

基于遗传算法的柱面光栅测角技术研究

劳达宝¹, 周维虎¹, 李万红^{1,2}, 石冬¹, 林心龙¹

(1. 中国科学院光电研究院, 北京 100094;

2. 合肥工业大学 仪器科学与光电工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 高精度角度测量装置是保证旋转设备精度和性能的关键, 广泛应用于测量跟踪仪器中, 特别是对于大尺寸坐标测量仪器, 测角相比于测距是制约坐标测量精度的瓶颈。在精密一维轴系平台上, 采用高精度柱面光栅及四个读数头构建测角装置, 对传感器本身、安装及轴系跳动等误差因素对测角精度的影响进行了详细分析。基于角度测量标准器具校准角度测量误差, 对误差数据进行谐波分析。基于遗传算法提出了一种参数优化方法, 建立误差补偿模型, 对测角误差进行了补偿。实验结果显示, 补偿后柱面光栅测角误差减少为 $\pm 0.7''$, 证明了误差补偿算法的有效性, 显著地提高了角度测量精度。

关键词: 测角; 柱面光栅; 误差补偿; 谐波; 遗传算法

中图分类号: TP212.14; TH702 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)07-2182-07

Cylindrical grating angle measurement technology based on genetic algorithm

Lao Dabao¹, Zhou Weihu¹, Li Wanhong^{1,2}, Shi Dong¹, Lin Xinlong¹

(1. Academy of Opto-electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;

2. School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: High precision angle measuring unit, which is the key to ensure accuracy and performance of rotary equipments, is extensively applied in measuring and tracking apparatuses. In regard to large-scale coordinate measuring instruments, angle measurement is the bottleneck to enhance instruments' coordinate measurement accuracy by comparing with distance measurement. High accuracy cylindrical grating and four reading heads were adopted to build angle measuring unit for precise one-dimension turntable platform, then the influence on angle measuring accuracy by sensor itself, installation and axis shafting were analyzed in detail. Angle measuring error was calibrated by standard device and analyzed with harmonic method. A parameter optimization method based on genetic algorithm was proposed to develop error compensating model, by which angle measurement error was compensated. The experimental results show that cylindrical grating angle measuring error is reduced to $\pm 0.7''$ after compensation, which demonstrates that the compensation method is effective to improve accuracy obviously.

Key words: angle measurement; cylindrical grating; error compensation; harmonic; genetic algorithm

收稿日期: 2014-11-20; 修订日期: 2014-12-23

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(61307095); 国家重大科学仪器设备开发专项(2011YQ12002)

作者简介: 劳达宝(1984-), 男, 副研究员, 博士, 主要从事大尺寸光电、视觉测量技术方面的研究。Email: laodabao@aoe.ac.cn

0 引言

在激光跟踪仪等坐标测量仪器中,由于相对于距离误差,测角误差是坐标测量误差的主要来源。一旦克服测角技术的瓶颈,能够明显提高基于测角的坐标测量仪器设备的坐标测量精度。在实际使用过程中,一般采用高精度光栅作为角度测量传感器,但由于测角装置受到各种系统和随机误差的影响,较难达到传感器所标称的精度。因此,需要在分析测角误差机理的基础上,研究相应的误差补偿方法,以提高测角精度。

对于光栅传感器的误差补偿技术,目前常用的方法是采用双头读数来消除偏心误差,但这种方法对读数头的安装较严格,并且不能消除高阶误差。英国诺丁汉特伦特大学 Orton 等^[1]提出一种多读数头补偿透射式圆光栅变形、制造缺陷和安装误差的方法,由于此类光栅的误差主要来源于变形、安装误差等影响。日本国家计量院 Watanabe 等^[2]设计了一种自标定角度传感系统,可以消除转轴和透射式圆光栅的偏心误差,但此方法需要设计专门的校准装置并加入传感器测量系统中,这不仅增加了传感器体积,而且尚不能够实时输出补偿后的角度值,只有在实验室精确调整的情况下,才可以达到较高的精度,这在实际应用中较难实现。国内高贯斌等^[3]采用粒子群算法软件补偿,但精度不高,而且算法复杂。张礼松等^[4]用非线性最小二乘法进行修正,可能造成不收敛的情形。洪喜等^[5]提出了一种基于径向基函数网络模型的编码器误差修正技术,以高精度仪器的检测值为学习目标建立神经网络,改善了测量精度,但是需要大量先验数据,过程较繁琐。

文中针对高精度一维轴系平台,进行了详细的误差分析,采用基于遗传算法的谐波误差补偿方法,对金属柱面光栅测角误差中幅值较大且相位基本不变的谐波分量建立补偿模型,将精度从角秒级提高到亚角秒级,并且避免了最小二乘法不收敛的问题。

1 测角装置

为了验证角度测量的误差补偿方法,设计了高精度一维轴系,采用柱面光栅及四头读数作为测角传感器,如图1所示。

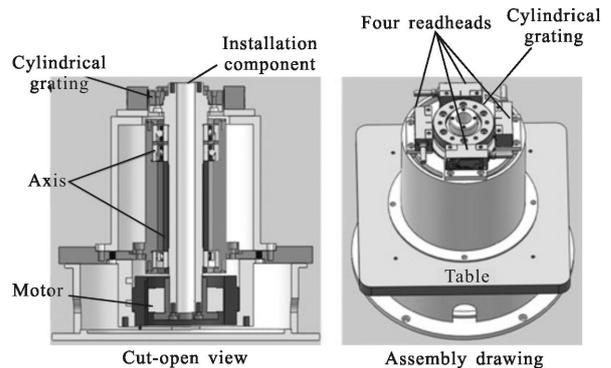


图1 一维轴系结构图

Fig.1 Structure of one-dimensional axis

平台中的测角传感器选用英国雷尼绍 RESM20USA052 光栅和 SR030A 读数头、SI-NN-1000-10-1-FN-403-003-3 细分盒及 DSI-QM-L-10 接口盒。光栅技术参数如表1所示。

表1 雷尼绍 RESM 系列传感器技术参数

Tab.1 Technical parameters of Renishaw RESM angle measuring sensor

Diameter/mm	Line count	Accuracy/($''$)	Resolution/($''$)
52	8192	± 4.28	0.16

其中测角传感器的四个读数头均匀分布,柱面光栅采用锥形安装方式,该安装方式具有自动对心的功能。该装置采用无刷电机控制系统,轴承采用背对背角接触轴承对与深沟球轴承配合的轴系设计方式,其中保证测角精度的角接触轴承安装于靠近光栅的一端,深沟球轴承则安装在电机一端,防止电机的晃动过大。此外,为进一步提高轴系精度,设计了轴承预紧装置。主轴的上端面主要用于安装多面棱体,以校准系统的测角精度。经实测,在安装柱面光栅一侧的轴端径向跳动量为 $2\ \mu\text{m}$ 。

2 误差分析

由于测角传感器本身、轴系在制造、安装过程中会存在一些误差,并且存在变形、环境等影响,光栅测角不可避免出现误差。测角误差来源主要包括传感器误差、安装误差和轴系跳动引入的误差。

2.1 传感器误差

柱面光栅本身的误差包括刻划误差和电子细分误差,该部分属于高频测角误差。

柱面光栅的栅线直接刻划在金属圆柱侧面上，在刻划过程中，实际刻划位置与理想刻划位置存在偏差，即为刻线误差。雷尼绍柱面光栅采用特殊的刻划工艺，刻线误差可以达到微米级以下。RESM 系列的柱面光栅的栅距为 20 μm，刻线误差为 0.5 μm。

以外径为 D 的柱面光栅系统为例，刻划误差为 0.5 μm，则由刻划误差带来的测角误差 δ_{gra} 为：

$$\delta_{gra} = \frac{0.5}{D/2 \times 1000} \times \frac{180}{\pi} \times 3600 \quad (1)$$

电子细分误差最主要的就是由信号的非正交，不等幅和直流电平漂移在插值操作中引起的非线性误差，该误差与光栅环表面的清洁有关，所以要特别注重光栅环的保养和读数头安装时的对齐。对于雷尼绍的 20 μm 栅距的 SiGNUM™ 柱面光栅系统，其细分误差相当于光栅栅距的 0.2%，即刻线误差为 40 nm，相应的测角误差 δ_{SDE} 为：

$$\delta_{SDE} = \frac{40 \times 10^{-3}}{D/2 \times 1000} \times \frac{180}{\pi} \times 3600 \quad (2)$$

则传感器本身精度 δ_s 为：

$$\delta_s = \delta_{gra} + \delta_{SDE} \quad (3)$$

2.2 安装误差

安装误差直接影响测角精度，常见的误差包括偏心、变形、局部形变以及倾斜等。

2.2.1 安装偏心

柱面光栅环内孔为锥孔，通过紧固螺钉使光栅与旋转轴相连，在安装时利于调整偏心，能有效降低偏心带来的影响。然而在测角系统中，安装偏心仍然是造成安装误差的最大来源。偏心是指光栅环的中心与转轴运动中心不重合，可以从几何学的角度考虑和分析安装偏心对单头读数系统造成的影响。

如图 2 所示， O 点为旋转中心，偏心量为 e 。圆光栅半径为 r ，随转轴一起转动时，圆光栅中心运动轨迹为半径为 e 的圆。

设圆光栅中心在 O' 点处为其起始零位。此时，圆光栅偏心方向上的初相位角，记为 θ_p 。当转轴转动，圆光栅中心转至 O'' 点处，实际角度为 β ，读数头测得角度为 θ 。那么偏心引起的测角误差为 $\delta_e = \theta - \beta$ 。

由图中几何关系 $O''C = O''D - CD$ ，即：

$$r \sin \delta_e = e \sin(\beta + \theta_p) - e \sin \theta_p \quad (4)$$

式中： $O''C = r \sin \delta_e$ ， $O''D = e \sin(\beta + \theta_p)$ ， $CD = e \sin \theta_p$ 。

$$r \sin \delta_e = e \sin(\theta - \delta_e + \theta_p) - e \sin \theta_p \quad (5)$$

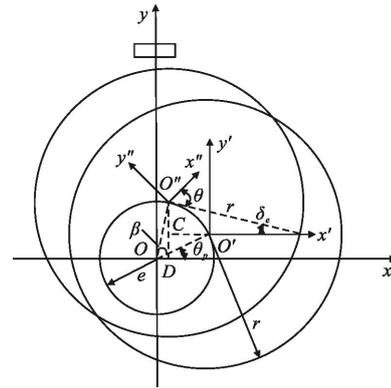


图 2 光栅偏心示意图

Fig.2 Schematic diagram of ring eccentricity

由于 δ_e 较小，则 $\sin \delta_e \approx \delta_e$ ， $\theta - \delta_e + \theta_p \approx \theta + \theta_p$ ，将公式(5)简化：

$$\delta_e = \frac{e}{r} [\sin(\theta + \theta_p) - \sin \theta_p] \quad (6)$$

若初相位角 $\theta_p = 0$ ，则上式简化为：

$$\delta_e = \frac{e}{r} \sin \theta \quad (7)$$

由公式(7)可见，偏心引起的角度误差为一阶误差，采用双头对径读数方式可以消除偏心误差，而采用四头均匀分布的读数方式能够最大程度消除偏心误差。

2.2.2 光栅环变形

采用锥面安装方式能够减小偏心误差的影响，但锥面安装方式导致的光栅环变形是安装误差的第二大来源。如图 3 所示，椭圆形变导致旋转一周重复两次的测角误差，该误差为二阶误差。平均峰值为 d 椭圆形变会导致 $d/2$ 的弦误差。换算为角度误差：

$$\delta_d = 412.5 \times \frac{d}{2D} \quad (8)$$

式中： D 为光栅环直径。

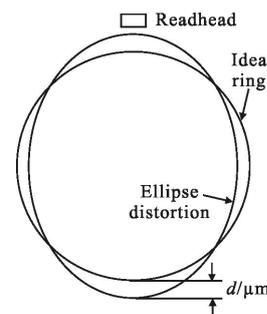


图 3 椭圆形变示意图

Fig.3 Schematic diagram of ellipse deformation

同样,如图 4 所示,也可能存在三阶形变导致旋转一周重复三次的测角误差,此时平均峰值为 t 的形变会导致 $t/3$ 的弦误差,为三阶误差。换算为角度误差即为:

$$\delta_t = 412.5 \times \frac{t}{3D} \quad (9)$$

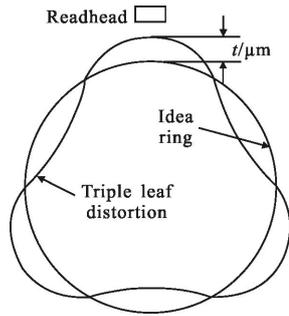


图 4 三阶形变示意图

Fig.4 Schematic diagram of three order deformation

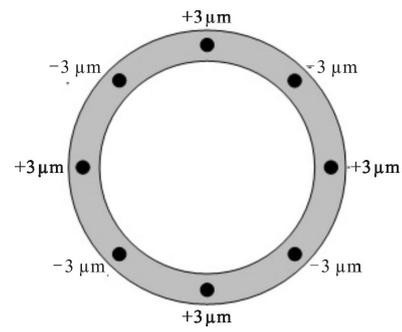
对于质量轻薄的环形光栅来说,甚至有可能产生一周重复四次以上的形变,但是对于一周超过四次的形变,但随着形变次数的增加,其平均峰值导致的弦误差的就越小。

2.2.3 锥面安装局部形变

在光栅环的锥面安装过程中,每一个螺钉的安装扭力都有一定的紧固范围,介于最小扭力值和最大扭力值之间的。最小扭力值是为了保证光栅环的紧固状态,适应温度变化范围大、冲击强度高和振动强烈的环境。最大扭力值的限制作用是避免在螺钉安装处造成光栅的局部形变过大。

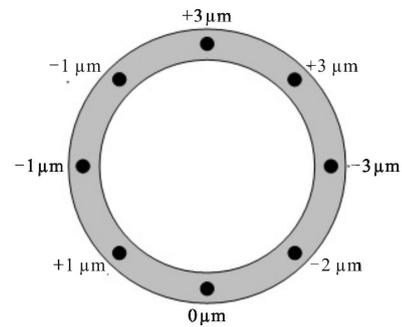
局部形变是指实际安装时螺钉拧紧的扭力值超过了最大扭力值,导致光栅环被挤压,沿锥面向下运动,增大了在螺钉处光栅环的半径,使之比螺钉之间的部分有微小向外形变。当有 n 个螺钉安装时超过最大扭力值,就会导致 n 阶测角误差的出现。

采用锥面安装方式引起随机分布的局部形变量值,该形变量可等效成为光栅偏心,对测角精度产生相应的影响。图 5 说明了局部形变与偏心的关系。例如,在典型锥面安装中,螺钉处的局部形变在 $\pm 3 \mu\text{m}$ 以内,偏心量最大 $\pm 1.5 \mu\text{m}$,如图 5(b)所示。虽然锥面安装会产生局部形变,但这种随机分布的局部形变将几何安装误差转化为峰值较小的高阶测角误差,在某种程度上也就减小了测角误差。



(a) 最佳安装,局部形变 $\pm 3 \mu\text{m}$, 偏心 $0 \mu\text{m}$

(a) Best installation, partial deformation $\pm 3 \mu\text{m}$, eccentricity $0 \mu\text{m}$



(b) 典型安装,局部形变 $\pm 3 \mu\text{m}$, 偏心 $\pm 1.5 \mu\text{m}$

(b) Typical installation, partial deformation $\pm 3 \mu\text{m}$, eccentricity $\pm 1.5 \mu\text{m}$

图 5 局部形变与偏心值的关系

Fig.5 Relation between partial deformation and eccentricity

2.2.4 安装倾斜

光栅环的倾斜会导致莫尔条纹的数量和宽度同时变化,是二阶测角误差的另一个重要来源。如图 6 所示为光栅环倾斜示意图。光栅环与转轴截面存在倾斜夹角,记为 $\Delta\theta_p$ 。当转轴实际转动角度为 β 时,测角系统测量值为 θ ,那么测角误差 δ_p 为:

$$\delta_p = \theta - \beta = -\frac{1}{4} \sin^2 \Delta\theta_p \sin 2\theta \quad (10)$$

光栅环的倾斜有两种原因:安装倾斜和轴系晃动导致的倾斜。

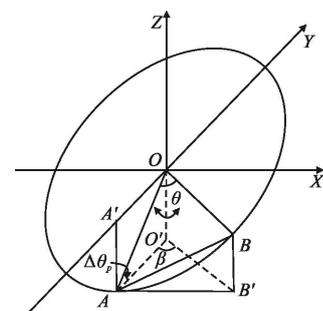


图 6 光栅环倾斜对测角的影响

Fig.6 Influence of ring tilt on angle measurement

2.3 轴系跳动

为了更好地理解轴系跳动误差如何转化为测角误差,这里采用角度对应的弧长来分析误差,如图7所示。图中 φ 是一个小角度(单位:(")), e 是 φ 所对应的弧长(单位: μm), D 是光栅环的直径(单位:mm)。在角度较小的情况下,弧长和弦长可以近似认为相等。角度 φ 在整个 360° 圆周所占的比例为 $\varphi/(360 \times 60 \times 60)$,弧长 e 在圆周长中所占的比例为 $e/(\pi \times D \times 1000)$ 。则:

$$\frac{\varphi}{360 \times 60 \times 60} = \frac{e}{1000 \pi D} \quad (11)$$

如 $e = \varphi$,重新整理得到:

$$\varphi = \frac{e \times 360 \times 60 \times 60}{1000 \pi D} = 412.5 \frac{e}{D} \quad (12)$$

由公式(12)表明了弧长与对应的角度之间的关系。

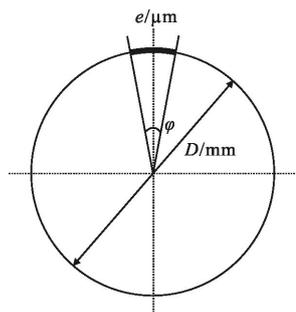


图7 弧长和角度的关系图

Fig.7 Relation between arc length and angle

轴系晃动是指由于轴承间隙、电机转子抖动及安装间隙,造成轴系的径向跳动和轴系倾斜。轴系晃动的幅值与轴承、电机的选用和轴系的结构设计和加工工艺有关。

轴承缺陷影响的两种方式为:轴承旋转的重复性缺陷和非重复性轴承跳动。重复性缺陷可以通过光栅环的锥面安装方式减小;非重复性轴承跳动导致高频的偏心运动,引起高阶测角误差。

若轴系径向跳动的大小为 w (单位:mm),则由公式(12)可以计算出轴系径向跳动引起的角度测量误差 δ_w (单位:("))为:

$$\delta_w = 412.5 \times \frac{w}{D} \quad (13)$$

轴系倾斜导致光栅环倾斜与光栅环的安装倾斜的误差影响效果近似。

3 基于遗传算法的误差补偿

由于圆周角度测量具有周期性,可以用一系列谐波表示测角误差。经过理论分析与实测可知,某些特定阶次谐波表达式的幅值和初相位不会随时间变化。因此可以用这些阶次谐波表示测角误差,建立谐波补偿模型,以简化参数数量^[6-7]。

由多面棱体和自准直仪相结合,标定出角度测量值为 θ_i 和该处转角误差 $\Delta\theta_i$ 。由下式进行谐波函数拟合:

$$\varepsilon(\theta_i) = \sum_{k=0}^m C_k \sin(k\theta_i + \varphi_k) \quad (14)$$

由公式(14),结合由多面棱体和自准直仪标定的各个角度误差值,建立方程组,采用遗传算法求解得到 k 阶谐波的幅值 C_k 和相位 φ_k 。其中, n 为多面棱体的面数, $m = [n/2]$ 。选取幅值和相位基本不变的谐波分量,设这些谐波阶次为 t_0, t_1, \dots, t_l ,则建立的误差模型表达式为:

$$\varepsilon(\theta) = \sum_{s=0}^l C_{t_s} \sin(t_s \theta + \varphi_{t_s}) \quad (15)$$

在实际解算过程中,当采用偶数面棱体校准时,导致系数矩阵不满秩,容易出现不收敛的情况,且参数较多,因此引入遗传算法进行优化解算。该算法具有一定的智能性,尤其适用于处理多参数优化问题,能够实现较好的补偿效果。

遗传算法^[9]的流程如图8所示,其中主要的步骤有:

(1) 首先对遗传个体进行编码。为了便于运算,采用二进制编码方式表示遗传个体(即待求解的参数,如文中的谐波分量幅值和相位),由二进制符号串表示,并规定各参数的实际取值范围。

(2) 生成初始种群。种群即由若干染色体构成的集合,可在取值范围内随机选取若干个编码产生染色体构成初始种群。

(3) 解码。根据各个个体编码位数和其对应的实际取值范围计算由二进制符号串编码的染色体所对应的实际数据。

(4) 确定适应度函数,计算适应度值。为了体现染色体的适应能力,需根据所需优化参数的传递关系建立适应度函数,根据该函数计算的适应度值为

非负值。

在文中,由染色体解码后的数值用于建立测角误差补偿模型,补偿后的各个角度误差值平方和最小,如公式(16)所示即为适应度最高。

$$e = \min \left\{ \sum_{i=1}^n [\varepsilon(\theta_i) - \Delta\theta_i]^2 \right\} = \min \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\sum_{k=0}^m C_k \sin(k\theta_i + \varphi_k) - \Delta\theta_i \right]^2 \right\} \quad (16)$$

为了实现目标函数最小值的优化问题,建立适应度函数 $F(x)$ 为:

$$F(x) = \max(-e) \quad (17)$$

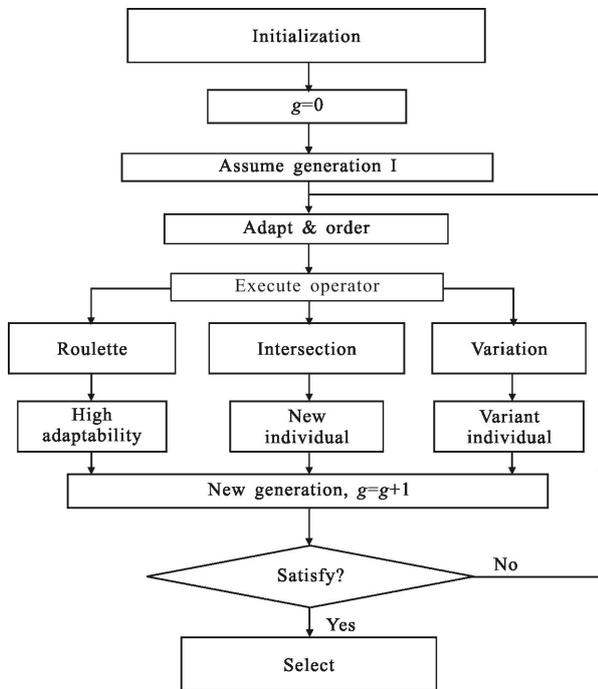


图 8 遗传算法流程图

Fig.8 Flow diagram of genetic algorithm

(5) 选择。文中采用经典的轮盘赌算法选择适应度较高的个体。首先计算每个个体对应的适应度值 $f_1 \sim f_n$, 以及他们的总和 f_s , 则每个解对应的选择概率为 P_i :

$$P_i = \frac{f_i}{f_s} \quad (18)$$

该概率表示每个个体被遗传到下一代的概率,在 $[0, 1]$ 均匀分布区间内产生随机数,依据该随机数出现在哪个概率区域内确定个体被选中的次数,由此产生选择结果。

(6) 交叉运算。交叉运算时遗传算法中产生新个

体的主要过程,首先对群体进行随机配对,然后以某一概率交换选择后的个体之间的部分染色体。一般情况下,产生的子代新个体适应度比父代高。

(7) 变异运算。对于基本遗传算法中用二进制编码基因符号串所表示的个体,若需要进行变异操作的某一基因座上的原有基因值取反,从而产生出一个新的个体。变异是以一定概率 P_m 执行,通常:

$$P_m = \frac{B}{M\lambda} \quad (19)$$

式中: B 为变异基因数; M 为每代中群体拥有的个体数目; λ 为个体中基因串长度。

经过如图 8 所示的流程后,选择适应度较高的最佳个体,完成解码,即可获得所需优化的参数,从而建立谐波误差补偿函数。

4 实验

高精度一维轴系的测角传感器参数如表 1 所示。采用 CSZ-1A 型 CCD 双轴自准直仪和 23 面校准获得系统误差,并以此数据建立误差补偿曲线。鉴于采用 23 面棱体进行建立误差补偿曲线,因此若采用同样的棱体进行实测检验,则不具说服力,因此,文中采用 8 面棱体进行测试检验补偿效果。

基于 23 面棱体进行了 8 次实验数据采集,实验在不同时间段开展,并且检验装置进行了重新装拆,实验发现误差数据重复性 $1.2''$ 左右。分析求出 8 组数据的各阶谐波分量幅值和相位,发现 0、1、2、6 阶幅值较大且相位基本不变,所以建立误差谐波补偿模型表达式:

$$\varepsilon(\theta) = C_0 + C_1 \sin(\theta + \varphi_1) + C_2 \sin(2\theta + \varphi_2) + C_6 \sin(6\theta + \varphi_6) \quad (20)$$

取 8 组数据的平均值作为最终的显示角度及其对应的误差,补偿后误差曲线如图 9 所示。文中所选

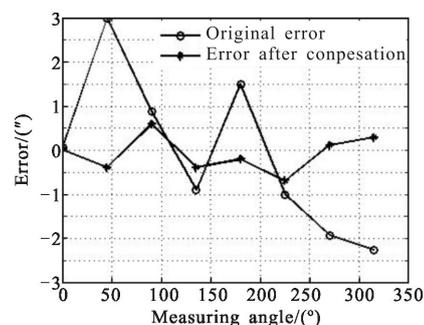


图 9 角度误差补偿结果

Fig.9 Result of angle error compensation

用雷尼绍柱面光栅传感器本身误差为 $\pm 4.28''$ ，采用四头读数实验装置实验测得的误差小于 $\pm 3''$ ，可见多头读数能够实现一定的补偿。在此基础上，基于谐波分析和遗传算法获取校准曲线，经过补偿后，测角系统误差可达 $\pm 0.7''$ 。

5 结 论

基于一维高精度旋转平台，搭建了由四个读数头组成的测角装置，对测角装置的主要误差来源进行了详细的分析。基于多面棱体和自准直仪获取角度测量误差，并进行谐波分析。在此基础上，采用遗传算法建立了误差补偿函数，并进行了实验验证。实验结果表明，文中的测角装置精度经误差补偿后可取得较好的效果，证明基于遗传算法的谐波误差补偿方法是可行的。

参 考 文 献：

- [1] Orton P A, Poliakoff J F, Hatiris E, et al. Automatic self-calibration of an incremental motion encoder [C]//IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001: 1614-1618.
- [2] Watanabe T, Fujimoto, Nakayamak, et al. Automatic high precision calibration system for angle encoder [C]//Recent Developments in Traceable Dimensional Measurement, 2003: 400-409.
- [3] Gao Guanbin, Wang Weng, Lin Keng, et al. Error compensation and parameter identification of circular grating angle sensors [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, 18(8): 1766-1772. (in Chinese)
- [4] Zhang Lisong, Guan Bingliang. Error correction and its application to multi-joint CMM research [J]. *Metrology & Measurement Technology*, 2007, 27(4): 41-44. (in Chinese)
- [5] Hong Xi, Xu Zhijun, Yang Ning. Error compensation of optical encode based on RBF network [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, 16(4): 598-604. (in Chinese)
- [6] Su Yanqin, Zhang Jingxu, Chen Baogang, et al. Harmonic analysis application in accuracy improvement of precise turntable [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(1): 274-278. (in Chinese)
- [7] Zhao Renjie, Ma Wenli. Improving the accuracy of new-type encoders using error harmonic compensation [J]. *Electronic Instrumentation Customer*, 2009, 116(3): 69-71. (in Chinese)
- [8] Zhou Ming, Sun Shudong. Principle and Application of Genetic Algorithm [M]. Beijing: National Defend Industry Press, 1999. (in Chinese)