

# 有限元荷载增量法在判定桩基础极限荷载的应用

刘祥沛<sup>1,3</sup>,董天文<sup>1,2</sup>,郑颖人<sup>1,2</sup>

- (1. 后勤工程学院 军事土木工程系, 重庆 400041;  
2. 重庆市地质灾害防治工程技术研究中心, 重庆 401311;  
3. 岩土力学与地质环境保护重庆重点实验室, 重庆 401311)

**摘要:**针对桩基础极限承载力数值模拟的差异性,以及判定极限荷载时的明显差异,开展了有限元数值极限分析方法的研究。运用荷载增量法对桩基础极限荷载进行数值模拟,得到了3种通过荷载增量法判定极限荷载的方法: $P-s$ 曲线判定法,曲线有明显第二个拐点,其后近似平行于 $s$ 轴,第二拐点对应荷载为极限荷载;数值计算不收敛判定法,即计算刚不收敛时的前一点对应荷载为极限荷载;塑性区贯通判定法,该法只适用于判断计算的正确性。研究表明,遵循判定规则,提高数值极限分析计算精度,可以准确判定极限荷载;并提出临近桩基破坏时减小加载量,在 $P-s$ 曲线中可以找到陡降的破坏点。

**关键词:**有限元;桩基础;荷载增量法;极限荷载;塑性区贯通

**本文引用格式:**刘祥沛,董天文,郑颖人.有限元荷载增量法在判定桩基础极限荷载的应用[J].兵器装备工程学报,2016(5):144-148.

**Citation format:**LIU Xiang-pei, DONG Tian-wen, ZHENG Ying-ren. Application of Incremental Load Method of FEM in Determining the Ultimate Load of Pile Foundation[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2016(5):144-148.

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 2096-2304(2016)05-0144-06

## Application of Incremental Load Method of FEM in Determining the Ultimate Load of Pile Foundation

LIU Xiang-pei<sup>1,3</sup>, DONG Tian-wen<sup>1,2</sup>, ZHENG Ying-ren<sup>1,2</sup>

- (1. Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 400041, China;  
2. Chongqing Engineering and Technology Research Center of Geological Hazard Prevention and Treatment, Chongqing 401311; 3. Chongqing Key Laboratory of Geotechnical and Geological Engineering Protection, Chongqing 401311, China)

**Abstract:** Due to difference of numerical simulation of ultimate bearing capacity of pile foundation and difference of determination method of ultimate bearing capacity of pile foundation, finite element numerical limit analysis was developed. Using incremental load method to simulate ultimate load of pile foundation, it can obtain three methods for determining ultimate load: the first is the  $P-s$  curve, and there is a second distinct inflection point in the  $P-s$  curve, paralleling to  $s$  axis approximately after, which can determine the ultimate load. Secondly, the non-convergence of finite element numerical solution is that the load of the point before non-convergence is ultimate load. Thirdly the method of connection of plastic zone is useful to determinate the correctness of solution. The research shows that the ultimate load can be determined

收稿日期: 2015-12-11; 修回日期: 2015-12-30

基金项目: 国家自然科学基金(51178457); 重庆市自然科学基金(院士专项 cstc2012jjys0001)

作者简介: 刘祥沛(1990—), 男, 硕士研究生, 主要从事岩工程研究。

accurately by following the rules and improving the calculation accuracy. Meanwhile, if the loading is reduced near the failure, the destruction point of the steep drop can be found in the  $P-s$  curve.

**Key words:** finite element; pile foundation; incremental load method; ultimate load; connection of plastic zone

地基极限荷载是岩土力学与岩土工程中的重要参数。对于浅基础有一些基于极限平衡的传统计算方法,而对于深基础还没有公认的算法。桩基础极限荷载的确定一般采用现场试验方法,比如静载荷试验绘制  $P-s$  曲线法、静力触探法等。但在实际工程中,就单桩竖向静载荷试验而言,桩基础由于受到桩的尺寸,场地条件,试桩费用的影响和施工技术的限制和制约,一般很难得到较为准确的极限荷载,给桩基础的安全性评价带来了一定困难。近年来,在传统极限平衡法的基础上取得了一些进展<sup>[1-5]</sup>,王石榴根据地基中任意一点的应力大小、以及桩顶的沉降量,求解单桩的极限荷载;吴耀华建议采用  $S-\log P$  法确定桩的极限荷载;张美艳等采用双向递推方法提高极限荷载的计算精度;赵华明等通过控制桩顶沉降量确定基桩的桩顶竖向承载力;冯紫良等提出了单桩竖向极限承载力预测的人工神经网络法。同时,数值极限分析方法的出现也给桩基础极限荷载的确定提供了新的途径。

数值极限分析方法主要包括两种方法<sup>[6-9]</sup>:荷载增量法和强度折减法,两种方法都可以求得桩基极限荷载。目前,受桩基础极限荷载判据的差异性影响,桩基础极限荷载计算结果也存在一定差异,需要弄清究竟是判据不同引起的差异,还是由于没有明确相关规范,个人操作不同而引起差异;需要讨论极限荷载判据对桩基础极限荷载计算精度的影响。本文采用荷载增量法,运用 ANSYS 有限元软件对桩基础进行三维弹塑性模拟,分析荷载增量法极限荷载判据的共性与差异,规范了各种方法操作的具体指标,从而提高判定桩基础极限荷载的准确性。

## 1 有限元数值模拟与极限荷载判定条件

### 1.1 屈服准则

岩土材料一般采用 Mohr 准则,无论是平面问题,还是空间问题均可采用。本文采用的有限元软件 ANSYS 中只有 Drucker-Prager 准则,或称广义 Mises 准则,形式如下

$$\alpha I_1 + J_2^{1/2} = k \quad (1)$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2)$$

$$J_2 = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/6 \quad (3)$$

式中: $I_1, J_2$  分别为应力张量的第一不变量和应力偏张量的第二不变量; $\alpha, k$  是与岩土材料内摩擦角  $\varphi$  和黏聚力  $c$  有关的系数。而不同的  $\alpha, k$  在  $\pi$  平面上代表不同的圆。它有 5 个具体准则,图 1 列出其中 4 种屈服准则<sup>[10-13]</sup>。桩基是一个空间问题,应采用 DP3 莫尔-库伦等面积圆准则。ANSYS

软件中只有外角外接圆 DP1 准则,但这一准则误差很大,必须转换为 DP3 准则。DP1 准则与 DP3 准则  $\alpha, k$  分别如下:

$$\alpha = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)} \quad (4)$$

$$k = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)} \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2}\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2\varphi)} \quad (6)$$

$$k = \frac{6\sqrt{3}\cos\varphi}{\sqrt{2}\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2\varphi)} \quad (7)$$

计算时需将  $c, \varphi$  进行变换,计算时先变换不同准则安全系数,然后改变  $c, \varphi$  值。安全系数变换式为

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}(3\sqrt{\cos^2\varphi_0\omega_1^2 + \sin^2\varphi_0} - \sin\varphi_0)^2 - 8\sin^2\varphi_0}{18\pi\cos^2\varphi_0}} \quad (8)$$

式中: $\varphi_0$  为岩土强度参数未折减时内摩擦角; $\omega_1$  为外角外接圆屈服准则条件下的安全系数; $\omega_2$  为莫尔-库伦等面积圆屈服准则条件下的安全系数。

式(8)即为外角外接圆 DP1 屈服准则和莫尔-库伦等面积圆 DP3 准则之间的安全系数转换关系式。只要求得了外角外接圆屈服准则条件下的安全系数  $\omega_1$ , 利用该表达式就可以直接计算出莫尔-库伦等面积圆屈服准则条件下的安全系数  $\omega_2$ 。

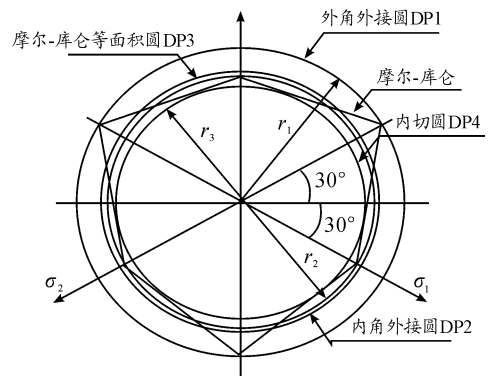


图1 各屈服面在  $\pi$  平面上的曲线

### 1.2 桩基极限荷载的荷载增量法判定条件

已有的桩基极限荷载判据,采用荷载增量法通常用如下方法:①  $\log P-s$  曲线法,曲线末端出现近似平行于  $s$  轴直线的拐点,简称  $P-s$  曲线法;② 位移收敛曲线计算,数值模拟

计算不收敛点的前一点所对应的荷载判定为极限荷载;③桩周出现塑性区贯通,但塑性区贯通只是必要条件,而非充分条件,可以用来判断计算的正确性。

## 2 桩基有限元数值模拟

### 2.1 几何模型

桩基数值计算以一模型桩为例。有限元模型桩按照室内模型试验的实际尺寸确定,即基岩的尺寸为  $700\text{ mm} \times 700\text{ mm} \times 600\text{ mm}$ (长 $\times$ 宽 $\times$ 高),桩体总长度为  $700\text{ mm}$ ,桩体嵌入基岩的深度为  $300\text{ mm}$ ,桩体外露出长度为  $400\text{ mm}$ ,几何模型如图 2 所示,图中单位  $\text{mm}$ 。

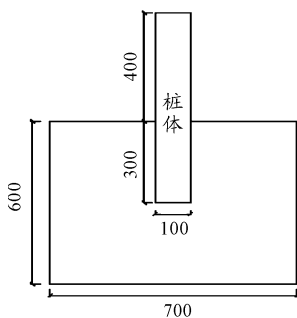


图 2 模型桩 1/4 几何模型( $d = 10\text{ cm}$ )

### 2.2 数值模拟计算参数

基岩为弹塑性材料,桩身混凝土采用弹性模型,数值模拟物理力学参数如表 1 所示。

表 1 数值模拟材料物理力学参数

材料名称	弹性模量/MPa	泊松比	容重/ $(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	黏聚力/kPa	内摩擦角/ $(^\circ)$
硬土	50	0.22	20	96.3	19.3
软岩	70	0.2	24	221	29.8
模型桩	$3.15 \times 10^4$	0.2	25	—	—

### 2.3 有限元模型

计算采用的软件为美国 ANSYS 公司开发的大型软件 ANSYS。采用 8 节点的 solid45 对模型进行离散,实体单元的每个节点有三个自由度,即沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向线位移。桩-土三维有限元模型的接触单元采用目标面 Target170 与接触面 Contal174 模拟。采用 DP3 模型与非关联流动法则,取膨胀角  $\Psi = 0$ 。

由于本次模型采用的单桩几何形状为轴线对称,建模简化为 1/4 模型。对于桩土对称面上施加对称约束,侧面土体施加水平约束,底面土体施加竖向约束,在靠近桩周的土体加密网格,划分后有限元模型和有限元网格参数如图 3 和表 2。

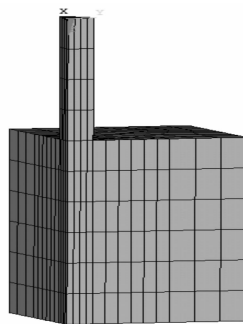


图 3 1/4 有限元模型( $d = 10\text{ cm}$ )

表 2 桩基础有限元建模的网格参数

节点	单元	线	面	体
890	546	52	33	7

## 3 有限元荷载增量法

### 3.1 硬土的数值模拟

#### 1) $P-s$ 曲线判定法

本文使用荷载增量法研究桩基础的极限荷载。计算出不同荷载条件下的桩顶位移,绘制  $P-s$  曲线,拟合静载试验的  $P-s$  曲线,最后通过传统的极限荷载判定条件判定桩基础的极限荷载。

图 4 为基底为硬土桩基础的  $P-s$  曲线图。一般土体进入塑性状态时, $P-s$  曲线图会出现第一个拐点,如图 4(a)中荷载值为  $10\text{ kN}$  对应曲线拐点。地基破坏会出现明显的第二个拐点,如图 4(c)中荷载值为  $27.18\text{ kN}$  对应曲线拐点, $P-s$  曲线末端与纵轴基本平行,由此可确定极限荷载。同样绘制  $\text{Log}P-s$  曲线图,如图 4(d)所示。可以得到荷载值为  $27.18\text{ kN}$  对应曲线拐点, $P-s$  曲线末端与纵轴基本平行,由此可以确定极限荷载。

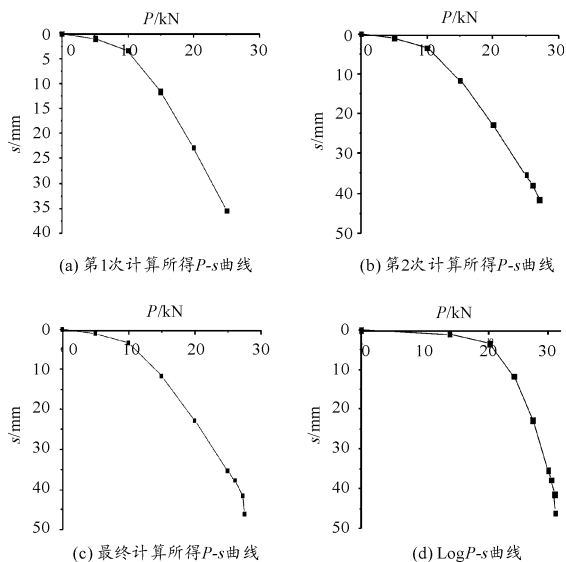
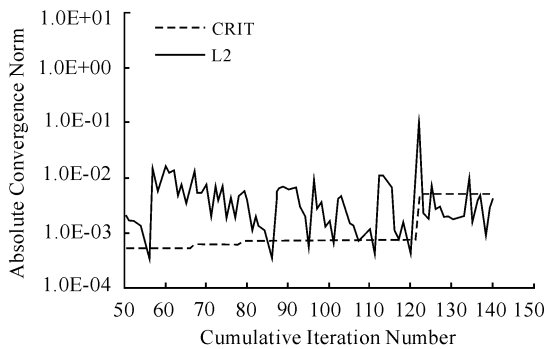


图 4 桩基础荷载增量法曲线

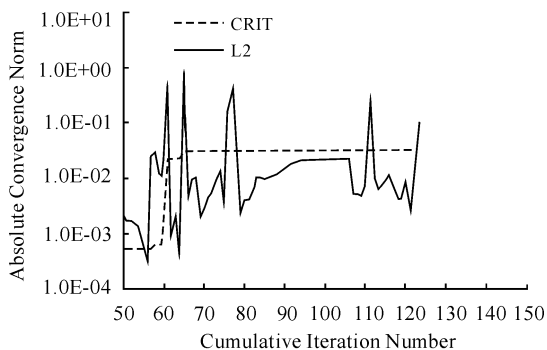
在通常静载荷试验和数值模拟中,由于加载荷载间隔过大,有时会导致  $P-s$  曲线中没有拐点,无法确定极限荷载。下面通过对加载荷载间隔取值精细化,从大到小取值计算。第一次计算过程中,荷载间隔为 5 kN,当荷载增加到 30 kN 时,计算不收敛,桩体破坏,但未见拐点,如图 4(a) 所示。遂在 25~30 kN 区间中,再减少荷载间隔,以 1 kN 进行计算,当荷载增加到 28 kN 时,计算不收敛,桩体破坏,如图 4(b)。继续在 27~28 kN 区间中以 0.1 kN,0.01 kN 增加荷载。此时,直至曲线出现明显拐点,如图 4(c) 所示近似平行纵轴的曲线,获得桩基极限荷载。

## 2) 数值计算不收敛判定法

如图 5(a) 所示,根据有限元数值模拟静力计算结果,当荷载  $P=27.47$  kN 时,(U L2) 小于 (U CRIT),有限元静力计算收敛;当荷载  $P=27.48$  kN 时,(U L2) 大于 (U CRIT),有限元静力计算不收敛,如图 5(b) 所示。判定计算不收敛点的前一点所对应的荷载为极限荷载,极限荷载为 27.47 kN。



(a) 计算收敛



(b) 计算不收敛

图 5 计算收敛过程

## 3) 塑性区贯通判定

图 6(a) 是荷载值等于 10 kN 时的等效塑性应变图,桩侧塑性区没有完全贯通。图 6(b) 是荷载值等于 25 kN 时的等效塑性应变图,桩侧塑性区完全贯通,但是桩基础没有破坏。图 6(c) 是极限荷载等于 27.18 kN 时的等效塑性应变图,塑性区贯通至地面,桩基础未破坏,验证了计算的正确性和准确性,相应极限荷载 27.18 kN。

## 3.2 软岩的数值模拟

### 1) $P-s$ 曲线判定法

对于埋置于软岩上的桩基础极限荷载的研究,一般也使用荷载增量法,计算出不同荷载条件下的桩顶位移,绘制  $P-s$  曲线,拟合静载荷试验的  $P-s$  曲线,最后通过传统的极限荷载判定条件判定桩基础的极限荷载。

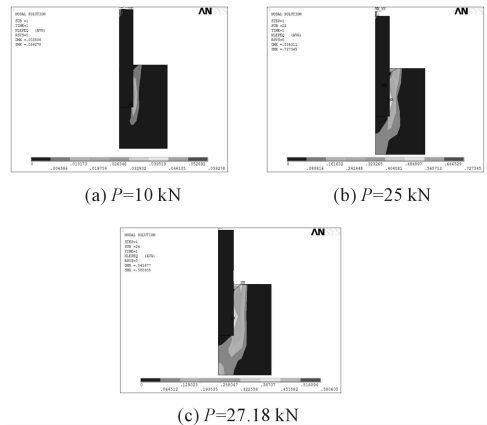


图 6 荷载增量法的等效塑性应变图

图 7 为基底为软岩桩基础的  $P-s$  曲线图。一般土体进入塑性状态时, $P-s$  曲线图会出现第一个拐点,如图 7(a) 中荷载值为 40 kN 对应曲线拐点,表明地基从弹性进入塑性。继续加载地基破坏会出现明显的第二个拐点,如图 7(c) 中荷载值为 81 kN 对应曲线拐点, $P-s$  曲线末端与纵轴基本平行,由此可确定极限荷载。同样绘制  $\text{Log}P-s$  曲线图,如图 7(d) 所示,也可以得到荷载值为 81 kN 对应曲线拐点, $P-s$  曲线末端与纵轴基本平行,由此可以确定极限荷载。

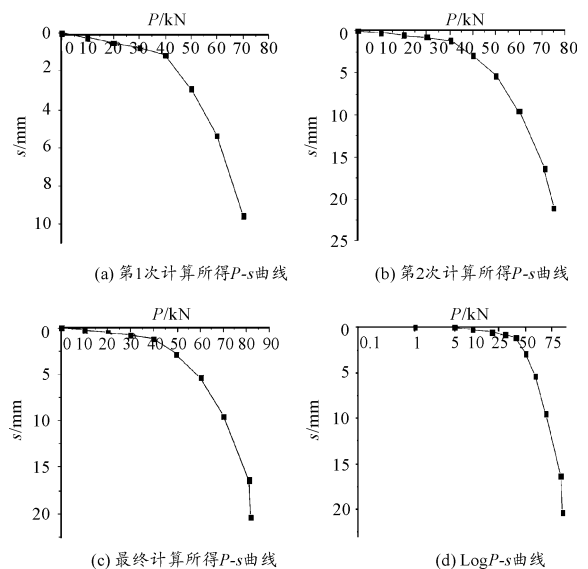


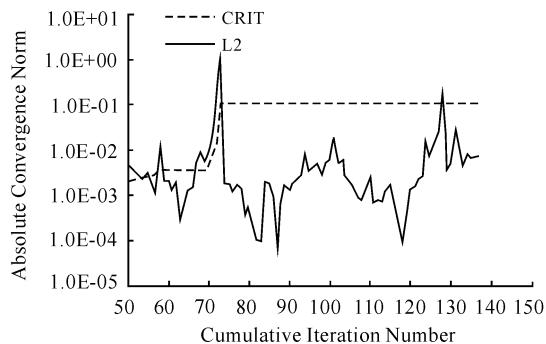
图 7 桩基础荷载增量法曲线

同硬土一样,如果加载荷载间隔过大,将无法在  $P-s$  曲线中找到拐点。下面通过对加载荷载间隔取值精细化,从大到小取值计算。第一次计算过程中,荷载间隔为 10 kN,当荷载增加到 90 kN 时,计算不收敛,桩体破坏,未见明显拐点,如图 7(a)。遂在 80~90 kN 区间中,再减少荷载间隔,以

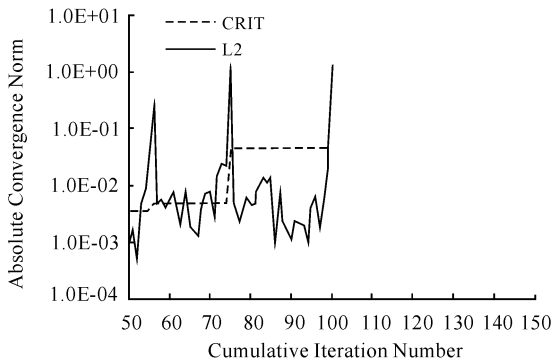
5 kN 进行计算,当荷载增加到 85 kN 时,计算不收敛,桩体破坏,如图 7(b)。继续在 80~85 kN 区间中以 1 kN,0.1 kN 增加荷载,直至曲线出现明显拐点,如图 7(c)所示近似平行纵轴的曲线,由此获得桩基极限荷载 81 kN。

## 2) 数值计算不收敛判定法

如图 8(a)所示,根据数值模拟有限元静力计算结果,当荷载  $P=80$  kN 时,(U L2) 小于(U CRIT),有限元静力计算收敛;当荷载  $P=82$  kN 时,(U L2) 大于(U CRIT),有限元静力计算不收敛,如图 8(b)所示。此时计算机停止工作,判定计算不收敛点的前一点所对应的荷载为极限荷载,极限荷载为 81 kN。



(a) 计算收敛



(b) 计算不收敛

图 8 计算收敛过程

## 3) 塑性区贯通判定

图 9(a)是荷载值等于 50 kN 时的等效塑性应变图,桩侧塑性区没有完全贯通。图 9(b)是荷载值等于 70 kN 时的等效塑性应变图,桩侧塑性区完全贯通,但是桩基础没有破坏。图 9(c)是极限荷载等于 81 kN 时的等效塑性应变图,塑性区贯通至地面,桩基础未破坏,验证了计算的正确性和准确性,相应极限荷载 81 kN。

## 4 结果分析

表 3 是运用荷载增量法、 $\text{Log}P-s$  曲线、有限元计算不收敛和塑性区贯通对极限荷载的求解进行评价。通过表 3 可知,当基底为硬土时, $P-s$  法和塑性区贯通法判定极限荷载为 27.29 kN;而计算不收敛法判定极限荷载值为 27.51 kN。当基底为软岩时, $P-s$  法和塑性区贯通法判定极限荷载为

81 kN;而计算不收敛法判定极限荷载值为 81.3 kN。其中在硬土地基中,计算不收敛情况的极限荷载值为计算不收敛前一点,即荷载值分别为 27.52 kN 前一点荷载值 27.51 kN。同理可得软岩的计算不收敛值为 81.3 kN。荷载增量法、 $\text{Log}P-s$  曲线、有限元计算不收敛和塑性区贯通这几类数值极限判定方法所得极限荷载值都比较接近,相对误差较小。由此可以认为这几类判定桩极限荷载的方法都是正确可行的。

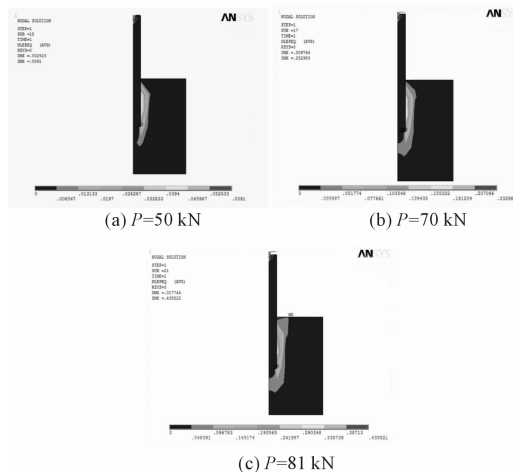


图 9 荷载增量法的等效塑性应变图

表 3 荷载增量法的极限荷载判定值

		$P-s$	$\text{Log}P-s$	计算不收敛	塑性区贯通
		硬土	极限荷载值/kN	27.29	27.29
	位移/mm	41.469	41.469	44.135	41.469
软岩	极限荷载值/kN	81	81	81.3	81
	位移/mm	16.383	16.383	16.578	16.383

## 5 结论

1) 综合考虑  $P-s$  曲线法,数值计算不收敛和塑性区贯通可以判定桩基础的极限荷载。验证了有限元数值模拟的可行性和可信度。其中塑性区贯通是桩基础破坏的必要条件,而非充分条件。数值计算不收敛判定的结果与  $P-s$  曲线和塑性区贯通判定的结果有所不同,主要是因为考虑的加载情况不同造成的。

2) 通常情况下,可以通过荷载增量法绘制  $P-s$  曲线判断极限荷载,即  $P-s$  曲线直线段拐点对应荷载为极限荷载。对于岩基  $P-s$  曲线往往不会出现明显直线段,这样给极限荷载的判定带来很大困难。但是通过对载重量的精细化,也会发现有直线段拐点,由此判断极限荷载。

(下转第 172 页)

通用要求》<sup>[9]</sup>第5.2.10.4条推荐的方法,取 $k=2$ ,经计算和修约,300℃以下Ⅱ级K型热电偶在3个校准点的示值误差测量结果的扩展不确定度均可表示为 $U=0.30^{\circ}\text{C}$ , $k=2$ 。

## 6 结束语

主标准器引入的不确定度分量对示值误差测量结果的扩展不确定度贡献较小,几乎可以忽略不计;由被测件引入的不确定度分量对示值误差测量结果的扩展不确定度贡献较大,占绝对优势。

数字多用表的引入的不确定度分量较大,如果把六位半K2000型数字多用表更换成七位半数字多用表或八位半数字多用表,可以明显地减小测量不确定度,提高测量能力。

300℃以下Ⅱ级工业用廉金属热电偶在各校准点的最大允许误差均为 $MPE = \pm 2.5^{\circ}\text{C}$ ,且扩展不确定度 $U=0.30^{\circ}\text{C}$ , $U \leq \frac{1}{3} |MPE|$ ,满足检定规程的要求,因此测量标准“二等铂电阻温度计标准装置”可以开展对Ⅱ级工业用廉金属热电偶的量值传递工作。

## 参考文献:

- [1] JJG351—96. 工作用廉金属热电偶检定规程[S]. 北京:中国计量出版社,1997.

(责任编辑 杨继森)

(上接第148页)

## 参考文献:

- [1] 王石榴. 单桩极限承载力的研究[J]. 嘉应大学学报, 1999, 17(3): 80-82.
- [2] 吴耀华. 单桩竖向抗压极限荷载的极限状态与确定[J]. 上海地质, 1995(4): 1-5.
- [3] 张美燕, 黄传志. 特征线法的极限荷载与地基极限承载力[J]. 中国港湾建设, 2005(3): 8-12.
- [4] 赵明华, 何俊翹, 曹文贵, 等. 基桩竖向荷载传递模型及承载力研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2005, 32(1): 37-42.
- [5] 冯紫良, 孙海涛, 王树娟. 用人工神经网络预测单桩竖向极限承载力[J]. 同济大学学报(自然科学版), 1999, 27(4): 397-401.
- [6] 董天文. 桩基础极限荷载确定方法综述[J]. 辽宁省交通高等专科学校学报, 2013, 15(5): 14-16.

- [2] 朱敏. 工业热电偶测量结果的不确定度分析[J]. 计量与测试技术, 2013(2): 22-23.
- [3] 韦应恒. 工作用K型热电偶测量结果的不确定度分析[J]. 计量与测试技术, 2013(4): 56-58.
- [4] 智勇斌. 廉金属热电偶示值误差的不确定度评定[J]. 工业计量, 2013(5): 65-66, 69.
- [5] 季晓辉, 范锐, 吴建英等. 温度计量[M]. 北京: 中国计量出版社, 2007.
- [6] 李远兴, 申冬玲. 杨氏模量实验的不确定度评定[J]. 四川兵工学报, 2009, 30(7): 137-138.
- [7] 曲垠灵. K型工作用廉金属热电偶测量结果的不确定度评定[J]. 中国高新技术企业, 2010(6): 60-61.
- [8] 宗文莉. 工作用廉金属热电偶的测量不确定度评定[J]. 计量与测试技术, 2014(41): 36-37, 39.
- [9] GJB2749A—2009, 军事计量测量标准建立与保持通用要求[S]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [10] JJF1059. 1—2012, 测量不确定度评定与表示[S]. 北京: 中国计量出版社, 2013.
- [11] GJB3756—99, 测量不确定度的表示及评定[S]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

- [7] 董天文, 郑颖人. 桩基础双折减系数有限元强度折减法极限分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(10): 3148-3154.
- [8] 董天文, 郑颖人. 基于强度折减法的桩基础有限元极限分析方法[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 162-165.
- [9] 董天文, 郑颖人, 黄连壮. 群桩基础非线性有限元强度折减法极限分析[J]. 土木建筑与环境工程, 2011, 33(1): 65-70.
- [10] 郑颖人, 赵尚毅, 邓楚健, 等. 有限元极限分析法发展及其在岩土工程中的应用[J]. 中国工程科学, 2007, 8(12): 39-61.
- [11] 郑颖人, 赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. 土木工程学报, 2005, 38(1): 91-98.
- [12] 郑颖人, 赵尚毅, 宋雅坤. 有限元强度折减法研究进展[J]. 后勤工程学院学报, 2005, 21(3): 1-6.
- [13] 郑颖人, 赵尚毅, 李安洪, 等. 有限元极限分析法及其在边坡中的应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2011.

(责任编辑 杨继森)