

## 基于 Berreman 矩阵研究一维掺有各向异性材料缺陷的 光子晶体偏振特性

卢礼萍<sup>1,2</sup>, 魏良淑<sup>2</sup>, 骆晓森<sup>1</sup>, 倪晓武<sup>1</sup>, 陆建<sup>1</sup>

(1. 南京理工大学理学院, 江苏南京 210094; 2. 南京农业大学理学院, 江苏南京 210095)

**摘要:** 为了研究具有各向异性材料缺陷层的光子晶体禁带特性, 构造了具有各向异性材料缺陷层  $(AB)^{10}F(BA)^{10}$  型一维光子晶体, 利用 Berreman 传输矩阵进行了数值计算。研究发现, 随着缺陷层  $F$  厚度  $d$  的增加, 在  $700\sim 1\,000\text{ nm}$  禁带中出现的两个缺陷模发生红移, 缺陷模透射系数呈阶段性变化。改变缺陷层内单轴晶体方位角  $\theta$ ,  $X$  偏振光产生的缺陷模往长波方向移动, 透射系数在一定波长范围内规律变化, 而  $Y$  偏振光产生的缺陷模始终不变。另方位角  $\varphi$  在  $0\sim 90^\circ$  范围内变化, 则该禁带内产生新的缺陷模。缺陷模的这些特征对全方位过滤器的设计有一定价值。

**关键词:** 光子晶体; 缺陷模; Berreman 矩阵; 单轴晶体; 透射率

**中图分类号:** O436 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)03-0828-05

## Polarization properties of one-dimensional photonic crystal doped anisotropic material based on Berreman matrix

Lu Liping<sup>1,2</sup>, Wei Liangshu<sup>2</sup>, Luo Xiaosen<sup>1</sup>, Ni Xiaowu<sup>1</sup>, Lu Jian<sup>1</sup>

(1. School of Sciences, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China

2. College of Science, Nanjing Agriculture University, Nanjing 210095, China)

**Abstract:** In order to study the band gap characteristics of photonic crystal doped anisotropic material, an  $(AB)^{10}F(BA)^{10}$  symmetrically structured one-dimensional photonic crystal was designed and its transmission coefficient was numerical calculated by Berreman transmission matrix. It is found that the two defect modes in the  $700\sim 1\,000\text{ nm}$  photonic band gap exhibits red shift and their transmission coefficient changes periodically with the increase of thickness of the defect layer  $F$ . When changing the azimuthal angle  $\theta$  of the uniaxial crystal in  $F$ , the defect mode generated by  $X$  polarized light moves toward long-wavelength direction and its transmission coefficient changes regularly. But the one generated by  $Y$  polarized light has no change. When increasing the  $\varphi$  during  $0\sim 90^\circ$ , a new defect mode appears. These properties of defect modes are of significance in application of filter design.

**Key word:** photonic crystal; defect mode; Berreman matrix; uniaxial crystal; transmission coefficient

收稿日期: 2013-07-15; 修订日期: 2013-08-18

基金项目: 国家自然科学基金(11174151); 南京农业大学青年科技创新基金(KJ2010028)

作者简介: 卢礼萍(1977-), 女, 讲师, 博士生, 主要从事光学工程方面的研究。Email: lplu0227@njau.edu.cn

导师简介: 倪晓武(1955-), 男, 教授, 主要从事激光物理与技术方面的研究。Email: nxw@mail.njust.edu.cn

### 0 引言

光子晶体概念是由上世纪 80 年代后期的 E. Yablonovitch 和 S.John 提出的<sup>[1-2]</sup>,指具有一定周期的人工微结构光学元件。由于光子晶体存在带隙,光在晶体中传播出现了新的物理效应,例如自发辐射、零点振荡都被抑制<sup>[3]</sup>。在光子晶体中引入缺陷层,带隙中出现频率及窄的缺陷模,一定波长的光子可在缺陷模中传播。缺陷种类和厚度等性质决定了缺陷模的频率和一定频率光子在缺陷模中的传播效率。利用这一特点,可开发滤波器<sup>[4-5]</sup>、光开关<sup>[6]</sup>、光储存<sup>[7]</sup>等应用。

目前光子晶体材料有很多,常见的有金属材料<sup>[8]</sup>、负折射率材料<sup>[9-10]</sup>、有机材料<sup>[11]</sup>等。各向异性材料也是重要的电光功能材料,在光通信、环形器、偏振光学等方面有着广泛的应用。随着科技的发展,各向异性材料的种类也不断增加,可分为有机和无机两种。从生物体中提取的生物细胞膜和光合单位中叶绿素蛋白复合物都是很好的高分子双折射材料。液晶也是一种常见的各向异性无机材料。目前理论上已经对掺杂液晶缺陷层的光子晶体有所研究<sup>[12]</sup>,实验上有学者发现加入液晶材料的光子晶体做成的光电开关,响应时间在微秒数量级。然而参考文献[12]在考虑各向异性材料时,没有考虑到材料折射率的特殊性,而用普通的传输矩阵来计算,或用平均折射率代替液晶的  $n_o$  和  $n_e$  来研究其光学性质,这种方法由于忽略了液晶分子的光学各向异性特点,而变得不可靠。文中考虑到双折射材料的各向异性特点,即存在两个折射率,应用 Berreman 矩阵<sup>[13]</sup>计算了一维具有各向异性材料缺陷的光子晶体的缺陷模。

### 1 理论模型和计算方法

在研究一维光子晶体时,传统的传输矩阵在分析各向均匀介质时显得方便而有效。对于各向异性的介质,Berreman 矩阵方法存在很大的优势,它同样也可用来处理各向均匀的介质。如图 1 所示,单轴晶体主轴指向  $\hat{n}=[n_x, n_y, n_z]=[sin\theta cos\phi, sin\theta sin\phi, cos\theta]$ , 设单色光在  $x-y$  平面内振动,定义光场为:

$$\psi=[E_x \quad \eta_0 H_y \quad E_x \quad -\eta_0 H_x]^T \quad (1)$$

这里  $\eta_0=\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 。

则

$$\psi(z_j+\Delta z)=\exp[ik_0(\Gamma\Delta z)]\psi(z_j)=Q_j\psi(z_j) \quad (2)$$

式中:  $Q_j$  为传输矩阵;  $\Gamma$  为  $4\times 4$  的 Berreman 矩阵,

$$\Gamma=\begin{pmatrix} \chi \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} & 1-\chi & -\chi \frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{zz}} & 0 \\ \epsilon_{xx}-\frac{\epsilon_{xy}\epsilon_{xy}}{\epsilon_{zz}} & -\chi \frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{zz}} & \epsilon_{xy}-\chi \frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{xy}}{\epsilon_{zz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \epsilon_{yz}-\frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{xy}}{\epsilon_{zz}} & -\chi \frac{\epsilon_{yz}}{\epsilon_{zz}} & \epsilon_{yy}-\frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{xy}}{\epsilon_{zz}}-\chi^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$\epsilon_{ij}=\epsilon_{\perp}\delta_{ij}+\Delta\epsilon n_i n_j, \Delta\epsilon=(\epsilon_{//}-\epsilon_{\perp}), (i,j)\in(x,y,z)$ , 其中  $\epsilon_{\perp}=n_o^2, \epsilon_{//}=n_e^2$ 。

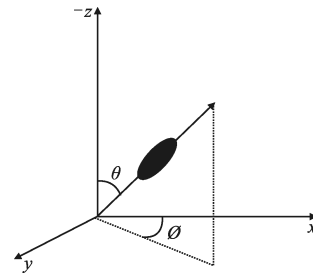


图 1 单轴晶体分子空间取向

Fig.1 Spatial position of the uniaxial crystal

在实际计算中  $Q_T=Q_n Q_{n-1} \dots Q_2 Q_1$ 。

如图 2 所示,根据电动力学知识可知,对于沿  $x-z$

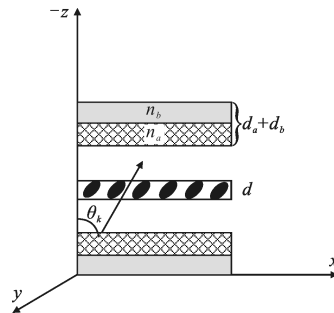


图 2 掺杂单轴晶体缺陷的光子晶体

Fig.2 Photonic crystal with uniaxial crystal defect

平面入射的电磁波,考虑到透射反射作用,公式(1)可写为:

$$\psi=\left[E_x, \frac{E_x}{\cos\theta_k}, E_y, \pm E_y \cos\theta_k\right]^T \quad (4)$$

式中:  $\theta_k$  为入射光与  $z$  轴的夹角,公式(4)中入射和透射光取正号,反射光取负号,用  $\psi_i, \psi_r, \psi_t$  分别代表入射光、反射光和透射光矢量。在入射面,

$$\psi_i+\psi_r=P\psi_t \quad (5)$$

$P$  为  $Q$  的逆矩阵,矩阵元是  $p_{ij}, (i,j)\in(1,2,3,4)$ 。由

上述推导最后得:

$$T_x = \frac{C_4}{C_1 C_4 - C_2 C_3} E_x - \frac{C_2}{C_1 C_4 - C_2 C_3} E_y$$

$$T_y = \frac{C_3}{C_2 C_3 - C_1 C_4} E_x - \frac{C_1}{C_2 C_3 - C_1 C_4} E_y \quad (6)$$

式中:  $T_x, T_y, E_x, E_y$  是  $x$  与  $y$  方向上的透射光和入射光。

$$C_1 = [p_{11} + p_{12}/\cos\theta_k + p_{21}\cos\theta_k + p_{22}]/2$$

$$C_2 = [p_{13} + p_{14}\cos\theta_k + p_{23}\cos\theta_k + p_{24}\cos^2\theta_k]/2$$

$$C_3 = [p_{31} + p_{32}/\cos\theta_k + p_{41}\cos\theta_k + p_{42}/\cos^2\theta_k]/2$$

$$C_4 = [p_{33} + p_{34}\cos\theta_k + p_{43}/\cos\theta_k + p_{44}]/2 \quad (7)$$

为了计算方便,模拟时  $\theta_k$  取  $0^\circ$ 。

## 2 数值模拟

计算中忽略介质的色散和吸收,且介质为非磁性材料。设计光子晶体的结构是  $(AB)^{10}F(BA)^{10}$ , 其中 A、B 是各向同性材料,  $n_A=2.35, n_B=1.38, d_A=88 \text{ nm}, d_B=150 \text{ nm}$ 。缺陷层 F 为各向异性的单轴晶体材料,  $n_o=1.512, n_e=1.612$ 。光子晶体置于  $z-x$  平面内, F 中单轴晶体分子的指向如图 1 所示,透射光谱的计算用 Matlab 程序实现。

### 2.1 不同偏振光入射时,缺陷层厚度对缺陷模的影响

光子晶体中缺陷层光学厚度的变化会引起光程的改变,从而改变禁带中的缺陷模。图 2 中取缺陷层 F 的方位角  $\theta=45^\circ, \varphi=0$ 。计算可得在  $700\sim 1000 \text{ nm}$  禁带范围内存在两个缺陷模,缺陷模的强度和波长随 F 层厚度  $d$  的变化关系如图 3 所示,图中坐标 depth 为缺陷层 F 的厚度  $d$ 。 $d$  的变化范围是  $60\sim 200 \text{ nm}$ ,步长为  $1 \text{ nm}$ 。图 3(a)为 X 偏振光入射分布图,图 3(b)为 Y 偏振光入射分布图。

为了方便讨论,把图 3 中缺陷模按波长从小到大的顺序定义为第一和第二缺陷模。第一缺陷模仅当 F 厚度大于  $120 \text{ nm}$  时才出现,波长范围是  $700\sim 750 \text{ nm}$ 。第二缺陷模出现于 F 厚度  $d$  为  $60 \text{ nm}$  以后,范围在  $900\sim 1000 \text{ nm}$ 。随着  $d$  的变化,第二缺陷模的透射系数要比第一模大,其变化分四个阶段: $d$  在  $60\sim 85 \text{ nm}$  范围内,图 3(a)在  $78 \text{ nm}$ ,图 3(b)在  $79 \text{ nm}$  附近都只出现一个透射系数达  $0.98$  以上的模;在  $85\sim 105 \text{ nm}$  之间,图 3(a)图缺陷模透射率增加,在  $90 \text{ nm}$  和  $99 \text{ nm}$  厚度处出现两个强度较大的模。而图 3(b)图在该范围内没有出现缺陷模;在  $105\sim 180 \text{ nm}$  范围内两图都出现更多的具有较大透射系数的缺陷模;

最后从  $180\sim 200 \text{ nm}$  范围内缺陷模透射系数迅速降低为  $0$ 。

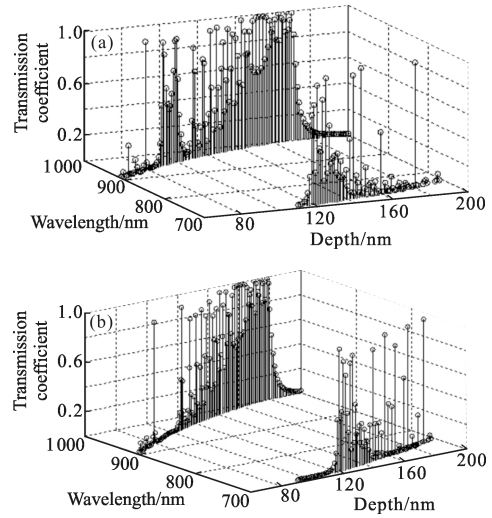


图 3 缺陷层厚度不同时缺陷模的分布图

Fig.3 Distribution of the defects under different depth of the defect layer

缺陷模的透射系数,意味着一定频率光子通过带隙的能力,而缺陷模所在波长决定着可通过该带隙的光子频率。比较图 3(a)和图 3(b)发现,两缺陷模均随着缺陷层厚度  $d$  的增加单调向长波方向移动,但是并非严格的成直线关系,如图 4 所示。在一定范围内 Y 偏振光产生的第二缺陷模较相应的 X 偏振光发生红移。

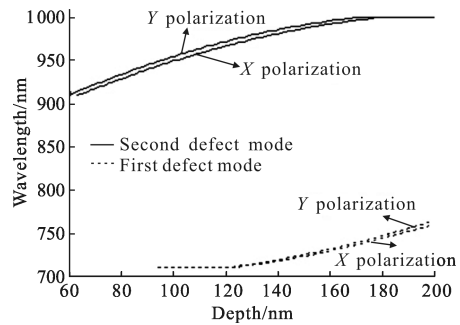


图 4 缺陷层厚度与缺陷模波长的关系

Fig.4 Relation between the depth of the defect layer and the wavelength of the defect modes

### 2.2 缺陷模随 $\theta$ 角度的变化关系

考察  $(AB)^{10}F(BA)^{10}$  结构,取 F 厚度  $d=129 \text{ nm}, \varphi=0^\circ$ ,此时出现两个缺陷模。让 F 与  $z$  轴的夹角  $\theta$  在  $0\sim 90^\circ$  范围内变化,步长为  $0.5^\circ$ 。当 X 偏振光入射时,得到  $\theta$  与两模的变化关系如图 5 所示。在  $700\sim 1000 \text{ nm}$  的带隙间,第一缺陷模的变化范围出现在  $713\sim 715 \text{ nm}$ ,

第二缺陷模的变化范围在 974~984 nm。随着  $\theta$  增加,两缺陷模波长均往长波段移动。在移动的过程中,每整数个波长上只出现一个最大透射系数。第二缺陷模的最大透射系数与  $\theta$  的关系如表 1 所示,这里  $g_i$  ( $i=1\cdots 11$ )表示最大系数缺陷模。由表可知在 45°左右,缺陷模系数变化频率最大, $\theta$  只需改变 4~5°即可出现相邻的最大缺陷模,而在两头则要改变 7~15°。此外两缺陷模的系数随着  $\theta$  的增加,呈规律变化,第二缺陷模系数变化频率比第一缺陷模要大。

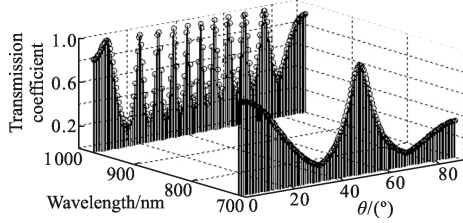


图 5 X 偏振光入射时缺陷模随  $\theta$  变化关系

Fig.5 Relation between  $\theta$  and defect mode generated by X polarization light

表 1 图 5 中  $\theta$  与第二最大缺陷模之间的关系  
Tab.1 Relationship between  $\theta$  and the second maximal defect modes in Fig.5

$g_i$	$\theta/(\circ)$	$\lambda_{max}/nm$
1	5.5	974
2	19.5	975
3	27.5	976
4	34	977
5	40	978
6	45.5	979
7	51.5	980
8	57.5	981
9	64.5	982
10	72.5	983
11	89	984

在其他条件不变的情况下,当 Y 偏振光入射该光子晶体时候,无论  $\theta$  角如何变化,第一缺陷模出现在 713 nm,强度为 0.859,第二缺陷模出现在 974 nm,强度为 0.846,均不会发生任何改变。同时还模拟了  $d=90\text{ nm}$ ,  $\varphi=0^\circ$  时缺陷模的变化。结果发现当 X 偏振光入射时,第一缺陷模没有出现,第二缺陷模随着  $\theta$  的变化,波长变化范围出现在 940~950 nm。Y 偏振光入射时,缺陷模始终出现在 940 nm 系数为 0.012 27。由此可知当  $\theta$  在 0~90°变化时,该禁带内第二缺陷模始终只出现 11 个最大模,分布在 11 个波长上,这 11 个波长在何处决定于 F 的厚度,其他条件不变情况下第一缺陷模是否出现与  $d$  有关,与  $\theta$  无关。

### 2.3 $\varphi$ 对缺陷模的影响

为了研究单轴晶体 F 的方位角  $\varphi$  对缺陷模的影响,取缺陷层厚度  $d=129\text{ nm}$ ,  $\theta=45^\circ$ 。此时无论是 X 偏振光还是 Y 偏振光入射,都出现三个缺陷模。图 6 是  $\varphi=70^\circ$  时两偏振光在 700~1 000 nm 禁带中产生的缺陷模。按波长从小到大的顺序定义,第一、第二和第三缺陷模分别出现在 733 nm、973 nm 和 979 nm。图 6(a)和 6(b)分别为 X 偏振光和 Y 偏振光入射。模拟时发现随着  $\varphi$  的变化,三者的位置基本保持不变。而模系数的变化如图 7 所示。图 7(a)和 7(b)分别为 X 偏振光和 Y 偏振光入射。比较两图发现 X 偏振光在  $\varphi$  取 0°~40°范围内,三模的变化不大,之后模变化加剧。而 Y 偏振光在整个  $\varphi$  范围内变都比较大。

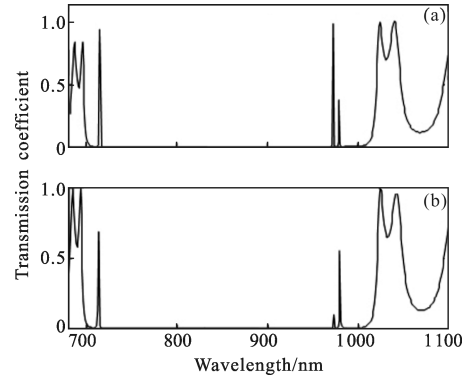


图 6  $\varphi=70^\circ$  时的缺陷模

Fig.6 Defect mode with  $\varphi=70^\circ$

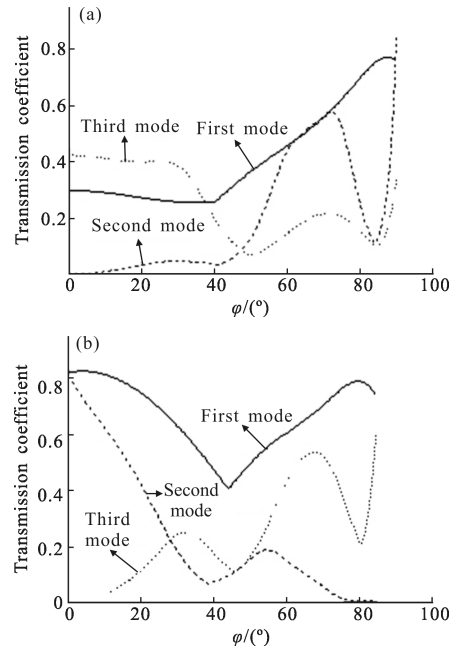


图 7  $\varphi$  与三个模的透射系数关系

Fig.7 Relation between  $\varphi$  and three modes



### 3 结果分析

在各向异性介质中,介电系数为三阶对称张量。一束光入射单轴晶体后,被分成  $o$  光和  $e$  光,以不同速度传播。当增加单轴晶体缺陷层 F 的厚度时,光子晶体的光学厚度增加,缺陷模发生红移,这与参考文献[12]实验一致。当改变方位角  $\theta$  时,由于 X 偏振光的振动方向与主轴夹角是  $90^\circ \sim \theta$ ,入射光振动被分解成沿着主轴和垂直主轴的两个方向振动,出射时两振动存在相位差。令  $\theta$  在  $0^\circ \sim 90^\circ$  内变化时,相位差在  $0 \sim 2\pi$  之间变化,导致出射光强按一定规律改变。当 Y 偏振光入射时,偏振方向与 F 主轴方向垂直,振动方向无法分解,出射光不变,缺陷模没有发生变化。其他条件不变情况下,改变  $\varphi$  角,F 的主轴不在  $z-x$  所在光子晶体平面。可以把主轴往  $z-x$  平面投影,得到了  $n_o$  和  $n_e$  的分量,此时相当于放入新的缺陷层,产生了新的缺陷态。

### 4 结论

由于传统的传输理论在处理各向异性介质时候存在着缺陷,文中用 Berreman 矩阵方法计算和分析了有限周期掺杂各向异性材料缺陷的一维光子晶体的缺陷模。并讨论了不同缺陷厚度  $d$ 、方位角  $\theta$  和  $\varphi$  对光子晶体缺陷模的影响。当改变缺陷层厚度  $d$  时,即改变了光在介质中的光程,光子禁带中的缺陷模往长波方向偏移。由于不同方向的偏振光在各项异性介质中的传播速度不同,导致了在一定范围内 Y 偏振光引起的缺陷模较 X 偏振发生红移。在计算中, $d$  取 129 nm,增加单轴晶体的  $\theta$  角度,当 X 偏振光入射时,禁带内的两缺陷模在一定范围内也发生红移,缺陷模透射系数呈规律变化。而当 Y 偏振光入射时,无论  $\theta$  如何变化,该禁带内的缺陷模位置和系数均无变化。单轴晶体中  $\varphi$  的改变使得该禁带中产生了新的缺陷模。有些单轴晶体,如液晶, $\theta$  和  $\varphi$  可通过外加场来控制。因此结合缺陷层  $d$ 、 $\theta$  和  $\varphi$ ,即可精确设计一定范围内一定的波长和透射系数的缺陷模。通过对单轴晶体材料缺陷的光子晶体的研究,可以拓宽其应用前景,对滤波器以及小型化器件的设计和制作有一定的帮助。

### 参考文献:

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(20): 2059-2062.
- [2] John S. Stong localization of photons in certain disordered dielectrics superlattice[J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(23): 2486-2489.
- [3] Yablonovitch E, Gmitter J. Photonic band structure: the face-centered-cubic case [J]. *Phys Rev Lett*, 1989, 63(18): 1950-1953.
- [4] Youcef M, Ghaoui B, Ahmed T, et al. Optical channel drop filters based on photonic crystal ring resonators [J]. *Opt Commun*, 2011, 285(3): 368-372.
- [5] Fei Fan, Chang Shengjiang, Yu Hou. Metallic photonic crystals for terahertz tunable filters [J]. *Science China-Information Sciences*, 2012, 55(1): 72-78.
- [6] Reza A, Mohammad M M, Sina K. All optical switch based on Fano resonance in metal nanocomposite photonic crystals [J]. *Opt Commun*, 2011, 284(8): 2230-2235.
- [7] Li Heng, Wang Jiangxia, Lin Hui, et al. Amplification of fluorescent contrast by photonic crystals in optical storage[J]. *Advanced Materials*, 2010, 22(11): 1237-1242.
- [8] Xiao S S, He S L, Lin Q C, et al. Defect mode computation in two-dimensional photonic crystals consisting of nearly-free-electron metals [J]. *Chinese Physics Letters*, 2001, 18(9): 1218-1221.
- [9] Li Wensheng, Huang Haiming. Properties of one-dimensional photonic crystal tunneling mode containing single-negative materials with symmetrical structure [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 42(1): 69-72. (in Chinese)
- [10] Li Wensheng, Zhang Qin. Polarization properties of photonic crystal tunneling mode containing single-negative materials[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(8): 2033-2037. (in Chinese)
- [11] Li Jiusheng, Zouhdi S. Ultrafast and low-power terahertz wave modulator based on organic photonic crystal [J]. *Optics Communications*, 2012, 285(6): 953-956.
- [12] Wu Rina, Yan Bin, Wang Yanhua, et al. Photonic band gap in one-dimensional  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  multilayer photonic crystal [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(5): 872-876. (in Chinese)
- [13] Berreman D W. Optics in stratified and anisotropic media:  $4 \times 4$  matrix formulation[J]. *J Opt Soc Am*, 1972, 62(4): 502-510.