜本身特性的原因,透射光强曲线具有一定的非线性,出射光强偏离马吕斯定律,且非线性的存在严重影响测角装置的精度。文中通过使用折射定律和菲涅耳公式,分析了 Wollaston 棱镜出射光强的非线性及其对测角精度的影响,为消除出射光强非线性的影响,提高装置测角精度,文中提出采用方波调制的方法,并通过实验验证了该方法的有效性。

## 1 基于 Wollaston 棱镜的空间测角装置

基于 Wollaston 棱镜的空间测角装置如图 1 所示。

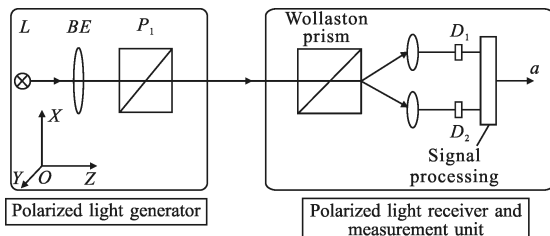


图 1 空间测角装置原理图

Fig.1 Schematic view of spatial angle measurement system

从图 1 中可以看出,整个装置分为两个部分:偏

振光发射单元、偏振光接收与测量单元。偏振光发射单元主要完成光信号的起偏与发送,偏振光接收与测量单元主要完成对线偏振光的接收、光电转换及信号处理。设起偏器透振方向在 X 轴方向,Wollaston 棱镜前半部分的晶体光轴与 X 轴的初始夹角为 45°,α 为 Wollaston 棱镜前半部分的晶体光轴偏离 45°的方位角。光源 L 经过准直镜 BE 后,经起偏器 P<sub>1</sub> 成为线偏振光。线偏振光经过 Wollaston 棱镜后,被分成两束振动方向相互垂直的线偏振光,并分别被光电二极管接收,通过后续信号处理电路对光电二极管接收到的信号进行处理,最终解算出方位角 α。

图 2 为空间测角装置的各角度关系示意图。P 为起偏器的透振方向,E<sub>e</sub>、E<sub>o</sub> 为光通过 Wollaston 棱镜后两束正交偏振光的振动面,虚线为 Wollaston 棱镜后两束光的振动面与起偏器透振方向的初始夹角。设入射至 Wollaston 棱镜的线偏振光光强为 I<sub>0</sub>,根据马吕斯定律得:

$$\begin{cases} I_o = I_0 \cos^2(45^\circ + \alpha) \\ I_e = I_0 \cos^2(45^\circ - \alpha) \end{cases} \quad (1)$$

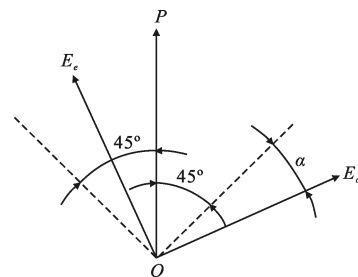


图 2 角度关系示意图

Fig.2 Relationship of angles

对公式(1)进行三角变换得:

$$\begin{cases} I_o = \frac{I_0}{2} (1 - \sin 2\alpha) \\ I_e = \frac{I_0}{2} (1 + \sin 2\alpha) \end{cases} \quad (2)$$

由上式可得:

$$\frac{I_e - I_o}{I_e + I_o} = \sin 2\alpha$$

则:

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{I_e - I_o}{I_e + I_o} \right) \quad (3)$$

由公式(3)可以看出,通过对采集到的光信号进行“差除和”运算,并对结果作反正弦运算就可以得到方位角 α。在实际实验过程中发现,解算出的 α 与

实际真值相差甚远。由公式(1)可以知道,两路出射光强满足马吕斯定律,输出的波形应是正弦曲线,实际上对输出的光强进行拟合后发现,拟合后的光强曲线偏离马吕斯定律,即存在非线性误差。非线性误差的存在势必会影响到空间测角装置的精度。

## 2 Wollaston 棱镜的非线性系数对测角精度的影响分析

Wollaston 棱镜的结构及分光光路如图 3 所示,  $S$  为结构角,  $\theta, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6$  分别为光在各界面的入射角和折射角。  $n_1, n_2$  分别为入射面与斜面的法线方向,且  $n_1, n_2$  所组成的平面为  $K$  面。入射光线与  $n_1$  组成的平面为入射面,入射面顺时针转到起偏器透振方向的夹角为  $\beta$ ,双箭头及圆点表示晶体的光轴方向,如图 3 所示。

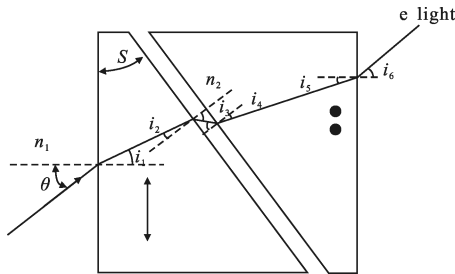


图 3 e 光在 Wollaston 棱镜中的光路

Fig.3 Light ray of e light in the Wollaston prism

当光入射至 Wollaston 棱镜的前半部分晶体时,分解为 o 光与 e 光。经过胶合剂层后,晶体光轴发生了  $90^\circ$  偏转,此时 o 光变为 e 光, e 光变为 o 光。为了便于分析,此时晶体的 o 光与 e 光名称仍然与前半部分的一致,但 o 光与 e 光的折射率发生了改变。

设入射角  $\theta \leq 3^\circ$ , 则棱镜在入射端的透射比可以按照近似正入射来计算,且 e 光在晶体中可近似取主折射率  $n_e$ , 在入射端面上根据折射定律得:

$$\sin\theta = n_e \sin i_1 \tag{4}$$

入射端面的 e 光透射率可近似为:

$$T_{e1} = \frac{4n_e}{(1+n_e)^2} \tag{5}$$

根据参考文献[6-7]可以得到:

$$\cos(i_2) = \cos(S)\cos(i_1) + \sin(S)\sin(i_1)\cos(45^\circ - \alpha + \beta) \tag{6}$$

式中:  $45^\circ - \alpha + \beta$  为入射面绕  $n_1$  轴转至  $K$  面的角度。当晶体光轴在  $K$  平面时,可近似认为 e 光的振动面在入射面内。设胶合层的折射率为  $n$ , 则在斜面上根

据折射定律可得:

$$\begin{cases} n_e \sin i_2 = n \sin i_3 \\ n \sin i_3 = n_o \sin i_4 \end{cases} \tag{7}$$

e 光在胶合层的透射率为:

$$T_{e2} = \left[ 1 - \frac{\tan^2(i_2 - i_3)}{\tan^2(i_2 + i_3)} \right] \left[ 1 - \frac{\tan^2(i_3 - i_4)}{\tan^2(i_3 + i_4)} \right] \tag{8}$$

则 e 光在 Wollaston 棱镜出射端的透射率为:

$$T_{e3} = 1 - \frac{\tan^2(i_5 - i_6)}{\tan^2(i_5 + i_6)} \tag{9}$$

且

$$\begin{cases} n_o \sin i_5 = \sin i_6 \\ i_5 = 90^\circ - i_4 - S \end{cases}$$

可得 e 光在 Wollaston 棱镜出射端的光强为:

$$I_e = I_0 \frac{2n_e}{(1+n_e)^2} T_{e2} T_{e3} (1 + \sin 2\alpha) \tag{10}$$

同理可得 o 光的出射光强为:

$$I_o = I_0 \frac{2n_o}{(1+n_o)^2} T_{o2} T_{o3} (1 - \sin 2\alpha) \tag{11}$$

设  $\beta = 0, \theta = 1^\circ$ , 则根据公式(10)、(11), 得出 o、e 光在不同入射角下的透射光强曲线如下图所示,其中图 4(a)为 e 光透射光强随方位角  $\alpha$  变化的理论曲线,图 4(b)为 o 光透射光强变化的理论曲线:

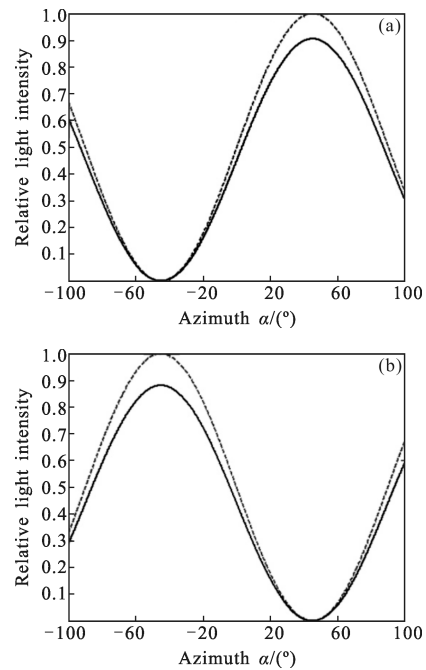


图 4 出射光强随方位角  $\alpha$  的理论曲线

Fig.4 Academic curves of exit light intensity with azimuth  $\alpha$

图 4 中虚线为没有光能损失的理想出射光的光强曲线,实线为出射光的理论曲线。由图可知理论透

射光强曲线偏离马吕斯定律, 出现非线性误差。设  $N_o, N_e$  为非线性系数, 其中

$$\begin{cases} N_o = \frac{2n_e}{(1+n_e)^2} T_{o2} T_{e3} \\ N_e = \frac{2n_o}{(1+n_o)^2} T_{e2} T_{o3} \end{cases} \quad (12)$$

非线性系数的存在必然会影响到空间测角装置的测角精度, 根据公式(3), 当存在非线性系数时, 装置的测角误差可以表示为:

$$\Delta = \frac{1}{2} \arcsin \left[ \frac{(N_e - N_o) + (N_e + N_o) \sin 2\alpha}{(N_e + N_o) + (N_e - N_o) \sin 2\alpha} \right] - \alpha \quad (13)$$

根据公式(13), 利用 Matlab 进行误差曲线仿真得出由于非线性系数的存在测量误差随方位角  $\alpha$  的变化曲线, 如图 5 所示。

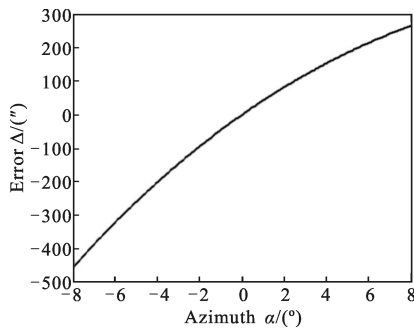


图 5 非线性系数引起的测量误差随  $\alpha$  的变化曲线

Fig.5 Change curve of measurement error with  $\alpha$  caught by nonlinear coefficient

由图可知, Wollaston 棱镜的非线性系数对测角精度影响极大, 在  $\pm 8^\circ$  范围内无法实现高精度的角度测量, 所以必须消除 Wollaston 棱镜的非线性系数。

### 3 采用方波磁光调制消除 Wollaston 棱镜的非线性系数

采用磁光调制是提高测量精度的有效方式, 并在空间测角装置中得到成功应用。磁光调制一般采用正弦波调制方式, 这样可以保证波形畸变较小, 但正弦波调制后信号各个频率成分较复杂, 且所需基频及倍频信号的幅值相对较小, 不利于提高输出信号的信噪比。况且以往采用取样积分的方式对正弦信号的幅值点采样, 存在一定的采样误差<sup>[8-10]</sup>。为克服正弦调制的这些缺点, 文中提出采用方波磁光调制的方式, 具体分析如下。

设实际光电二极管接收到的光强为:

$$\begin{cases} I_o = N_o k_o \frac{I_0}{2} (1 - \sin 2\alpha) \\ I_e = N_e k_e \frac{I_0}{2} (1 + \sin 2\alpha) \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $N_o, N_e$  为非线性系数;  $k_o, k_e$  为电路的增益系数, 其大小与电路的放大倍数、光电转换效率等有关。

当线偏振光经过外加方波信号驱动的磁光玻璃调制器时, 由于法拉第效应, 线偏振光偏振面会发生偏转, 其偏转角为  $\theta$ 。设  $\theta = m_f f(t)$ , 其中  $m_f = \frac{1}{2} VBL$  为调制度,  $V$  是磁光玻璃的维尔德常数;  $L$  是磁光玻璃的长度;  $B$  为磁感应强度;  $f(t)$  为方波调制信号。理论上  $m_f$  为定值, 但实际上由于温度变化影响  $V$  常数, 且磁感应强度  $B$  受外界磁场的影响也会发生波动, 所以在实际中  $m_f$  随机波动, 为了达到高精度测量应设法避免  $m_f$  波动的影响。

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, \frac{T}{2}) \\ -1 & t \in (\frac{T}{2}, T] \end{cases} \quad (15)$$

当  $t \in [0, \frac{T}{2})$  时光电二极管接收到的光强信号分别为  $I_{o+}, I_{e+}$ :

$$\begin{cases} I_{o+} = N_o \frac{I_0}{2} [1 - \sin(2\alpha + m_f)] = \\ N_o \frac{I_0}{2} (1 - \sin 2\alpha \cos m_f - \cos 2\alpha \sin m_f) \\ I_{e+} = N_e \frac{I_0}{2} [1 + \sin(2\alpha + m_f)] = \\ N_e \frac{I_0}{2} (1 + \sin 2\alpha \cos m_f + \cos 2\alpha \sin m_f) \end{cases} \quad (16)$$

当  $t \in (\frac{T}{2}, T]$  时:

$$\begin{cases} I_{o-} = N_o \frac{I_0}{2} [1 - \sin(2\alpha - m_f)] = \\ N_o \frac{I_0}{2} (1 - \sin 2\alpha \cos m_f + \cos 2\alpha \sin m_f) \\ I_{e-} = N_e \frac{I_0}{2} [1 + \sin(2\alpha - m_f)] = \\ N_e \frac{I_0}{2} (1 + \sin 2\alpha \cos m_f - \cos 2\alpha \sin m_f) \end{cases} \quad (17)$$

对公式(16)、(17)作以下运算, 来消除 Wollaston 棱镜的非线性系数与增益系数:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{I_{e+} + I_{e-}}{I_{e+} - I_{e-}} = \frac{1 + \sin 2\alpha \cos m_f}{\cos 2\alpha \sin m_f} \\ U_2 = \frac{I_{o+} + I_{o-}}{I_{o+} - I_{o-}} = \frac{1 - \sin 2\alpha \cos m_f}{\cos 2\alpha \sin m_f} \end{cases} \quad (18)$$

令:

$$\begin{cases} A = \frac{2}{U_1 + U_2} = \cos 2\alpha \sin m_f \\ B = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} = \sin 2\alpha \cos m_f \end{cases} \quad (19)$$

由公式(19)可得:

$$\left[ \frac{A}{\cos 2\alpha} \right]^2 + \left[ \frac{B}{\sin 2\alpha} \right]^2 = 1$$

$$\cos^2 4\alpha + 2(B^2 - A^2)\cos 4\alpha + 2A^2 + 2B^2 - 1 = 0 \quad (20)$$

并由二次方程求根公式得:

$$\cos 4\alpha = (A^2 - B^2) \pm \sqrt{(B^2 - A^2)^2 - (2A^2 + 2B^2 - 1)} \quad (21)$$

则:

$$\alpha = \frac{1}{4} \arccos[(A^2 - B^2) \pm \sqrt{(B^2 - A^2)^2 - (2A^2 + 2B^2 - 1)}] \quad (22)$$

由于在特定位置只存在唯一的  $\alpha$ , 所以方程必存在增根。经过计算并考虑反余弦函数的值域, 得最终解为:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \arccos[(A^2 - B^2) + \sqrt{(B^2 - A^2)^2 - (2A^2 + 2B^2 - 1)}] \\ B \geq 0 (0 \leq \alpha \leq 45^\circ) \\ \alpha = \frac{1}{4} \arccos[(A^2 - B^2) + \sqrt{(B^2 - A^2)^2 - (2A^2 + 2B^2 - 1)}] - \frac{\pi}{2} \\ B < 0 (-45^\circ \leq \alpha < 45^\circ) \end{cases} \quad (23)$$

由上式可知, 通过判断  $B$  的正负就可知道  $\alpha$  角的正负, 且函数中不包含调制函数与光强项, 所以理论上消除了 Wollaston 棱镜的非线性系数、增益系数、 $m_f$  与光源的波动变化对测角精度的影响。

## 4 实验测量

实验装置如图 6 所示。

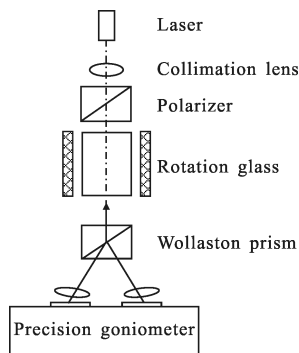


图 6 实验装置图

Fig.6 Experiment apparatus

实验时偏振光发射单元经过调平并固定, 光源

经起偏器、外加方波调制线圈的磁光玻璃后, 垂直入射至偏振光接收与测量单元。偏振光接收与测量单元置于细分多齿分度台上, 其测角精度为  $0.2''$ , 认为细分多齿分度台转过的角度为基准值。根据公式(3)、(23)解算出的角度值与基准值之差为测角误差。测角数据如下:

$\alpha$  为根据式(3)得出方位角的平均值;  $\alpha'$  为根据公式(23)得出方位角的平均值;  $\alpha_0 = 0^\circ 7' 33''$  为根据公式(3)计算出的初始方位角度;  $\alpha'_0 = 0^\circ 0' 2''$  为根据公式(23)计算出的初始方位角度;  $\Delta$  为  $\alpha$  的角度误差;  $\Delta'$  为  $\alpha'$  的角度误差。

由于数据量较多, 文中只写出在  $\pm 8^\circ$  范围内每隔  $1^\circ$  的测量数据值。

由表 1 可知, 采用公式(3)得出的方位角误差很大, 对实际使用的价值不大。采用磁光调制后, 精度得到了大幅提高在  $-8^\circ \sim +8^\circ$  范围内测角平均值与基准值的最大误差为  $15''$ 。所以采用方波磁光调制方法可以有效的消除 Wollaston 棱镜的非线性误差和电路的增益系数, 提高装置的测角精度。

表 1 实验数据表

Tab.1 Experiment data

Datum value	$\alpha$	$\alpha'$	$\Delta$	$\Delta'$
$1^\circ$	$1^\circ 8' 58''$	$1^\circ 0' 6''$	$85''$	$4''$
$2^\circ$	$2^\circ 10' 9''$	$2^\circ 0' 5''$	$156''$	$3''$
$3^\circ$	$3^\circ 11' 56''$	$3^\circ 0' 5''$	$263''$	$3''$
$4^\circ$	$4^\circ 12' 11''$	$4^\circ 0' 8''$	$278''$	$6''$
$5^\circ$	$5^\circ 13' 20''$	$5^\circ 0' 6''$	$347''$	$8''$
$6^\circ$	$6^\circ 15' 55''$	$6^\circ 0' 6''$	$502''$	$7''$
$7^\circ$	$7^\circ 16' 56''$	$7^\circ 0' 6''$	$563''$	$10''$
$8^\circ$	$8^\circ 17' 21''$	$8^\circ 0' 6''$	$588''$	$9''$
$-1^\circ$	$-0^\circ 54' 10''$	$-1^\circ 0' 4''$	$-103''$	$-6''$
$-2^\circ$	$-1^\circ 55' 36''$	$-2^\circ 0' 0''$	$-189''$	$-2''$
$-3^\circ$	$-2^\circ 56' 11''$	$-3^\circ 0' 5''$	$-224''$	$-7''$
$-4^\circ$	$-3^\circ 55' 57''$	$-4^\circ 0' 6''$	$-210''$	$-8''$
$-5^\circ$	$-4^\circ 58' 34''$	$-5^\circ 0' 7''$	$-367''$	$-9''$
$-6^\circ$	$-6^\circ 0' 35''$	$-6^\circ 0' 9''$	$-488''$	$-11''$
$-7^\circ$	$-7^\circ 0' 22''$	$-7^\circ 0' 11''$	$-475''$	$-13''$
$-8^\circ$	$-8^\circ 0' 50''$	$-8^\circ 0' 13''$	$-503''$	$-15''$

## 5 结论

文中从 Wollaston 棱镜出射光强非线性偏离马



吕斯定律出发,分析了 Wollaston 棱镜的非线性及其对空间测角装置的影响,并做了相应的仿真。提出采用方波磁光调制消除 Wollaston 棱镜的非线性系数和增益系数的方法,并建立了方波调制下的测角模型。文中最后做了相应的对比实验,实验结果表明,采用方波调制方法可以大大提高测角装置的测角装置。目前在 $\pm 8^\circ$ 范围内可以达到 $15''$ 的测角精度,相比正弦调制方法,方波调制的信号处理电路较简单,但波形存在一定的畸变。后期对方波驱动电路及信号处理电路进行优化,相信可以达到更高的测角精度。

### 参考文献:

- [1] Wu Yiming, Gao Limin, Chen Liangyi. Precision measurement and transmission of azimuthal information based on polarization modulated light [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(3): 525-529. (in Chinese)  
吴易明, 高立民, 陈良益. 基于偏振光的精密角度测量及传递技术[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(3): 525-529.
- [2] Dong Xiaona, Gao Limin, Shen Xiaojun, et al. Passing azimuth vertically with the technique of magneto optic modulation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, 30(11): 1389-1391. (in Chinese)  
董晓娜, 高立民, 申小军, 等. 利用磁光调制实现方位角垂直传递[J]. 光子学报, 2001, 30(11): 1389-1391.
- [3] Wu Yiming, Gao Limin, Li Ming, et al. A precision measurement method of glass material inner-stress [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(3): 490-493. (in Chinese)  
吴易明, 高立民, 李明, 等. 一种玻璃材料内应力精密测定的方法[J]. 光子学报, 2010, 39(3): 490-493.
- [4] Li Chunlei, Chen Kai, Han Jun, et al. The research of the electro-optic transfer system of azimuth informatiion[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Nankaiensis*, 2006, 39(1): 55-57. (in Chinese)  
李春雷, 陈凯, 韩军, 等. 电光角度信息传递系统的性能研究[J]. 南开大学学报(自然科学版), 2006, 39(1): 55-57.
- [5] Yang Weihong, Liu Keming, Xu Guangming, et al. Methane concentration sensor based on orthogonal polarized light [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2011, 38(4): 12-16. (in Chinese)  
杨伟红, 刘克铭, 徐广明, 等. 基于正交偏振光的瓦斯浓度传感器研究[J]. 光电工程, 2011, 38(4): 12-16.
- [6] Li Hongxia, Wu Fuquan, Fan Jiyang, et al. The rotary vibration influence on the transmitted light intensity's perturbation of the Glan-Taylor prism [J]. *Journal of Qufu Normal University*, 2003, 29(2): 59-62. (in Chinese)  
李红霞, 吴福全, 范吉阳, 等. 旋转振动对格兰-泰勒棱镜透射光强扰动影响的研究 [J]. 曲阜师范大学学报, 2003, 29(2): 59-62.
- [7] Zhu Huafeng. The effect of laser-polarizing prism of the outout light intensity [D]. Qufu: Qufu Normal University, 2003. (in Chinese)  
朱化凤. 激光偏光棱镜对输出光强的影响[D]. 曲阜: 曲阜师范大学, 2003.
- [8] Yang Zhiyong, Huang Xianxiang, Zhou Zhaofa, et al. Application of square wave magneto-optic modulation to spacecraft docking [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(8): 1732-1739. (in Chinese)  
杨志勇, 黄先祥, 周召发, 等. 方波磁光调制测量在航天器对接中的应用[J]. 光学精密工程, 2012, 20(8): 1732-1739.
- [9] Li Yong'an, Li Xiaojun, Bai Jintao, et al. Analyze on sine wave and rectangular wave magneto-optical modulation by comparing[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(6): 192-197. (in Chinese)  
李永安, 李小俊, 白晋涛, 等. 正弦波与方波调制的比较分析[J]. 光子学报, 2007, 36(6): 192-197.
- [10] Li Xiaojun, Li Yong'an, Wang Yuanyuan, et al. Magneto-optical modulation method for polarization measurement based on rectangular wave signal [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(8): 1533-1537. (in Chinese)  
李小俊, 李永安, 汪源源, 等. 基于矩形波信号的磁光调制偏振测量方法[J]. 光学学报, 2008, 28(8): 1533-1537.