

大口径抛物面镜子孔径拼接测量

杨皓聿, 田爱玲, 刘丙才

(西安工业大学 陕西省薄膜技术与光学检测重点实验室, 陕西 西安 710032)

摘要: 针对大口径抛物面面形检测, 提出一种基于无像差点的子孔径拼接测量新方法。首先, 分析了该拼接方案特殊的子孔径生成方式及子孔径名义运动路径计算的形式; 其次, 通过建立统一的像面坐标系和全局坐标系的函数关系, 结合坐标转换求解出各个子孔径数据对应的全局坐标; 最后, 采用目标函数法拼接恢复出全口径面形。对一抛物面镜利用该拼接方案进行了计算机仿真实验, 拼接得到 RMS 值的偏差为 0.0014λ 。实验结果表明, 该检测方法可以实现大口径抛物面镜的高精度测量。

关键词: 大口径抛物面; 子孔径拼接; 面形检测; 目标函数法

中图分类号: O484 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)04-1296-05

Sub-aperture stitching interferometry for large parabolic mirror

Yang Haoyu, Tian Ailing, Liu Bingcai

(Shaanxi Province Thin Film Technology and Optical Inspection Laboratory, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)

Abstract: Based on research of surface measurement method for large-diameter parabolic mirror, a new sub-aperture stitching measurement technology based on aberrationless theory was proposed. Firstly, the special method of sub-apertures' generation and the calculation form for sub-apertures' nominal motion path of this stitching program were analyzed. Secondly, a unified function between image plane coordinate system and the global coordinate system was established, together with coordinate transformation, the global coordinate of each sub-aperture data was solved. Finally, the full aperture surface was recovered by the objective function method. The simulation experiment was established for parabolic mirror, the stitching deviation of RMS is 0.0014λ . The experimental results show that this measurement method can achieve high precision measurement for large-diameter parabolic mirror.

Key words: large parabolic mirror; sub-aperture stitching; surface detection; objective function

收稿日期: 2013-08-05; 修订日期: 2013-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(51075322); 陕西省教育厅高精度小平面干涉仪研制基金(12JS048)

作者简介: 杨皓聿(1988-), 男, 硕士生, 主要从事光学检测方面的研究。Email: yf466835@163.com

导师简介: 田爱玲(1964-), 女, 博士, 教授, 主要从事现代光学制造与检测方面的研究。Email: tian21964@sohu.com

0 引言

随着科学技术的不断发展,大口径非球面光学元件广泛的应用于天文光学、空间光学、惯性约束核聚变等高新技术领域。制造高精度、大口径的非球面需要与之相应的高精度检测设备和方法。

子孔径拼接干涉检测方法^[1]主要是通过使用标准的小口径干涉仪对大口径光学元件表面进行多次局部测量,最后将局部测量结果拼接成整个表面的测量结果。它能以较低的成本实现大口径非球面元件的检测,并且可以提高测量的空间分辨率。目前用于大口径非球面面形检测的拼接方法主要有:圆形子孔径拼接测量^[2-3]和环形子孔径拼接测量^[4]。但是这两种拼接方法都存在困难和不足。圆形子孔径拼接检测装置的调整和校准较为复杂和困难,增加了子孔径定位的难度。而环形子孔径拼接只扩展了干涉仪的纵向动态范围。其次两种拼接方法的子孔径名义运动路径计算^[5]都比较复杂。

文中针对大口径抛物面镜,提出一种结合了无像差点检测思想的子孔径拼接测量新方法。该测量方法降低了子孔径名义运动路径计算和子孔径对准的难度。为了验证该测量方案的可行性,文中采用 Matlab 进行了子孔径拼接检测模拟。仿真结果表明,采用文中提出的拼接方法能很好的实现大口径抛物面镜的子孔径拼接干涉检测。

1 子孔径拼接方法分析

1.1 测量原理

子孔径拼接测试系统如图 1 所示。首先选择干涉仪标准镜头,使其数值孔径略大于被测件的数值

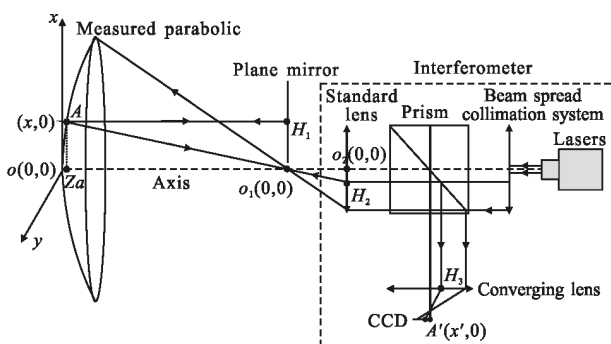


图 1 子孔径拼接测试系统示意图

Fig.1 Sketch of sub-aperture stitching test system

孔径。然后让标准镜头的焦点与抛物面的焦点重合。因此从标准镜头出射的测试光波能覆盖被测抛物面全口径,并且测试光波照射到被测抛物面上后会平行于光轴出射。

以抛物面顶点为坐标原点建立物空间全局坐标系 xyz 。在焦平面内以焦点为坐标原点,建立坐标系 $o_1x_1y_1$, 让焦平面坐标轴 x_1 在物空间全局坐标系的 xoz 平面内,并与物空间全局坐标系的 x 轴平行。在焦平面内放一平面反射镜,让其圆心在焦平面坐标系的 x_1 轴上。为保证光束能照射到抛物面上,因此平面反射镜不能遮挡住标准镜头的焦点。所以在测量时,平面反射镜在焦平面 x_1 轴上的起始点必须与焦平面坐标系原点相隔微小间距。平面反射镜在焦平面内,沿 x_1 轴方向每移动一次,即可获得抛物面经线方向上的一个子孔径。保持平面反射镜不动,使抛物面绕光轴旋转一定角度,可得到抛物面纬线方向上的一个子孔径。继续旋转相同角度,直到获得抛物面纬线上的所有子孔径。重复以上步骤,就可以完成覆盖抛物面的所有子孔径测量。

为了提高横向分辨率,设计 CCD 在光路中的位置,让其对应抛物面全口径的一半。即让被测抛物面可成像到 CCD 像面的最大区域在 xoy 平面的投影为:直径是抛物面全口径一半大小的圆。由此可知,由平面反射镜一维移动获得的抛物面经线方向的子孔径成像在 CCD 不同位置,称之为基准子孔径。由于抛物面的旋转对称性,纬线方向的各个子孔径与该环基准子孔径的像面位置一致。

1.2 子孔径名义运动路径计算

根据文中分析可知,子孔径由平面反射镜移动以及抛物面旋转获得。所以子孔径名义运动路径计算,就是求解平面反射镜每次移动的距离以及抛物面每次旋转的角度,它们都与子孔径的重叠面积大小有直接关系。据相关参考文献介绍,重叠区域的面积应该不小于子孔径面积的 $1/4$,只有这样才能保证参加计算的采样点个数,进而保证拼接算法的求解精度。由于拼接测量系统中干涉仪不发生移动,因此各个子孔径的像在同一平面内。所以可以通过确定像面子孔径的重叠面积大小来完成子孔径的划分。为了确定物空间子孔径在像面的大小,首先在像面上,以抛物面顶点的像为中心,以像素为单位,建立像面二维坐标系 $x'o'y'$ 并令其为像面全局坐标系。

并推导出抛物面上任意一点在物空间 xoy 平面上的坐标 (x,y) 与该点在像面坐标系 $x'o'y'$ 下坐标 (x',y') 的函数关系。如图 1 所示,假设抛物面上 A 点在 xoy 平面的坐标为 $(x,0)$,其在标准镜头面上对应点在 xoy 平面的坐标为 $(H_2,0)$ 。被测抛物面的顶点曲率半径为 R ,标准镜头的焦距为 F ,根据光路图可知点 A 、 Za 、 O_1 形成的三角形与点 H_2 、 O_2 、 O_1 形成的三角形为相似三角形。所以可得:

$$\frac{F}{R-Za} = \frac{-H_2}{x} \quad (1)$$

Za 点是抛物面 A 点对应的 z 值。由抛物线公式:

$$x^2 = 2 \times p \times z \quad (2)$$

可得: $Za = H_1^2 / (2 \times P)$ 。根据光路图可知 $H_2 = H_3$, 又因为 H_3 经会聚透镜会聚到 CCD 像面上, 这个过程满足成像原理所以 $H_3 = -k \cdot x'$, (k 为 CCD 的放大倍率)。由此可推导出物方 xoy 平面的坐标 x 与像面坐标 x' 的函数关系, 表示为:

$$x = (F \times P - P \times (F^2 \times k^2 \times x'^2)^{1/2}) / (k \times x') \quad (3)$$

不失一般性, y 与 y' 坐标满足同样的函数关系。

经线和纬线方向的子孔径在像面的重叠面积求解示意图如图 2 所示。图中 $x'o'y'$ 为像面坐标系, 子孔径 1 是平面反射镜在初始位置处生成的子孔径的像面区域。由于平面反射镜的初始位置是已知的, 因此可得到物方子孔径在全局坐标系 x 轴上的两端点的坐标, 分别记为: $(x_1, 0), (x_2, 0)$ 。再根据推导的物像方坐标函数关系, 计算其在像面上的坐标分别 $(x_1', 0), (x_2', 0)$ 。并根据坐标值 x_1', x_2' 得到像面子孔径 1 的圆心坐标 $(x_{o1}', 0)$ 及半径 r_{o1}' 。因此可得到像面子孔径 1 的方程, 表示为:

$$(X - x_{o1}')^2 + Y^2 = r_{o1}'^2 \quad (4)$$

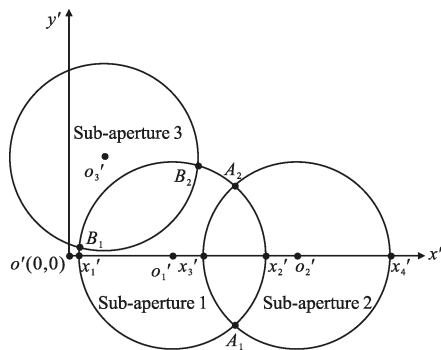


图 2 子孔径名义运动路径计算示意图

Fig.2 Sub-aperture nominal motion path computation schematic

平面反射镜移动距离 d 之后, 生成的子孔径在物方全局坐标系 x 轴上的两端点的坐标为: $(x_1+d, 0), (x_2+d, 0)$ 。进而求出端点的像面坐标 $(x_3', 0), (x_4', 0)$, 以及像面子孔径 2 的圆心坐标 $(x_{o2}', 0)$ 和半径 r_{o2}' 。因此可得到像面子孔径 2 的方程, 表示为:

$$(X - x_{o2}')^2 + Y^2 = r_{o2}'^2 \quad (5)$$

根据像面子孔径 1、2 的方程, 计算出两子孔径的交点 A_1, A_2 的 Y 坐标。那么经线方向的子孔径重叠面积计算如下:

$$S_{\text{overlap}} = \int_{Y_1}^{Y_2} \sqrt{r_{o1}'^2 - Y^2} + (x_{o1}' - x_{o2}') + \sqrt{r_{o2}'^2 - Y^2} dY \quad (6)$$

式中: x_{o1}', x_{o2}' 是已知量; $x_{o2}' r_{o2}', Y_1, Y_2$ 都是关于平面反射镜移动距离 d 的函数。而子孔径的像面面积为: $s = \pi \cdot r_{o2}'^2$ 。那么根据子孔径划分要求: $S_{\text{overlap}}/s \geq 1/4$, 可求解出平面反射镜移动距离 d 的取值范围。对于纬线方向的子孔径重叠面积计算: 当抛物面旋转 θ 角后, 得到的子孔径在像面的位置为图 2 中的子孔径 3。其像面位置方程为:

$$(X - x_{o1}' \cdot \cos\theta)^2 + (Y - x_{o1}' \cdot \sin\theta)^2 = r_{o1}'^2 \quad (7)$$

根据公式(4)和(7)计算出像面子孔径 1 和 3 的交点 B_1, B_2 的 X 坐标。那么纬线方向子孔径的重叠面积计算公式为:

$$S_{\text{overlap}} = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{r_{o1}'^2 - (X - x_{o1}')^2} - x_{o1}' \cdot \sin\theta + \sqrt{r_{o1}'^2 - (X - x_{o1}' \cdot \cos\theta)^2} dX \quad (8)$$

同理根据重叠面积与子孔径面积的比例关系, 可求出抛物面的旋转角度 θ 。

1.3 拼接算法数学模型

设机械移动产生的装调误差由平移量、 x, y 方向的倾斜量、以及离焦量组成。该拼接方案中, 拼接算法采用基于全局拼接的目标函数法^[6], 其公式为:

$$\begin{aligned} \min F = & u_1 \sum_{i=1}^M \int \int_{\delta_i} [\phi_{mj}(x, y) - \phi_j(x, y) - ((d_{mj} - d_{nj}) + \\ & (k_{mjx} - k_{njx})x + (k_{m jy} - k_{n jy})y + (p_{mj} - p_{nj})(x^2 + y^2))]^2 dx dy + \\ & u_2 \sum_{i=1}^N \int \int_{S_i} (\phi_i(x, y) - (d_i + k_{ix}x + k_{iy}y + p_i(x^2 + y^2)))^2 dx dy \end{aligned} \quad (9)$$

式中: u_1, u_2 为正的权重系数 $u_1 + u_2 = 1$; F 为装调误差向量 $E_i (i=1 \cdots N)$ 的函数, 可将其求解形式转化为如下形式矩阵方程组:

$$A = [E_1^T \cdots E_N^T]^T = b \quad (10)$$

矩阵方程中 A 矩阵是由子孔径数据点在 xoy 平面内的坐标组成。然而实际测量过程中, 只能得到以

像面子孔径中心为原点的像面局部坐标系下的坐标。因此首先要通过齐次坐标变换^[7]求得各个子孔径在像面全局坐标系 $x'o'y'$ 下的坐标。设像面局部坐标系为 $x_aO_a y_a$, 其次坐标变换对于子孔径像面局部坐标系 $x_aO_a y_a$ 和像面全局坐标系 $x'o'y'$ 存在着如下关系:

$$(x', y', 1) = (x_a, y_a, 1) \cdot T \quad (11)$$

式中: T 为变换矩阵, 它是旋转矩阵 R 与平移矩阵 P 的乘积。又因为各子孔径的像都在同一平面内, 所以子孔径像面局部坐标系与像面全局坐标系之间只存在平移和绕 z' 轴的旋转。因此 T 的表达式如下:

$$T = R_z \cdot P = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ P_{x'} & P_{y'} & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: γ 是抛物面旋转的角度, 其表示像方局部坐标系 x_a 轴绕像方全局坐标系 z' 轴旋转的角度, 以逆时针方向为正; $P_{x'}$ 和 $P_{y'}$ 表示像方局部坐标系中心点在像方全局坐标系下的坐标。

得到各个子孔径像面坐标后就可根据物像方坐标函数关系, 计算出子孔径数据点在物空间 xoy 平面的坐标。最后将物方平面坐标代入拼接算法, 拟合出装调误差参数。

2 计算机模拟实验与精度分析

为了验证拼接方案的可行性, 进行了计算机模拟实验。对于 800mm 口径, 顶点曲率半径为 4000mm 的抛物面进行拼接检测。设定标准镜头的焦距为 497.5 mm, 口径为 100 mm, 平面反射镜的口径为 300 mm。

(1) 先用计算机模拟生成一个全口径面形误差分布, 用 Zernike 多项式第 5、6 两项表示, 其表达式如公式(11)所示。全口径面形误差分布图如图 3 所示, 其 PV、RMS 值分别为: 2.1196λ 和 0.4329λ 。

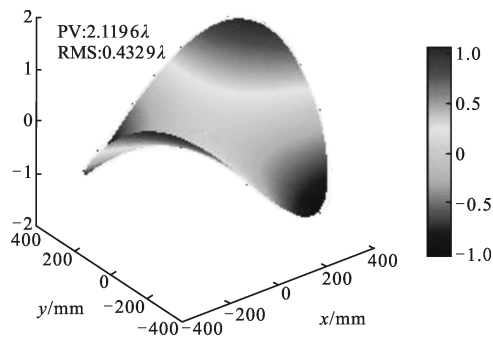


图 3 计算机模拟全口径面形误差分布三维图

Fig.3 Computer simulation of 3D surface error map of full aperture

$$w(x, y) = 0.0003(x^2 - y^2) - 0.0012xy \quad (13)$$

(2) 计算出子孔径名义运动路径, 其子孔径分布如图 4 所示。

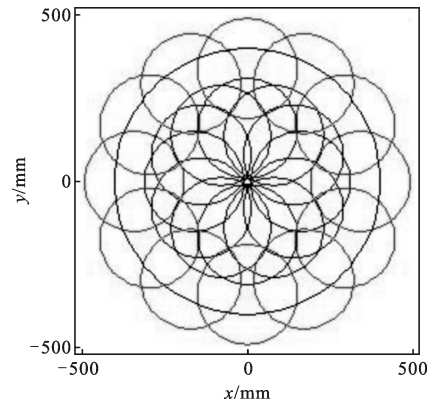


图 4 子孔径分布示意图

Fig.4 Sub-aperture distribution diagram

(3) 计算出基准子孔径在物空间坐标系下 x 轴方向上两端点的像面坐标, 根据两端点的像面坐标可知像面基准子孔径的中心及半径, 以基准子孔径的中心为原点, 生成基准子孔径的像面局部位置坐标如图 5 所示。

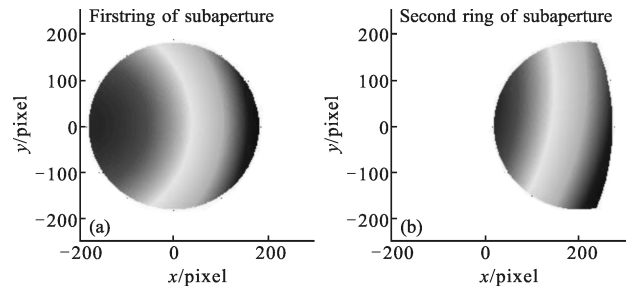


图 5 基准子孔径的像面局部坐标

Fig.5 Benchmark sub-apertures' image plane of the local coordinate

通过基准子孔径像面局部坐标与齐次坐标转换矩阵结合, 得到各个子孔径的像面坐标。再根据建立的物像方坐标函数关系, 求得各个子孔径的全局坐标。将各个子孔径的全局坐标归一化, 并代入面形误差函数公式(13)中, 生成各个子孔径的面形误差。

(4) 对各个子孔径设置装调误差系数, 生成装调误差, 并引入到面形误差数据中。提取各子孔径重叠区域数据代入拼接算法中, 拟合出各个子孔径的装调误差系数。从表 1 可看出拟合出的装调误差系数偏差比较小(由于子孔径太多, 这里只比较了两个基准子孔径的装调误差系数拟合精度, 其余子孔径与其对应的基准子孔径的拟合精度相当)。

表 1 子孔径设置与拟合装调误差系数对照表
Tab.1 Sub-aperture setting and fitting alignment error coefficient table

	Sub-aperture	Piston	x-tilt	y-tilt	Power
Setting coefficients	1	5e-4	-2e-6	3e-6	-4e-7
	13	3e-4	-8e-6	2e-6	-3e-8
Fitting coefficients	1	5.000 2e-4	-2.000 2e-6	3.000 01e-6	-3.999 997e-7
	13	3.000 5e-4	-8.000 4e-6	2.000 07e-6	-2.999 95e-8

(5) 对所有子孔径消除其各自的装调误差,然后拼接恢复成全口径面形误差分布,如图 6 所示,其 PV、RMS 值分别为:2.125 4 λ 、0.434 3 λ 。进而求出残余面形误差如图 7 所示,其 PV、RMS 值为 1.142 5e-4 λ 、1.146 2-5 λ 。由于残余面形误差的 PV 值表示拼接测量精度所以该拼接方法的测量精度为 1.142 5e-4 λ 。

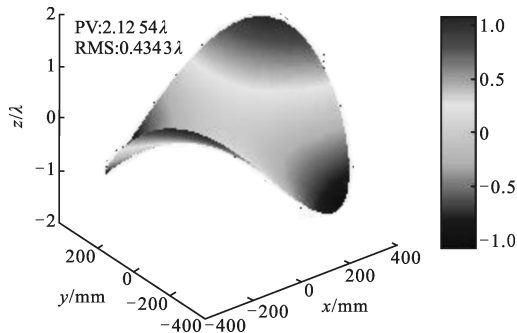


图 6 拼接后的全口径面形误差分布三维图

Fig.6 3D surface error map of full aperture after stitching

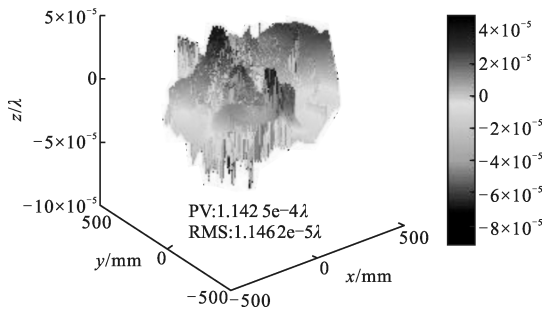


图 7 残余面形误差分布三维图

Fig.7 3D surface distribution of the residual surface error map

最后求解出拼接全口径与理论全口径面形误差的 PV、RMS 值的相对误差分别为:0.276%、0.323%,由此说明该拼接方案模型是可行的。

3 结论

文中提出的大口径抛物面子孔径拼接测量方法简化了子孔径的生成方式。通过计算像面子孔径的重叠面积比例来得到子孔径的名义运动路径。从而降低了子孔径名义运动路径的计算难度。通过推导物像方坐标函数关系式,结合坐标转换矩阵,求得子孔径数据点对应的全局坐标。从计算机模拟结果可以看出,拼接前后全口径面形误差分布的 PV、RMS 值的偏差分别为 0.005 8 λ 和 0.001 4 λ ,说明该方案是切实可行的。下一步工作则将对该方案进行实验验证,并通过辅助定位降低机械移动产生的定位误差。

参考文献:

- [1] Wang Ning, Jia Xing, Xing Tingwen. Test of shallow asphere using Sub-aperture stitching method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 49(9): 2525-2530. (in Chinese)
- [2] Tricard M, Murphy P E. Sub-aperture stitching for large aspheric surfaces[J]. *Talk for NASA Tech Day*, 2005, 756-771.
- [3] Wang Xiaokun, Zhang Ligong, Zhang Binzhi, et al. Subaperture stitching interferometry for testing a large hyperboloid [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(1): 114-119.
- [4] Wang Xiaokun, Zhang Xuejun, Wang Lihui, et al. Mathematical model and simulation for testing aspheric surface by annular subaperture stitching interferometry [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, 14(4): 527-532. (in Chinese)
- [5] Hou Xi, Wu Fan, Yang Li, et al. Layout model and analysis of annular subaperture stitching Technique for testing large aspheric mirror[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, 14(2): 207-212. (in Chinese)
- [6] Bai Jian, Cheng Shangyi. Sub-aperture stitching detection and analysis of the objective function [J]. *Optical Technigue*, 1997, 19(4-5): 36-39. (in Chinese)
- [7] Wang Xiaokun, Wang Lihui, Zhang Xuejun, et al. Testing asphere by subapertures titching interferometric method [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, 15 (2): 192-198. (in Chinese)