

## 艾里光束的远场特性及其演化规律

程 振, 楚兴春, 赵尚弘, 邓博于, 张曦文

(空军工程大学 信息与导航学院, 陕西 西安 710000)

**摘 要:** 从艾里光束的理论基础出发, 详细研究了艾里光束的远场传输特性, 包括场强分布、光斑直径和桶中功率(Power in the Bucket, PIB)的演化过程。探讨了场强分布随截断因子  $a$  和任意横向刻度  $x_0$  的变化规律, 以及  $a$  和  $x_0$  对艾里光束保持无衍射性质传输的距离 (Distance with Keeping Non-diffraction, DKNd)、演化成类高斯分布的距离(Distance in which the Evolution became similar Guassian, DEG)和自弯曲程度(Self-bending Degree, SbD)的影响。研究发现: 场强分布在演化成类高斯分布过程中, DKNd、DEG 和 SbD 都随着  $x_0$  的增大而增大, DKNd 和 DEG 随  $a$  的增大而减小,  $a$  对 SbD 无影响。研究了艾里光束的光斑直径和 PIB 的演化规律, 发现在  $a$  值不同的情况下, 在传输过程中光斑直径先保持不变后增加, PIB 先减小后增大, 最终等于 0.76。

**关键词:** 艾里光束; 场强分布; 光斑直径; 桶中功率

**中图分类号:** O436 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)10-2906-06

## Propagation characteristics in the far-field and evolution regular of Airy beam

Cheng Zhen, Chu Xingchun, Zhao Shanghong, Deng Boyu, Zhang Xiwen

(Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710000, China)

**Abstract:** The propagation characteristics of Airy beam in the far-field were detailly studied, which start with the theoretical foundation, including the evolution process of intensity distribution, spot diameter and Power in the Bucket (PIB). The change regular of intensity distribution was investigated with the truncation factor  $a$  and the arbitrary scale in the transverse  $x_0$  and how do  $a$  and  $x_0$  influence the propagation Distance with Keeping Non-diffraction (DKNd), the Distance in which the Evolution became similar Guassian(DEG) and Self-bending Degree(SbD). The research shows that in the evolution process of intensity distribution which transforms into similar Guassian, the DKNd, DEG and SbD increase with the increase of  $x_0$ , the DKNd and DEG decrease with the increase of  $a$  and  $a$  has no effect on SbD. The evolution regular of spot diameter and PIB was also researched. The research shows that the spot diameter firstly remain unchanged and then increases, PIB firstly decreases, then increases and is 0.76 finally in the propagation progress under different values of  $a$ .

**Key words:** Airy beam; intensity distribution; spot diameter; PIB

收稿日期: 2015-02-05; 修订日期: 2015-03-09

作者简介: 程振(1991-), 男, 硕士生, 主要从事空间激光通信方面的研究。Email: 2008cheng.2008@163.com

导师简介: 赵尚弘(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事空间激光通信方面的研究。Email: zhaoshangh@aliyun.com

## 0 引 言

自 2007 年 Siviloglou 在实验上第一次产生有限能量的艾里光束以来<sup>[1]</sup>,艾里光束得到飞速的发展。艾里光束作为无衍射光束的一种,除了具有无衍射性质和自愈性质以外,还具有独特的性质:横向自加速。即在传输过程中,艾里光束的传输轨迹是沿着抛物线弯曲传输的。艾里光束可以通过液晶空间光调制器来产生,但是这种方法装置复杂,价格昂贵。用非线性光子晶体、高分子分散液晶和飞秒激光诱导纳米光栅同样能产生艾里光束。通过控制艾里光束的传输轨迹可以更好地让它在一些应用中发挥作用。控制初始发射角可以控制艾里光束的传输方向<sup>[2]</sup>;而高斯光源和相位模板的控制,可以对峰值强度位置进行优化;通过梯度折射率介质可以控制自弯曲程度和加速方向<sup>[3]</sup>。由于艾里光束具有无衍射、自弯曲和自愈等独特的性质,对艾里光束在大气通信<sup>[4-5]</sup>、光子弹<sup>[6]</sup>和微粒操控<sup>[7]</sup>等领域已有大量的研究。研究艾里光束的远场特性及演化规律,对于控制艾里光束的传输轨迹、扩展艾里光束的应用有很大帮助。文中从艾里光束产生的理论基础出发,详细阐述了艾里光束传输时场强分布的演化过程,数值模拟了截断因子  $a$  和任意横向刻度  $x_0$  对其的影响,同时探讨了 DKNd、DEG 和 SbD 随  $a$  和  $x_0$  的变化规律。考虑到艾里光束在激光通信<sup>[2]</sup>、激光加工和医学<sup>[8]</sup>等领域的应用,定义了艾里光束的光斑直径和 PIB,讨论了光斑直径和 PIB 随传输距离增加的变化规律,同样数值模拟了  $a$  和  $x_0$  对其的影响。

## 1 理论基础

1979 年 Berry 和 Balazs 在量子力学的基础上证明薛定谔方程有一个以艾里函数为初始条件下的严格解<sup>[9]</sup>,并称这个解为艾里波包。傍轴情况下,一维艾里光束的传播理论模型满足薛定谔方程:

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} = 0 \quad (1)$$

式中: $\varphi$  为电场包络; $s=x/x_0$  表示无量纲的横坐标; $x_0$  为任意的横向刻度; $\xi=z/kx_0^2$  表示归一化的传播距离; $k=2\pi n/\lambda$  表示光波的波数; $\lambda$  表示真空中波长。在初始条件  $\varphi(s, 0)=\text{Ai}(s)$  下,得到一维艾里波包:

$$\varphi(s, \xi) = \text{Ai} \left[ s - \left( \frac{\xi}{2} \right)^2 \right] \exp \left( is \frac{\xi}{2} - i \frac{\xi^3}{12} \right) \quad (2)$$

式中: $\text{Ai}(\cdot)$  表示艾里函数,如下式

$$\text{Ai}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \left( \frac{1}{3} t^3 + xt \right) dt \quad (3)$$

从公式(2)中可以看出,艾里光束在传输过程中波形始终保持不变,具有无衍射特性并且沿着抛物线轨迹传播。 $s-(\xi/2)^2$  表示的是光束的传输弹道轨迹,但是此时的一维艾里波包具有无限的能量,在实际应用中无法实现。为了得到在实际中能够实现、具有有限能量的艾里光束,2007 年 Siviloglou 和 Christodoulides 用指数衰减函数对艾里函数的旁瓣做振幅截断<sup>[1]</sup>,此时初始场分布变为:

$$\varphi(0, s) = \text{Ai}(s) \exp(as) \quad (4)$$

式中: $a$  为衰减因子。将公式(4)代入公式(1)中得到经过截断的一维艾里光束的场分布:

$$\varphi(\xi, s) = \text{Ai} \left( s - \left( \frac{\xi}{2} \right)^2 + ia\xi \right) \left( \exp \left( as - \left( \frac{a\xi^2}{2} \right) \right) + i \left( \frac{s\xi}{2} \right) - i \left( \frac{\xi^3}{12} \right) + i \left( \frac{a^2\xi}{2} \right) \right) \quad (5)$$

从公式(5)中可以看出,经过截断的艾里光束的传输弹道轨迹没有变化,仍然具有自弯曲性质,但是光强却逐渐减小,因此具有有限的能量,在实际应用中是可以实现的,而且在一定的传输距离内仍具有无衍射的特性。将一维艾里光束扩展到二维情况,初始场分布如下:

$$\varphi(x, y, z=0) = \text{Ai} \left( \frac{x}{w_1} \right) \text{Ai} \left( \frac{y}{w_2} \right) \exp \left( a \frac{x}{w_1} \right) \exp \left( a \frac{y}{w_2} \right) \quad (6)$$

式中: $w_1$  和  $w_2$  分别为  $x, y$  轴上的任意横向刻度。将公式(6)代入到公式(1)可以得到二维艾里光束的场分布函数:

$$\varphi(\xi, x, y) = \varphi(\xi, s_1) \varphi(\xi, s_2) \quad (7)$$

式中: $s_1=x/w_1, s_2=y/w_2$ 。

## 2 数值模拟

无限能量和有限能量的一维艾里光束的三维图以及有限能量二维艾里光束在不同传输距离内的强度分布图如图 1 所示。

图 1(a)、(b)、(c) 分别为截断因子  $a=0, 0.05, 0.1$  时一维艾里光束传输到 8 km 的三维图,其中  $x_0=10 \text{ mm}, \lambda=632.5 \text{ nm}$ 。从图中  $x-y$  平面可以看出,一维艾里光束的弹道轨迹是弯曲的,即艾里光束具有自

弯曲性质。艾里光束的场分布满足艾里函数,在  $a=0$  时,无限能量的艾里光束在传输过程中光强保持不变。但是当  $a>0$  时,艾里函数的旁瓣被衰减,有限能量的艾里光束在传输过程中光强逐渐下降,且  $a$  的值越大,旁瓣衰减的越厉害。图 1(d)、(e)、(f)分别为二维艾里光束在  $z=0, 6, 12$  km 时的强度分布三维图,其中  $w_1=w_2=10$  mm,  $\lambda=632.5$  nm。从  $x-y$  平面中可以看出,艾里光束在传输过程中旁瓣逐渐和主瓣“融合”,最终演化成了类高斯分布。

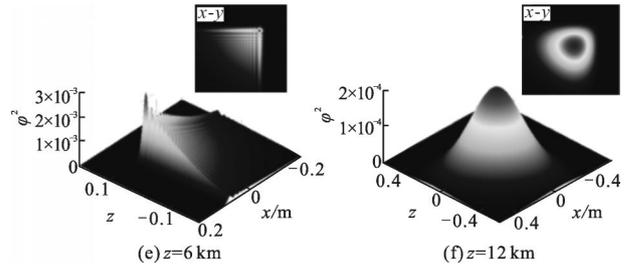


图 1 一维艾里光束传输三维图以及二维艾里光束强度分布三维图  
Fig.1 Propagation 3D pattern of 1D Airy beam and the intensity distribution 3D pattern of 2D Airy beam

2.1 场强分布

图 2 给出了  $a=0, 0.05, 0.1$  时,在传输距离  $z=0, 4, 8, 12$  km 处的场强分布,其中  $x_0=10$  mm,  $\lambda=632.5$  nm。从图中可以看出,当  $a=0$  时,艾里光束在任何传输距离内场强分布都满足艾里函数,且强度保持不变,这说明艾里光束具有无衍射性质。当  $a>0$  时,艾里光束在一定传输距离内,场强分布满足艾里函数且强度几乎不变,称这段距离为无衍射传输距离  $DKNd$ 。且  $a$  的值越大,这个距离越短,说明  $DKNd$  随着  $a$  值的增加而减小。随着传输距离的增加,艾里函数的旁瓣逐渐和主瓣融合,当超过某个距离后,场强分布演化成

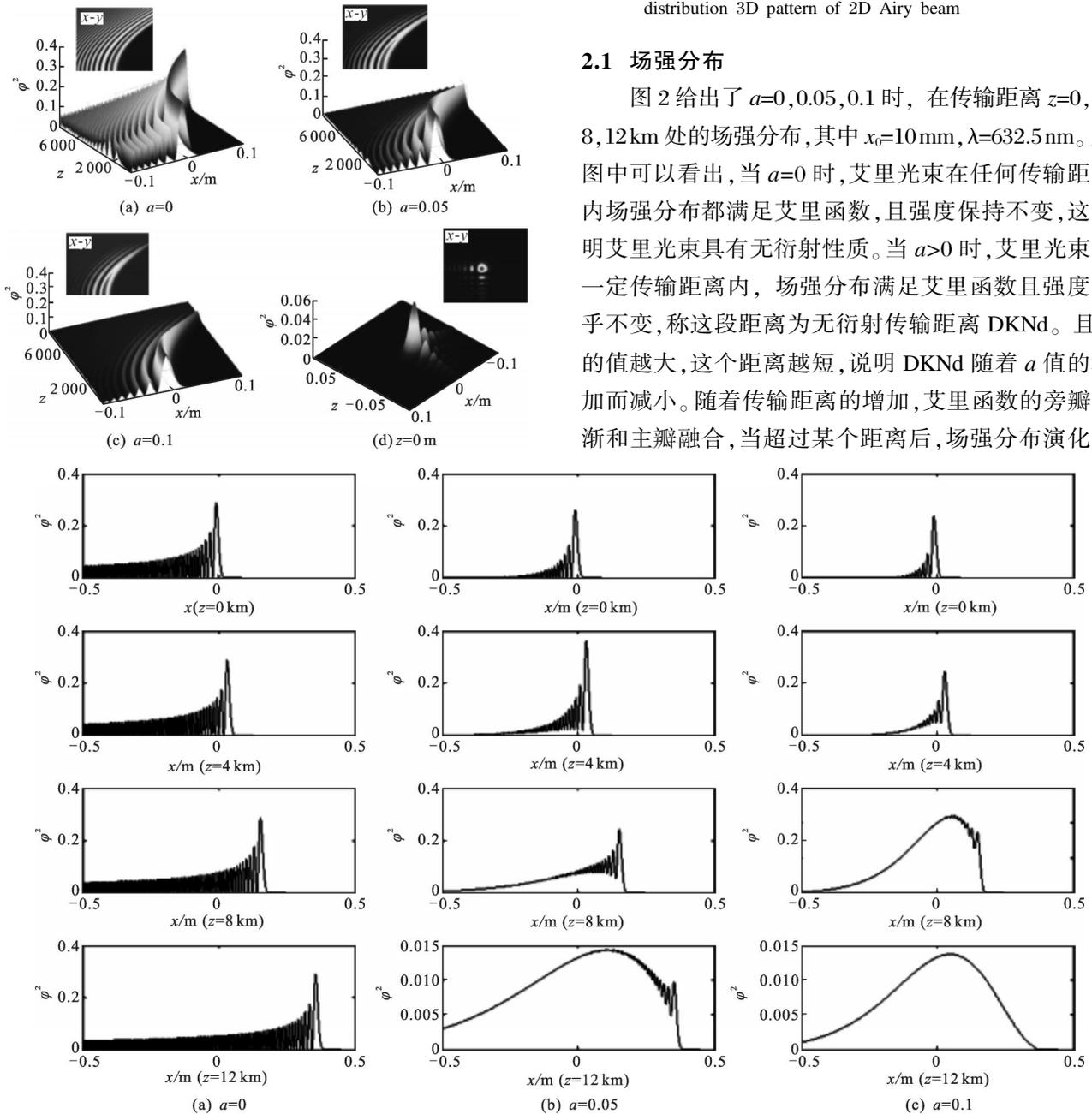


图 2 截断因子  $a$  不同情况下艾里光束的强度分布

Fig.2 Intensity distribution of Airy beam with different values of truncation factor  $a$

类高斯型,称这个距离为演化成类高斯分布的距离 DEG。 $a$  的值越大,DEG 值越小。场强分布满足艾里函数时,无论  $a$  的是值多少,场强分布都整体向“右”移动,即传输轨迹是弯曲的。截断因子  $a$  不能改变艾里光束的自弯曲程度 SbD。

从艾里光束的传输轨迹  $s-(\xi/2)^2$  可以得到 SbD,即加速度  $dx/dz=z\lambda^2/8\pi^2x_0^3$ ,从式中可以看出  $a$  不能改变艾里光束的 SbD。在传输距离  $z$  和波长  $\lambda$  不变的情况下,SbD 随着  $x_0$  的增大而减小。 $x_0$  不仅能改变艾里光束的加速度,而且对 DKNd 和 DEG 也有影响,如图 3 所示。

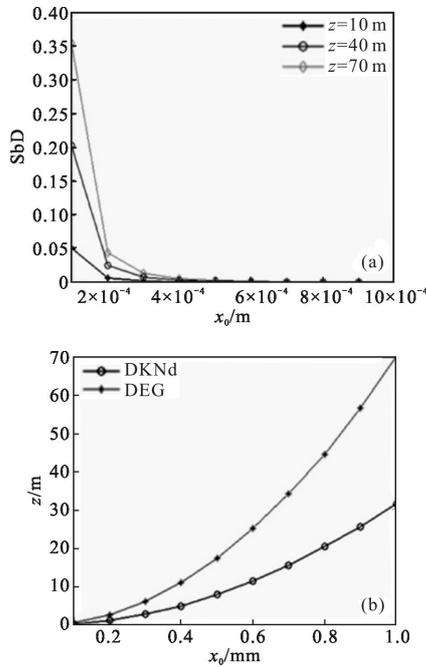


图 3 横向刻度  $x_0$  的对自弯曲程度和场强分布的影响

Fig.3 Scale in the transvers influence the self-bending degree and intensity distribution

图 3(a)为任意横向刻度  $x_0=0.1\sim 1$  mm 变化时 SbD 的变化情况。从图中可以看出,SbD 随着  $x_0$  的增大而减小,减小的趋势逐渐变缓。在  $x_0$  不变时,SbD 随着传输距离  $z$  的增大而增大,增大的程度随着  $x_0$  的增大而变小。图 3(b)为  $x_0$  对艾里光束的 DKNd 和 DEG 的影响。从图中可以看出,随着  $x_0$  的增大,DKNd 和 DEG 也随之增大,并且增加的速度也越快。

### 2.2 光斑直径

光斑直径是激光束的光束质量评价的重要参数,能比较直观而简便地衡量激光束的质量。由于有

限能量艾里光束的主瓣与其所对应的拟合高斯光束具有很高的相似度,可仿照高斯光束光斑的定义,将艾里光束的光斑直径定义为:不同传输距离处最大光强度  $I_{\max}$  下降到  $1/e^2$  倍所对应的光束主瓣直径大小。即:

$$\varphi(z, x_{1,2})=I_{\max}/e^2=\varphi_{\max}^2(z, x)/e^2 \quad (8)$$

$$D=|x_2-x_1| \quad (9)$$

式中: $D$  为艾里光束的光斑直径。艾里光束在传输过程中,场分布的主瓣逐渐和旁瓣“融合”,最终演化成类高斯分布。此时上述定义的“光束主瓣”即为“融合”后的主瓣。图 4 (a)~(c) 分别为传输距离  $z=0, 6, 12$  km 处的光斑直径  $D$ 。

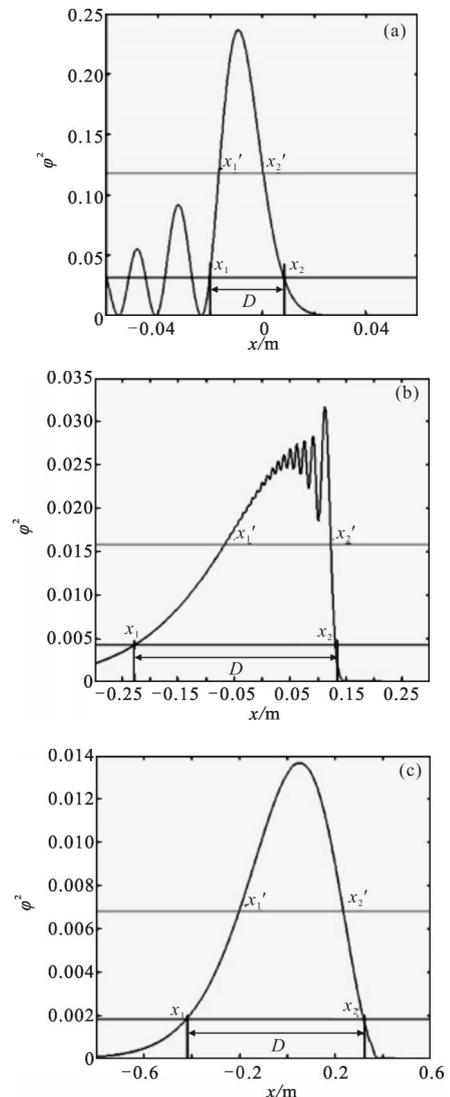


图 4 传输距离  $z=0, 6, 12$  km 艾里光束所对应的光斑直径  $D$   
Fig.4 Spot diameter of Airy beam in the propagation distance  $z=0,6,12$  km

图 5(a)为初始光斑直径  $D$  随着  $a$  的变化图。可以看出,光斑直径随着  $a$  的增大而展宽。图 5(b)为  $a=0.1, 0.08, 0.05$  时光斑直径随传输距离  $z$  的变化图。可以看出,在一定传输距离内(DKNd),光斑直径基本没有发生变化,随着传输距离的增加,艾里光束逐渐满足类高斯分布,光斑直径随之增大。 $a$  的值越小,光斑直径保持不变传输的距离越长,其增加时的速度越快。图 5(c)为  $x_0=0.1, 1, 10$  mm 时,最大光强下降到  $I_0 \sim I_{10}$  时光斑直径的变化。可以看出,  $x_0$  越大,光斑直径越大,增长速度也越快。 $x_0$  增加 10 倍,光斑大小也增加约 10 倍。

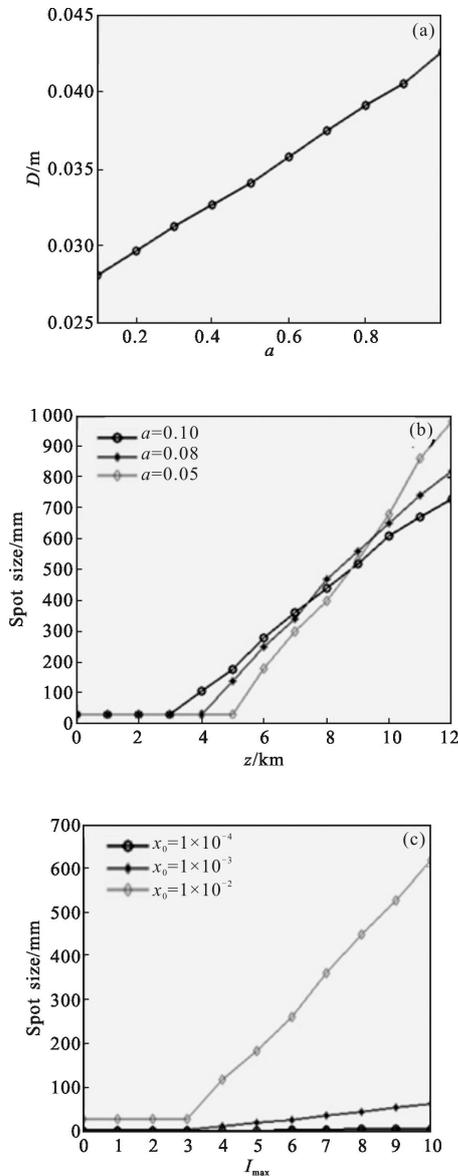


图 5 光斑大小随传输距离  $z, a, x_0$  的变化

Fig.5 Spot diameter changes with different values of  $z, a$  and  $x_0$

### 2.3 桶中功率

桶中功率(PIB)描述的是远场光束的集中度,是表征激光束质量的重要参数,对于研究激光束的环围能量比和光束传输因子有重要作用,多应用于激光加工和激光通信领域。综合高斯光束的 PIB 定义和上述光斑直径的定义方式,可将艾里光束的 PIB 定义为:最大光强下降到 1/2 倍所对应的光束主瓣能量占总能量的比值<sup>[10]</sup>。

$$\varphi'(z, x_{1,2}') = I_{\max}/2 = \varphi_{\max}^2(z, x)/2 \quad (10)$$

$$PIB = \frac{\int_{x_1'}^{x_2'} \varphi^2(\xi, s) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\xi, s) dx} \quad (11)$$

同样,在艾里光束的场分布逐渐演化成类高斯分布的过程中,上述定义的光束主瓣为“融合”后的光束主瓣,如图 4 中  $x_1'$  和  $x_2'$  标注的线。高斯光束用这种方式定义的 PIB=0.76。

图 6 给出了  $a=0.05, 0.1, 0.3, 0.5$  时 PIB 随着传输距离的变化。从图中可以看出,PIB 随着传输距离的增大先减小后增大,最终都趋向于 0.76。无论  $a$  值多少,PIB 都有一个最小值,并且最小值随着  $a$  值的减小而增大,这也从侧面反映了  $a$  值越小,保持无衍射传输的距离越远。艾里光束的场分布最终满足类高斯分布,所以 PIB 最终等于高斯光束的 PIB。在  $z=0$  m 时,PIB 随着  $a$  的增大而增大,并最终等于 0.76。这是因为随着  $a$  的增大,艾里函数的旁瓣逐渐“消失”并最终变成类高斯分布。

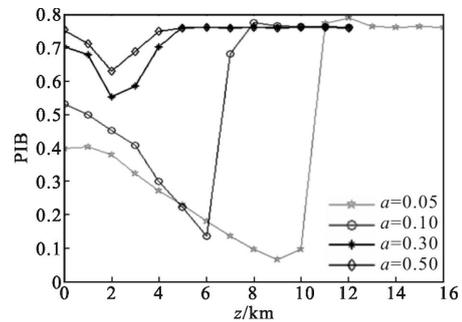


图 6 截断因子  $a$  不同情况下,PIB 值随传输距离的变化

Fig.6 PIB changes with the propagation distance with different values of  $a$

### 3 结论

文中从艾里光束产生的理论基础出发,详细阐

述了艾里光束传输时场强分布、光斑直径和 PIB 的演化过程,并数值模拟了不同  $x_0$  和  $a$  在不同传输距离  $z$  处对艾里光束远场特性的影响规律,对扩展艾里光束的应用有一定帮助。艾里光束的场强分布在保持无衍射性质时遵循艾里函数,在传输过程中艾里旁瓣逐渐和主瓣“融合”,最终演化成类高斯分布。艾里光束的 DKNd 和 DEG 都随着截断因子  $a$  的增大而减小,随着任意横向刻度  $x_0$  的增大而增大。SbD 随着传输距离  $z$  和  $x_0$  的增大而增大,与  $a$  无关。光斑直径随着  $z$  的增大先保持不变后迅速增大, $a$  的值越小,保持不变传输的距离越远,增大的速度越快。光斑直径随  $x_0$  的增大而增大。PIB 随着  $z$  的增加先减小后增大, $a$  的值越小,最小值越远,最终与高斯光束 PIB 相等。研究艾里光束的远场特性及演化规律对于控制艾里光束传输轨迹、扩展艾里光束的应用有很大帮助。

#### 参考文献:

- [1] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Opt Lett*, 2007, 32(8): 979-981.
- [2] Halil T Eyyuboglu. Scintillation behavior of Airy beam[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 47: 232-236.
- [3] Zhang Ze, Hu Yi, Zhao Juanying, et al. Research progress and application prospect of Airy beams [J]. *Science China*, 2013, 58(34): 3514-3520. (in Chinese)  
张泽, 胡毅, 赵娟莹, 等. 艾里光束研究进展与应用前景 [J]. 科学通报, 2013, 58(34): 3514-3520.
- [4] Cheng Ke, Xia Jishen, Zhong Xianqiong. Propagation dynamics and vortex trajectory of an airy vortex beam in gradient-index media [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(9): 0905002. (in Chinese)  
程科, 夏基深, 钟先琼. 艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的动态传输与涡旋轨迹[J]. 光子学报, 2014, 43(9): 0905002.
- [5] Chen Chunyi, Yang Huamin, Mohsen Kavehrad, et al. Propagation of radial Airy array beams through atmospheric turbulence [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2014, 52: 106-114.
- [6] Ji Xiaoling, Eyyuboglu H T, Ji G M, et al. Propagation of an Airy beam through the atmosphere [J]. *Optics Express*, 2013, 21(2): 2154-2164.
- [7] Cheng Hua, Zang Weiping, Tian Jianguo. Study on optical trapping and propulsion of small particles by Airy beam[J]. *Acta Optical Sinica*, 2011, 31(S1): s100405. (in Chinese)  
程化, 臧维平, 田建国. 艾里光束对微小颗粒的捕获和输运研究[J]. 光学学报, 2011, 31(S1): s100405.
- [8] Zhao Peng, Jin Xin, Wu Jiangang. Discussion on the energy detection method of excimer laser in laser medicine [J]. *Clinical Engineering*, 2014, 29(5): 131-133. (in Chinese)  
赵鹏, 金鑫, 吴建刚. 激光医学中准分子激光器能量检测的探讨[J]. 中国医疗设备, 2014, 29(5): 131-133.
- [9] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. *Am J Phys*, 1979, 47(3): 264-267.
- [10] Zhou Yuan. Research on the efficacious propagation distance based on the main lobe of the finite energy diffraction-free beams[D]. Changsha: Hunan University, 2013. (in Chinese)  
周元. 基于有限能量无衍射光束主峰的有效传输距离的表征研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2013.