

扩展容积卡尔曼滤波-卡尔曼滤波组合算法

赵曦晶, 刘光斌, 汪立新, 何志昆, 姚志成

(第二炮兵工程大学 控制工程系, 陕西 西安 710025)

摘要: 传统单一线性或非线性滤波方法往往难以获得最优线性/非线性混合动态系统状态估计, 针对这一问题, 结合卡尔曼滤波(KF)方法可获得线性状态估计最优解、计算量小等优势, 提出了一种基于 KF 和扩展容积卡尔曼滤波(A-CKF)的组合滤波方法。该方法将系统状态分解为线性状态与非线性状态两部分, 分别采用 KF 和简化两次扩展容积卡尔曼滤波(STA-CKF)方法进行系统状态估计。机动目标跟踪和捷联惯性导航系统非线性对准仿真结果表明, 相比于 Rao-Blackwellized 粒子滤波方法, 新方法在保证滤波精度的前提下, 使得计算成本有效降低; 相比于 STA-CKF 方法, 新方法在滤波精度和滤波实时性方面均得到明显提高。

关键词: 组合滤波; 容积卡尔曼滤波; 卡尔曼滤波; 目标跟踪; 捷联惯性导航系统; 初始对准
中图分类号: V249.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)02-0647-07

Augmented cubature Kalman Filter/Kalman filter integrated algorithm

Zhao Xijing, Liu Guangbin, Wang Lixin, He Zhikun, Yao Zhicheng

(Department of Control Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: To solve the problem that the pure linear or nonlinear filter is difficult to obtain the optimal state estimation results of a hybrid linear/nonlinear dynamic system, a novel hybrid dynamic filter based on Kalman filter (KF) and Augmented Cubature KF (A-CKF) was proposed by utilizing the advantages that KF can obtain optimal solution for linear state and its computation cost is low. In the presented filter, the system state was decomposed into linear and nonlinear parts which were estimated by the KF and the Simplified Twice Augmented Cubature KF(STA-CKF) respectively. The simulation results of the maneuvering target tracking and the strapdown inertial navigation system nonlinear initial alignment cases show that the novel filter had similar filtering accuracy to the Rao-Blackwellized particle filter but lower computation cost. Compared with the pure STA-CKF, its accuracy and real-time performance were improved significantly.

Key words: integrated filter; cubature Kalman filter; Kalman filter; target tracking; strapdown inertial navigation system; initial alignment

收稿日期: 2013-06-05; 修订日期: 2013-07-15

基金项目: 国家 863 计划(2010AA7010213)

作者简介: 赵曦晶(1978-), 女, 博士生, 主要从事惯性技术、组合导航等方面的研究。Email: zhaolingjing03@sina.com

导师简介: 刘光斌(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事卫星导航、电磁环境效应等方面的研究。

0 引言

线性/非线性混合动态系统通常是指系统状态可分为线性状态和非线性状态两部分(如条件线性高斯状态空间模型)或者系统状态转移模型和量测模型中一个为线性,另一个为非线性的动态系统,这类系统广泛应用于载体导航与制导、雷达目标跟踪以及飞行器姿态确定等领域。线性/非线性混合动态系统状态估计问题一般通过综合多种滤波方法的方式来解决,对应的滤波方法称为混合动态滤波^[1]。对于线性/非线性混合动态系统状态估计这类复杂滤波问题,单一线性或非线性滤波方法往往因自身具有的局限性而难以获得理想的滤波结果,如卡尔曼滤波(Kalman Filter, KF)方法只能处理线性状态估计问题^[2],扩展 KF 方法在处理强非线性问题时常常效果并不理想,粒子滤波(Particle Filter, PF)方法存在计算量大等缺点。另外,在处理线性高斯状态估计问题中, KF 方法能给出在多种准则(如最小均方误差、最大似然或最大后验等)下状态估计的最优解,且计算量相比非线性滤波方法小得多,因此可以通过充分发挥 KF 方法的优势来处理线性/非线性混合动态系统中的线性状态部分,从而能够以较少的计算量获得更优的滤波精度。

对于系统状态转移模型和量测模型中一个为线性,另一个为非线性的混合动态系统,其混合动态滤波方法可以采用线性与非线性滤波方法的简单融合来实现。如当量测模型为线性时,其混合动态滤波方法可以通过时间更新步骤采用非线性滤波方法、量测更新步骤采用 KF 方法的方式得到。而对于系统状态可分为线性状态和非线性状态两部分的线性/非线性混合动态系统,则不能通过这种简单融合的方式得到混合动态滤波结果。对于条件线性高斯状态空间模型, Doucet 与 Andrieu 依据 Rao-Blackwellized 定理,将状态分为线性状态和非线性状态两部分,对于线性状态部分,采用 KF 方法,而对于非线性状态部分,则采用 PF 方法,即 Rao-Blackwellized PF(RB-PF)方法^[3-4],也称作边缘化 PF(Marginalized PF, MPF)方法^[5]或者混合 KF(Mixture Kalman Filter, MKF)方法^[6]。该方法结合 KF 方法和 PF 方法各自优点,可有效减少线性/非线性混合系统中的粒子数目,不仅使

计算成本大大降低,而且可以提高滤波精度。但是 RB-PF 方法中所采用的 PF 方法,依然造成了 RB-PF 方法计算大的问题,使得实时性要求常常难以满足。为此,不少学者对此展开研究,通过准高斯 PF 方法、UKF 方法以替代 RB-PF 方法中 PF 的部分,既可保证滤波精度,又可减少计算成本^[7-9]。

容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)是一种新型的数值积分型滤波方法^[9],属于非线性滤波方法的范畴。相比其他数值积分型滤波方法如无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)^[10],求积卡尔曼滤波(Quadrature Kalman Filter, QKF)^[11]等, CKF 方法的算法设计与实现更为简单,且有效克服了 QKF 方法中存在的“维数灾难”等缺陷,且具有较好的滤波稳定性,在许多领域得到了应用^[12-13]。为此,针对条件线性高斯状态空间模型,文中结合 KF 方法和 CKF 方法,提出了一种线性/非线性组合滤波方法,即 CKF-KF 方法。

1 模型描述

条件线性高斯状态空间模型如下所示:

$$x_{1,k} = f(x_{1,k-1}) + g(x_{1,k-1})w_{1,k-1} \quad (1)$$

$$x_{2,k} = A(x_{1,k})x_{2,k-1} + B(x_{1,k})w_{2,k-1} \quad (2)$$

$$z_k = C(x_{1,k})x_{2,k} + D(x_{1,k})v_k \quad (3)$$

式中: 状态 x_k 分为 $n^1 \times 1$ 维非线性状态 $x_{1,k}$ 和 $n^2 \times 1$ 维线性状态 $x_{2,k}$ 两部分, $x_{1,k}$ 为一个 Markov 过程, $w_{1,k-1} \sim N(0, Q_{1,k-1})$, $w_{2,k-1} \sim N(0, Q_{2,k-1})$, $v_k \sim N(0, R_k)$ 。该系统是一个非线性系统,其状态估计可以采用 CKF 方法等非线性滤波方法。但是由公式(1)~(3)可以看出,当非线性状态 $x_{1,k}$ 给定时, $x_{2,k}$ 满足线性高斯状态条件,即 $x_{2,k}$ 为一个条件线性高斯状态。此时,可充分利用条件线性这一模型特点,结合 KF 方法和 CKF 方法处理线性与非线性状态估计的各自优越性,提出一种基于 KF 和扩展 CKF(Augmented CKF, A-CKF)的组合滤波方法。

2 基于 KF 和 A-CKF 方法的组合滤波

对于公式(1)~(3)的非线性动态系统,可以采用 CKF 方法和 KF 方法来分别估计非线性状态和条件线性状态 $x_{2,k}$ 。由于公式(1)、(3)中的噪声为复杂加性的(定义见^[14],即加性噪声项系数不再是常系数矩

阵),传统的非扩展 CKF 无法直接应用,为此文中采用一种扩展 CKF,即简化两次扩展 CKF(Simplified Twice Augmented CKF, STA-CKF)方法。具有复杂加性噪声的非线性动态系统如下:

$$x_k=f(x_{k-1})+g(x_{k-1})w_{k-1} \quad (4)$$

$$z_k=h(x_k)+j(x_k)v_k \quad (5)$$

式中: $f(\cdot)$ 、 $g(\cdot)$ 、 $h(\cdot)$ 、 $j(\cdot)$ 均可为非线性函数; x_k 为 n^x 维状态向量; z_k 为 n^z 维量测向量; w_k 和 v_k 分别为 n^w 维零均值过程噪声向量和 n^v 维零均值量测噪声向量。记 $L^x=n^x+n^w$ 和 $L^z=n^z+n^v$ 。

基于复杂加性噪声的 STA-SRCKF 方法,其时间更新和量测更新步骤分别如下所示(对于 $k=1,2,\dots$)。

2.1 时间更新

(1) 利用公式(6)计算当前状态的约简容积点

$$\begin{cases} \xi_0^x=0, w_0^x=n^w/L^x \\ \xi_i^x=\sqrt{L^x} [1]_i, w_i^x=1/2L^x, i=1,2,\dots,m \\ X_{i,k-1k-1}^x=S_{k-1k-1}\xi_i+\hat{x}_{k-1k-1}, i=0,1,\dots,m \end{cases} \quad (6)$$

(2) 计算预测状态容积点

$$X_{i,kk-1}^*=f(X_{i,k-1k-1}^x), i=0,1,\dots,m$$

(3) 估计预测状态

$$\hat{x}_{kk-1}=\sum_{i=0}^m w_i^x X_{i,kk-1}^*$$

(4) 计算预测误差协方差阵的平方根因子

$$\begin{aligned} X_{i,kk-1}^* &= \sqrt{w_i^x} (X_{i,kk-1}^* - \hat{x}_{kk-1}), i=0,1,\dots,m \\ X_{kk-1}^* &= [X_{0,kk-1}^* \quad X_{1,kk-1}^* \quad \dots \quad X_{m,kk-1}^*] \\ S_{kk-1} &= \text{Tria}([X_{kk-1}^* g(\hat{x}_{k-1k-1}) S_{Q,k-1}]) \end{aligned}$$

2.2 量测更新

(1) 利用公式(7)计算更新状态的约简容积点

$$\begin{cases} \xi_0^z=0, w_0^z=n^v/L^z \\ \xi_i^z=\sqrt{L^z} [1]_i, w_i^z=1/2L^z, i=1,2,\dots,m \\ X_{i,k-1k-1}^z=S_{k-1k-1}\xi_i+\hat{x}_{k-1k-1}, i=0,1,\dots,m \end{cases} \quad (7)$$

(2) 计算预测量测容积点

$$Z_{i,kk-1}=h(X_{i,kk-1}^x), i=0,1,\dots,m$$

(3) 估计预测量测

$$\hat{z}_{kk-1}=\sum_{i=0}^m w_i^z Z_{i,kk-1}$$

(4) 计算新息协方差阵的平方根因子

$$\begin{aligned} Z_{i,kk-1} &= \sqrt{w_i^z} (Z_{i,kk-1} - \hat{z}_{kk-1}), i=0,1,\dots,m \\ Z_{kk-1} &= [Z_{0,kk-1} \quad Z_{1,kk-1} \quad \dots \quad Z_{m,kk-1}] \end{aligned}$$

$$S_{zz,kk-1}=\text{Tria}([Z_{kk-1} \quad j(\hat{x}_{kk-1}) S_{R,k}])$$

(5) 计算互协方差阵

$$\begin{aligned} X_{i,kk-1} &= \sqrt{w_i^x} (X_{i,kk-1} - \hat{x}_{kk-1}), i=0,1,\dots,m \\ X_{kk-1} &= [X_{0,kk-1} \quad X_{1,kk-1} \quad \dots \quad X_{m,kk-1}] \\ P_{xz,kk-1} &= X_{kk-1} Z_{kk-1}^T \end{aligned}$$

(6) 计算 CKF 增益

$$K_k=(P_{xz,kk-1}/S_{zz,kk-1}^T)/S_{zz,kk-1}$$

(7) 获得新的量测值 z_k 后,计算更新后的状态

$$\hat{x}_{kk}=\hat{x}_{kk-1}+K_k(z_k-\hat{z}_{kk-1})$$

(8) 计算更新后的误差协方差阵平方根因子

$$S_{kk}=\text{Tria}([X_{kk-1}-K_k X_{kk-1} \quad K_k j(\hat{x}_{kk-1}) S_{R,k}])$$

式中: $S=\text{Tria}(A)$ 表示由 A^T 进行 QR 分解得到的上三角阵 R 的转置,即 $A^T=Q \cdot R$, $S=R^T$,则 $S \cdot S^T=R^T \cdot R=AQ \cdot Q^T A^T=A \cdot A^T$ 。

2.3 非线性状态 $x_{1,k}$ 估计

若已知 $k-1$ 时刻的状态估计值和估计误差协方差阵分别为 $\hat{x}_{1,k-1k-1}$ 、 $\hat{x}_{2,k-1k-1}$ 和 $P_{x1,k-1k-1}$ 、 $P_{x2,k-1k-1}$ 。将公式(2)代入公式(3)可得:

$$z_k=C(x_{1,k})[A(x_{1,k})x_{2,k-1}+B(x_{1,k})w_{2,k-1}]+D(x_{1,k})v_k=$$

$$C(x_{1,k})A(x_{1,k})x_{2,k-1}+C(x_{1,k})B(x_{1,k})w_{2,k-1}+D(x_{1,k})v_k \quad (8)$$

由公式(1)和公式(8)可知,在线性状态 $x_{2,k-1}$ 已知的前提下,该模型为非线性状态 $x_{1,k}$ 的非线性状态空间模型,可通过 STA-CKF 方法来估计非线性状态 $x_{1,k}$ 。于是,依据 STA-CKF 方法,在 k 时刻时间更新前,利用 $k-1$ 时刻的状态估计值 $\hat{x}_{1,kk-1}$ 和对应的估计误差协方差阵 $P_{x1,k-1}$ 来产生 $2n^{x1}+1$ 个容积点。表示为:

$$\begin{cases} X_{0,1,k-1k-1}=\hat{x}_{1,k-1k-1}, w_0^x=\frac{n^{w1}}{L^{x1}} \\ X_{i,1,k-1k-1}=\hat{x}_{1,k-1k-1}+\sqrt{L^{x1}} S_{x1,k-1k-1}[1]_i \\ w_i^x=\frac{1}{2L^{x1}}, i=1,2,\dots,2n^{x1} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $L^{x1}=n^{x1}+n^{w1}$, $S_{x1,k-1k-1}=(S_{x1,k-1k-1})^T=P_{x1,k-1k-1}$ 。结合公式(1)可得非状态 $x_{1,k}$ 的预测值 $\hat{x}_{1,kk-1}$ 和对应的预测误差协方差阵 $P_{x1,kk-1}$ 为:

$$X_{i,1,kk-1}^*=f(X_{i,1,k-1k-1}), i=0,1,\dots,2n^{x1} \quad (10)$$

$$\hat{x}_{1,k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n^i} w_i^x X_{i,1,k|k-1}^* \quad (11)$$

$$P_{x1,k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n^i} w_i^x (X_{i,1,k|k-1}^* - \hat{x}_{1,k|k-1})(X_{i,1,k|k-1}^* - \hat{x}_{1,k|k-1})^T + g(\hat{x}_{1,k-1|k-1})Q_{1,k-1}g(\hat{x}_{1,k-1|k-1})^T \quad (12)$$

由公式(3)可知 z_k 是 k 时刻线性状态 $x_{2,k}$ 的函数, 而由式(2)可知 $x_{2,k}$ 是 $x_{2,k-1}$ 的函数, 因此可以利用 $x_{2,k-1}$ 的估计值 $\hat{x}_{2,k-1|k-1}$ 来计算 k 时刻的量测预测值 $\hat{z}_{k|k-1}$ 。将 $\hat{x}_{2,k-1|k-1}$ 代入公式(8)得到:

$$z_k = C(x_{1,k})A(x_{1,k})\hat{x}_{2,k-1|k-1} + C(x_{1,k})B(x_{1,k})w_{2,k-1} + D(x_{1,k})v_k \quad (13)$$

由于上式中包含两个复杂加性噪声向量, 因此可以推导得到更新状态容积点集为:

$$\begin{cases} X_{0,1,k|k-1} = \hat{x}_{1,k|k-1}, w_0^z = \frac{n^{w2} + n^v}{L^{z1}} \\ X_{i,1,k|k-1} = \hat{x}_{1,k|k-1} + \sqrt{L^{z1}} S_{x1,k|k-1} [1]_i \\ w_i^z = \frac{1}{2L^{z1}}, i=1, 2, \dots, 2n^{x1} \end{cases} \quad (14)$$

式中, $L^{z1} = n^{x1} + n^{w2} + n^v$ 。此时, 不难得到量测预测值 $\hat{z}_{k|k-1}$ 为:

$$Z_{i,1,k|k-1} = C(X_{i,1,k|k-1})A(X_{i,1,k|k-1})\hat{x}_{2,k-1|k-1} \quad (15)$$

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n^i} w_i^z Z_{i,1,k|k-1} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \hat{x}_{2,k|k-1} = A(\hat{x}_{1,k|k-1})\hat{x}_{2,k-1|k-1} \\ P_{2,k|k-1} = A(\hat{x}_{1,k|k-1})P_{2,k-1|k-1}[A(\hat{x}_{1,k|k-1})]^T + B(\hat{x}_{1,k|k-1})Q_{2,k-1}[B(\hat{x}_{1,k|k-1})]^T \\ \hat{z}_{k|k-1} = C(\hat{x}_{1,k|k-1})P_{2,k|k-1}[C(\hat{x}_{1,k|k-1})]^T + D(\hat{x}_{1,k|k-1})R_k[D(\hat{x}_{1,k|k-1})]^T \\ K_{2,k} = P_{2,k|k-1}[C(\hat{x}_{1,k|k-1})]^T(P_{zz2,k|k-1})^{-1} \\ \hat{x}_{2,k|k-1} = x_{2,k|k-1} + K_{2,k}(z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \\ P_{2,k|k-1} = [I - K_{2,k}C(\hat{x}_{1,k|k-1})]P_{2,k|k-1} \end{cases} \quad (24)$$

3 仿真验证

文中通过两个例子来分析验证 CKF-KF 方法的性能。为提高滤波算法数值稳定性, 仿真中均采用滤波方法的相应平方根(Square Root, SR)形式。仿真软件为 MATLAB 7.11.0(R2010b); 仿真计算机 CPU 主频 2.6 GHz, 内存 3 G。

3.1 机动目标跟踪

考虑如下机动目标跟踪问题:

$$\begin{cases} x_{1,k} = \frac{1}{2}x_{1,k-1} + \frac{25x_{1,k-1}}{1+(x_{1,k-1})^2} + 8\cos(1.2(k-1)) + w_{1,k-1} \\ x_{2,k} = F \cdot x_{2,k-1} + B \cdot x_{1,k} + w_{2,k-1} \\ z_k = H \cdot x_{2,k} + v_k \end{cases} \quad (25)$$

最后, 可以得到 k 时刻非线性状态 $x_{1,k}$ 的估计值

$\hat{x}_{1,k|k}$ 和对应的估计误差协方差 $P_{x1,k}$ 为:

$$P_{zz1,k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n^i} w_i^z [Z_{i,1,k|k-1} - \hat{z}_{1,k|k-1}][Z_{i,1,k|k-1} - \hat{z}_{1,k|k-1}]^T + C(\hat{x}_{1,k|k-1})B(\hat{x}_{1,k|k-1})Q_{2,k-1}[C(\hat{x}_{1,k|k-1})B(\hat{x}_{1,k|k-1})]^T + D(\hat{x}_{1,k|k-1})R_kD(\hat{x}_{1,k|k-1})^T \quad (17)$$

$$P_{x1z,k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n^i} w_i^z [X_{i,1,k|k-1}^* - \hat{x}_{1,k|k-1}][Z_{i,1,k|k-1} - \hat{z}_{1,k|k-1}]^T \quad (18)$$

$$K_{1,k} = P_{x1z,k|k-1}P_{zz1,k|k-1}^{-1} \quad (19)$$

$$\hat{x}_{1,k|k} = \hat{x}_{1,k|k-1} + K_{1,k}(z_k - \hat{z}_{1,k|k-1}) \quad (20)$$

$$P_{x1,k|k} = P_{x1,k|k-1} - K_{1,k}P_{zz1,k|k-1}K_{1,k}^T \quad (21)$$

式中: $K_{1,k}$ 为 STA-CKF 方法的卡尔曼增益。

2.2 线性状态 $x_{2,k}$ 估计

完成非线性状态 $x_{1,k}$ 估计后, 将估计值 $\hat{x}_{1,k|k}$ 代入公式(2)和公式(3)中, 即可获得线性高斯状态模型为:

$$x_{2,k} = A(\hat{x}_{1,k|k})x_{2,k-1} + B(\hat{x}_{1,k|k})w_{2,k-1} \quad (22)$$

$$z_k = C(\hat{x}_{1,k|k})x_{2,k} + D(\hat{x}_{1,k|k})v_k \quad (23)$$

此时, 再通过线性 KF 方法实现对线性状态 $x_{2,k}$ 的估计, 步骤如下:

式中: $x_{2,k} = [s_{x,k} \ s_{y,k} \ s_{x,k} \ s_{y,k}]^T$ 为 k 时刻目标的位置以及速度; $x_{1,k} \in R$ 为目标机动值; R 为实数空间, $w_{2,k-1} \sim N(0, Q_{2,k-1})$, $v_k \sim N(0, R_k)$, $B = [1.25 \ 1.25 \ 0.25 \ 0.25]^T$,

$$H = [I_{2 \times 2} \ 0_{2 \times 2}], Q_{2,k-1} = \sigma_w^2 I_{4 \times 4}, R_k = \sigma_v^2 I_{2 \times 2}, F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

仿真过程中, $\sigma_w^2 = 0.3^2$, $\sigma_v^2 = 3^2$, 状态初始值选取为 $x_{1,0|0} = 0$, $x_{2,0|0} = [20 \ 30 \ 1.2 \ 1]^T$, 初始方差选取为 $P_{1,0|0} = 10$, $P_{2,0|0} = \text{diag}(10, 10, 1, 1)$ 。分别通过 RB-PF 方法、SRCKF 方法和 SRCKF-SRKF 方法进行滤波, 得到的仿真结果如图 1 和图 2 所示。图 1 给出了其中一次 MC 仿真中目标机动值 x 、目标位置 s_x 估计误

差绝对值以及速度的估计误差绝对值。图2给出了100次MC仿真的RMSE值,其均值和方差如表1所示。表2给出了以上几种方法的平均运行时间。

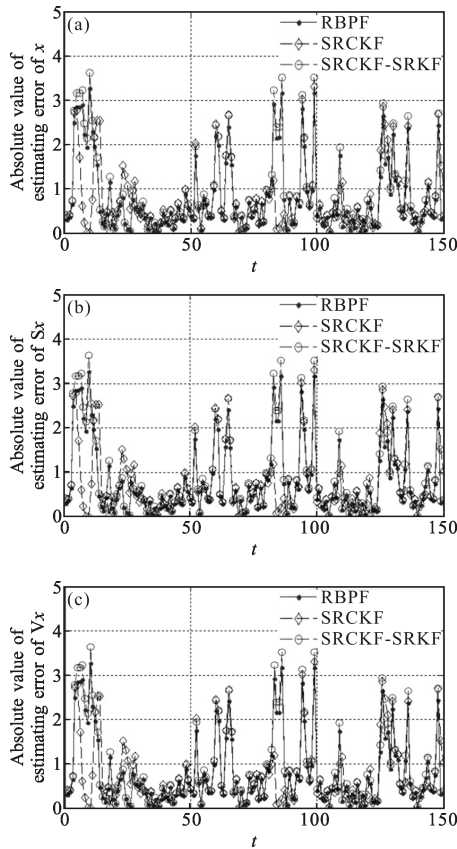


图1 目标机动值、位置和速度的估计误差绝对值

Fig.1 Absolute value of estimating error of maneuvering value position and velocity

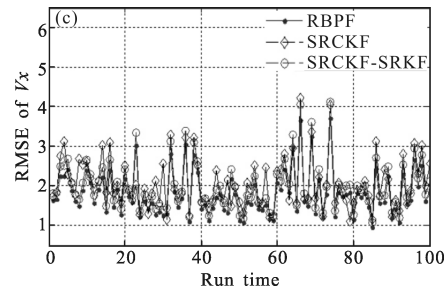
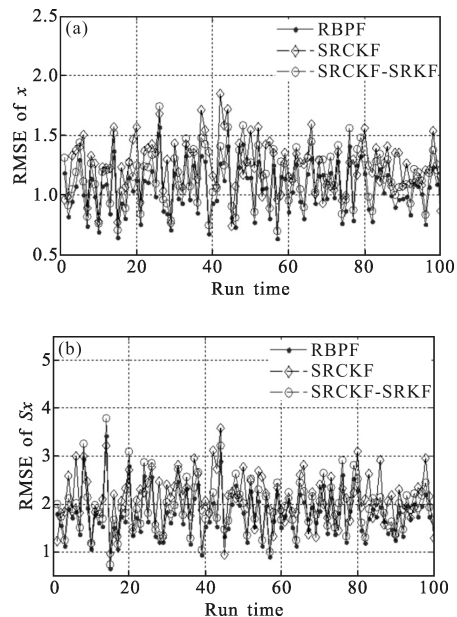


图2 MC仿真中目标机动值、位置和速度的估计结果

Fig.2 Estimating of maneuvering value, position and velocity of the target

表1 目标机动值、位置和速度 RMSE 的均值和方差
Tab.1 Mean and variance of RMSEs of maneuvering value, position and velocity

	Algorithm	RB-PF	SRCKF	SRCKF-SRKF
x	Mean of RMSE	1.038	1.248	1.153
	Variance of RMSE	0.202	0.224	0.224
Sx	Mean of RMSE	1.753	2.118	1.948
	Variance of RMSE	0.479	0.526	0.532
Vx	Mean of RMSE	1.792	2.061	1.992
	Variance of RMSE	0.562	0.638	0.624

表2 RB-PF、SRCKF 和 SRCKF-SRKF 的平均运行时间

Tab.2 Average elapsed time of RB-PF, SRCKF and SRCKF-SRKF

Algorithm	RB-PF	SRCKF	SRCKF-SRKF
Run time/s	20.14	0.22	0.16

由图1~图2和表1可知, RB-PF方法的RMSE均值最小, SRCKF-SRKF方法次之, SRCKF方法最大,且SRCKF-KF方法的RMSE方差与SRCKF方法相当, RB-PF方法最小; 而由表2可知, SRCKF方法与SRCKF-SRKF方法的计算效率相比RB-PF方法有明显提高。由此不难看出, 尽管RB-PF方法能够给出最好的估计结果, 但其以牺牲算法实时性为代价; SRCKF-SRKF方法的实时性和滤波精度均优于SRCKF方法, 这是由于SRCKF-SRKF方法对状态进行结构分解, 降低了系统非线性状态维数, 且SRKF方法能够以更少的计算量给出线性状态的最优估计。

3.2 SINS 非线性对准

3.2.1 SINS 非线性初始对准模型及结构分析

由参考文献[14]可知,SINS 的静基座初始对准非线性方程为:

$$\begin{cases} \delta \dot{V}^n = (I - (C_n^{n'})^T) C_b^{n'} \hat{f}^b - 2\omega_{ie}^n \times \delta V^n + (C_n^{n'})^T C_b^{n'} \nabla^b + \\ (C_n^{n'})^T C_n^{n'} w_a^b \\ \dot{\varphi} = (I - C_n^{n'}) \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n - C_b^{n'} \varepsilon^b - C_b^{n'} w_g^b \\ \dot{\nabla}^b = 0 \\ \dot{\varepsilon}^b = 0 \end{cases} \quad (26)$$

将状态向量 x 、过程噪声向量 w 和量测向量 z 分别选取为:

$$\begin{aligned} x &= [\delta V_E \quad \delta V_N \quad \varphi_E \quad \varphi_N \quad \varphi_U \quad \nabla_x^b \quad \nabla_v^b \quad \varepsilon_x^b \quad \varepsilon_v^b \quad \varepsilon_z^b]^T \\ w &= [w_{ax}^b \quad w_{av}^b \quad w_{gx}^b \quad w_{gv}^b \quad w_{gz}^b \quad 0_{1 \times 5}]^T \\ z &= [\delta V_E \quad \delta V_N]^T \end{aligned}$$

则可建立非线性状态空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x) + G(x)w \\ z = Hx + v \end{cases} \quad (27)$$

式中: $F(x)$ 和 $G(x)$ 的具体表达式参见公式(26); v 为量测噪声向量;量测矩阵 $H = [0_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 8}]$ 。

将状态向量划分为 $x_1 = [\varphi \quad \varepsilon^b]^T$ 和 $x_2 = [\delta V^n \quad \nabla^b]^T$, 此时公式(27)可写成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1(x_1) + G_1(x_1)w_a^{n'} \\ \dot{x}_2 = A_2(x_1)x_2 + B(x_1) + G_2(x_1)w_a^{n'} \\ z = H_1x_2 + v \end{cases} \quad (28)$$

式中: $A_1(x_1) = C_\omega^{-1} [(I - C_n^{n'}) \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n - \varepsilon^{n'}]$, $A_2(x_1) = \begin{bmatrix} -2(\omega_{ie}^n \times) & (C_n^{n'})^T C_b^{n'} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $G_1(x_1) = C_\omega^{-1}$, $B(x_1) = [I - (C_n^{n'})^T]$, $G_2(x_1) = (C_n^{n'})^T$, $H_1 = [I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2}]$ 。

由公式(28)可以看出,当状态向量分量 x_1 已知时, x_2 满足一个线性状态空间模型,因此,公式(28)为一个条件线性高斯状态空间模型,即状态向量为线性/非线性混合的。

3.2.2 仿真条件及结果分析

以静基座 SINS 大失准角初始对准为例,其误差方程的状态空间模型如公式(27)所示。仿真条件设置如下:系统的状态初值为 $x(0) = [0_{1 \times 10}]^T$; 初始水平失准角为 $\varphi_E = \varphi_N = 10^\circ$, 方位失准角为 $\phi_U = 10^\circ$; 陀螺仪常值漂移为 $0.02^\circ/\text{h}$, 随机漂移为 $0.01^\circ/\text{h}$; 加速度计

常值零偏为 $1 \times 10^{-4} \text{ g}$, 随机偏差为 $0.5 \times 10^{-4} \text{ g}$; 速度测量噪声为 0.1 m/s ; 当地地理纬度为 45° , 初始误差协方差阵 $P(0)$ 、过程噪声协方差阵 Q 和量测噪声协方差阵 R 表示为:

$$\begin{aligned} P(0) &= \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2, (\varphi_E)^2, (\varphi_N)^2, (\varphi_U)^2, \\ & (100 \mu\text{g})^2, (100 \mu\text{g})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2, \\ & (0.02^\circ/\text{h})^2\} \end{aligned}$$

$$Q = \text{diag}\{(50 \mu\text{g})^2, (50 \mu\text{g})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, \\ (0.01^\circ/\text{h})^2, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$R = \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2\}$$

根据以上仿真条件,分别采用 SRCKF 和 SRCKF-SRKf 两种滤波方法,得到三个失准角的误差曲线如图 3 所示。

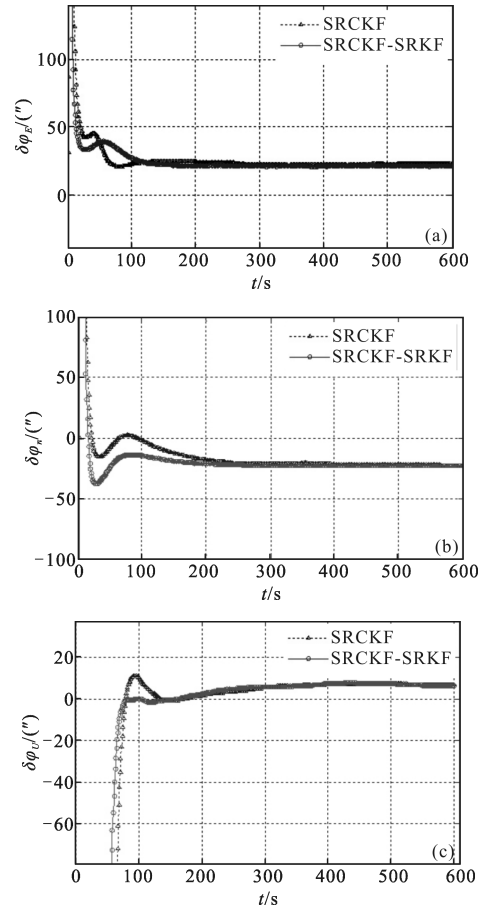


图 3 分别基于 SRCKF 和 SRCKF-SRKf 的失准角估计误差
Fig.3 Estimating errors of misalignment angles using SRCKF and SRCKF-SRKf methods respectively

表 3 和表 4 分别给出了在大失准角情况下 SRCKF 和 SRCKF-SRKf 两种滤波方法的稳态对准估计误差和平均运行时间。

表3 各滤波方法的对准估计误差

Tab.3 Estimation error of alignment by different filters

	E(10°)	N(10°)	U(10°)
SRCKF	22.2"	-23.0"	6.4'
SRCKF-SRKF	21.6"	-22.8"	6.2'

表4 SRCKF 和 SRCKF-SRKF 的平均运行时间

Tab.4 Average elapsed time of SRCKF and SRCKF-SRKF

Algorithm	SRCKF	SRCKF-SRKF
Run time/s	4.2	3.6

由表3和表4可以看出,与传统单一CKF方法相比,基于结构分解的CKF-KF方法不仅对准估计精度有所提高,而且滤波效率也提升了约14%。

4 结论

对于机动目标跟踪、SINS大失准角初始对准等线性/非线性混合动态系统,传统单一的非线性滤波方法往往难以获得最优状态估计结果。为此,本文基于结构分解思想,将线性/非线性混合动态系统的状态分为线性部分和非线性部分,充分发挥KF方法在处理线性状态估计问题时具有计算量小、可获得多种准则下最优解等特点的优越性,融合KF方法和CKF方法,提出一种CKF-KF组合滤波方法。机动目标跟踪和SINS大失准角初始对准仿真结果表明,与RB-PF方法相比,新方法在保证对准精度的前提下,计算成本显著降低,且滤波效率得到提高;与CKF方法相比,新方法降低了非线性状态的维数,从而进一步提高了滤波精度和滤波效率。

参考文献:

[1] Zhou Zhaihe. Research on linear/non-linear mixture particle filter in inertial integrated navigation system [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)

[2] Wang Wei, Xiang Zhen, Wang Guodong. Fiber optic

gyroscope SINS/GNSS tight integrated navigation based on adaptive Kalman filter [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(3): 686-691. (in Chinese)

- [3] Doucet A, Freitas N De, Gordon N. An Introduction to Sequential Monte Carlo Methods [M]. New York: Springer, 2001.
- [4] Doucet A, Gordon N J, Krishnamurthy V. Particle filters for state estimation of jump markov linear systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(3): 613-624.
- [5] Schön T, Gustafsson F, Nordlund P J. Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear statespace models[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53 (7): 2279 - 2289.
- [6] Chen R, Liu J S. Mixture Kalman filter [J]. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B(Statistical Meth-odology)*, 2000, 62(3): 493-508.
- [7] Zhuang Zesen, Zhang Jianqiu, Yin Jianjun. Quasi-Gaussian Rao-Blackwellized Particle Filter for Mixed Linear/Nonlinear State Space Models [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(2): 450-455. (in Chinese)
- [8] Yin Jianjun, Zhang Jianqiu, Lin Qing. Unscented Kalman filter-Kalman filter algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(4): 617-620. (in Chinese)
- [9] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [10] Julier S J, Uhlmann J K. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477-482.
- [11] Ito K, Xiong K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering problems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(5): 910-927.
- [12] Pesonen H, Piché R. Cubature-based Kalman filters for positioning [C]//2010 7th Workshop on Positioning Navigation and Communication, 2010: 45-49.
- [13] Mu J, Cai Y L, Zhang J M. Square root cubature particle filter [J]. *Advanced Materials Research*, 2011, 219 -220: 727-731.
- [14] Yan Gongmin, Yan Weisheng, Xu Demin. Application of simplified UKF in SINS initial alignment for large misalignment angles [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(3): 253-264. (in Chinese)