第九章 存贮论

库存管理是对企业进行现代化科学管理的一个重要内容，一个工厂、一个商店没有必要的库存就不能保证正常的生产活动和销售活动，库存不足就会造成工厂的停工待料，商店缺货现象，在经济上造成损失，但是库存量太大就会积压流动资金，增加存储费用，使企业利润大幅下降，因此，必须对库存物资进行科学管理。

库存管理中费用分类

1 存储费

存储费用是由于对库存物资进行保管而引起的费用，它包括：货物占用资金的利息；为了库存物资安全而向保险机构缴纳的保险金；部分库存物资损坏、变质、短缺而造成的损失；

库存物资占用仓库面积而引起的一系列费用，如货物的搬运费，仓库本身的固定资产折旧，仓库维修费用，仓库及其设备的租金，仓库的取暖、冷藏、照明等费用，仓库管理人员等的工资、福利费用，仓库的业务核算费用等。

库存管理中费用分类

2　订货费

它包括二项：一项是订货费用（固定费用）如采购人员的各种工资、旅差费、订购合同、邮电费用等 ，它与订购次数有关，与订购数量无关。

另一项是货物的成本费用，它与订购数量有关（可变费用），如货物本身的价格、运输费用）

库存管理中费用分类

3　生产费（设备调整费）

对库存物资的自制产品，在批量生产情况下每批产品产前的工艺准备费用，工具和卡具费用，设备调整费用等。

库存管理中费用分类

4　缺货损失费

当某种物资存储量不足，不能满足需求时所造成的损失，如工厂停工待料，失去销售机会以及不能履行合同而缴纳的罚款等。

需求量

一种物资的需求方式可以是确定性的，也可以是随机性的。在确定情况下，假定需求量在所有各个时期内是已知的。随机性的需求则表示在某个时期内的需求量并不确切知道，但它们的情况可以用一个概率分布来描述。

补充存货

库存物资的补充可以是订货，也可以生产。当发出一张定单时，可能立即交货，也可能在交货前需要一段时间，从订货到收货之间的时间称为滞后时间，一般地，滞后时间可以是确定性的，也可以是随机性的。

订货周期

订货周期是指两次相邻订货之间的时间。下一次的订货时间通常用以下两种方式来确定：**1 连续检查：**随时注意库存水平的变化，当库存水平降到某一确定值时，立即订货。**2 定期检查：**每次检查之间的时间间隔是相等的，当库存水平降到某一确定值时，立即订货。

2 确定型存储模型

需求连续均匀时一般库存问题

R—— 需求速度（物资单位 / 天）

P—— 供应能力（物资单位 / 天）

c_1—— 存储费（元 / 物资单位 · 天）

c_3—— 订货费（元 / 批）

T1—— 供货所需时间（天）

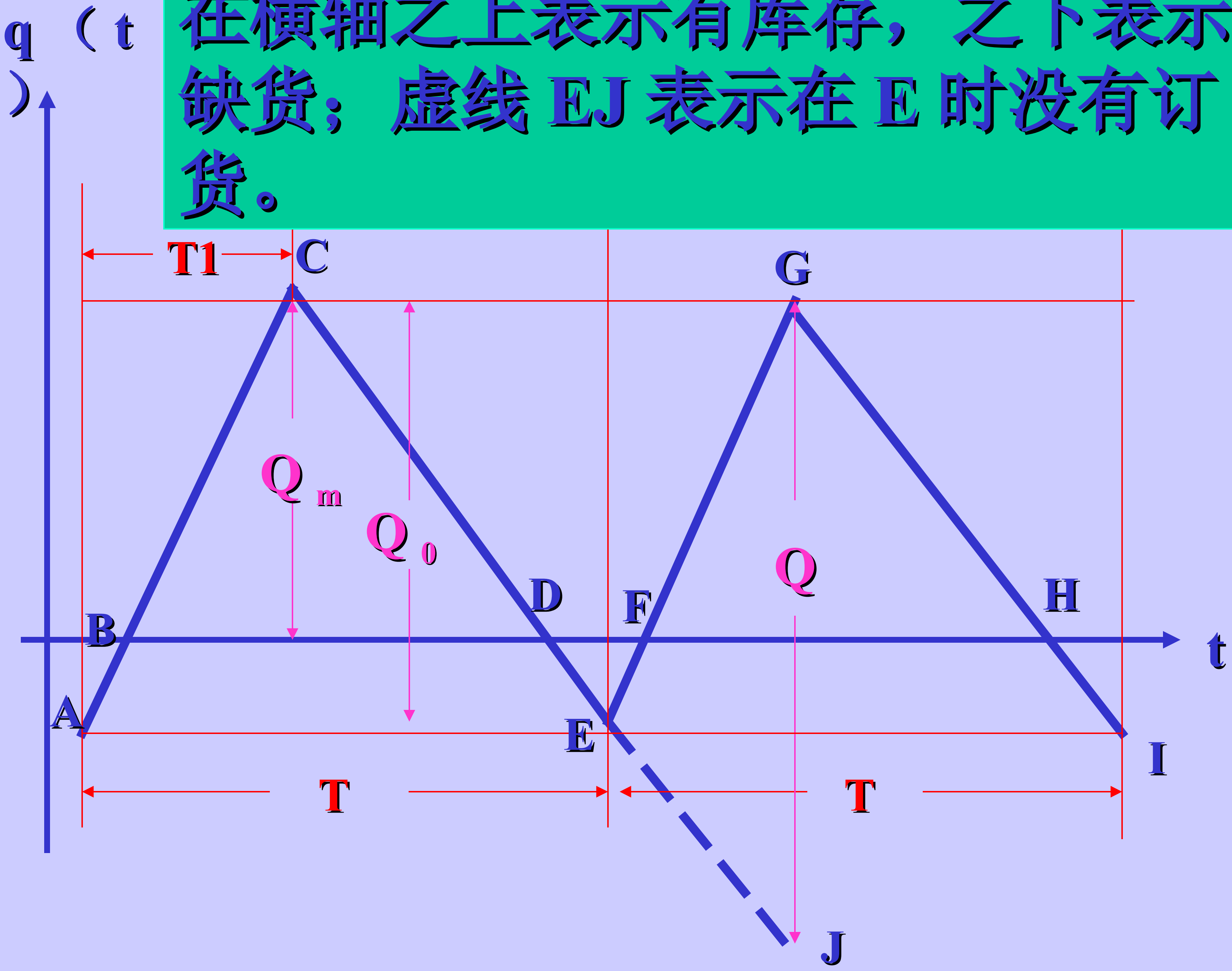
T —— 订货周期（天）

Q—— 订货批量（物资单位 / 批）

Qm—— 最高存储量（物资单位）

Q0—— 存储量峰谷差（物资单位）

在横轴之上表示有库存，之下表示缺货；虚线 EJ 表示在 E 时没有订货。



订货批量＝供应能力＊供货时间

＝需求速度＊订货周期

$Q=P*T_1=R*T$

$T_1=R*T/P$ （1）

（供应能力 - 需求速度） * 供货时间

＝峰谷差

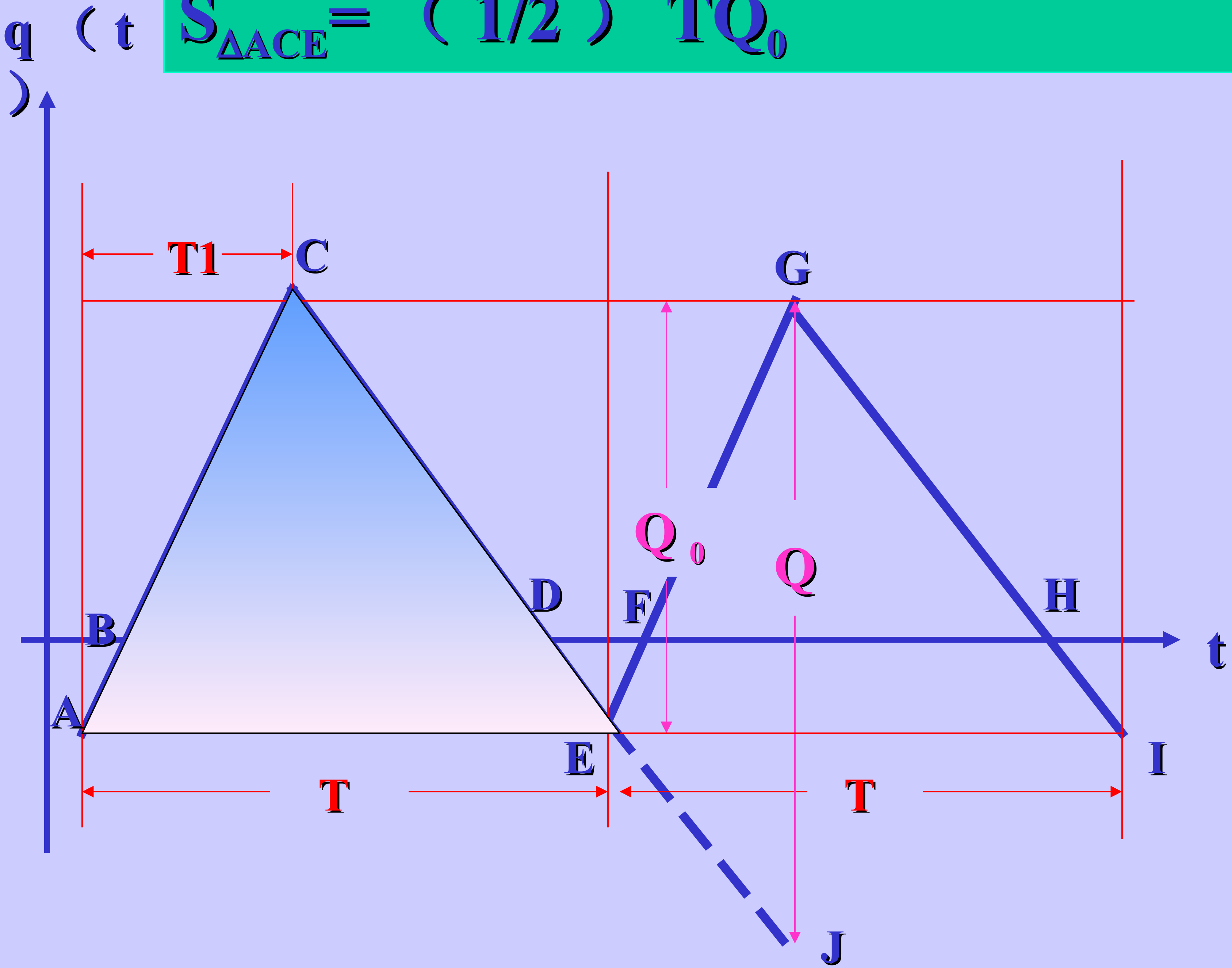
（P- R ） $*T_1 = Q_0$

将（1）代入

$Q_0 =$ （（P- R ） *R*T ） / P

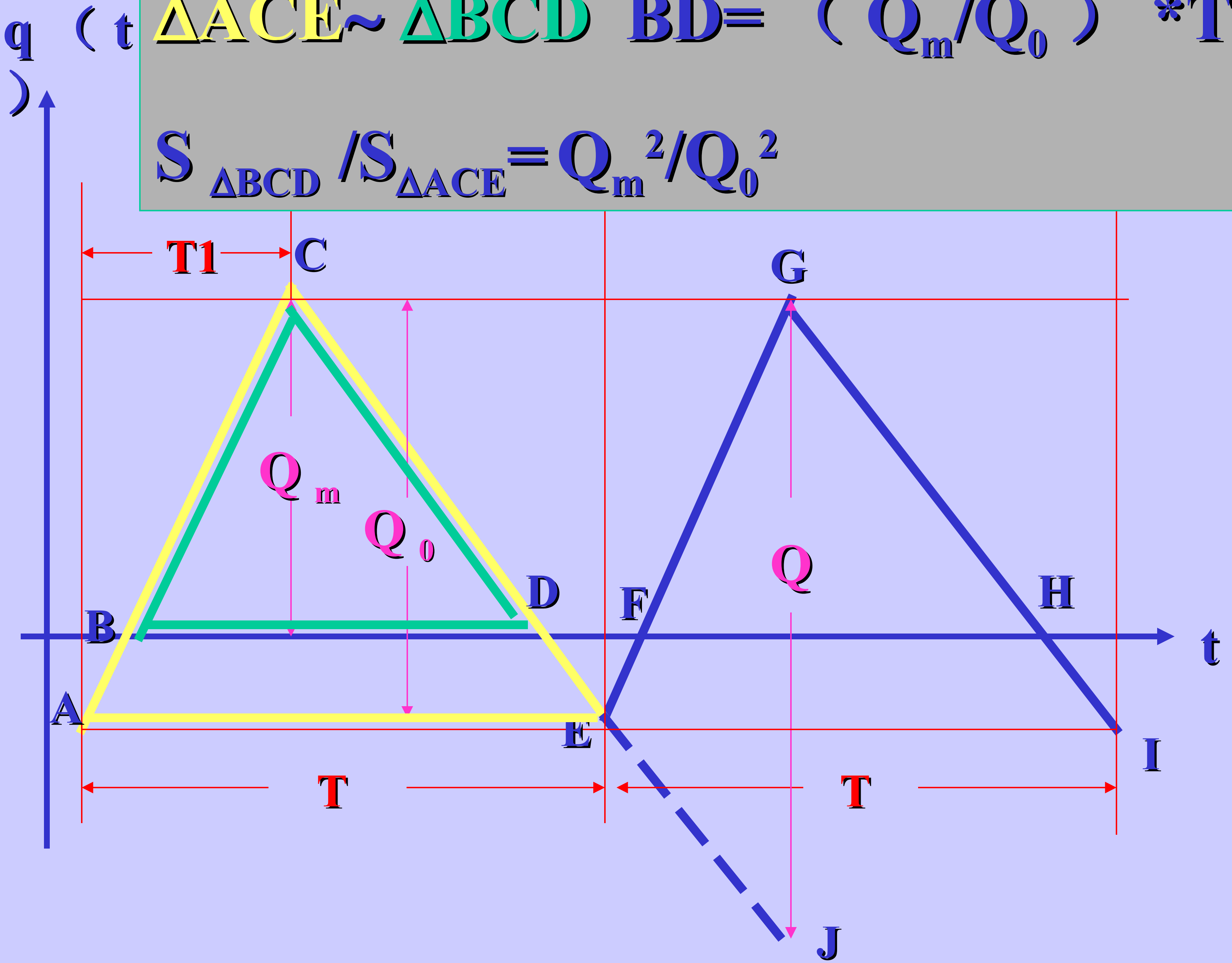
（2）

$$S_{\Delta ACE} = （1/2）TQ_0$$



$\Delta ACE \sim \Delta BCD$ BD=（Q_m/Q_0） *T

$S_{\Delta BCD} / S_{\Delta ACE} = Q_m^2 / Q_0^2$



$\Delta ACE \sim \Delta BCD$

$BD =（Q_m/Q_0）*T$

$S_{\Delta BCD} / S_{\Delta ACE} = Q_m^2/Q_0^2$

$S_{\Delta BCD} =（Q_m^2/Q_0^2）* S_{\Delta ACE}$

$= P\,Q_m^2/2（P-R）*R$ （3）

同理：$\Delta ACE \sim \Delta DEF$

$S_{\Delta DEF}/S_{\Delta ACE}=(Q_0-Q_m)^2/Q_0^2$

$S_{\Delta DEF}=(Q_0-Q_m)^2/Q_0^2\,S_{\Delta ACE}$

$=(Q_0-Q_m)^2/Q_0^2\,(1/2)\,TQ_0$

将（2）代入：

$S_{\Delta DEF}=((P-R)RT^2)/2P-Q_mT$

$+(PQ_m^2)/2(P-R)R$ （4）

单位时间总费用

$$C=(1/T)(c_1 S_{\Delta BCD}+c_2 S_{\Delta DEF}+c_3)$$

将（3）（4）代入：

$$C=(c_1+c_2)\frac{PQ_m^2}{2(P-R)}+\frac{k}{T}$$

$$+\frac{c_2(P-R)RT}{2P}-c_2Q_m$$

求极值：

$$\frac{\partial C}{\partial Q_m}=0 \qquad \frac{\partial C}{\partial T}=0$$

整理得到：（订货周期）

$$T = \sqrt{\frac{2c_3 P(c_1 + c_2)}{c_1 c_2 (P-R)R}}$$

整理得到：（订货批量）

$$Q = \sqrt{\frac{2RPc_3(c_1 + c_2)}{c_1 c_2 (P-R)}}$$

整理得到：（最高存储量）

$$Q_m = \sqrt{\frac{2\, c_2\, c_3\, R(P-R)}{C_1(\, c_1 + c_2\,)P}}$$

整理得到：（最大缺货量）

$$Q_0 - Q_m = \sqrt{\frac{2\, c_1\, c_3\, R(P-R)}{c_2\,(\, c_1 + c_2)P}}$$

整理得到：（最小总费用）

$$C（Q）= \sqrt{\frac{2\, c_1\, c_2\, c_3\, R(P-R)}{(c_1 + c_2)P}}$$

模型一　瞬时补充，不允许缺货

瞬时补充　　　　$P \to \infty$

不允许缺货　$c_2 \to \infty$

著名的经济订货量公式（E.O.Q）威尔森—哈里斯（Wilson—Harris）公式或经济批量公式。

整理得到：（订货周期）

$$T = \sqrt{\frac{2c_3}{c_1 R}}$$

整理得到：（订货批量）

$$Q = \sqrt{\frac{2Rc_3}{c_1}}$$

整理得到：（最高存储量）

$$Q_m = \sqrt{\frac{2R\,c_3}{c_1}} = Q$$

整理得到：（最大缺货量）

$$Q_0 - Q_m = \sqrt{\frac{2\,c_1\,c_3\,R(P-R)}{c_2(c_1+c_2)P}} = 0$$

整理得到：（最小总费用）

$$C(Q) = \sqrt{2 c_1 c_3 R}$$

例 一家电脑制造公司自行生产扬声器用于自己的产品。电脑以每月 6000 台的生产率在流水线上装配，扬声器则成批生产，每次成批生产时需准备费 1200 元，每个扬声器的成本为 20 元，存储费为每月 0.10 元。若不允许缺货，每批应生产扬声器多少只？多长时间生产一次？

解: R=6000 台 / 月， c_3 =1200 元， C=20 元， c_1 =0.10 元 / 月。

$$T = \sqrt{\frac{2c_3}{c_1 R}} = \sqrt{\frac{2*1200}{0.10*6000}} = 2 \text{月}$$

R=6000 台/月， c_3 =1200 元，
C=20 元， c_1 =0.10 元/月。

$$Q = \sqrt{\frac{2\,c_3\,R}{c_1}} = \sqrt{\frac{2*1200*6000}{0.10}}$$

= 12000 只

最小总费用

$$C(Q) = \sqrt{2c_1c_3R}$$

$$= \sqrt{2*0.10*1200*6000} = 1200 \text{ 元/月}$$

模型二 瞬时补充，允许缺货

瞬时补充 $P \to \infty$

整理得到：（订货周期）

$$T = \sqrt{\frac{2c_3(c_1 + c_2)}{c_1 c_2 R}}$$

整理得到：（订货批量）

$$Q = \sqrt{\frac{2R\,c_3(c_1 + c_3)}{c_1\,c_2}}$$

整理得到：（最高存储量）

$$Q_m = \sqrt{\frac{2\, c_2\, c_3\, R}{c_1\,(\,c_1 + c_2)}}$$

整理得到：（最大缺货量）

$$Q_0 - Q_m = \sqrt{\frac{2\,c_1\,c_3\,R}{c_2(c_1 + c_2)}}$$

整理得到：（最小总费用）

$$C(Q) = \sqrt{\frac{2\, c_1\, c_2\, c_3\, R}{(c_1 + c_2)}}$$

例 13-3 一家电脑制造公司自行生产扬声器用于自己的产品。电脑以每月 6000 台的生产率在流水线上装配，扬声器则成批生产，每次成批生产时需准备费 1200 元，每个扬声器的成本为 20 元，存储费为每月 0.10 元。若允许缺货，缺货费为 1 元 / 只，每批应生产扬声器多少只？多长时间生产一次？

解: $R=6000$ 台 / 月， $c_3=1200$ 元， $C=20$ 元 ,$c_1=0.10$ 元 / 月 , $c_2=1$ 元 / 只。

$$T=\sqrt{\frac{2c_3(c_1+c_2)}{c_1c_2R}}=\sqrt{\frac{2*1200*1.1}{0.10*1*6000}}$$

$=2.1$ 月

R=6000 台 / 月， c_3 =1200 元，
C=20 元， c_1 =0.10 元 / 月。

$$Q = \sqrt{\frac{2R\,c_3(c_1+c_2)}{c_1\,c_2}} = \sqrt{\frac{2*1200*6000*1.1}{0.10*1}}$$

= 12586 只

最大缺货量

$$Q_0 - Q_m = \sqrt{\frac{2\, c_1\, c_3\, R}{c_2\, (c_1 + c_2)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2*0.10*1200*6000}{1\ *1.1}} = 1144\ 只$$

最小总费用

$$C(Q) = \sqrt{2 c_1 c_2 c_3 R/(c_1 + c_2)}$$

$$= \sqrt{2*0.10*1*1200*6000/1.1}$$

=1091 元 / 日

模型三： 生产需要一定时间，不允许缺货。

不允许缺货 $c_2 \to \infty$

订货周期

$$T = \sqrt{\frac{2\,c_3\,P}{c_1\,(P-R)R}}$$

订货批量

$$Q = \sqrt{\frac{2RPc_3}{c_1(P-R)}}$$

最高存储量

$$Q_m = \sqrt{\frac{2c_3R(P-R)}{c_1 P}}$$

最大缺货量

$$Q_0 - Q_m = \sqrt{\frac{2\ c_1\ c_3\ R(P-R)}{C_2(c_1 + c_2)P}} = 0$$

最小总费用

$$C（Q）= \sqrt{\frac{2\, c_1\, c_3\, R(P-R)}{P}}$$

其他情况：

1　如果 P=R （供货只能跟上消耗）　　　　　$T \to \infty$

2　如果 P=R　表示不可能持续下去。

3 随机型存储模型

需求是随机离散时一般库存问题

报童问题：报童每天售报的数量是一个随机变量，报童每售出一份报纸赚 b 元，如报纸未售出，每份赔 L 元，每日售出报纸份数 r 的概率 p（r）根据经验为已知，问报童每日最好准备多少份报纸？

解： 设售出报纸份数 r， 其概率 p（r）为已知， Σp（r）=1 设报童订购报纸数量为 Q

（1） 供过于求时（r<Q）这是报纸因不能售出而承担损失，其期望值为： Σ L（Q-r）p（r）

2 供不应求时（r>Q）这是报纸因缺货而少赚的损失，其期望值为：Σ b（r -Q）p（r）

当订货量为 Q 时，损失期望值为

C（Q）= L Σ（Q-r）p（r）

r<Q

+ b Σ（r -Q）p（r）

要确定 Q，使 C（Q）最小。Q 是整数，且 r 是随机变量，不能用导数求解：设报童每日订购报纸最佳量为 Q，其期望损失值有：

1　$C(Q) \le C(Q+1)$

2　$C(Q) \le C(Q-1)$

通过计算整理得到：

$$\sum_{r \le Q-1} p(r) < b/(b+L) \le \sum_{r \le Q} p(r)$$

如果这类问题考虑存储费用时：设 h 表示该种商品一个单位货物从进货到销售季节来临时存储费用；k 表示每批采购费用；b 表示一个单位的缺货费用；l 表示在销售季节结束后对未销售出去出去商品进行处理时，平均单位商品积压处理费用；则这类问题的最佳订货量应满足：

Σ p（r）＜ b-h/(b+L) $\leq \Sigma$ p（r）

例： 某体育用品公司要制定今年冬天冰鞋进货计划，已知今年冬天冰鞋的需求量概率如表，且又已知： c_1 =0.40 元 / 双， c_3 =500 元 / 批， c_2 =6 元 / 双， l=1.5 元 / 双，则

（ c_2 - c_1 ）/（ c_2 +l ） =0.7467

需 求 量	概 率	累 积
1 0 0 1 - 1 0 5 0	0 . 0 3	0 . 0 3
1 0 5 1 - 1 1 0 0	0 . 0 4	0 . 0 7
1 1 0 1 - 1 1 5 0	0 . 1 0	0 . 1 7
1 1 5 1 - 1 2 0 0	0 . 2 0	0 . 3 7
1 2 0 1 - 1 2 5 0	0 . 1 0	0 . 6 2

需 求 量	概 率	累 积
1251-1300	0.20	0.82
1301-1350	0.10	0.92
1351-1400	0.05	0.97
1401-1450	0.02	0.99
1451-1500	0.01	1.00

Σ p（r） =0.62 （ r=1001 ...1250）

Σ p（r） =0.82

（ r=1001…1300）

最优存储量 =1300 双