

## 地月转移轨道设计的改进微分校正方法\*

贺波勇, 沈红新, 李海阳

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**地月转移轨道设计是探月关键技术之一,微分校正法是公认的解决非线性迭代问题的有效方法。针对探月任务中地月转移轨道设计精度高、计算速度快等要求,提出一种改进的微分校正快速设计方法。该方法基于 DE405/LE405 星历数据下日、地、月和地球  $J_2$  项摄动真实轨道动力学模型,推导了近月点和入轨点设计参数偏导数关系,在积分轨道状态量的同时积分微分校正矩阵,用积分得到的准确微分校正矩阵求逆,快速迭代得到轨道设计结果。仿真结果表明,利用该方法设计地月转移轨道收敛速度远优于同等精度动力学模型一序列二次规划算法。

**关键词:**月球探测;转移轨道;轨道设计;微分校正法

中图分类号:V412.4 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2014)06-060-05

## An improved differential correction method for trans-lunar orbit design

HE Boyong, SHEN Hongxin, LI Haiyang

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Designing the trans-lunar orbit is one of the key skills for lunar probe mission, and the differential correction is proved to be one of the effective methods to solve a non-linear iteration equation. According to the requirements of high design precision and rapid calculation speed in designing the trans-lunar orbit, a rapid trans-lunar orbit design method from improved differential correction was proposed. Based on the dynamical model, which contains the sun, the earth, the moon, and the earth's  $J_2$  perturbation force in the DE405/LE405 planet and lunar-ephemeris data, the partial derivative matrix of parameters from the perilune to the perigee was deduced. The differential correction matrix was integrated in company with the orbital state variables and velocity, and the transfer orbit design parameters were converged iteratively and rapidly with the precise differential correction matrix. Simulation result shows that the convergence rate of the integral differential correction method is faster than the frequently-used SQP (Sequential Quadratic Programming) method in dynamical models with the same accuracy.

**Key words:** lunar probe; transfer lunar orbit; orbit design; differential correction method

月球是地球唯一的天然卫星,也是离地球最近的大天体,是人类探索地球以外文明的必经之路。对月球的探测有助于人类理解太阳系的起源与演化和生命的起源与演化等。Apollo 载人登月工程虽然是特定时代的产物,但无疑代表了人类科技文明与探索宇宙的辉煌。随着我国嫦娥工程的稳步推进与成功实施<sup>[1]</sup>,关于 2020 年后我国是否能顺利完成载人登月也成为热点<sup>[2]</sup>。

限于当时计算能力和轨道设计手段,文献资料中并未给出 Apollo 工程具体轨道设计模型与方法<sup>[3]</sup>。进入 20 世纪 90 年代,美国的 Clementine 计划和 1998 年发射的 LunarProspector 掀起了探月的热潮。郗晓宁<sup>[4]</sup>、高玉东<sup>[5]</sup>、白玉铸<sup>[6]</sup>、黄文德<sup>[7]</sup>、张磊<sup>[8]</sup>等基于双二体假设圆锥

曲线拼接思想,分别应用遗传算法、分层搜索算法、微分校正法(差分代替微分)、加权目标函数法和  $B$  平面有限差分法等对探月轨道设计展开了研究,但采用的双二体假设圆锥曲线拼接模型精度有限,遗传算法和分层搜索算法效率低,差分算法的性能决定于差分步长,而这往往依赖于设计者的经验。随着数值优化算法在航天轨迹中的大量应用<sup>[9]</sup>,彭祺攀<sup>[10]</sup>、沈红新<sup>[11]</sup>将智能进化算法和序列二次规划算法(Sequential Quadratic Programming, SQP)等应用到探月转移轨道设计中,提出了不同优化算法与不同精度动力学模型结合的串行优化策略。虽然动力学模型精度得到了提高,算法稳定性增强,但过程复杂。

微分校正法是非线性方程组迭代求解最常用

\* 收稿日期:2014-05-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11372345,11402295)

作者简介:贺波勇(1989—),男,陕西武功人,博士研究生,E-mail:heboyong@yeah.net;

李海阳(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:lihaiyang@nudt.edu.cn

的方法之一,周文艳、杨维廉<sup>[12]</sup>在研究地月转移轨道中途修正问题时,提出了积分求解偏差传播矩阵的思路,该思路不能修正位置,只能修正速度,不能直接用于轨道设计。本文针对探月任务中地月转移轨道设计精度高、计算速度快等要求,推导了近月点和入轨点设计参数偏导数关系,在积分轨道状态量的同时积分微分校正矩阵,用积分得到的准确微分校正矩阵快速迭代出轨道设计变量,形成一种改进的微分校正方法,并与 SQP 方法作了收敛速度对比。

## 1 轨道动力学模型

探测器在地月空间飞行时受到多种复杂作用力长时间作用,轨道动力学呈现出较强的非线性。贺波勇<sup>[13]</sup>在研究载人登月转移轨道偏差传播时,详细分析了日、地、月中心引力和地球  $J_2$  项 4 种主要作用力对转移轨道的影响。工程中一般将地月转移轨道动力学模型建立在在地心 J2000 坐标系中,该坐标系中考虑上述 4 种作用力的动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu_E \frac{\mathbf{r}}{r^3} - \mu_M \left( \frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} + \frac{\rho_M}{\rho_M^3} \right) - \mu_S \left( \frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} + \frac{\rho_S}{\rho_S^3} \right) - \left( \frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{2r^5} - \frac{15\mu_E J_2 R_E^2 z^2}{2r^7} \right) \mathbf{r} - \frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{r^5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} \quad (1)$$

式(1)中,  $\mu_E$ 、 $\mu_M$  和  $\mu_S$  分别为地球、月球和太阳的引力常数,  $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{r}_M$ 、 $\mathbf{r}_S$  分别为探月飞船相对地球、月球和太阳的位置矢量,  $\rho_M$  和  $\rho_S$  为月球和太阳相对地球的位置矢量,如图 1 所示。地球  $J_2$  项系数为  $1.082\ 636 \times 10^{-3}$ ,  $R_E$  为地球平均赤道半径 6378.137km。

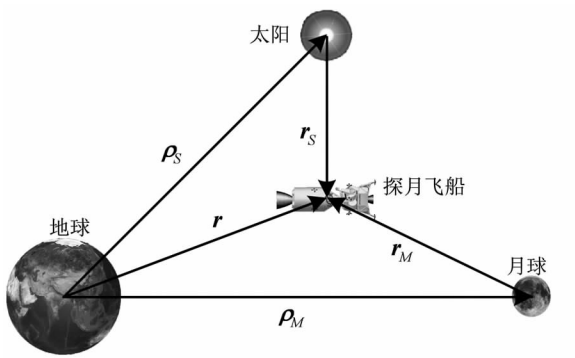


图 1 地月空间四体相对位置矢量

Fig. 1 Cislunar four-body position vector

## 2 微分迭代求解算法

在地月转移轨道设计时,除时间外,入轨点参数有 6 个(通常采用经典轨道六根数),通常受到 3 个等式约束:1)由于发射场纬度限制,轨道倾角一般为固定值;2)由于近地停泊轨道高度限制,默认入轨点高度为地球停泊轨道高度,近地距为常值;3)地月转移轨道入轨点真近点角默认  $0^\circ$ ,即切向加速,设计变量减少为 3 个。

本文考虑偏心率是敏感量,选取半长轴  $a$ 、升交点赤经  $\Omega$  和近拱点角距  $\omega$  作为设计变量,统一记为  $\mathbf{X}^s$  表示为(如果约束条件允许,可以选择别的设计变量),表示为

$$\mathbf{X}^s = \begin{bmatrix} X_1^s \\ X_2^s \\ X_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ \Omega \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

近月点瞄准参数可以根据需要选择,个数一般小于设计变量个数。依据文献[12],本文中设置为近月点瞄准参数为月心 J2000 坐标系中近月点高度、近月点位置速度矢量点乘积和近月点动量矩  $z$  轴分量( $\mathbf{k}$  表示取  $z$  轴方向标量)。点乘积为 0 等价于真近点角为  $0^\circ$ ,动量矩  $z$  轴分量表征月心轨道倾角大小。近月点瞄准参数统一记为  $\mathbf{X}^f$ 。

$$\mathbf{X}^f = \begin{bmatrix} X_1^f \\ X_2^f \\ X_3^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{perilune} \\ \mathbf{r}_M^{perilune} \cdot \mathbf{v}_M^{perilune} \\ \mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_M^{perilune} \times \mathbf{v}_M^{perilune}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

如果固定入轨点和近月点时刻  $t^s$  和  $t^f$ ,近月点状态量与入轨点设计变量存在非线性函数关系

$$\mathbf{X}^f = f(\mathbf{X}^s, t^s, t^f) \quad (4)$$

近月点状态量与入轨点设计变量之间的 Jacobi 矩阵为

$$\frac{\partial \mathbf{X}^f}{\partial \mathbf{X}^s} = \frac{\partial \mathbf{X}^f}{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_M^{perilune} \\ \mathbf{v}_M^{perilune} \end{bmatrix}} \cdot \frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_M^{perilune} \\ \mathbf{v}_M^{perilune} \end{bmatrix}}{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perilune} \\ \mathbf{v}_E^{perilune} \end{bmatrix}} \cdot \frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perilune} \\ \mathbf{v}_E^{perilune} \end{bmatrix}}{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perigee} \\ \mathbf{v}_E^{perigee} \end{bmatrix}} \cdot \frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perigee} \\ \mathbf{v}_E^{perigee} \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{X}^s} \quad (5)$$

式(5)中:

$$\frac{\partial \mathbf{X}^f}{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_M^{perilune} \\ \mathbf{v}_M^{perilune} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \frac{r_x}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}} & \frac{r_y}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}} & \frac{r_z}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}} & 0 & 0 & 0 \\ v_x & v_y & v_z & r_x & r_y & r_z \\ v_y & -v_x & 0 & -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

由于近月点时刻固定,近月点月心 J2000 坐标系位置速度状态量与地心 J2000 坐标系位置速度和该时刻月球相对地球位置速度的差值如式(7)所示。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_M^{perilune} \\ \mathbf{v}_M^{perilune} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perilune} \\ \mathbf{v}_E^{perilune} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{M-E}^{f} \\ \mathbf{V}_{M-E}^{f} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(5)中,右边第 2 项偏导矩阵为

$$\frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_M^{perilune} \\ \mathbf{v}_M^{perilune} \end{bmatrix}}{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perilune} \\ \mathbf{v}_E^{perilune} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (8)$$

设地心 J2000 坐标系近月点位置速度与入轨点位置速度偏导矩阵如式(9)所示。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} = & \mu_E \frac{\left(3 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^T}{r^2} - I\right)}{r^3} + \mu_M \frac{\left(3 \frac{\mathbf{r}_M \cdot \mathbf{r}_M^T}{r_M^2} - I\right)}{r_M^3} + \mu_S \frac{\left(3 \frac{\mathbf{r}_S \cdot \mathbf{r}_S^T}{r_S^2} - I\right)}{r_S^3} + \frac{3\mu_E J_2 R_E^2 \left(5 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^T}{r^2} - I\right)}{2r^5} - \\ & \frac{15\mu_E J_2 R_E^2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \left(7 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^T}{r^2} - I\right)}{2r^7} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{3\mu_E J_2 R_E^2 \left(5 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^T}{r^2} - I\right)}{r^5} \end{aligned} \quad (12)$$

在地心 J2000 坐标系中将式(1)与式(11)同时积分(共 42 个积分变量),在得到轨道终端状态的同时可以得到精确的偏导矩阵  $\mathbf{R}$ 。

入轨点位置速度对设计变量的偏导为

$$\frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perigee} \\ \mathbf{v}_E^{perigee} \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{X}^s} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} \end{bmatrix} \quad (13)$$

在快速在线设计地月转移轨道时,先求解近月点时刻月球赤纬与地月转移轨道倾角的大小,依据双二体假设,只有转移轨道倾角大于月球赤纬,该时刻的轨道才有可能存在,才可以进行下一步迭代搜索。通过二体轨道公式初步估计设计变量的初值,以该初值积分的转移轨道近月点状态量与目标参数相差  $\Delta \mathbf{X}^f$ ,则入轨点初始变量迭代修正量为

$$\Delta \mathbf{X}^s = \left( \frac{\partial \mathbf{X}^f}{\partial \mathbf{X}^s} \right)^{-1} \Delta \mathbf{X}^f \quad (14)$$

$$\frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perilune} \\ \mathbf{v}_E^{perilune} \end{bmatrix}}{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E^{perigee} \\ \mathbf{v}_E^{perigee} \end{bmatrix}} = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_E^{perilune}}{\partial \mathbf{r}_E^{perigee}} & \frac{\partial \mathbf{r}_E^{perilune}}{\partial \mathbf{v}_E^{perigee}} \\ \frac{\partial \mathbf{v}_E^{perilune}}{\partial \mathbf{r}_E^{perigee}} & \frac{\partial \mathbf{v}_E^{perilune}}{\partial \mathbf{v}_E^{perigee}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(9)中, $\mathbf{R}$ 对时间的一阶微分矩阵为

$$\dot{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{R}_{11} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{R}_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $\frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}}$ 为引力加速度对位置状态的偏导,如式(12)所示。

再以修正后的入轨点设计变量作为初值,重复积分迭代,直到满足精度要求。在实际计算时,通常给式(14)增加牛顿下山因子  $0 < \lambda \leq 1$ ,调节微分迭代过程中的收敛一致性,防止发散,则式(14)变为

$$\Delta \mathbf{X}^s = \lambda \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{X}^f}{\partial \mathbf{X}^s} \right)^{-1} \Delta \mathbf{X}^f \quad (15)$$

### 3 设计变量的初值估算

如上节所述,采用微分校正法求解地月转移轨道需要估算设计变量初值,初值品质直接影响收敛性能,不好的初值可能导致发散。

由地月转移轨道特性可知,探测器到达月球附近时地心扫角  $\Delta f$  约为  $170^\circ$ ,由二体轨道公式可知,该时刻地心距为

$$r_E^{MtoE} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cdot \cos \Delta f} \quad (16)$$

而半长轴和偏心率受近地距约束,有如下关系

$$r_E^{perigee} = a(1-e) \quad (17)$$

给定入轨点地心距  $r_E^{perigee}$ ,通过 DE405/LE405 星

历求解  $t^f$  时刻月地距  $r_E^{MtoE}$ , 联立式 (16) 和式 (17) 可求解入轨点设计变量  $a$  和轨道偏心率  $e$ 。

事先通过 DE405/LE405 星历求解近月点时刻月球地心赤经  $\alpha_L$ 、赤纬  $\delta_L$ , 根据空间几何关系和球面三角函数, 可得升交点赤经和近拱点角距初值为

$$\begin{cases} \Omega = \alpha_L - \arcsin \frac{\tan \delta_L}{\tan i} \\ \Omega = \alpha_L + \arcsin \frac{\tan \delta_L}{\tan i} - \pi \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \omega = \arcsin \frac{\sin \delta_L}{\sin i} \\ \omega = \pi - \arcsin \frac{\sin \delta_L}{\sin i} \end{cases} \quad (19)$$

式 (18) 和式 (19) 中前者为飞船升段与月球交会近月点, 后者为降段与月球交会近拱点<sup>[2]</sup>。

### 4 算例对比

以载人登月任务为例, 参照 Apollo - 11 任务<sup>[1]</sup>, 设置入轨点高度  $h_E^{perigee} = 185.2\text{km}$ , 近月点高度  $h_M^{perilune} = 111.2\text{km}$ , 地月转移时长为 68h (60 ~ 75h, 随地月距离远近变化)。考虑我国海南发射场地理纬度条件, 轨道倾角设置为  $i = 20^\circ$ 。式 (3) 中第 2 项  $X_2^f = 0$ , 第 3 项  $X_3^f = 50$ 。暂取 Jan1 2020 0:00:00 UTCG 为地月转移入轨时刻, 牛顿下山因子  $\lambda = 0.618$  (黄金分割), 得到降段与月球交会轨道空间轨迹如图 2 所示 (左边稍大球表示地球, 右边稍小球表示月球, 图 4 相同), 设计变量迭代过程如图 3 所示。

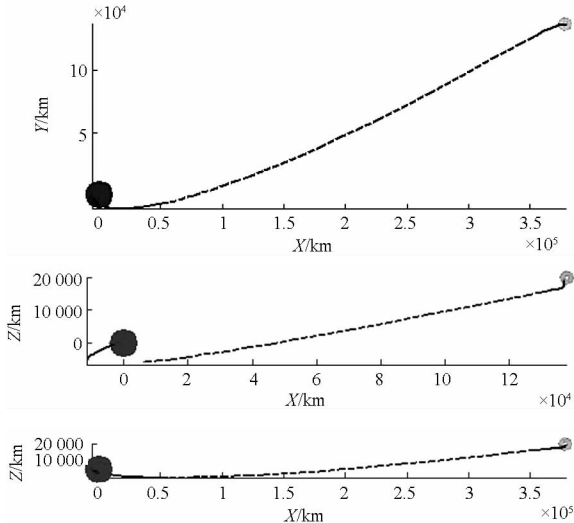


图 2 降段与月球交会轨道空间轨迹  
Fig. 2 Trans-lunar trajectory of descend arrive

升段与月球交会轨道空间轨迹如图 4 所示, 设计变量迭代过程如图 5 所示。

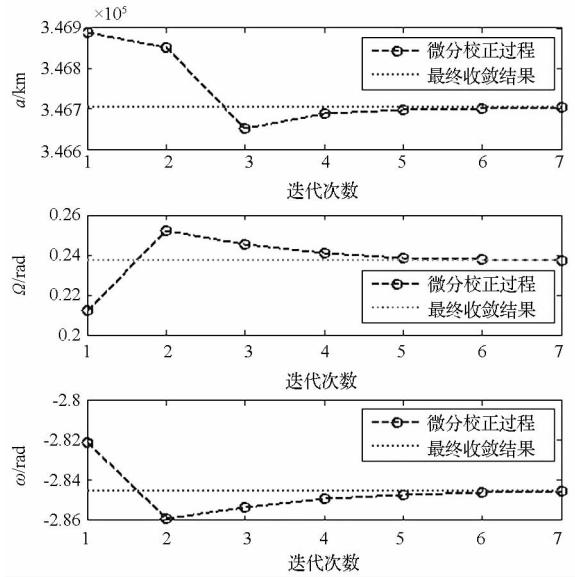


图 3 降段与月球交会设计变量迭代过程  
Fig. 3 Design variables iterate of descend arrive

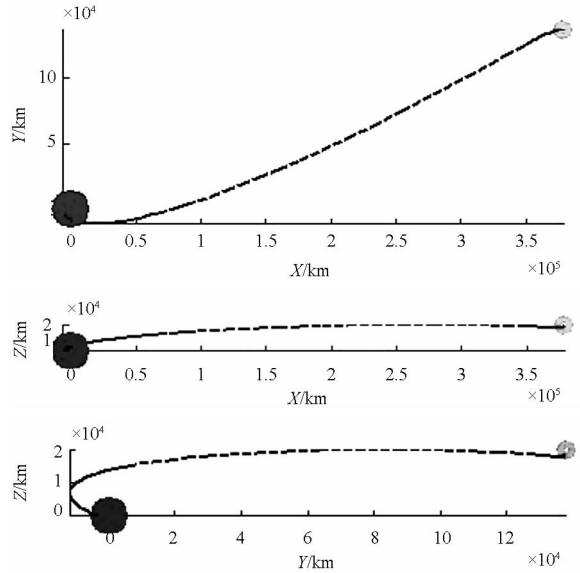


图 4 升段与月球交会轨道空间轨迹  
Fig. 4 Trans-lunar trajectory of ascend arrive

用 SQP 计算升段与月球交会轨道, 采用同样的初值和动力学模型, 设置加权优化目标函数为式 (3) 各项与目标值差的绝对值加权和, 如式 (20) 所示。

$$J_{SQP}^{optim} = Q_1 \cdot |\Delta X_1^f| + Q_2 \cdot |\Delta X_2^f| + Q_3 \cdot |\Delta X_3^f| \quad (20)$$

设置加权系数  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ , 迭代 46 次的优化目标函数  $J_{SQP}^{optim}$  小于 30 (km 量级), 计算用时大于 230s, 动力学积分近 300 次, 迭代过程如图 6 所示。可见, 对于较高精度动力学模型和一定积分步长 (本文采用 RKF78 变步长积分器, 有效地提高积分速度), 飞行约 3 天的地月转移轨道积分是最主要的耗时因素。相比而言, 本文采用积

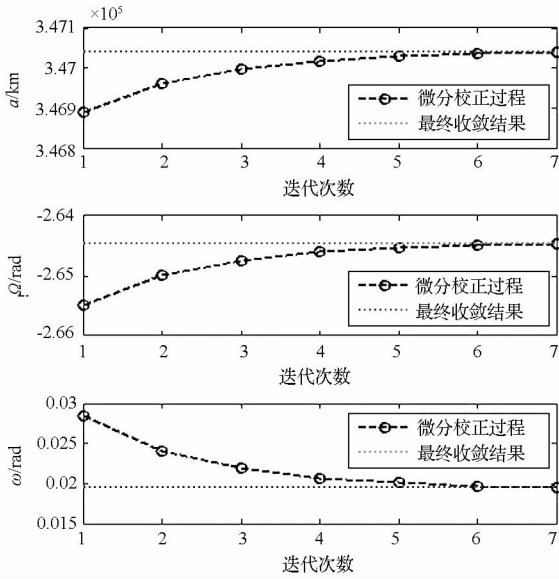


图 5 升段与月球交会设计变量迭代过程

Fig. 5 Design variables iterate of ascend arrive

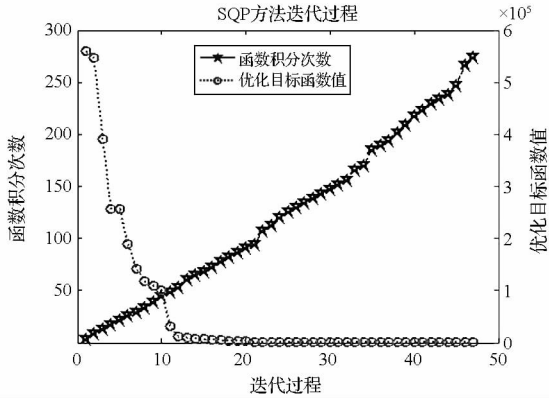


图 6 升段与月球交会 SQP 优化目标函数迭代过程

Fig. 6 Optimal target function SQP iterate of ascend arrive

分求解转移轨道微分校正矩阵的方法避免了大量动力学积分求解梯度信息过程,有效地提高了计算效率。

### 5 结论

综上所述,改进微分校正方法在积分轨道动力学的同时积分求解 Jacobi 矩阵,避免了现有地月转移轨道设计方法动力学积分计算量大、差分步长依赖设计者经验或计算用时长等不足,性能优于具有同等动力学模型精度的常用 SQP 方法,设计精度更高,更加高效,更加实用。

### 参考文献 (References)

[1] 吴伟仁,崔平远,乔栋,等. 嫦娥二号日地拉格朗日 L2 点探测轨道设计与实施[J]. 科技通报, 2012, 57(21): 1987-1991.  
 WU Weiren, CUI Pingyuan, QIAO Dong, et al. Design and performance of exploring trajectory to sun-earth L2 point for Chang'E-2 mission[J]. Chinese Scierke Bulletin, 2012, 57(21):1987-1991. (in Chinese)

[2] Zheng Y C, Ouyang Z Y, Li C L, et al. China's lunar exploration program: present and future [J]. Planetary and Space Science, 2008, 56(7): 881-886.

[3] Berry R L. Launch window and translunar orbit, lunar orbit, and transearth trajectory planning and control for the Apollo-11 lunar landing mission [C]. In: AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting, AIAA 70-0024. New York: AIAA, 1970.

[4] 郝晓宁, 曾国强, 任壹, 等. 月球探测器轨道设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.  
 XI Xiaoning, ZENG Guoqiang, REN Xuan, et al. Orbit design of lunar probe[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001. (in Chinese)

[5] 高玉东. 月球探测器地月空间转移轨道研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.  
 GAO Yudong. Study on the cislunar transfer trajectory of the lunar probe [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)

[6] 白玉铸, 陈小前, 李京浩. 载人登月自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计方法[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(2):33-39.  
 BAI Yuzhu, CHEN Xiaoqian, LI Jinghao. Free-return trajectory and hybrid trajectory design for manned lunar landing mission[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(2):33-39. (in Chinese)

[7] 黄文德, 郝晓宁, 王威. 基于双二体假设的载人登月混合轨道特性分析及设计[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(4): 61-67.  
 HUANG Wende, XI Xiaoning, WANG Wei. Characteristic analysis and design of hybrid trajectory for manned lunar landing mission based on double two-body model[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(4): 61-67. (in Chinese)

[8] 张磊, 于登云, 张熹. 绕月自由返回轨道的设计与分析[J]. 航天器工程, 2010, 19(2): 128-135.  
 ZHANG Lei, YU Dengyun, ZHANG He. Design and analysis of circumlunar free-return orbits[J]. Spacecraft Engineering, 2010, 19(2):128-135. (in Chinese)

[9] 唐国金, 罗亚中, 雍恩米. 航天器轨迹优化理论、方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012.  
 TANG Guojin, LUO Yazhong, YONG Enmi. Theory, method and application of spacecraft trajectory opti-mization [M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)

[10] 彭祺攀. 考虑应急返回能力的载人登月轨道优化设计及特性分析[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012.  
 PENG Qibo. Optimal trajectory design and characteristics analysis for manned lunar landing mission with emergency return capability [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)

[11] 沈红新. 载人登月定点返回轨道问题研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.  
 SHEN Hongxin. Research on returning orbit from the moon to a specified landing site for manned lunar-landing mission[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)

[12] 周文艳, 杨维廉. 月球探测器转移轨道的中途修正[J]. 宇航学报, 2004, 25(1):89-92.  
 ZHOU Wenyan, Yang Weilian. Mid-correction of trans-lunar trajectory of lunar explorer[J]. Journal of Astronautics, 2004, 25(1):89-92. (in Chinese)

[13] 贺波勇, 李海阳, 张波. 载人登月转移轨道偏差传播机理分析与稳健性设计[J]. 物理学报, 2013, 62(19): 91-98.  
 HE Boyong, LI Haiyang, ZHANG Bo. Analysis of transfer orbit deviation propagation mechanism and robust design for manned lunar landing [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(19): 91-98. (in Chinese)