doi:10.11887/j.cn.201404004

http://journal. nudt. edu. cn

## 考虑可观测度的反交会规避机动方法。

于大腾1,王 华1,李九人2

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 载人航天总体研究论证中心, 北京 100094)

摘 要:针对具有自主接近能力的航天器开展了反交会规避机动方法研究。建立了仅测角相对导航模型,随后利用状态估计误差给出了可观测度的定义,量化了可观测性指标。以可观测度为评价指标,提出基于虚拟轨道的可观测度计算方法,以可观测度梯度对规避机动方向进行优化,保证了规避机动使目标航天器的可观测性达到最大弱化,并给出了规避机动大小计算方法。给出了仿真算例,结果表明提出的方法能够使系统的可观测性明显减弱,达到了设计要求,为规避机动研究提供了一种新视角。

关键词:可观测度;反交会;规避机动

中图分类号:V412.4 文献标志码: A 文章编号:1001-2486(2014)04-0015-07

# An anti-rendezvous evasion maneuver method based on degree of observability

YU Dateng<sup>1</sup>, WANG Hua<sup>1</sup>, LI Jiuren<sup>2</sup>

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Manned Space Overall Research Center, Beijing 100094, China)

Abstract: An anti-rendezvous evasion maneuver method is proposed in order to escape from the spacecraft that has autonomous approaching ability. Supposing that a two impulse C-W navigation strategy is used by the approaching spacecraft, first a bearing-only relative navigation model is built. Then, a definition of degree of observability based on state estimation error is proposed so as to quantify observability. By using the degree of observability conception, the evasion maneuver direction is chosen as its gradient, which guarantees that every unit impulse can reduce the system observability mostly. Finally, the numerical simulation is conducted with different maneuver impulse, and the result shows that the method proposed can attenuate the system observability obviously. The method offers a new viewpoint for evasion maneuver research.

Key words: degree of observability; anti-rendezvous; evasion maneuver

随着航天技术的不断发展,航天器面临空间 碎片等非机动目标和各种地基、天基等非合作主 动交会目标的威胁逐渐增多,因此开展航天器规 避机动方法研究是重要和必需的。

由于空间碎片的轨迹确定性,航天器针对这 类非机动目标实施规避研究开展较早,这类规避 问题目前研究成果很多。Patera<sup>[1-3]</sup>首先对碰撞 概率进行了定义,并以此为基础提出了不同轨道 积分方法下的碰撞规避机动求解策略。白显 宗<sup>[4]</sup>提出了一种基于压缩空间和坐标旋转的碰 撞概率计算方法。Kelly<sup>[5]</sup>采用非线性优化技术 研究了最优交会规避机动计算。文献[6]采用机 动方向和机动大小分步求解的策略,计算了机动 方向固定和机动方向不固定两种情况下的最优规 避机动。 近年来,又有一些新观点涌现出来,分别从不同的角度对规避机动问题进行了研究。钱字<sup>[7-8]</sup> 考虑返回路径的规避机动方法,从规避预警系统 层面对规避进行了研究。姚党鼐<sup>[9]</sup>利用视线旋 转坐标系推导了航天器的最佳规避方向,并通过 脱靶量大小对规避策略进行了验证。宋申民<sup>[10]</sup>、 高鹏<sup>[11]</sup>等考虑了动态障碍物情况下的规避机动 策略,对以往无意识飞行空间物体的规避对象范 围进行了拓展。

上述各文献对规避机动方法进行了很有价值的研究,但大都是以无意识目标为对象,采用碰撞概率和相对安全距离两种传统要素来进行规避路 径规划。对于未来可能出现的具有自主接近能力 的空间飞行器目前研究仍很有限。文献[10]和 文献[11]把研究对象拓展到了有一定机动能力

<sup>\*</sup> 收稿日期:2013-11-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11272346);国家部委资助项目(2013CB733100) 作者简介:于大腾(1988—),男,安徽阜阳人,博士研究生,E-mail;ydt236500@126.com; 王华,男,副研究员,博士后,硕士生导师,E-mail;wangh@gmail.com

的航天器,但机动策略仍然围绕相对距离这一传 统要素展开。对于具有自主接近甚至交会能力的 非合作航天器,采用何种策略对其交会进行规避 和逃逸从而达到保证自身安全的目的即反交会问 题,是本文尝试分析的。

本文针对采用一般脉冲制导方法进行主动交 会的航天器,考虑空间实际导航情况,提出了一种 基于可观测度的反交会规避机动方法。该方法从 两航天器之间的可观测性角度进行分析,以规避 机动使接近航天器对目标航天器的观测性能降低 为目的,对具有主动接近能力航天器的规避方法 进行了探讨,为具有自主接近能力情况下的反交 会规避机动策略提供了一种新视角。

#### 1 仅测角相对导航模型

本文中将非合作方称为接近航天器,我方为 目标航天器。对于一般的在轨航天器来说,不论 其测量设备为测距和测角还是仅测角,系统都存 在可观测性问题。两种测量情况下计算可观测性 的思想是类似的,为便于说明,本文以仅测角相对 导航为基础对可观测度进行定义并建立了相应的 规避机动方法。图1给出了接近航天器对目标航 天器的测量示意。设图中 $F_{co}$ 、 $F_{MO}$ 和 $F_{TO}$ 分别为 接近航天器轨道坐标系、载荷相机测量坐标系以 及目标航天器轨道坐标系。F<sub>MO</sub>坐标原点在接近 航天器体坐标系中的位置矢量为r<sub>cm</sub>;目标航天器 在 F<sub>MO</sub>中的位置矢量为 l;接近航天器在 F<sub>TO</sub>中的 位置矢量为*r*。

在不影响结果的前提下,可以将载荷相机测 量坐标系与接近航天器本体坐标系重合,以下都 应用此简化处理。





Fig. 1 Geometric relationship of optical camera relative measurement

#### 1.1 状态方程

假设接近航天器主动接近目标航天器的过程 中两者相对距离与地心距相比为小量,因此可以 采用经典的 C - W 方程来对两者相对运动进行描 述。对于轨控发动机推力为有限值的情况,可以 用最优控制方程的形式表示,再将状态方程组离 散化得到[12]

$$\boldsymbol{X}_{k} = \boldsymbol{\Phi}(t_{k}, t_{k-1})\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{C}(t_{k}, t_{k-1})\boldsymbol{U}_{k-1} + \boldsymbol{W}_{k-1}$$
(1)

其中, $C(t_k, t_{k-1})$ 为控制输入矩阵, $W_{k-1}$ 为过程 噪声。

由式(1)可知,若已知 tk-1 时刻的相对状态  $X_{k-1}$ ,以及 $t_{k-1}$ 至 $t_k$ 时刻之间接近航天器的推力 加速度  $U_{k-1}$ 施加情况,则可对接近航天器  $t_k$  时刻 的相对状态 X<sub>k</sub>进行计算。在连续推力情况下式 (1)即为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_{k} &= \boldsymbol{\varPhi}(t_{k}, t_{k-1}) \boldsymbol{X}_{k-1} \\ &+ \int_{t_{k-1}}^{t_{k}} \boldsymbol{\varPhi}_{v}(t_{k}, \tau) \boldsymbol{U}(\tau) \,\mathrm{d}\tau + \boldsymbol{W}_{k-1} \end{aligned} (2)$$

若接近航天器采用脉冲变轨接近,且在 tk-1 时刻施加的脉冲冲量为  $\Delta v_k$ ,则接近航天器在  $t_k$ 时刻的相对状态 X<sub>k</sub> 便可表示为

$$\boldsymbol{X}_{k} = \boldsymbol{\Phi}(t_{k}, t_{k-1})\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{\Phi}_{v}(t_{k}, t_{k-1})\Delta \boldsymbol{v}_{k-1} + \boldsymbol{W}_{k-1}$$
(3)

式(2)和式(3)分别给出了适用于接近航天 器连续推力变轨和脉冲推力变轨的相对状态递推 表达式。该表达式能同时满足接近航天器自由运 动或轨道机动情况下的相对导航要求。

#### 1.2 观测方程

假设目标航天器在接近航天器测量坐标系 (与接近航天器本体系重合)中的相对位置为r。  $= [x_e \ y_e \ z_e]^{\mathrm{T}},$ 则其与测角值之间的关系为

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_{c}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan(z_{c}/x_{c}) \\ \arctan(y_{c}/\sqrt{x_{c}^{2} + z_{c}^{2}}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

设目标航天器和接近航天器的地心距分别为  $ρ_i$  和 $ρ_i$ ,两航天器间的相对距离为ρ,对于本文研 究的近距离相对导航问题,可近似认为两航天器 处于同一轨道平面且仅存在一个相位角 $\varphi$ 。根据 余弦定理有

$$\rho^{2} = \rho_{t}^{2} + \rho_{c}^{2} - 2\rho_{t}\rho_{c}\cos\varphi \qquad (5)$$

$$\Rightarrow \exists \nabla \not= \not= \tau + \eta_{c} + \eta_{c}$$

而 $\rho_{\iota}$ 和 $\rho_{c}$ 之间又存在如下关系

$$\rho_{c} = \sqrt{x^{2} + y^{2} (\rho_{t} - z)^{2}}$$
(6)

其中,x、y、z为接近航天器在目标航天器轨道坐 标系中的相对位置。

在相对导航过程中,目标航天器地心距 $\rho_i$ 可 事先给定。若假设目标航天器处于近圆轨道且不 做机动, $\rho_i$ 可近似为常值。根据式(5)和式(6), 可获得由  $F_m$ 坐标系到  $F_{co}$ 坐标系的转换矩阵  $Q_{cr}$ 



的表达式

$$\boldsymbol{Q}_{cT} = \begin{bmatrix} (\rho_t - z)/\rho_c & 0 & -\sqrt{x^2 + y^2}/\rho_c \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2}/\rho_c & 0 & (\rho_t - z)/\rho_c \end{bmatrix} (7)$$

将 $r_c = -Q_{cr}r$ 代入式(4)可建立如下观测方程

$$Z = h(X) + v \tag{8}$$

其中, $\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{\varepsilon} & \boldsymbol{v}_{\theta} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ 为相机测量误差, $\boldsymbol{v}_{\varepsilon}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\theta}$ 可 设为零均值高斯白噪声。 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X})$ 的表达式为

$$h(X) = \begin{bmatrix} \arctan \frac{x \sqrt{x^2 + y^2} + z(\rho_t - z)}{x(\rho_t - z) - z \sqrt{x^2 + y^2}} \\ \arctan \frac{-y}{\sqrt{x^2 + z^2}} \end{bmatrix}$$
(9)

由上式可知,观测量 h(X) 与系统相对状态 X 之间是非线性关系,观测敏感性矩阵 H 可定义为 如下形式的雅可比矩阵

$$\boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{h}(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{bmatrix} \quad (10)$$

经上述推导,即建立了接近航天器对目标航 天器的基于仅测角相对导航的测量模型。至此, 便可根据光学相机的两个角度测量参数,采用 EKF 滤波算法对接近航天器的相对状态进行估 计。需要指出的是,可观测度表征的是一个航天 器对另一个航天器的相对状态估计,在两航天器 的观测方法及观测性能相同的情况下,由于两者 测量的相对状态是一致的,因此接近航天器与目 标航天器相互的可观测度也是相同的。

## 2 可观测度原理及定义

由于接近航天器或者目标航天器进行轨道机动 会影响相对导航状态,进而影响观测状态与观测敏 感性矩阵,因此会对系统的可观测性产生差异。

为了进一步分析不同机动对可观测性造成的

由式(16)可知,通过对目标进行 N 次观测可

获得目标在 k 时刻的相对状态估计值,且相对状态的估计精度取决于矩阵 Γ。设式(16)中 X<sub>k</sub> 为

接近航天器的真实相对状态,则矩阵 $\Gamma$  反映了

状态估计偏差  $X_k - \hat{X}_{k|k-N}$ 受测量噪声 Z - h 的影

## 2.1 状态估计误差分析

本节基于牛顿迭代法对系统状态估计的协方 差矩阵进行计算<sup>[13]</sup>,在此基础上给出相对状态可 观测度的定义。

令  $\hat{X}_{k|k-1} = \Phi(t_k, t_{k-1}) \hat{X}_{k-1}$ 为根据  $t_{k-1}$ 时刻状态估计值  $\hat{X}_{k-1}$ 得到的  $t_k$ 时刻状态预测值,将  $t_k$ 时刻的非线性观测方程  $Z_k = h(X_k)$ 在  $\hat{X}_{k|k-1}$ 处泰勒展开并取一阶近似可得

$$Z_{k} = \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}) + \frac{\partial \boldsymbol{h}(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}} \bigg|_{\boldsymbol{X}=\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}} (\boldsymbol{X}_{k} - \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1})$$
$$= \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}) + \boldsymbol{H}_{k}(\boldsymbol{X}_{k} - \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1})$$
(11)

本文采用 $\boldsymbol{\xi}^{-} = (\boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\xi})^{-1}\boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}}$ 表示 $\boldsymbol{\xi}$ 的广义逆 矩阵,则由上式可得

$$\boldsymbol{X}_{k} = \boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-1} + \boldsymbol{H}_{k}^{-} [\boldsymbol{Z}_{k} - \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-1})] \quad (12)$$
  
註中

$$\begin{split} \boldsymbol{X}_{k|k-1} &= \boldsymbol{\Phi}(t_{k}, t_{k-1}) \boldsymbol{X}_{k-1} \\ &= \boldsymbol{\Phi}(t_{k}, t_{k-1}) \left\{ \boldsymbol{\hat{X}}_{k-1|k-2} \\ &+ \boldsymbol{H}_{k-1}^{-} [\boldsymbol{Z}_{k-1} - \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\hat{X}}_{k-1|k-2})] \right\} \\ &= \boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-2} + \boldsymbol{\Phi}(t_{k}, t_{k-1}) \boldsymbol{H}_{k-1}^{-} [\boldsymbol{Z}_{k-1} \\ &- \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\hat{X}}_{k-1|k-2})] \quad (13) \\ &\exists \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Xi}, \boldsymbol{L} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Omega} \, \boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-2} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma} \\ & \boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-2} &= \boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-3} + \boldsymbol{\Phi}(t_{k}, t_{k-2}) \boldsymbol{H}_{k-2}^{-} [\boldsymbol{Z}_{k-2} \\ &- \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\hat{X}}_{k-2|k-3})] \quad (14) \\ & \boldsymbol{K} \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\hat{H}}, \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\boldsymbol{S}} \, \boldsymbol{N} \, \boldsymbol{K} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Pi}, \boldsymbol{\hat{X}}_{k|k-N+1} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Sigma} \end{split}$$

式为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-N+1} = \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-N} + \boldsymbol{\Phi}(t_k, t_{k-N+1}) \boldsymbol{H}_{k-N+1}^{-} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{k-N+1} \\ -\boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k-N+1|k-N}) \end{bmatrix}$$
(15)

依次将式(10)~式(13)所组成 N 个测量表 达式经过 N 次迭代可得

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k} &= \hat{\mathbf{X}}_{k|k-N} + \sum_{i=k-N+1}^{n} \boldsymbol{\Phi}^{-1}(t_{i}, t_{k}) \boldsymbol{H}_{i}^{-} \left[ \mathbf{Z}_{i} - \boldsymbol{h}(\hat{\mathbf{X}}_{i|i-1}) \right] \\ &= \hat{\mathbf{X}}_{k|k-N} + \boldsymbol{\Gamma}^{-} \left( \mathbf{Z} - \boldsymbol{h} \right) \end{aligned}$$
(16)

其中,

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{k-N+1} \boldsymbol{\Phi}(t_{k-N+1}, t_k) & \boldsymbol{H}_{k-N+2} \boldsymbol{\Phi}(t_{k-N+2}, t_k) & \cdots & \boldsymbol{H}_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{k-N+1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Z}_{k-N+2}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{Z}_k^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{k-N+1}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k-N+1|k-N}) & \boldsymbol{h}_{k-N+2}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k-N+2|k-N+1}) & \cdots & \boldsymbol{h}_k^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

响情况。设N次测量噪声的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R} = \operatorname{diag} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{R}_2 & \cdots & \boldsymbol{R}_N \end{bmatrix}$$
(17)

其中,  $\mathbf{R}_i = \text{diag}[\sigma_s^2 \ \sigma_\theta^2]$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_o$ 由式(16)可以得到相对状态估计协方差矩

由式(16)可以得到相对状态估计协万差矩 阵**P**的表达式为

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{V}^{-1} \boldsymbol{\Gamma})^{-1} = \left\{ \sum_{i=k-N+1}^{k} \left[ \boldsymbol{H}_{i} \boldsymbol{\Phi}(t_{i}, t_{k}) \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{i}^{-1} \left[ \boldsymbol{H}_{i} \boldsymbol{\Phi}(t_{i}, t_{k}) \right] \right\}^{-1}$$
(18)

#### 2.2 可观测度定义

由式(18)可知,当k = N时,该式表示利用前 面所有N个测量信息量对k时刻相对状态进行 估计。在一般自主交会过程中,接近航天器在自 主交会任务中进行相对状态估计时通常都会有先 验信息 $P_0^{-1}$ ,而 $P_0$ 即为接近航天器初始相对状态 估计的协方差矩阵。此时的相对状态估计协方差 矩阵表达式为

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{P}_0^{-1} + \mathbf{FIM})^{-1}$$
$$= \left\{ \boldsymbol{P}_0^{-1} + \sum_{i=1}^k \left[ \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{\Phi}(t_i, t_k) \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_i^{-1} \left[ \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{\Phi}(t_i, t_k) \right] \right\}^{-1}$$
(19)

其中,矩阵 FIM 为通过 k 次观测获得的系统状态 Fisher 信息矩阵(Fisher Information Matrix)<sup>[14]</sup>,该 矩阵包含了敏感器对系统状态各变量的观测信息 量情况。

对于本文讨论的非合作目标来说一般是没有 先验信息的。与一般自主交会任务相比,接近航 天器在整个主动接近过程中进行相对状态估计时 没有先验信息  $P_0^{-1}$  进行修正。此时,经 k 次观测 后接近航天器相对状态估计的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{P} = \mathbf{FIM}^{-1} \tag{20}$$

根据协方差矩阵的基本性质可知,式(18)可体现接近航天器相对状态估计的误差水平,由协方差矩阵 P 便可以将相应的相对位置可观测度 R<sub>poo</sub>和相对速度可观测度 V<sub>poo</sub>分别定义如下

$$R_{\text{DOO}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{P}_{i}} \qquad (21)$$

$$V_{\rm DOO} = \sqrt{\sum_{i=4}^{6} \boldsymbol{P}_i}$$
(22)

其中, $P_i$ 表示协方差矩阵P的第i个特征值。

易知,在本文定义下,相对位置可观测度 *R*<sub>poo</sub>和相对速度可观测度*V*<sub>poo</sub>与相对状态和可观 测敏感性矩阵相关,即轨道机动最终会对系统可 观测度产生影响。同时,可观测度对应的数值越 大,表示接近航天器对目标航天器的相对状态估 计误差越大,即相应的可观测性能越差,此时对于 目标航天器的规避而言效果越好。

## 3 考虑可观测度的反交会规避机动方法

### 3.1 基于虚拟轨道的接近航天器可观测度计算

由可观测度的定义可知,当目标航天器进行 反交会规避机动时,目标航天器坐标系将发生改 变,此时若仍按照原方法进行计算,计算出的 FIM 矩阵将是错误的。为解决这一问题,这里引入目标航天器未进行机动时的目标轨道作为虚拟标称轨道,具体如图 2 所示。



## Fig. 2 Illustration of relative state computation

引入标称轨道后,在进行可观测度计算时,分 别计算施加机动后的目标航天器与标称轨道 k 次 观测时刻的相对状态 X<sub>k,r</sub>和接近航天器与标称轨 道的相对状态 X<sub>k,c</sub>。这样便得到了机动后的目标 航天器与接近航天器 k 次观测时刻的相对状态

$$\tilde{X}_k = X_{k,T} - X_{k,C}$$

此后再利用上节提供的可观测度计算公式便 可以得到目标航天器与接近航天器之间的可观 测度。

### 3.2 基于梯度的反交会规避机动方向算法

由于沿脉冲梯度方向施加脉冲必然导致两者 相对距离增大,为同时考虑相对距离这一传统安 全指标,采用可观测度梯度优化算法对规避机动 方向进行计算。

首先给出一个假设:在接近时间内施加的机 动冲量导致的接近平面内目标航天器和接近航天 器相对位置的变化是随机动冲量线性变化的,即 脉冲速度方向和大小是非耦合的,可分别求解。

将相遇时刻的可观测度  $P_D$  表示成脉冲速度  $V = [V_x, V_y, V_z]^T$  的函数

$$P_D = P_D(V_x, V_y, V_z)$$
(23)

脉冲速度方向取可观测度关于变轨冲量的梯 度方向,使单位燃耗下可观测度增幅最大,变轨方 向为

$$\boldsymbol{V}_{\text{unit}} = \nabla \boldsymbol{P}_D / | \nabla \boldsymbol{P}_D | \qquad (24)$$

其中,

$$\nabla P_{D} = \frac{\partial P_{D}}{\partial V_{x}} \mathbf{i} + \frac{\partial P_{D}}{\partial V_{y}} \mathbf{j} \frac{\partial P_{D}}{\partial V_{z}} \mathbf{k}$$
(25)

式(25)中涉及求  $P_p$ 关于三个速度的偏导数。一般可采用数值求解,以求解 $\partial P_p/\partial V_x$ 为例给出具体求解方法。

考虑  $V_x$  增加一个小量  $\delta V_x$ , 有  $\begin{cases}
P_{D0} = P_D(V_x, V_y, V_z) \\
P'_{D0} = P_D(V_x + \delta V_x, V_y, V_z)
\end{cases}$ (26)

对 $\delta V_x$ 进行泰勒展开,可得

$$P_{D0}' = P_{D0} + \delta V_x \frac{\partial P_D}{\partial V_x} + \frac{1}{2} (\delta V_x)^2 \frac{\partial^2 P_D}{\partial (V_x)^2} + \cdots$$
(27)

根据高精度的数值偏导技术,将式(25)中的  $\delta V_x$  替换为  $\delta V_x/2$  和 ±  $\rho \delta V_x/2$ ,可以得到四组方程 如下:

$$\begin{cases} P_{D1} = P_{D0}(V_x + \delta V_x/2, V_y, V_z) = P_{D0} + \frac{\delta V_x}{2} \frac{\partial P_D}{\partial V_x} + \cdots \\ P_{D2} = P_{D0}(V_x - \delta V_x/2, V_y, V_z) = P_{D0} - \frac{\delta V_x}{2} \frac{\partial P_D}{\partial V_x} + \cdots \\ P_{D3} = P_{D0}(V_x + \delta V_x/2, V_y, V_z) = P_{D0} + \frac{\rho \delta V_x}{2} \frac{\partial P_D}{\partial V_x} + \cdots \\ P_{D4} = P_{D0}(V_x - \delta V_x/2, V_y, V_z) = P_{D0} - \frac{\rho \delta V_x}{2} \frac{\partial P_D}{\partial V_x} + \cdots \end{cases}$$

$$(28)$$

消去方程组中二阶项和三阶项,即可得到 ∂P<sub>0</sub>/∂V<sub>x</sub>的高精度表达式

$$\frac{\partial P_D}{\partial V_x} = \frac{P_{D3} - P_{D4} - \rho^3 (P_{D1} - P_{D2})}{\rho(\delta V_x) (1 - \rho^2)} + O((\delta V_x)^4)$$
(29)

#### 4 仿真算例分析

本节给出一个接近航天器近距离接近时,目 标航天器按照文中算法进行规避机动的仿真 算例。

设初始时刻目标航天器轨道六根数分别为  $a_0 = 7\ 078\ 000 \text{m}, e_0 = 0.0, i_0 = 68^\circ, \Omega_0 = 110^\circ, \omega_0 =$  $30^\circ, f_0 = 60^\circ$ 。接近航天器和目标航天器均采用 光学相机对对方进行相对测量,可直接获取俯仰 角  $\varepsilon$ 和方位角  $\theta$ ,相应的角度测量误差分别为  $\sigma_{\theta}$ = 0.001rad 和  $\sigma_{\varepsilon}$  = 0.001rad,光学相机测量频率 为 1Hz。

为便于比较分析,首先在目标航天器不进行 任何规避机动而接近航天器采用 CW 两脉冲制导 的情况下,对接近过程中的可观测度(DOO)变化 进行分析。仿真结果如图 3~5 所示。





采用上节中梯度方向计算方法,可以得出目标航天器关于可观测度的最优规避机动方向为G = [0.6459; -0.7634; 0]。为说明本文方法的优化,选取其他两个机动方向A 和B 分别为A = [0.2873; -0.9578; 0] 和B = [0.9864; -0.1644; 0],对三个方向同样施加 3m/s 的机动脉冲,可以得到可观测度和相对距离的变化情况,如图 6~8 所示。



· 20 ·





为便于具体分析,现将不同情况下的终端可 观测度列于表1中。

为了进一步对结果进行说明,绘出三种机动 方向的轨道面内相对位置误差椭圆并进行对比。 如图9所示,沿梯度方向施加机动后,终端相对位 置误差明显大于其他两个机动方向的终端误差椭 圆,说明机动后由于可观测性下降导致终端传播 误差增大。

#### 表1 同脉冲值对可观测度与最小相对距离的影响

Tab. 1 The influence of DOO and minimal relative

distance with different impulse				
脉冲大小	无机动	梯度	机动	机动
		方向	方向 A	方向 B
相对位				
置可观	36.63	278.67	245.26	223.58
测度(m)				
相对速度				
可观测度	0.11	0.38	0.31	0.375
(m/s)				
最小相对	2 21	( ()	7 20	2 00
距离(km)	2.31	6.62	7.39	3.98



Fig. 9 Error ellipse of relative position in plane

由以上仿真结果容易看出,通过在梯度方向 上施加机动脉冲,可以使目标航天器成功达到弱 化接近航天器对己方的可观测性的目的。同时, 接近过程中的最小相对距离和终端相对距离都处 于可接受范围。可见,在满足传统安全性的同时, 根据本文可观测度的定义及机动方法实现了从可 观测性的角度进行规避机动,具有一定的实际 意义。

#### 5 结论

对于空间两航天器的规避机动问题,本文探 讨了一种新的可行的思路。在现有的仅测角相对 导航模型下,通过进行状态估计误差分析给出了 相对运动可观测度概念,并利用梯度优化算法对 规避机动的方向进行了优化计算。经算例验证, 在梯度方向施加规避脉冲不仅可以使两航天器间 的相对运动可观测度明显增大,即可观测性显著 降低,同时也保证了相对距离的安全。说明该方 法是可行的,对传统规避机动方法有一定的借鉴 意义。

另外,以此为基础可将传统安全指标与可观

测度相结合,共同对规避机动方向进行优化,寻求 效果更好的反交会规避机动方法,这是我们下一 步将开展的工作。

## 参考文献(References)

- Patera R P. General method for calculating satellite collision probability[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2001,24(4):716-722.
- [2] Patera R P. Satellite collision probability for nonlinear relative motion[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(5):728-733.
- [3] Patera R P, Peterson G E. Space vehicle maneuver method to lower collision risk to an acceptable level [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(2): 233-237.
- [4] 白显宗,陈磊.空间目标碰撞概率计算方法研究[J]. 宇航 学报,2008,29(4):1435-1444.
   BAI Xianzong, CHEN Lei. Research on calculational method of collision probability between space objects [J]. Journal of

Astronautics, 2008, 29(4): 1435 – 1444. (in Chinese) [5] Kelly B D, Picciotto S D. Probability based optimal collision

- avoidance maneuvers[R]. AIAA 2005 6775.
  [6] 王华,李海阳,唐国金.基于碰撞概率的交会对接最优碰 撞规避机动[J]. 宇航学报,2008, 29(1):648 - 652.
  WANG Hua, LI Haiyang, TANG Guojin. Collision probability based optimal collision avoidance maneuver in rendezvous and docking[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1):220 -223. (in Chinese)
- [7] 钱宇,徐敏,郭东,等. 航天器短期规避路径规划研究[J]. 飞行力学,2010,28(5):67-70.
  QIAN Yu, XU Min, GUO Dong, et al. Route planning for spacecraft collision avoidance maneuver with short-term encounters[J]. Flight Dynamics, 2010, 28(5):67-70. (in Chinese)
- [8] 钱宇,徐敏,郭东,等. 在轨航天器轨道规避体系研究[J]. 西北工业大学学报,2010,28(1):13-17.

QIAN Yu, XU Min, GUO Dong, et al. Exploring further on-orbit spacecraft collision avoidance framework ( OSCAF ) [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2010, 28(1): 13 - 17. (in Chinese)

- [9] 姚党鼐,王振国. 航天器在轨防碰撞自主规避策略[J]. 国 防科技大学学报, 2012, 34(6): 100-110. YAO Dangnai, WANG Zhenguo. Active collision avoidance maneuver strategy for on-orbit spacecraft [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(6): 100 - 110. (in Chinese)
- [10] 宋申民,张大伟,裴润. 非合作自主交会对接的动态障碍物躲避制导[J]. 中国空间科学技术, 2010, 12(6): 39-48.
  SONG Shenmin, ZHANG Dawei, PEI Run. Guidance for dynamic obstacle avoidance of autonomous rendezvous and docking with non-cooperative target [J]. Chinese Space Science and Technology, 2010, 12(6): 39-48. (in Chinese)
- [11] 高鹏,罗建军. 航天器规避动态障碍物的自适应人工势 函数制导[J]. 中国空间科学技术, 2012, 10(5):1-8.
  GAO Peng, LUO Jianjun. Adaptive artificial potential function guidance for dynamic obstacle avoidance of spacecraft
  [J]. Chinese Space Science and Technology, 2012, 10(5): 1-8. (in Chinese)
- [12] 李九人,李海阳,唐国金. 基于仅测角的自主交会相对导航策略研究[J]. 中国科学 E 辑,2011,41(9):1197-1204.
  LI Jiuren, LI Haiyang, TANG Guojin. Research on the strategy of angles-only relative navigation for autonomous rendevous[J]. Sci China Tech Sci. 2011,41(9):1197-
- [13] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单/多基地有源无源定位技术
   [M]. 北京:国防工业出版社,1996.
   SUN Zhongkang, ZHOU Yiyu, HE Lixing. Single/Multistatic active passive lovation technology [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1996. (in Chinese)

1204. (in Chinese)

[14] Passerieux J M, Cappel D V. Optimal observer maneuver for bearings-only tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(3): 777 – 788.