# 基于压缩感知理论的波段重构方法

#### 尹继豪,孙建颖

(北京航空航天大学 宇航学院,北京 100191)

摘 要:针对高光谱图像数据量大、信息冗余多、传输难度大等问题,从波段压缩采样入手,通过采样数据重构出原始波段,提出一种基于压缩感知理论的波段重构方法。压缩感知理论是一种在不遵循奈 奎斯特采样定理的情况下,能够高精度重构出原始信号的新型压缩采样理论。由于高光谱图像谱间相 关性高,具有很强的稀疏性,故可将压缩感知理论用于高光谱数据的波段重构,仅选择少量波段,便 能够重构得到原始高光谱数据。实验结果表明,压缩感知理论能够对高光谱图像波段维进行压缩与重 构,并可达到较高的重构比例,同时获得较高的重构效率,且重构数据光谱曲线与原始数据光谱曲线 的波形一致度高。

关键词:波段重构; 波段采样; 压缩感知; 高光谱图像 中图分类号:TN919.8 文献标志码:A 文章编号:1007-2276(2014)04-1260-05

# Hyperspectral band reconstruction based on compressed sensing theory

Yin Jihao, Sun Jianying

(School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Hyperspectral image processing had attracted high attention in remote sensing fields. One of the main issues was to address the problem of huge data and hard transmission via sampling and reconstruction. Compressed sensing theory was investigated in this paper for band reconstruction. Based on compressed sensing theory, original signal could be reconstructed efficiently without satisfying the Nyquist-Shannon criterion. Adjacent spectral bands of hyperspectral images were highly correlated, resulting in strong sparse representation. This significant property made it possible to obtain the whole spectrum information from limited bands of original hyperspectral data via compressed sensing theory for sampling and reconstruction on bands of hyperspectral images. The proposed band reconstructed and original hyperspectral bands. Simultaneously, high levels of reconstruction efficiency are achieved, and reconstructed spectral curve is in accordance with original data as well.

Key words: band reconstruction; band sampling; compressed sensing; hyperspectral image

收稿日期:2013-08-12; 修订日期:2013-09-13

基金项目:国家自然科学基金天文联合项目(U1331108,11078007);高等学校博士学科点专项科研基金(20101102120030) 作者简介:尹继豪(1980-),男,博士,副教授,主要从事高光谱遥感、深空探测中图像分析及应用的研究。Email:yjh@buaa.edu.cn

# 0 引 言

高分辨率光谱成像技术<sup>[1]</sup>是 20 世纪 80 年代发 展起来的一种新型遥感技术,它借助成像光谱仪革 命性地将成像技术和细分光谱技术结合在一起。高光 谱数据量过大使得在卫星信道上的存储、传输非常 困难,因此如何在数据采集过程中进行数据压缩<sup>[2]</sup>, 将高分辨率的光谱数据重构出来,将成为高光谱数 据波段维研究的重要内容。在实际应用过程中,按照 奈奎斯特采样方式进行数据采样/压缩,数据获取效 率低下,因此需要新的数据采集和处理方法。

压缩感知<sup>[3]</sup>(Compressive Sensing,CS)理论在不 遵循奈奎斯特采样定理的情况下便可以高效、高精 度地重构出原始信号,这为信号的大尺度压缩与重 构带来了强大的理论支持。

在图像处理领域,通常将压缩感知理论应用于 对像素的压缩与重构<sup>[4]</sup>。文中创新性地将该理论应用 于高光谱波段维的研究,对大量光谱曲线数据及成 像光谱仪数据进行波段重构,取得较为理想的实验 结果。该研究为高光谱图像在卫星上的压缩采样<sup>[5]</sup> 与数据重构提供了理论基础。

# 1 基于压缩感知的波段重构

在常规图像处理领域,压缩感知理论已经被广泛 用于像素的压缩与重构。但高光谱图像不同于常规图 像,它不仅具有空间相关性,还具有谱间相关性。根据 这一特点,可以将压缩感知理论用于波段重构。

#### 1.1 压缩感知理论

设 $x \in \mathbb{R}^{N\times 1}$ 为输入光谱信号,则其可以由一组规范正交基 $\Psi = \{\psi_1, \cdots, \psi_N\}$ 展开,即

$$x = \sum_{k=1}^{N} \psi_k y_k = \Psi y \tag{1}$$

式中: $y_k = \langle x, \psi_k \rangle$ ,逆变换为 $y = \Psi^{tt}x$ ,此处 $\Psi \Psi^{tt} = \Psi^{tt}\Psi = I$ ,  $\Psi \in C^{N \times N}$ ,I 为单位矩阵。这里,x 和y 可以看作相同 信号的等价表示,其中x 是信号在时域的表示,y 是 信号x 在变换域 $\Psi$ 的表示。若信号x 在基 $\Psi$ 上的等 价表示y 仅有 $K \times N$  个非零元素时,则称信号x 在基 下是 $\Psi$ 稀疏的<sup>[6]</sup>,若在基 $\Psi$ 下,y 元素按照模值由大 到小的顺序排列,以近似于幂律衰减,则称信号x 是 可压缩的。 对于光谱信号 x,可将其投影到一组测量向量  $\Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_M\} \bot$ ,得到 x 的 M 个线性测量,即:

$$s = \Phi x$$
 (2)

 $Φ ∈ R^{M \times N}$ ,这里可以将Φ的每行看作一个传感器,通过与信号相乘,拾取部分信息。两式合并,可将测量过程改写为:

$$s = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{y}$$
 (3)

式中: $\Theta = \Phi \Psi \in R^{M \times N}$ ;  $\Theta$ 称为感知矩阵。通过上述过程可以看到,压缩感知将 N 维原始信号 x 转换为 M 维观测信号 s,由于观测信号 s 维数 M 远远小于原始信号维数 N,若直接求解公式(2)来重构信号将不可能得到确切解,即无法直接从 s 的 M 个测量值中重构出信号 x。由于 y 是 K 稀疏的,即仅有 K 个非零系数,且 K < M < N,那么可以通过信号稀疏分解理论中已有的稀疏分解算法求解公式(3)的逆问题来得到稀疏系数 y,再根据正交变换的可逆性通过公式(1)从 y 中恢复出信号 x。

为了保证算法的收敛性,精确重构信号,公式(3) 的观测矩阵  $\Phi$  必须满足有限等距准则<sup>[7]</sup>(Restricted Isometry Property, RIP),即对于任意具有严格 *K* 稀疏 的向量 y,矩阵  $\Phi$ 都要满足以下不等式:

 $(1-\delta)||\mathbf{y}||_2 \leq ||\boldsymbol{\Phi}\mathbf{y}||_2 \leq (1-\delta)||\mathbf{y}||_2 \tag{4}$  $\vec{x} \doteqdot : 0 < \delta < 1_{\circ}$ 

RIP 准则的一种等价情况是观测矩阵 Φ 和稀疏 变换矩阵 Ψ 满足不相关性的要求。对于压缩感知理 论,其信号重构最直接的方法就是求解如下的 *l*<sub>0</sub> 范 数最小问题:

$$\min \|\mathbf{y}\|_{L}, \triangleq \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{y} = s \tag{5}$$

从而得到稀疏系数的近似表示。而 *l*<sub>0</sub> 范数的求 解是个 NP-Hard 问题, 而 *l*<sub>1</sub> 范数最小化问题和 *l*<sub>0</sub> 范 数最小化问题在一定条件下具有等价性,因此,可将 上述 *l*<sub>0</sub> 范数最小化问题转化为:

$$\min \|\mathbf{y}\|_{l_1}, \mathbb{H} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{y} = s \tag{6}$$

目前,上述 l, 范数最小化问题的求解有很多方法<sup>[8]</sup>,如梯度投影法、基追踪法、匹配追踪法等, 而应 用最广泛的则属于匹配追踪类方法,具有代表性的 如正交匹配追踪法、正则化正交匹配追踪法等。

#### 1.2 波段重构

从压缩感知的基本原理可以看出,该理论涉及 到的3个数据至关重要,即:原始信号 x、采样信号 s、稀疏信号 y。如果 y 是 x 的稀疏表示,那么可以通 过压缩感知重构算法得到 y,进而由稀疏反变换得 到 x。除此之外,信号的稀疏性是压缩感知的必备条 件,非相关性测量是压缩感知的关键,非线性优化是 压缩感知重建信号的手段。因此,压缩感知理论包含 了 3 个主要的研究内容,即:(1) 信号的稀疏分解(对 于信号  $x \in \mathbb{R}^N$ ,找出一个合适的规范正交基  $\Psi$ ,使得 该信号在  $\Psi$ 上得到稀疏表示);(2) 观测矩阵的设计 (设计观测矩阵  $\Phi$ ,使其与变换基  $\Psi$ 不相关);(3) 信 号的重构方法(设计一个快速高效的重构算法,用以 精确恢复出原始信号)。

运用压缩感知进行高光谱数据波段重构的研究 重点主要集中在信号稀疏变换、观测矩阵设计和重 构算法。图1为高光谱数据压缩采样与波段重构过 程的流程图。首先将高光谱数据立方体转成二维数 据,每一行代表一个波段;再根据实际需求对波段进 行选择、压缩,使原始数据量大大减少并保留涵盖较 大信息量的"有用"波段;然后通过压缩感知理论的 重构方法得到二维数据;最后将重构得到的数据转 换成三维数据立方体,即得到重构后的数据。





Fig.1 Flow chart of hyperspectral data sampling and band reconstruction

针对压缩感知的3个主要研究内容,如何选择稀疏基 **Ψ**,如何设计观测矩阵,以及选择什么样的重构算法,对高光谱数据波段重构的精度和效率都有很大影响。

首先,由于小波变换<sup>10</sup>可以用于信号的重构,故选用一些小波如 db2、bior3.5 等作为稀疏变换基。

其次,观测矩阵 **Φ**即为对波段进行采样的变换 矩阵。星载高光谱数据在下传之前进行压缩最简洁 可行的方法是等波长间隔采样,而这种采样方法使 得观测矩阵具有极强规律性,也为数据的重构方案 设计提供了方便。

重构算法可以采用应用最为广泛的正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit,OMP)算法。OMP方法求解过程简单,其时效性适用于高光谱数据的快速波段重构过程。

压缩感知理论具有能够在不满足奈奎斯特采样 定理的条件下对信号进行高精度恢复这一特点,使 得波段重构过程不同于以往常采用的数学插值。图2 为压缩感知波段重构算法的原理图。



图 2 压缩感知波段重构原理

Fig.2 Theory of spectral band reconstruction based on compressed sensing

# 2 波段重构评价指标

#### 2.1 光谱曲线比较

通常同一类的典型地物往往具有相对固定的波 形形态,因此光谱曲线是区别不同类别地物的重要 特征。评价高光谱数据重构的好坏,最直接的方式就 是定性地观察重构数据与原始数据的成像效果以及 它们的光谱曲线。

#### 2.2 相对误差与重构效率

针对高光谱波段复原算法研究,采用相关系数、 相对误差、有效波段、重构效率等指标对重构数据与 原始数据的差别进行定量评价。

(1) 相关系数

设 *X* 为原始数据,*X*1 为重构数据,则二者的协 方差为:

$$\operatorname{cov}(X, X1) = E([X - EX][X1 - EX1])$$

$$(7)$$

式中: $EX \ EX1$ 分别为 $X \ X1$ 的期望。相关系数r为:

$$r = \frac{\operatorname{cov}(X, X1)}{\sqrt{DX} \cdot \sqrt{DX1}}$$
(8)

式中:DX、DX1分别为X、X1的方差。

(2) 相对误差

相对误差 err 定义为:

$$\operatorname{err} = \frac{|X1 - X|}{X} \times 100\% \tag{9}$$

(3) 有效波段

有效波段定义:对重构数据的一个像素点位置的所有波段与相应位置的原始数据所有波段进行相对误差计算,当某波段的相对误差小于 1-a%时,则称该波段为"a%有效波段",通常选取 a 为 80-90。

(4) 重构效率

统计某像素点的有效波段数为*n*,原始数据波段数为*N*,则重构效率为:

$$\eta = \frac{n}{N} \times 100\% \tag{10}$$

#### 3 实验结果

为了验证波段重构效果,文中分别对光谱曲线 数据和成像光谱仪数据进行了仿真实验。根据波段 重构结果,通过曲线对比及曲线相关性计算、重构误 差及重构效率统计、重构数据的分类精度/目标检测<sup>[10]</sup> 精度等方面,客观全面地评价重构效果。

#### 3.1 光谱曲线数据实验

该部分实验所用数据为 USGS 光谱库的标准光 谱数据。选取其中五类地物,共包括 15 条光谱曲线, 分别为人造物质类,天然矿石类,植被类,涂料类,混 合物类。所选取数据波段经预处理后,均为 101 波 段。图 3 为部分光谱曲线重构结果与相应的相对误 差曲线,表1 给出了全部统计结果。



图 3 USGS 数据波段重构结果

Fig.3 Band reconstruction results of USGS data

# 表 1 USGS 数据波段重构实验统计结果

## Tab.1 Band reconstruction statistical results

#### of USGS datas

Data		Correla- tion coeffi- cient	Number of 90% efficient bands	Recon- struction efficiency (90%)	Number of 80% efficient bands	Recon- struction efficiency (80%)
Artificiality	1	0.978 1	99	98.02%	101	100.00%
	2	0.9984	101	100.00%	101	100.00%
	3	0.9807	81	80.20%	91	90.10%
Minerals	1	0.9934	101	100.00%	101	100.00%
	2	0.9840	93	92.08%	100	99.00%
	3	0.9828	101	100.00%	101	100.00%
Plants Vegetation	1	0.9900	97	96.04%	101	100.00%
	2	0.9953	81	80.20%	96	95.05%
	3	0.9967	80	79.21%	96	95.05%
Coatings	1	0.9911	98	97.03%	100	99.00%
	2	0.9970	100	99.00%	101	100.00%
	3	0.977 9	67	66.34%	99	98.02%
Mixteres	1	0.9992	101	100.00%	101	100.00%
	2	0.9957	101	100.00%	101	100.00%
	3	0.995 5	101	100.00%	101	100.00%

由以上 USGS 数据的实验结果可以看出:重构 曲线与原始光谱曲线之间的相关性很高,相关系数 均已超过 0.95;重构数据的光谱曲线总体趋势与原 始波段一致。实验说明光谱曲线间的强相关性使得 光谱向量在一些正交变换基中有稀疏表示,可以根 据压缩感知理论进行波段的压缩与重构。

#### 3.2 成像光谱仪数据实验

该部分实验数据为 HYDICE 在 1995 年 8 月采 集的华盛顿广场的高光谱图像。该数据光谱分辨率 约为 10 nm,包含 191 个波段,选取原数据中子区域 作为实验数据。截取第 13-72 个波段范围,覆盖 443~911 nm 区间。从中选择 10 个观测波段,重构出 60 个波段。HYDICE 高光谱数据的重构结果如图 4 所示。



Band 20 of O-imge





Band 20 of R-imge

Band 60 of R-imge

图 4 HYDICE 数据重构结果 Fig.4 Band reconstruction results of HYDICE data

图 4 中, O-image 表示原始图像, R-image 表示 重构图像。由以上 HYDICE 数据的重构实验可以看 出波段维重构效果好。

# 4 结 论

由波段重构实验可以看出,通过压缩感知方法, 能够由少量波段成功重构出原始波段数据,重构比 例最高可达到1:6~1:7。重构后数据的分类精度很 高,进一步证明了重构后数据的可用性。

经理论分析和大量实验可以得出结论,压缩感 知理论能够用于高光谱数据的波段重构,且重构精 度很高。压缩感知波段重构方法为减小数据采集、存 储的难度提供了理论基础和实验支持, 使得高光谱 图像在光谱维上经过大尺度采样再高精度重构出原 始波段成为现实,并提高光谱分辨率。

## 参考文献:

[1] Xu Hong, Wang Xiangjun. Applications of multispectral/ hyperspectral imaging technologies in military [J]. Infrared and Laser Engineering, 2007, 36(1): 13-17. (in Chinese) 许洪, 王向军. 多光谱、超光谱成像技术在军事上的应用 [J]. 红外与激光工程, 2007, (1): 13-17.

- [2] Yin J, Gao C, Jia X. Using Hurst and Lyapunov exponent for hyperspectral image feature extraction [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9(4): 705-709.
- [3] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] Xiao Longlong, Liu Kun, Han Dapeng, et al. Focal plane coding method for high resolution infrared imaging [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(11): 2065-2070. (in Chinese)

肖龙龙,刘昆,韩大鹏,等.焦平面编码高分辨率红外成像 方法[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(11): 2065-2070.

[5] He Yuanlei, Liu Dazhi, Wang Jingli, et al. Independent component analysis-based band selection for hyperspectral imagery [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(3): 818-824. (in Chinese) 何元磊, 刘代志, 王静荔, 等. 利用独立成分分析的高光谱

图像波段选择方法 [J]. 红外与激光工程, 2012, 41(3): 818-824.

- [6] Wang L, Wu J. Lossy-to-lossless hyperspectral image compression based on multiplierless reversible integer TDLT/ KLT [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2009, 6(3): 587-591.
- [7] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [C]//C R Math Acad Sci Serie I, 2008, 346: 589-592.
- [8] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [9] Yin J, Gao C, Jia X. Wavelet packet analysis and gray model for feature extraction of hyperspectral data [J]. Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10(4): 682-686.
- [10] Yin Jihao, Sun Jianying, Wang Yisong, et al. Sample weighting constrained energy minimization algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(4): 788-792. (in Chinese) 尹继豪,孙建颖,王义松,等.样本加权约束能量最小化算 法 [J]. 电子学报, 2012, 40(4): 788-792.