基于体积和稀疏约束的高光谱混合像元分解算法

魏一苇,黄世奇,王艺婷,卢云龙,刘代志

(第二炮兵工程大学,陕西 西安 710025)

摘 要:针对传统非负矩阵分解法中解空间较大、存在大量局部极小值的问题,提出了一种基于单形体体积和丰度稀疏性约束的非负矩阵分解法(Volume and Sparseness Constrained NMF, VSC-NMF)。该方法 首先使用顶点成分分析法对高光谱图像进行端元提取,将其作为端元矩阵的初始值,可达到加速算法收敛 的目的;然后,在目标函数中加入单形体体积最小化约束和丰度稀疏性约束,从而实现对混合像元进行较 好的分解。实验结果表明,该方法不仅能有效地克服传统非负矩阵分解法的缺陷,而且能估计出精确的端 元和对应的丰度,获得满意的解混效果,尤其适用于稀疏度较高的高光谱图像。

关键词:高光谱图像; 混合像元分解; 非负矩阵分解; 最小体积约束; 稀疏约束 中图分类号:TP75 文献标志码:A 文章编号:1007-2276(2014)04-1247-08

Volume and sparseness constrained algorithm for hyperspectral unmixing

Wei Yiwei, Huang Shiqi, Wang Yiting, Lu Yunlong, Liu Daizhi

(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: To solve the problem of large solution space and a mass of local minima in the traditional non –negative matrix factorization (NMF), a volume and sparseness constrained NMF (VSC –NMF) algorithm was proposed. Firstly, end –members extracted by vertex component analysis (VCA) in hyperspectral image were taken as initialization of end –member matrix so as to accelerate the convergence speed. Then, the traditional NMF was extended by incorporating the minimum volume constraint and abundance's sparseness constraint to achieve better separation of mixed pixels. The experimental results on synthetic and real data illustrate that the proposed algorithm can overcome the shortcomings of traditional NMF and obtain more accurate end–members and corresponding abundance, especially in sparser hyperspectral image.

Key words: hyperspectral image; mixed pixels separation; non-negative matrix factorization; minimum volume constraint; sparseness constraint

收稿日期:2013-08-10; 修订日期:2013-09-25

基金项目:国家自然科学基金(41174093)

作者简介:魏一苇(1985-),女,硕士生,主要从事高光谱图像处理与应用方面的研究工作。Email:ddxy204@163.com

导师简介:刘代志(1960-),男,博士,教授,博士生导师,主要从事信号与信息处理、军事地球物理方面的研究工作。

Email:daizhiliu@163.com

0 引 言

高光谱数据是由具有高光谱分辨率的图像传感 器收集的,包含上百个连续精细的波段,为地物分 类、目标检测提供了丰富的信息。然而受限于较低的 空间分辨率,单个像元中可能包含了多种地物,导致 了混合像元的存在,这影响了对高光谱数据的精确 分析和应用。因此,对高光谱数据中混合像元进行分 解成了一个首要解决的问题。混合像元分解包含两 个步骤:端元提取和丰度估计。混合像元中包含的不 同材质的地物,被称为"端元",每种端元在像元中所 占的比例称为"丰度"。

根据不同地物间是否有相互作用,混合像元分 解模型被分为两大类:线性混合模型和非线性混合 模型。线性模型假设物体间没有相互作用,即每个光 子只能"看到"一种物质,且将其信号线性叠加到像 元光谱中。目前大部分混合像元分解方法是基于线 性混合模型的,这类方法主要有:纯净像元指数法 (Pure Pixel Index, PPI)^[1], 内部最大体积法 (N-FINDR)^[2],顶点成分分析法 (Vertex Component Analysis, VCA)^[3], 独立成分分析法 (Independent Component Analysis, ICA)^[4],以及一系列基于最小体 积约束、统计理论(如贝叶斯)和稀疏理论的方法[5-8]。 如果对于一幅组成端元及其混合比例均为未知的高 光谱图像进行混合像元分解, 就属于盲源信号分离 (Blind Signals Separation, BSS)。BBS 常用方法有两 种:独立成分分析法和非负矩阵分解法(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)^[9]

NMF将一个源矩阵分解为两个非负的矩阵,其 数学表达形式与光谱混合像元分解的线性模型很相 似,因此近年来被应用到高光谱混合分解中来,NMF 分解后的两个矩阵分别代表了图像的端元矩阵和丰 度矩阵。然而,NMF的解集较大、存在很多局部极小 值,使得分解结果很不可靠;而且其迭代速度和结果 受初始值影响较大。同时原始的 NMF 在分解过程中 只是进行了非负的限制,这使得分解结果并不符合 高光谱图像中端元和丰度的物理意义。针对这种情 况,很多学者对应用于高光谱像元混合像元分解的 NMF 进行了改进。Chen 和 Cichocki 提出了一种有约 束的 NMF 算法^[10],该算法考虑了端元矩阵的平滑性 和丰度在空间上的不相关性;2007年,Li和Qi提出 了最小体积约束的NMF算法 (Minimum Volume Constrained NMF, MVC – NMF)^[11];2009年,Jia和 Qian提出分段平滑和稀疏约束的NMF(PSNMFSC)^[12]; 2010年,钱沄涛等提出了基于L1/2范数稀疏约束的 NMF,并将其扩展到 $L_p(0 \le p \le \infty)^{[13]}$ 。这些方法都比 原始的NMF更适用于高光谱图像,但是这些方法大 部分分别只从端元或者丰度去考虑约束,或者约束 条件不够符合高光谱图像的物理意义,使得混合像 元分解效果不够精确。而且,由于初始值的随机取 定,使得算法收敛速度较慢。

为解决原始的 NMF 存在的不足,通过进一步分 析高光谱图像的物理特征,文中提出了一种基于单 形体体积和丰度稀疏约束的 NMF 算法(Volume and Sparseness Constrained NMF, VSC-NMF)。该算法首 先将 VCA 提取出的端元结果赋予 NMF 作为端元矩 阵的初始值,使得迭代过程快速收敛;然后对各端元 向量构成的凸面单形体的体积进行最小化约束,同 时考虑高光谱图像本身具有的稀疏性对丰度进行稀 疏约束,约束程度根据实际图像的稀疏度(Sparseness) 来确定;最后经过乘法迭代来达到解混效果。

1 非负矩阵分解(NMF)理论

Lee 和Seung 于 1999 年在 Nature 杂志上提出一种乘法迭代的非负矩阵分解法^[14],其每步的迭代均 在上一步的结果上使用乘法得到,由于乘法整数前 后的符号是不变的,只要初始值非负就能保证结果 非负。

给定一非负矩阵 $Y \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 和一个正整数 $r < \min(m,n)$, NMF 的目标是找到两个非负矩阵 $W \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 和 $H \in \mathbb{R}^{r \times m}$, 使其满足:

$$Y \approx WH \tag{1}$$

目标函数有两种:一是 Y 和 WH 之间的欧式距离, 的下界是 0,当 Y=WH 是达到此下界。表示为:

$$J(W,H) = ||Y - WH||^{2} = \sum_{ij} (Y_{ij} - (WH)_{ij})^{2}$$
(2)

二是 Y 和 WH 之间的"散度",也即概率意义上的距离,表示为:

$$J(\boldsymbol{W},\boldsymbol{H}) = \sum_{ij} \left[\boldsymbol{Y}_{ij} \log \frac{\boldsymbol{Y}_{ij}}{(\boldsymbol{W}\boldsymbol{H})_{ij}} - \boldsymbol{Y}_{ij} + (\boldsymbol{W}\boldsymbol{H})_{ij} \right]$$
(3)

同样,当Y=WH时达到此下界。

就欧式距离情况下推导得到的乘法迭代公式 为:

$$W \leftarrow W \cdot * (YH^{\mathrm{T}}) \cdot / (WHH^{\mathrm{T}})$$
(4)

$$H \leftarrow H \cdot *(W^{\mathrm{T}}Y) \cdot /(W^{\mathrm{T}}WH)$$
(5)

该方法具有非负以及自动调整步长进行迭代的 优点,消除了参数选择对该算法带来的影响。但由于 其目标函数具有明显的非凸性,因而存在大量局部 极小值;而且其解空间较大,会有很多对不唯一解, 这是 NMF 存在的两个最大的问题。

2 VSC-NMF 算法描述

将已知的高光谱图像当作观测数据,经过 NMF 分解为两个矩阵相乘,分别作为端元矩阵和丰度矩 阵。由于 NMF 受初始值影响较大,文中首先可使用 快速的 VCA 提取出图像中的端元,将其作为端元矩 阵的初始值,这样可以加快收敛的速度。其次,原始 NMF 仅以观测数据和估计的重建数据之间的最小 误差作为目标函数,导致解空间较大,而且没有考虑 高光谱图像中端元和丰度的物理特性,因此考虑对 NMF 加入适当的约束条件。高光谱图像中每个像元 光谱均为L维向量,所以每个像元可以对应L维空 间中的一个点,每个像元均为端元的线性组合。以图 像的端元为顶点,包含所有像元的凸面几何体被称 为"单形体"[15]。考虑对端元构成的单形体体积进行 最小化约束,可以使估计的端元向单形体中的像元 靠近,与真实端元更接近,缩小了解空间。同时,在一 幅高光谱图像中,任何端元只会分布在图像空间的 部分区域内,而不会充满整个图像空间,具有一定的 稀疏度,图像中端元对应的丰度矩阵中会存在很多 0 值或者临近 0 值。因此,在目标函数中加入对丰度 矩阵的稀疏性约束、约束程度根据图像的稀疏度确 定,这样可使估计的端元以更符合像元分布特点的 方式逐步靠近真实端元。最后,算法的终止条件是预 先设定的残差临近值,当计算结果残差足够小的时 候终止算法。

假设一幅高光谱图像中有 N 个像元, p 种地物, 波段数为 L。目标函数及约束条件可表示为:

$$\min f(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{S}) = \frac{1}{2} ||\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{M}\boldsymbol{S}||_{F}^{2} + \tau J(\boldsymbol{M}) + \lambda G(\boldsymbol{S});$$

s.t. $\boldsymbol{M} \ge 0, \boldsymbol{S} \ge 0$ (6)

式中: $Y \in R^{L \times N}$ 是已知的观测数据,在高光谱图像中

表示图像的矩阵; $M = (m_1, m_2, \dots m_p) \in R^{L \times p}$ 和 $S \in R^{P \times N}$ 分别为估计的端元矩阵和丰度矩阵; τ 和 λ 分别为体积约束和稀疏约束的权值。运算符号 $||\cdot||_F$ 表示 Frobenius 范数,表示为:

$$|Y-MS||_{F}^{2} = \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{N} (Y_{ij} - (MS)_{ij})^{2}$$
 (7)

2.1 体积最小化约束

在体积约束项 J(M)中,体积的定义用所有端元 到单形体中心的欧氏距离表示,表示为:

$$J(\boldsymbol{M}) = \sum \sum (\boldsymbol{M} - \overline{\boldsymbol{M}})^2$$
(8)

式中: \overline{M} 是所有端元的均值矩阵,为L×1的向量,用 $\overline{M} = \left(\frac{1}{p} \sum m_i\right) 1_p^T$ 表示,代表单形体的中心。将加入体 积约束项前后的 NMF 分解混合像元的效果进行比较, 通过图像的散点图可以看出体积约束项的作用,其 中图 1(a)为加入体积约束前的 NMF 分解效果,如 图 1(b)加入体积约束后的 NMF 分解效果。





图 1 中灰色的点代表图像中的所有像元,黑 色线勾勒出了由估计的端元构成的凸面几何体。 从图 1 可以看出原始 NMF 估计出的端元处于点外 部,且距离真实端元较远,这是因为 NMF 目标函数 中最小化近似误差的作用使估计结果向点外部移动;加入体积约束后,端元尽可能向像元靠近,缩小了解空间。

2.2 稀疏性约束

从几何学角度分析,在丰度稀疏度较低的高光 谱图像中,由于像元的混合程度较高,它们的位置相 对集中于凸面几何体的内部;稀疏度较高的图像中, 端元分布较分散或混合程度不高,使得像元的分布 聚集在凸面几何体的顶点或者侧边处。文中使用参 考文献[16]中的稀疏度策略来定义图像的稀疏度 λ, 公式如下:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l} \frac{\sqrt{N} - ||\mathbf{y}_{l}||_{1} / ||\mathbf{y}_{l}||_{2}}{\sqrt{N-1}}$$
(9)

式中:y₁为高光谱图像矩阵 Y 中第 l 个波段的向量。 不同稀疏度的图像的特点可从散点图中看出,如图 2 所示。其中图 2(a)为稀疏度较低(λ=0.3)的高光谱 图像,图 2(b)为稀疏度较高(λ=0.8)的高光谱图像。



图 2 稀疏度不同的高光谱图像的散点图 Fig.2 Geometric illustration of hyperspectral image with different sparseness

体积约束造成的影响只是使估计的端元向点内 部靠近,但没有考虑到像元的分布特点,这时候同时 对丰度矩阵进行稀疏约束,可以使得估计的端元以 更符合真实图像中像元分布情况向真实端元靠近文 中用丰度矩阵的 L₁ 范数来表征其图像的稀疏性,稀 疏约束项表示为:

$$G(\boldsymbol{S}) = ||\boldsymbol{S}||_1 = \sum_i \sum_j |\boldsymbol{S}_{ij}|$$
(10)

将公式(7)、(8)和(9)代入公式(6),得到文中算法的目标函数为:

$$f(\boldsymbol{M},\boldsymbol{S}) = \frac{1}{2} ||\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{M}\boldsymbol{S}||_{F}^{2} + \tau \sum \sum (m_{l} - \overline{m})^{2} + \lambda ||\boldsymbol{S}||_{1};$$

s.t. $\boldsymbol{M} \ge 0, \boldsymbol{S} \ge 0$ (11)

式中: λ 取决于图像中端元丰度的稀疏度。

文中将这两种约束同时考虑,可以平衡目标函数 中最小化近似误差、凸面几何体体积约束和混合像元 在不同稀疏度图像中分布特点三者之间的作用,使得 解混效果更准确,更符合实际高光谱图像的特征。

2.3 迭代公式

根据 NMF 算法的乘法迭代公式(4)和(5),推导 VSC-NMF 算法的乘法迭代公式如下:

$$M \leftarrow M \cdot * (YS^{\mathsf{T}}) \cdot / (MSS^{\mathsf{T}} + \tau \frac{\partial J(M)}{\partial M})$$
(12)

$$S \leftarrow S \cdot *(M^{\mathsf{T}}Y) \cdot /(M^{\mathsf{T}}MS + \lambda \frac{\partial G(S)}{\partial S})$$
(13)

经过偏导,可计算出该方法的迭代公式为:

$$M \leftarrow M \cdot * (YS^{\mathrm{T}}) \cdot / (MSS^{\mathrm{T}} + 2\tau M)$$
(14)

$$S \leftarrow S \cdot *(M^{\mathrm{T}}Y) \cdot /(M^{\mathrm{T}}MS + \lambda)$$
(15)

式中: $\widetilde{M}=M-\overline{M}=M-(\frac{1}{p}\sum m_i)1_{p}^{T}$ 。

根据上述两项约束条件和迭代公式,可将算法 流程总结如表1所示。

表1 VSC-NMF 算法流程

Tab.1 Flow of VSC-NMF algorithm

Step	Algorithm flow
Step1	Set the number of p end-members, estimate the weight parameter λ according to the sparseness measure over Y .
Step2	Initialize S by randomly selecting entries in the interval $[0,1]$, initialize M using end-members extracted by VCA algorithm from Y .
Step3	Set iteration index <i>k</i> =0,start iterating
Step4	Update M^k by applying (14).
Step5	Update S^k by applying (15).
Step6	Judge whether the whole objective function is converging. If is, jump to step7; else, back to step4.
Step7	Output the results M^{k+1} , S^{k+1} , the end of the algorithm.

3 实验结果及分析

3.1 性能评价指标

文中使用光谱角距离 (Spectral Angle Distance, SAD) 和均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)两个指标来衡量混合像元分解效果。它们分别计算端元光谱与丰度估计结果与观测值的近似程度。对于第 *k* 个端元,其中 SAD 被定义为:

$$SAD_{k} = \arccos\left(\frac{\boldsymbol{M}_{k}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\hat{M}}_{k}}{||\boldsymbol{M}_{k}|| || \boldsymbol{\hat{M}}_{k}||}\right)$$
(16)

式中: M_k 与 \hat{M}_k 分别表示该端元的光谱解混结果与 参考值。而 RMSE 被定义为:

RMSE_k=
$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left| S_{kj} - \hat{S}_{kj} \right|^2}$$
 (17)

式中:*S_{ki}和Ŝ_{ki}分别表示该端元在某一像元的丰度的* 光谱解混结果与参考值。文中用到的 SAD 和 RMSE 均为所有端元的平均值。

3.2 模拟数据实验

在本节中,、使用人工产生的模拟数据来做实验 以测试文中提出的方法的性能,并将其与以下两种 常用方法进行比较:第一种方法先用 VCA 进行端元 提取,之后用全约束的最小二乘法(Fully Constrained Least Squares, FCLS)进行丰度估计,称方法为 VCA+FCLS,第二种方法是 MVC-NMF。

仿真数据的产生方法为,从美国地址勘探局 USGS 的光谱库 splib06zhong 选取 498 条光谱曲线 (波段数为 224)并剔除其中相似性较高的曲线(光谱 角距离小于 10°的认为相似性较高),在其中选取五 种端元作为端元矩阵 *M*; 非零丰度系数 *S* 随机生 成,且服从 Dirichlet 分布,满足"和为 1"约束和"非 负"约束,并且根据需要设定不同的稀疏性;根据高 光谱成像机理,采用零均值高斯加性噪声。然后根据 线性混合模型的原理,将 *M* 和 *S* 相乘在加上高斯白 噪声就得到了实验所需的仿真数据。

通过模拟产生一组数据来比较上述两种方法 与文中算法的性能。数据为 SNR=35 dB, N=5 000。 通过柱状图来表现三种方法解混效果的优劣, 如 图 3 所示。



由图 3 可以看出,基于几何原理的 VCA 算法提取出的端元较精确,而基于 NMF 的两种方法提取端元精度相对低一些,因此,文中将 VCA 提取出的端元赋予 VSC-NMF 的初始值;而 VSC-NMF 估计丰度的精度要明显优于其他两种方法。

在另一组试验中,改变仿真数据稀疏度的大小 来研究算法性能和图像稀疏性的关系。实验中图像 的稀疏度分别取 0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8。其他参数 为:信噪比 SNR=35 dB,像元个数 P=5 000。图 4(a) 和图 4(b)分别给出了三种算法的 SAD 和 RMSE 随图 像稀疏度变化的结果。



从图 4(a)可以看出,随着图像数据稀疏度的增

加,三种算法的 SAD 均有所降低,但是 VSC-NMF 提取端元效果要优于其他两种;图 4(b)展现了在稀 疏度较低的情况下(Sparseness(X) \leq 0.5)时,MVC-NMF 的丰度估计精度较高,而随着稀疏度增高 (Sparseness (X) >0.5),VSC-NMF 的精度逐渐高于 MVC-NMF,说明仅加入体积约束的 MVC-NMF 方 法适用于稀疏度较低的图像,而 VSC-NMF 更适用 于稀疏度较高的高光谱图像。

3.3 真实数据实验

在这节中,使用实际的高光谱图像数据对所提出的算法性能进行测试。使用的高光谱图像数据是由地面光谱成像仪采集得到的。光谱成像仪的光谱范围是:400~1000 nm;波段数:256个;光谱分辨率: 2.8 nm;CCD像素为1344×1024。此次实验时间为2013年春季,陕西省西安市地区。以水泥地为背景,木凳、铁凳、塑料盆和书包作为目标样本。拍摄到的高光谱图像的假彩色合成图和灰度图如图5所示。其中图5(a)为假彩色合成图和灰度图如图5所示。 其中图5(a)为假彩色合成图和灰度图如图5所示。 其中图5(a)为假彩色合成图和灰度图如图5所示。 506 nm)、第76波段(波长550 nm)、第37波段(波长500 nm)的灰度图。



图 5 实验获得的高光谱数据 Fig.5 Real hyperspectral data

图像中包含四种不同材质的样本,背景的材质 不同于样本,因此设置端元数目为5,使用 VSC-NMF 得到的丰度图如图6所示。可以清晰地看到不 同材质的样本的分布情况。其中图(a)为书包,图(b) 为塑料盆,图(c)为铁凳,图(d)为木凳,图(e)为水泥地。



图 6 实验所得高光谱数据丰度分解结果 Fig.6 Abundance maps of real data decomposed by VSC-NMF

从图6可以看出 VSC-NMF 分解的效果较好, 每种目标被清晰地分离出来。从实验图像中每种目 标样本的中心位置取一个相对纯净的像元作为参 考端元,将其光谱曲线与 VSC-NMF 估计出的目标 端元进行比较。参考端元的光谱如图 7 所示,其中 图(a)为书包,图(b)为塑料盆,图(c)为铁凳,图(d) 为木凳。





图 7 图像中纯净像元代表的参考端元的光谱曲线 Fig.7 Spectral of reference end-member

可以看出,使用 VSC-NMF 提取的端元与参考 端元光谱很相似,说明 VSC-NMF 分解算法有较高 的端元提取精度。VSC-NMF 提取出的目标端元的 光谱如图 8 所示。

在运算速度上,VCA 算法优于两种基于 NMF的 算法。这是由于 VCA 算法只用来进行端元提取,而 基于 NMF 的两种算法 MVC-NMF 和 VSC-NMF能 够同时进行端元提取和丰度估计两个步骤。而





Fig.8 Spectral of end-member extracted by VSC-NMF

VSC-NMF的运算时间要比 MVC-NMF 少,这是因为文中将 VCA 提取出的端元算法结果作为端元初始值赋予 VSC-NMF,加快了算法的迭代收敛速度。 三种算法的具体运算时间如表 2 所示。

表 2 三种方法的运算时间比较

Tab.2 Running time of different algorithms

Algorithm	VCA	MVC-NMF	VSC-NMF
Running time/s	240.41	1 839.96	1 028.33

参考光谱与三种方法提取出的端元之间的光谱 角度如表 3 所示,可以看出,使用 VSC-NMF 提取的 端元精度要高于其他两种方法。

表 3 三种方法估计出的端元与参考端元 之间的光谱角度比较

Tab.3 Spectral angle between extracted endmembers and referenced spectra by different algorithms

	VCA	MVC-NMF	VSC-NMF
Wood	7.85	7.49	8.20
Ferric	11.23	12.33	9.54
Basin	6.52	8.26	5.45
Bag	7.36	9.14	7.11
Cement	6.27	7.63	4.86
Mean	7.85	8.97	7.04

4 结 论

由于NMF 解空间较大,且没有与高光谱数据的 物理特性相结合,使得分解出的精度较低,影响了它 在高光谱混合像元分解中的应用。文中提出了一种 高光谱数据的物理意义,通过向 NMF 的目标函数中 加入端元构成的凸面单形体体积最小化约束和丰度 矩阵的稀疏性约束。经过模拟数据和真实数据试验, 可以看出与已有的其他算法相比,VSC-NMF 的迭 代收敛速度更快,并且端元和丰度估计精度均得到 了提升,取到了良好的解混效果。

参考文献:

- Boardman J. Automating spectral unmixing of AVIRIS data using convex geometry concepts[C]//JPL Airborne Geoscience Workshop, JPL Publication 93–26, 1993, 1: 11–14.
- [2] Winter M E. N Find: an algorithm for fast autonomous spectral end member determination in hyperspectral data[C]// SPIE' s International Sym – posium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 1999: 266–275.
- [3] Nascimento J M P, Bioucas Dias J M. Vertex component analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. *IEEE Transactions on Geo – science and Remote Sensing*, 2005, 43(4): 898–910.
- [4] Bayliss J, Gualtieri J. A nalyzing hyperspectral data with independent component analysis [C]//26th AIPR Workshop: Exploiting New Image Sources and Sensors. International Society for Optics and Photonics, 1998: 133–143.
- [5] Bioucas Dias J M, Plaza A, Dobigeon N. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statis – tical and sparse regression-based approaches [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2012, 5(2): 354–379.
- [6] Yuan Liyin, Wang Jianyu. Optical design and test of a infrared hyperspectral imaging system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(6): 1075–1078. (in Chinese) 袁立银,王建宇.红外高光谱成像系统光学设计及检测[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(6): 1075–1078.

 [7] Z hang Meng, Zhao Huijie. Analysis of the influence of hyper- spectral spectral resolution on the mineral recognition
 [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35: 493-498. (in Chinese)

张萌,赵慧洁.高光谱数据光谱分辨率对矿物识别的影响 分析[J].红外与激光工程,2006,35:493-498.

[8] Pan Banglong, Yi Weining. Geostatistics algorithm design on hyperspectral inversion of total phosphorus of lake [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41 (5): 1255-1260. (in Chinese)
潘邦龙,易维宁.湖泊水体高光谱遥感反演总磷的地统计

算法设计[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(5): 1255-1260.

- [9] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non- negative matrix factorization[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001, 13: 556–562.
- [10] Chen Z, Cichocki A. Non-negative matrix factorization with temporal smoothness and/or spatial decorrelation constraints
 [J]. Laboratory for Advanced Brain Signal Processing, RIKEN, Tech Rep, 2005.
- [11] Li M, Qi H. End-member extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization [J]. *IEEE Tran - sactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(3): 765–777.
- [12] Jia S, Qian Y. Constrained nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(1): 161–173.
- [13] Qian Y, Jia S. Hyperspectral unmixing via L1/2 sparsity constrained nonnegative matrix factori – zation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49 (11): 4282–4297.
- [14] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by nonnegative matrix factorization [J]. *Nature*, 1999, 401 (6755): 788–791.
- [15] Zhang Bing, Gao Lianru. Hyperspectral Image Classification and Target Detection [M]. Beijing: Science Press, 2011.(in Chinese) 张兵,高连如.高光谱图像分类与目标探测 [M].北京:科 学出版社, 2011.
- [16] Hoyer P O. Non -negative matrix factorization with sparseness constraints [J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2004, 5: 1457–1469.