

## 水下激光告警器信噪比分析计算及仿真

雷选华,程锦房,肖大为

(海军工程大学 兵器工程系,湖北 武汉 430033)

**摘要:**在反猎雷预警系统中,激光告警设备主要用来识别敌对激光信号的方位。水体对激光衰减使告警器性能降低,对光的吸收使接收器信噪比降低,散射使定向精度变低。使用传输方程理论建立了激光在水下传输模型,运用傅里叶变换及平面波扩展方法求解水体传输方程。利用光的互易原理及传输方程得到了探测器平面上的二维空间光强分布模型。仿真计算了探测器在清洁海水、近岸海水、浑浊海水等海水环境时直射光与散射光的响应。仿真实验结果表明所提出的方法可用于评估水下告警系统探测器接收性能。

**关键词:**反猎雷预警; 水下激光告警; 水下传输方程; 水体散射

**中图分类号:** TN249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)11-3256-06

## Analysis calculation and simulation on signal to noise ratio for underwater laser alarm

Lei Xuanhua, Cheng Jinfang, Xiao Dawei

(Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In anti-hunting early warning system, laser warning equipment was mainly used to identify the orientation of enemy laser signal. Water's laser attenuation nature would reduce performances of alarm, its light absorption nature would lower SNR of the receiver and its scattering character would reduce the orientation precision. Firstly, transmission equation theory was used to establish underwater transmission model of laser and then Fourier transform and plane wave expansion method were used to solve water transport equation. Lastly, light reciprocity principle and transmission equation were utilized to obtain the two-dimensional spatial intensity distribution model of the probe in the plane. Simulation had been used to calculate the response of detector to direct light and scattered light at different seawater environment in clean water, coastal water and turbid water. Results of the simulation show that the proposed method in this paper could be used to assess receptivity performance of the detector in underwater alarm system.

**Key words:** anti-hunting early warning; underwater laser warning; underwater transmission equation; water scattering

收稿日期:2015-03-09; 修订日期:2015-04-11

基金项目:十二国防预研项目(4010603010301)

作者简介:雷选华(1968-),男,副教授,博士,主要研究方向为光电信号及图像处理技术。Email: leixuanhua@sina.com

## 0 引言

现代反水雷舰艇上装有不同类型的猎雷系统用来探测、识别并摧毁水雷,目前猎雷系统一般采用声呐和光电技术来探测水雷。为了对抗猎雷系统,水雷必须具有预警猎雷平台的声源及光源的能力。水下激光告警器具有对猎雷系统的激光光源进行定向告警功能,它是通过对激光信号进行实时截获、分析来确定激光源方位。然而,由于水体对激光的散射作用,在告警器上除了接受到由激光源直接入射的信号外,还有由周围水体散射的信号,散射信号使告警器的定向性能降低。文中通过用近似解析法求解光传输方程,计算接收器上的直射光与散射光光强,用于评估接收器的性能。

## 1 激光在水中的传输模型

激光在水中传输时,由于水体的吸收及散射,能量逐渐衰减并扩散,辐射传输方程描述了光在介质中传输时能量的变化<sup>[1-4]</sup>。为了简化问题,仅考虑光在无限均匀介质中的传输情况。以光发射方向为  $Z$  轴建立的坐标系统来描述光的传播,则光线在水体中的传输可用下式表示:

$$\left[ \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sqrt{1-\mu^2} \left( \cos \phi \frac{\partial}{\partial x} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} \right) + c \right] \times L(x, y, z, \mu, \phi) = bHL(x, y, z, \mu, \phi) \quad (1)$$

式中:  $\mu$  为光线与  $z$  轴夹角余弦;  $\phi$  为方位角;  $L$  为光亮度;  $c$  为衰减系数;  $b$  为散射系数;  $H$  为散射算子。对于各向同性介质有:

$$(HL)(x, y, z, \mu, \phi) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \beta(\mu, \phi; \mu', \phi') \times L(x, y, z, \mu', \phi') d\mu' d\phi' \quad (2)$$

这里  $\beta(\mu, \phi; \mu', \phi')$  是归一化散射相位函数,因而

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \beta(\mu, \phi; \mu', \phi') d\mu' d\phi' = 1 \quad (3)$$

为计算方便,假设光源为理想准直光源,位置为原点,发射方向为  $z$  轴,则传输方程的边界条件为:

$$\begin{cases} L(z=0, \mu) = L_0 \delta(\mu-1) \\ L(z=z_0, -\mu) = 0, \quad \mu > 0 \end{cases} \quad (4)$$

对于水下激光告警系统,需要定位光源的方向,因此将光亮度分解为两部分:一部分是入射在该方

向上的亮度,成为直射亮度  $L_i$ ,另一部分是水体散射光对该方向的贡献,称为散射亮度  $L_d$ ,于是光亮度可表示为:

$$L(x, y, z, \mu, \phi) = L_i(x, y, z, \mu, \phi) + L_d(x, y, z, \mu, \phi) \quad (5)$$

显然  $L_i$  满足下式:

$$\mu \frac{\partial}{\partial z} L_i(z, \mu) + cL_i(z, \mu) = 0 \quad (6)$$

公式(6)代表了纯吸收,没有散射,光的方向没有改变,但能量发生衰减。结合边界条件公式(4),公式(6)的解为:

$$L_i(z, \mu) = L_0 \delta(\mu-1) \exp(-cz) \quad (7)$$

由公式(6)及公式(1),散射亮度应该满足

$$\left[ \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sqrt{1-\mu^2} \left( \cos \phi \frac{\partial}{\partial x} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} \right) + c \right] \times L_d(x, y, z, \mu, \phi) = bHL_d(x, y, z, \mu, \phi) + \varepsilon_i(x, y, z, \mu, \phi) \quad (8)$$

式中:  $\varepsilon_i(x, y, z, \mu, \phi)$  为等效的源函数,定义为:

$$\varepsilon_i(x, y, z, \mu, \phi) = bHL_i(x, y, z, \mu, \phi) \quad (9)$$

它由直射光线所产生。

公式(9)由于涉及散射相位函数,求解较为困难,文中用数值方法求解。

## 2 散射亮度方程数值求解

辐射传输方程常用的解法有分析法和数值方法<sup>[5]</sup>。分析法精度高,但仅用于相对简单问题<sup>[6-8]</sup>。数值方法使用较为普遍,常用的方法有蒙特卡洛法<sup>[9]</sup>、离散坐标法<sup>[10]</sup>、有限差分法数值方法<sup>[11]</sup>,这些方法主要缺点是为了达到需求的精度,计算量成几何级数增加。为了降低计算量,文中对辐射传输方程中的  $x, y$  变量进行傅里叶变换,变换后解可以表示用不同波矢量的平面波展开,展开系数可由边界条件确定,然后用傅里叶反变换,得到所需光亮度。由于使用快速傅里叶变换,计算量大大降低。

### 2.1 辐射传输方程的傅里叶变换

对光亮度变量  $x, y$  的二维傅里叶变换为:

$$\hat{L}(\mu, \phi, k, \bar{\varphi}, z) = \iint L(\mu, \phi, x, y, z) \times \exp(-ik(x \cos \bar{\varphi} + y \sin \bar{\varphi})) dx dy \quad (10)$$

这里  $(k, \bar{\varphi})$  是变换波向量  $\vec{k}$  的极坐标,对公式(8)两边进行傅里叶变换得到:

$$\left[ \mu \frac{\partial}{\partial z} + ik \sqrt{1-\mu^2} \cos(\bar{\varphi} - \phi) + c \right] \hat{L}_d = bH\hat{L}_d + \hat{\varepsilon}_i \quad (11)$$

公式(11)的散射算子相对方位角是旋转不变量,因而 $\hat{L}$ 仅与 $\varphi=\bar{\varphi}-\phi$ 相对角度有关。

公式(11)解可用一系列平面波展开,对任一波矢量 $k$ ,可用如下平面波表示:

$$\hat{L}(\mu, \varphi, k, z) = \exp(\lambda z) V(\mu, \varphi) \quad (12)$$

其中 $\lambda, V$ 与 $k$ 有关,将公式(12)代入公式(11),得到特征值方程:

$$[\lambda\mu + ik\sqrt{1-\mu^2}\cos\varphi + c]V = bHV + \hat{\epsilon}_i \quad (13)$$

Kim<sup>[11]</sup>已证明如果 $[\lambda, V(\mu, \varphi)]$ 是公式(13)的解,则 $[-\lambda, V(-\mu, \varphi)]$ 也是公式的解。由于特征值 $\lambda=0$ 仅当 $c=0$ 时成立。当 $c \neq 0$ 时, $\lambda=0$ 将不是公式(13)的特征值。一旦公式(13)的所有特征值和特征向量求出,公式(11)的解由其重构:

$$\hat{L}(\mu, \varphi, k, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \{c_n V_n(\mu, \varphi) \exp[\lambda_n(z-z_0)] + c_{-n} V_n(-\mu, \varphi) \exp(-\lambda_n z)\} \quad (14)$$

## 2.2 特征值及特征向量求解

为了求解公式(13)的特征值,必须对散射算子离散化。由于水体散射相位函数具有较强的前向峰和对称性,文中对变量 $\mu$ 使用 $M$ 点的高斯-勒让德方法得到离散点 $\mu_m$ ,相应权为 $\omega_m$ ,选用这种方法优点是用较少的节点数就能得到较高的精度。而对变量 $\varphi$ 使用 $N$ 点的均匀离散,其离散点 $\varphi_n = -\pi + (n-1)\Delta\varphi$ ,  $\Delta\varphi = 2\pi/\lambda T$ 。得到离散散射算子为:

$$HV(\mu_m, \varphi_n) \approx \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \beta(\mu_m, \varphi_n; \mu'_{m'}, \varphi'_{n'}) \times V(\mu'_{m'}, \varphi'_{n'}) \omega_{m'} \Delta\varphi \quad (15)$$

将公式(15)代入公式(13),得到一系列特征方程:

$$[\lambda\mu_m + ik\sqrt{1-\mu_m^2}\cos\varphi_n + c]V(\mu_m, \varphi_n) = bHV(\mu_m, \varphi_n) + \hat{\epsilon}_i, m=1, \dots, M, n=1, \dots, N \quad (16)$$

公式(16)有 $P=MN$ 个特征值,选择 $P$ 为偶数,将特征值实部排序如下:

$$\text{Re}[\lambda_{-p/2}] < \dots < \text{Re}[\lambda_{-1}] < \text{Re}[\lambda_{+1}] < \dots < \text{Re}[\lambda_{+p/2}] \quad (17)$$

根据对称性有:

$$\lambda_{-p} = -\lambda_p, V_{-p}(\mu_m, \varphi_n) = V_p(\mu_{M-m}, \varphi_n) \quad (18)$$

得到特征值与特征向量后,结合边界条件(4)可求解出公式(14)的展开系数 $c_{-m}, c_n$ ,进而得到每个 $k$ 的光亮度 $\hat{L}$ 。通过傅里叶反变换得到空间光亮度。

## 3 水下激光告警接收器模型

水下激光告警器的主要性能有作用距离及方向分辨率。探测器数量、每个探测器视场以及相邻探测器之间的视场重叠量决定了探测器的分辨率。探测器响应灵敏度确定以及信噪比(直射光与散射光之比)确定了作用距离。文中以探测器视场大小及位置为例来说明探测器对准直光与散射光的响应。

### 3.1 探测器响应

设探测接收半径为 $\rho_d$ ,视场为 $2\theta$ ,接收表面的法线方向为 $n_d$ ,中心位置为 $r_d$ 。接收器表面上任意点 $D(r, r_d, n_d)$ 的光强为:

$$D(r, r_d, n_d) = \int_{2\pi} d\Omega \sigma_d(r, \Omega, n_d) L(r, \Omega) \quad (19)$$

$$\sigma_d(r, \Omega, n_d) = |\Omega \cdot n_d| \Theta(\theta - \Omega \cdot n_d)$$

式中: $\sigma_d$ 为探测器响应函数; $\Theta(t)$ 为Heaviside阶跃函数。

显然求解公式(19)需要对整个空间积分。利用互易原理可解决此问题。在公式(1)、(4)中定义的光亮度是无限介质中的格林函数: $L(r, \Omega) = G_{\infty}(r_0, \Omega_0 \rightarrow r, \Omega)$ ,使用传输方程中的互易关系有:

$$G_{\infty}(r_0, \Omega_0 \rightarrow r, \Omega) = G_{\infty}(r_0, -\Omega \rightarrow r_0, -\Omega_0)$$

重写公式(19):

$$D(r, n_d) = \int_{2\pi} d\Omega \{\sigma_d(r, -\Omega, n_d) G_{\infty}(r, -\Omega \rightarrow r_0, -\Omega_0)\} = L_{psf}(r_0, -\Omega_0; r, n_d) \quad (20)$$

公式(20)表示的意义: $r$ 处的点源在介质中传输后在 $(r_0, -\Omega_0)$ 出光亮为 $L_{psf}(r_0, -\Omega_0)$ 。 $L_{psf}$ 为辐射传输公式(1)的解,只不过边界条件中的准直源变为点源 $\sigma_d(r, \Omega, n_d)$ 。因此利用第2节解传输方程的方法即可得到接收器表面上任意点 $D(r, n_d)$ 的光强,这将减少了计算量。探测器表面接收光通量可由下式求出:

$$P = \int_0^{\rho_d} \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\alpha D(r, r_d, n_d) \quad (21)$$

式中的两个积分表示的是探测器的表面积。

### 3.2 探测器信噪比

对于水下激光告警器,散射光影响了探测器的定向,为噪声源,直射光是信号,则单个探测器的接收直射光通量 $P_s$ 由公式(7)、(19)、(21)得:

$$P_s = \pi \rho_d^2 L_0 |\Omega \cdot n_d| \Theta(\theta - \Omega \cdot n_d) \exp(-cr_d) \quad (22)$$

散射光通量  $P_N$  由公式(8)、(20)、(21)得:

$$P_N = \int_0^{\rho_d} \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\alpha L_{psf}(r_0, -\Omega_0; r, n_d) \quad (23)$$

探测器性噪比为:

$$\frac{S}{N} = \frac{P_s}{P_N} \quad (24)$$

### 4 仿真结果及分析

为了验证所提方法的有效性, 首先用平面波方式求解准直光源的水下传输方程解, 并与 Monte Carlo 方法进行对比, 其中散射相位函数用 Henyey-Greenstein<sup>[12]</sup>。

对散射相位函数离散通常均匀采样, 假如以光发射方向为参考, 采样点满足  $0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_N = 2\pi$ 。然而对于具有前向峰的相位函数, 特别关心是  $[0, \theta_1]$  区间采样, 在该区间散射相位函数梯度变化大, 如果不加处理, 则计算精度变低, 故必须在两个区间增加新的采样点以满足要求。

在文中,  $\mu$  采样 32 点,  $\varphi$  采样 8 点, 因而特征值为  $256 \times 256$ 。对于  $\log k$  均匀采样 128 点。图 1(a) 显示了平面波模式与 Monte Carlo 仿真的计算结果有较大的一致性。其中参数  $g=0.2, z_0=5l_0$  其中  $l_0$  为水体的衰减长度, 吸收系数与散射系数之比为 0.01。根据参数  $g=0.9$  时的计算结果, 平面波模式(加小圆圈折线)与 Monte Carlo 仿真的结果有较大差异, 这是因为散射相位函数有大的前向峰值, 采样点太少而造成的误差。当  $\varphi$  采样点增加 16 时, 计算结果与 Monte Carlo 仿真的结果一致(图 1(b)中加小方块折线)。因而对具有前向散射峰的相位函数, 采样点数必须足够。

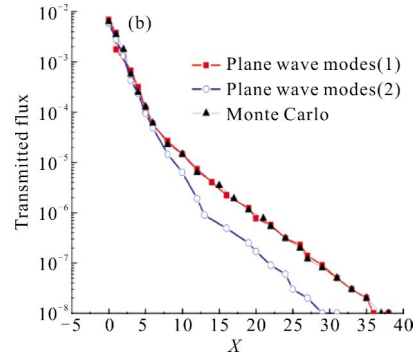
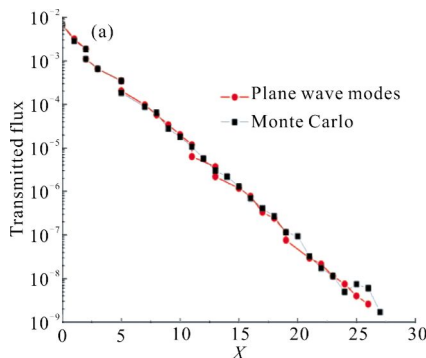
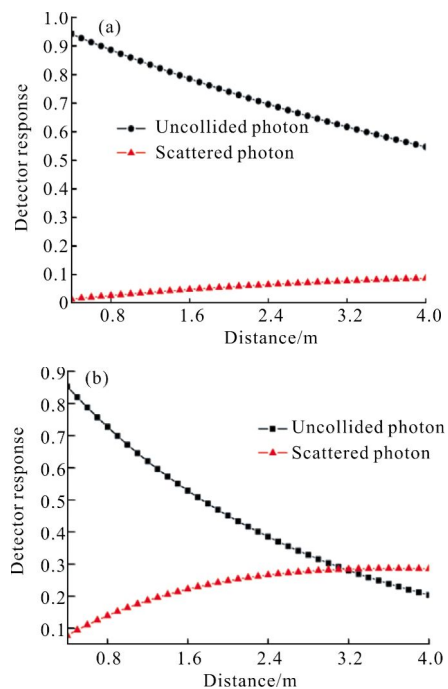


图 1 平面波方法与 Monte Carlo 方法比较

Fig.1 Comparison between the method of plane wave and Monte Carlo

图 2(a)(b)(c) 显示了在 3 种不同的海洋水质: 清洁海水 (CLW)、近岸海水 (COW) 及浑浊海水 (THW) 环境下, 探测器在准直光路径上对直射光与散射光的响应。这些海水的基本特性及点散射数据可由参考文献[13]中得到。由于海水中前向散射角附近的相位函数值变化较大, 文中对实测数据插值得到散射相位函数的连续数据, 然后采用 16 个采样点均匀取样。从图中可知, 直射光与散射光在不同水质情况下变化加大, 但有一共同特点: 信噪比随距离增加而极剧下降。图 2(d) 显示了 3 种不同水质的信噪比。

图 3 计算了探测器随接收光轴与准直光夹角变化时散射光的响应。夹角越大, 散射光响应越低, 这因是为多次散射光能进入探测器内。



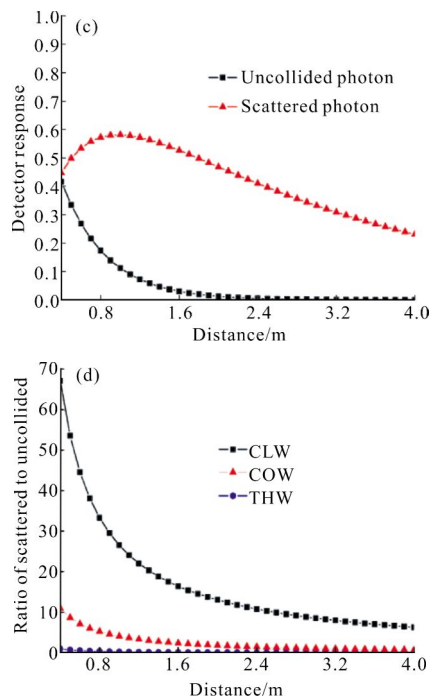


图 2 3 种不同水质环境下探测器响应

Fig.2 Detector response to three different kinds of water quality

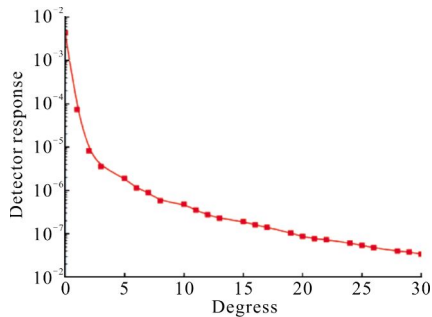


图 3 散射光随探测器方向变化

Fig.3 Changes of scattered light with the detector direction

图 4 计算了 3 种水质下探测器在准直光路径上散射光随接收视场变化的响应。从图中可知当视场达到某一之后,散射光的响应增加缓慢。

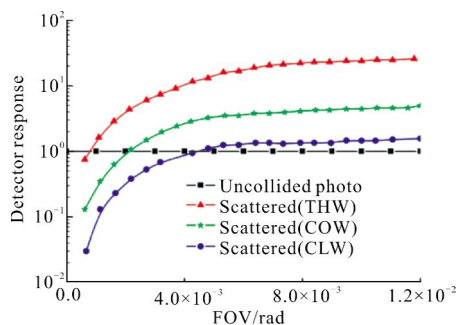


图 4 散射光随探测器视场变化

Fig.4 Changes of scattered light with the field of view

## 5 结论

通过对水下传输方程的数值计算,利用光的互易原理得到了探测器平面上的二维空间光强分布模型。仿真计算了探测器的探测器信噪比在不同环境下随距离的变化情况。给出了探测器的散射光随视场等变化情况,探测器的对直射光及散射光的响应可用于水下激光告警器的性能评估。

## 参考文献:

- [1] Fujii H, Hoshi Y, Okawa S. A coupling model of light propagation based on the radiative transfer and diffusion equations [C]//AIP Conference Proceedings, 2013, 1558: 2528-2531.
- [2] Guo Z, Brian H. Advances in ultrafast radiative transfer transfer modeling and applications: a review [J]. *Heat Transfer Research*, 2013, 44(3): 303-344.
- [3] Wang Lei, Xu Zhiyong, Zhang Qiheng, et al. Detection sensitivity analysis of underwater blue-green laser imaging system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 79-84. (in Chinese)  
王磊, 徐智勇, 张启衡, 等. 蓝绿激光水下成像系统的探测灵敏度分析[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(1): 79-84.
- [4] Zha Bingting, Zhang He, Zhang Xiangjin, et al. Optimization design on angle parameters of single-beam pulsed laser orientation recognition underwater system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(4): 895-899. (in Chinese)  
查冰婷, 张合, 张祥金, 等. 水下单光束脉冲激光方位识别系统角度参数优化设计[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(4): 895-899.
- [5] Fatmir A, Sylvain C, André L, et al. Radiative transfer equation for predicting light propagation in biological media: comparison of a modified finite volume method, the Monte Carlo technique, and an exact analytical solution[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2014, 19(1): 1500-1504.
- [6] Markel V A. Modified spherical harmonics method for solving the radiative transport equation[J]. *Waves Random Complex Media*, 2004, 14(2): 13-19.
- [7] Panasyuk G, Schotland J C, Markel V A. Radiative transport equation in rotated reference frames[J]. *J Phys A*, 2006, 39: 115-137.
- [8] Machida M, Panasyuk G Y, Schotland J C, et al. The Green's function for the radiative transport equation in the slab geometry[J]. *J Phys A*, 2010, 43: 065402.
- [9] Zao Xu, Dick K. Monte Carlo radiative transfer simulation

- for the near ocean surface high resolution downwelling irradiance statistics[J]. *Optical Engineering*, 2014, 53(3): 051408–051410.
- [10] Ganapol B D. Radiative transfer with internal reflection via the converge discrete ordinates method [J]. *J Quant Spectrosc Radiat Transfer*, 2011, 112: 693–713.
- [11] Hielscher A H, Alcouffe R E, Barbour R L. Comparison of finite –difference transport and diffusion calculations for photon migration in homogeneous and heterogeneous tissues [J]. *Phys Med Biol*, 1998, 43: 1285–1302.
- [12] Gabriel C, Khalighi M, Salah B. Monte–Carlo–based channel characterization for underwater optical communication systems [J]. *Journal of Optical Communications and Networking*, 2013, 15(1): 1–12.
- [13] Mobley C D. *Light and Water: Radiative Transfer in Natural Waters Academic*[M]. New York: Academic Press, 1994.