

## 激光陀螺捷联惯导尺寸效应误差分析与补偿

江奇渊, 汤建勋, 袁保伦, 韩松来

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 在高动态条件下, 加速度计尺寸效应已成为影响激光陀螺捷联惯导系统精度的重要误差源。文中从理论上分析了尺寸效应的产生机理, 认为尺寸效应的产生是由于加速度计测量点不一致而引起, 分析了激光陀螺机械抖动引起的尺寸效应误差。对加速度计组件在一般安装关系下的尺寸效应误差模型进行了推导。对于加速度计非正交安装情形, 在常规静态标定模型基础上, 推导了考虑尺寸效应后的动态标定模型。以导航速度为观测量, 建立了加计组件尺寸效应误差补偿的一般模型方程。一系列的试验证明, 尺寸效应补偿有效地提高了导航精度。

**关键词:** 尺寸效应; 误差补偿; 惯性导航; 激光陀螺

**中图分类号:** U666.12   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1007-2276(2015)04-1110-05

## Analysis and compensation for size effect error of laser gyro Strapdown Inertial Navigation System

Jiang Qiyuan, Tang Jianxun, Yuan Baolun, Han Songlai

(College of Opto-Electrical Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In high dynamic environment, accelerometer size effect becomes a dominant error effect source for accurate navigation of Strapdown Inertial Navigation System (SINS). In this paper, the mechanism of size effect error, which is due to separate acceleration measurement points, was analyzed theoretically as well as size effect error caused by RLG dither. The error model of the accelerometer size effect was derived. Considering the non-orthogonal installation scheme of the accelerometer triad, dynamic calibration model involving size effect compensation was derived. Using the navigation velocity as the observation, a general error equation for the accelerometer triad was established. Through a convenient test scheme, the parameters of the size effect were determined. A series of swaying tests showed that the size effect error compensation could effectively improve the navigation accuracy.

**Key words:** size effect; error compensation; inertial navigation; laser gyro

收稿日期: 2014-08-11; 修订日期: 2014-09-05

基金项目: 国家自然科学基金(61203199; 61104199)

作者简介: 江奇渊(1990-), 男, 硕士生, 主要从事激光陀螺捷联惯导方面的研究。Email: jiangqiyuan12@gmail.com

导师简介: 汤建勋(1972-), 男, 研究员, 硕士生导师, 博士, 主要从事激光陀螺捷联惯导方面的研究。Email: lins208@126.com

## 0 引言

在传统的捷联惯导系统数值积分导航算法研究中,重点主要集中在姿态圆锥误差,速度划船误差和位置涡卷误差的补偿上,假设角速度和比力信息来自于捷联惯性测量组合(Strapdown Inertial Measurement Unit, SIMU)坐标系上的同一测量点,认为捷联惯导系统是一个点测量组件<sup>[1-3]</sup>。但是由于机械结构及安装原因,使得惯性仪表(加速度计和陀螺仪)和系统的质心很难重合,随着对捷联惯导系统使用精度要求的不断提高,以及激光陀螺捷联惯导的应用环境不断恶化,这种“点测量”组件的假设已经不能满足要求。当系统存在角运动时,尺寸效应误差将成为系统的一个重要误差源。当载体处于强振动等高动态情况下时,尺寸效应误差已不能忽略,需要对其进行尺寸效应误差补偿。

由于机械结构及安装原因,三个加速度计敏感质量质心不重合,三个加速度计测量的是每个加计质心处沿其输入轴方向的比力,根据刚体理论,在角运动时加速度计的测量误差势必造成导航解算误差,这种因加速度计测量点不一致而引起的导航误差为尺寸效应误差<sup>[4]</sup>。文中分析了尺寸效应的产生机理,提出了一种易于实现的尺寸参数的辨识方法,并在大幅摇晃与振动条件下对其进行了补偿。结果表明,在高动态环境下尺寸效应误差的补偿是必要的。

## 1 尺寸效应产生机理

### 1.1 激光陀螺捷联惯导系统的尺寸效应分析

捷联惯导系统中,陀螺和加速度计直接安装在载体上,由于安装位置误差,设加速度计组件在载体坐标系  $o_b x_b y_b z_b$  中安装关系如图 1 所示<sup>[5]</sup>,根据刚体理论,系统各点的角速度一般是相同的,三个陀螺仪的安装位置和方位可以是任意的,只要它们的敏感轴之间不相互平行,均能实现系统的空间三维角速度测量,因此陀螺仪的尺寸效应误差可以忽略。然而,三只加速度计安装敏感点的位置差异会导致不同的比力测量,因此加速度计尺寸效应误差是系统最主要的尺寸效应误差,不能忽略<sup>[6]</sup>。

图中三个圆柱体为加速度计,黑点分别为各加

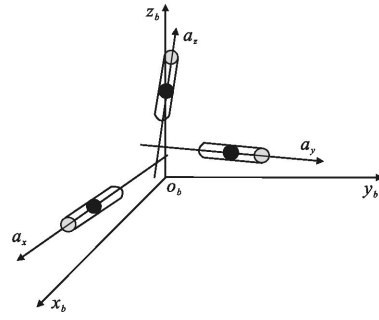


图 1 加速度计的安装示意图

Fig.1 Installation position of accelerometers

速度计的质心,分别为各自的敏感轴单位矢量。尺寸效应参数定义为三个加速度计质心相对载体坐标系  $b$  原点的位置矢量,设其在  $b$  系下的投影为:

$$\begin{aligned} r_{bx}^b &= [r_{bxx} \ r_{bxy} \ r_{bxz}]^T \\ r_{by}^b &= [r_{byx} \ r_{byy} \ r_{byz}]^T \\ r_{bz}^b &= [r_{bzx} \ r_{bzy} \ r_{bzz}]^T \end{aligned}$$

考虑仪表的非正交安装误差,三个加速度计敏感单位矢量在载体坐标系中的投影为:

$$\begin{aligned} a_x^b &= [a_{xx} \ a_{xy} \ a_{xz}]^T \\ a_y^b &= [a_{yx} \ a_{yy} \ a_{yz}]^T \\ a_z^b &= [a_{zx} \ a_{zy} \ a_{zz}]^T \end{aligned}$$

各加速度计敏感的由尺寸效应导致的偏差为<sup>[5]</sup>:

$$\begin{aligned} f_x &= a_x \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{bx}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{bx}^b] \\ f_y &= a_y \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{by}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{by}^b] \\ f_z &= a_z \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{bz}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{bz}^b] \end{aligned} \quad (1)$$

### 1.2 激光陀螺机械抖动引起的尺寸效应误差

在激光陀螺捷联惯导系统中,为了克服激光陀螺的闭锁效应,通常采用机械抖动偏频技术,使得系统始终处于高频动态运动状态,由尺寸效应的产生机理可知,这样会引起加速度计的尺寸效应误差。激光陀螺的抖动信号一般可以表示为:

$$\omega_d = A \cos(\Omega t) \quad (2)$$

式中:  $\omega_d$  为抖动的角速度;  $A$  为抖动角速度的幅值;  $\Omega$  为抖动频率;  $t$  为时间。

为了分析方便,只考虑一个陀螺抖动引起的加速度尺寸效应误差,假设  $o_b x_b$  轴陀螺抖动引起的角速度为  $\omega_{dx}$ ,抖动角速度幅值为  $A_x$ ,抖动频率为  $\Omega_x$ ,其他两个轴陀螺抖动角速度为 0,则:

$$\omega_{ib}^b = \begin{bmatrix} \omega_{dx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \cos(\Omega t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

可以得到激光陀螺机械抖动引起的尺寸效应误差是:

$$f_r^b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-r_{yy}^b A_x^2}{2} + r_{yz}^b A_x \Omega \sin(\Omega t) + \frac{-r_{yy}^b A_x^2}{2} \cos(2\Omega t) \\ \frac{-r_{yz}^b A_x^2}{2} - r_{zy}^b A_x \Omega \sin(\Omega t) + \frac{-r_{yz}^b A_x^2}{2} \cos(2\Omega t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

### 2 考虑加速度计尺寸效应的误差补偿模型

如图 2 所示,(为简洁只画出  $A_x$  加速度计而未给出  $A_y$  和  $A_z$ ),  $o_b x_b y_b z_b$  是 SIMU 标定坐标系,  $A_x$  加速度计的测量敏感点为  $x$ , 安装方位为  $a_x^b$ 。

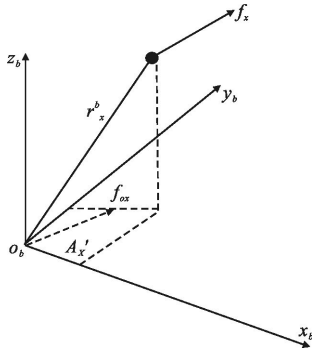


图 2 加速度计的尺寸效应示意图  
Fig.2 Size effect of the accelerometers

当存在角运动时,  $A_x$  点处比力  $f_x$  与  $o_b$  点处的比力  $f_o$  之间关系为:

$$\vec{f}_x = \vec{f}_o + [(\dot{\omega}^b \times) + (\omega^b \times)^2] r_x^b \quad (5)$$

将上式两边同时左乘  $(a_x^b)^T$  则有:

$$f_x = (a_x^b)^T \vec{f}_x = (a_x^b)^T \{ \vec{f}_o + [(\dot{\omega}^b \times) + (\omega^b \times)^2] r_x^b \} \quad (6)$$

令  $f_x = (a_x^b)^T \vec{f}_x$ ,  $f_{\alpha} = (a_x^b)^T \vec{f}_o$ ,  $f_{rx} = (a_x^b)^T [(\dot{\omega}^b \times) + (\omega^b \times)^2] r_x^b$

则有:

$$f_x = f_{\alpha} + f_{rx} \quad (7)$$

式中:  $f_x$  为加速度计  $A_x$  沿输入轴敏感到的比力;  $f_{\alpha}$  为  $b$  系原点  $o_b$  处的比力沿  $a_x^b$  方向的投影。  $f_{rx}$  为由  $r_x^b$  引起的  $x$  点与  $o_b$  点处的比力的差异。真实加速度计测量  $f_x$  经过尺寸效应加速度  $f_{rx}$  补偿后就犹如在  $o_b$  点

处存在一个虚拟的加速度计  $A_x'$ 。

同理可得到

$$f_y = f_{\alpha y} + f_{ry} \quad (8)$$

$$f_z = f_{\alpha z} + f_{rz} \quad (9)$$

$$f_r = [f_{rx} \ f_{ry} \ f_{rz}]^T \quad (10)$$

其中

$$f_{rx} = a_x^b \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{bx}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{bx}^b]$$

$$f_{ry} = a_y^b \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{by}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{by}^b]$$

$$f_{rz} = a_z^b \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{bz}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{bz}^b] \quad (11)$$

假设 LINS 已完成标定, 加速度计组件一般误差补偿模型为:

$$\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \nabla f_x \\ \nabla f_y \\ \nabla f_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

则考虑尺寸效应加速度计测量组件的误差补偿模型为:

$$\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \nabla f_x \\ \nabla f_y \\ \nabla f_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:  $f_x^b, f_y^b, f_z^b$  为补偿后的载体坐标系比力输出;  $N_x, N_y, N_z$  为单位时间内的脉冲输出;  $\nabla f_x, \nabla f_y, \nabla f_z$  为加速度计的零偏;  $K_x, K_y, K_z$  为三个加速度计的标度因数;

$\begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{bmatrix}$  为比例因子与安装误差矩阵。

### 3 尺寸效应参数辨识方法

假设 SIMU 中陀螺组合已经过仔细标定, 可以提供准确的  $b$  系角速度  $\omega^b$ , 并且加计组合也已进行了静态多位置标定, 此时安装矩阵  $C_a^b$  已知。显然内杆臂参数  $r_{bx}^b, r_{by}^b, r_{bz}^b$  均为常数参数, 可得  $f_L^b$  的具体表达式为:

$$f_r^b = [(C_a^b)^T]^{-1} \begin{bmatrix} a_x^b \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{bx}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{bx}^b] \\ a_y^b \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{by}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{by}^b] \\ a_z^b \cdot [\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{bz}^b) + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_{bz}^b] \end{bmatrix} = SR \quad (14)$$

式中:  $R=[r_{bx}^b \ r_{by}^b \ r_{bz}^b]^T$ ,  $S$  为一可求  $3 \times 9$  矩阵。

在角运动条件下进行 SINS 导航解算, 如果加计组合仍然使用静态标定模型, 则存在比力测量误差  $\delta f^b=f_L^b$ , 根据惯导比力方程将得到与内杆臂  $R$  相联系的导航速度误差  $\delta V_L^n$ , 它在较短时间内的变化规律是  $\delta \dot{V}_L^n=C_b^n \delta f^b=C_b^n f_L^b=C_b^n SR$ , 其中  $C_b^n$  为 SINS 姿态矩阵, 误差忽略不记, 再将上式两边在时间区间  $[0, T]$  积分, 得:

$$\delta V_L^n(T)-\delta V_L^n(0)=\int_0^T C_b^n S dt \cdot R=HR \quad (15)$$

至此, 建立起了 SINS 导航速度误差与内杆臂参数之间关系的量测方程, 通过设计合理的角运动来激励速度误差, 便可辨识获得内杆臂参数  $R^{[7-8]}$ 。选取某国产 50 型激光陀螺捷联惯导系统, 该惯组已经过标定处理, 但是对加速度计组合仅作了静态标定, 还需对其进行进一步进行动态内杆臂参数辨识, 方法和步骤简述如下:

- (1) 将 LGSIMU 放置于平板上,  $Z$  轴指天而  $X$  轴和  $Y$  轴分别近似指向东向和北向;
- (2) 完成静态初始对准之后, 以 0 初始速度启动导航解算, 同时递推更新量测矩阵  $H$ ;
- (3) 将 LGSIMU 绕天向  $Z$  轴迅速转动  $180^\circ$ , 使  $X$  轴和  $Y$  轴分别近似指向西向和南向;
- (4) 转动结束后静止, 导航速度记录为  $V_z^n$ , 量测矩阵为  $H_z$ ;
- (5) 将 LGSIMU 的  $X$  轴指天而  $Y$  轴和  $Z$  轴分别近似指向东和北向, 重复试验(2)~(4), 获得  $V_x^n$  和  $H_x$ ;
- (6) 将 LGSIMU 的  $Y$  轴指天而  $Z$  轴和  $X$  轴分别近似指向东和北向, 重复试验(2)~(4), 获得  $V_y^n$  和  $H_y$ ;
- (7) 建立方程组  $[V_x^n \ V_y^n \ V_z^n]^T=[H_x^T \ H_y^T \ H_z^T]^T$ , 由最小二乘法估计内杆臂参数  $R$ 。

#### 4 尺寸效应辨识结果验证试验

对该惯组分别进行快速旋转试验(见图 3), 高强度晃动试验(见图 4), 以及线振动台振动试验(见图 5)。静态测试 1 h(见图 6), 对 IMU 实时数据进行 1 kHz 采样, 对采集的原始数据分别进行了尺寸效应补偿(标有 Compensation 的曲线代表对系统进行了尺寸效应误差补偿, 标有 Normal 的曲线代表未进行尺寸

效应补偿)。限于篇幅只列了北向速度误差曲线。

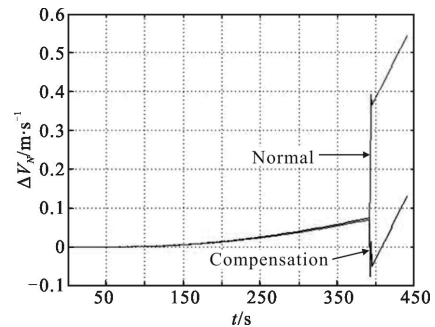


图 3 180°快速旋转

Fig.3 180° fast rotation

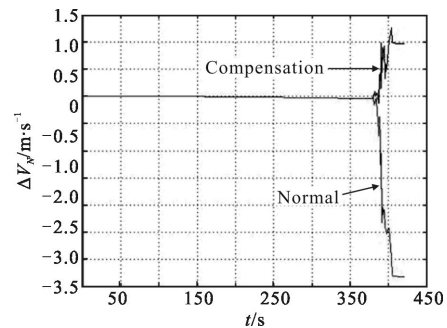


图 4 高动态剧烈晃动

Fig.4 High dynamic fierce rocking

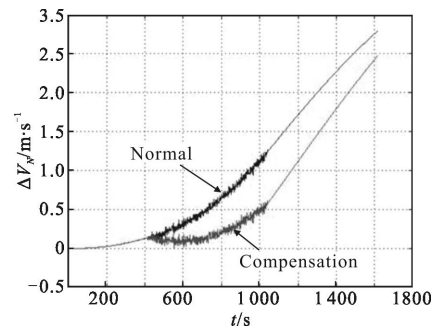


图 5 施加 3g 随机振动

Fig.5 3g acceleration random vibration

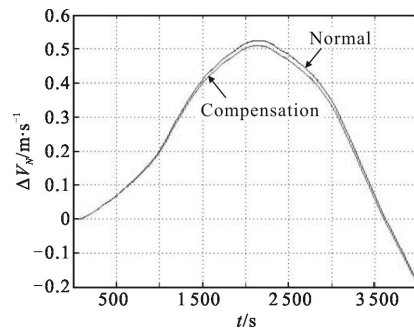


图 6 静态测试 1h

Fig.6 Static state test for 1h

在以上试验中,都对系统先进行 370 s 初始对准,然后对系统施加一定的高动态运动,在 180°快速旋转试验中,旋转过程中由尺寸效应引起的速度误差很大,当对系统进行尺寸效应误差补偿后,速度误差明显减小。在试验二(高动态剧烈晃动试验中),将系统置于晃椅上,当系统完成对准后,对系统进行随机晃动,晃动时间约 2 min,由晃动引起的速度误差在经尺寸效应补偿后减小了 75%。在试验三中,将系统置于振动台上,当系统完成对准后,对系统施加 3 g 的随机振动,在导航结果过程中对系统的尺寸效应误差进行补偿,速度误差补偿效果较小;在试验四中,将激光陀螺捷联惯导系统置于光滑的水平大理石平台上,对准完成后,静止导航 1 h,尺寸效应引起的误差几乎为零,以上两个实验充分表明,在静态条件下以及高频振动条件下,激光陀螺抖动引起的尺寸效应很小,被传统的误差因素诸如圆锥误差,划摇误差以及涡卷误差所掩盖,故对系统进行尺寸效应误差补偿时,尺寸效应引起的速度误差近似为零。

## 5 结 论

尺寸效应误差是激光陀螺捷联惯导系统的一个重要误差源,它是由于三个加速度计之间存在安装误差,使得加速度计测量点不在同一点而引起的。文中分析了尺寸效应的产生机理,提出了一种易于实现的尺寸效应参数的标定方法,在软件设计的过程中对尺寸效应误差进行了补偿,并通过一系列实验对补偿方法的有效性进行了验证,实验结果表明,在静态或者趋向于静态时,激光陀螺捷联惯导系统的尺寸效应不明显,由系统机械抖动陀螺引起的尺寸效应误差被传统误差因素所掩盖,当系统处于动态环境下时,尺寸效应得到了充分的激励,对系统进行误差补偿后速度误差明显减小,尺寸效应补偿的有效性得到充分验证。

## 参考文献:

- [1] Yan Gongmin, Yan Weisheng, Xu Demin. Analysis and compensation on inner lever arm effect of strapdown inertial measurement unit [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(2): 148-153. (in Chinese)  
严恭敏, 严卫生, 徐德民. 捷联惯性测量组件中内杆臂效应分析与补偿[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(2): 148-153.
- [2] Yan Gongmin, Zhou Qi, Weng Jun, et al. Inner lever arm compensation and its test verification for SINS[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(1): 62-67. (in Chinese)  
严恭敏, 周琪, 翁浚, 等. 捷联惯导系统内杆臂补偿方法及试验验证[J]. 宇航学报, 2012, 33(1): 62-67.
- [3] David H Titterton, John L Weston. Strapdown Inertial Navigation Technology [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 5-7.
- [4] Seong-hoon Peter Won, Farid Golnaraghi. A triaxial accelerometer calibration method using a mathematical model [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2010, 59(8): 2144-2153.
- [5] Wu Wenqi, Yang Weiguang, Yang Jie. Calibration and optimal compensation for size effect parameters of laser gyro SINS [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2009, 17(6): 636-642. (in Chinese)  
吴文启, 杨伟光, 杨杰. 激光陀螺捷联惯导系统尺寸效应参数标定与优化补偿[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(6): 636-642.
- [6] Xie Bo, Qin Yongyuan, Wan Yanhui, et al. Analysis and compensation for size effect of strapdown inertial navigation system[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2012, 20(4): 414-420. (in Chinese)  
谢波, 秦永元, 万彦辉, 等. 捷联惯导系统尺寸效应分析与补偿[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(4): 414-420.
- [7] You Jinchuan, Qin Yongyuan, Yang Pengxiang, et al. Modeling and calibration of the accelerometer size effect error of the SINS[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(3): 311-317. (in Chinese)  
游金川, 秦永元, 杨鹏翔, 等. 捷联惯导加速度计尺寸效应误差建模及其标定[J]. 宇航学报, 2012, 33(3): 311-317.
- [8] Li Zigang, Wang Dejun. Strapdown inertial technology and system [M]. Nanjing: The Advanced Technology and Equipment Institute of Southeast University, 2007: 222-223. (in Chinese)  
李滋刚, 万德钧. 捷联式惯性技术及系统 [M]. 南京: 东南大学先进技术与装备研究院, 2007: 222-223.