

微机械陀螺品质因数的在线测量方法*

王安成, 胡小平, 罗兵, 王谱华

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:品质因数是决定微机械陀螺结构性能的重要参数。传统测量振动结构品质因数的幅频曲线半功率带宽法需要记录大量幅频响应数据并需作离线处理,测量效率很低。通过分析微机械陀螺动力学模型发现,品质因数可根据谐振频率及相频函数在谐振频率点处的一阶导数值计算,且相频曲线在谐振频率点附近近似为线性。利用这些特点,提出一种新的品质因数在线快速测量方法。首先,在谐振频率附近对陀螺进行激励,得到相频数据;然后,使用递推最小二乘法估计出相频曲线斜率;最后根据该斜率和谐振频率值计算出品质因数。新方法不需要存储和离线分析频率响应数据,可以自动确定品质因数。仿真和实验验证了本文方法的正确性和可行性。

关键词:微机械陀螺;品质因数;相频曲线;在线测量

中图分类号:U666.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)03-0068-04

On-line measurement for the quality factor of the micro-machined gyroscope

WANG Ancheng, HU Xiaoping, LUO Bing, WANG Puhua

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Quality factor is a key parameter determining the performance of the micro-machined gyroscope. The conventional measurement, the half-power bandwidth method, is low in efficiency, since it requires the user to store and deal with a multitude of amplitude-frequency response data. Based on the analyses on the dynamics model, the quality factor can be calculated according to the resonance frequency and first derivation of the phase-frequency function at the resonance frequency point, and the phase-frequency graph is approximately linear near the resonance point. Upon these characteristics, an online and quick quality factor measurement method was put forward. First, the gyroscope was excited near the resonance point to obtain the phase-frequency data. Then, the slope of the phase frequency was estimated by using the recursive least squares method. Finally, the quality factor was obtained according to the slope and the resonant frequency. The simulation and experimental results verify the correctness and feasibility of the proposed method.

Key words: micro-machined gyroscope; quality factor; phase-frequency graph; on-line measurement

微机械陀螺具有体积小、重量轻、成本低、抗冲击等优点,在军、民用领域均有着广阔的应用前景^[1]。品质因数也称 Q 值,是描述机械结构振动特性的重要参数。为了提高微机械陀螺的灵敏度,一般采用真空封装的方式来获取高 Q 值。真空封装后, Q 值散布范围很广,并且易随温度等环境因素的改变而发生变化,造成微机械陀螺性能下降^[2]。因此,研究真空封装下 Q 值的特性很有必要,而 Q 值测量是开展这一工作的前提。

目前, Q 值测量方法有时域法和频域法两种。时域法基于自由振荡时的幅值衰减特性,利用振荡幅值在特定时间内的衰减程度及其与 Q 值之

间的对应关系来计算。基于该方法,文献[3]采用激励电路、高速采集卡和LabVIEW搭建了测试系统。文献[4]采用计数器、峰值检测器、比较器等设计了一个测量电路,并在文献[5]中进行了改进。时域法需要检测瞬态响应的峰值或者幅值包络,相对比较复杂。频域法较为常用,它一般基于幅频特性曲线利用谐振频率和通频带宽来计算,称为半功率带宽法,文献[6]采用该方法对微结构的 Q 值特性进行了研究,文献[7]分析了这种方法的误差特性。频域法的主要缺点是需要记录和较多的幅频响应数据,测量效率低且无法在线实现。

* 收稿日期:2013-09-11

基金项目:湖南省研究生科研创新资助项目(CX2012B014);国防科技大学优秀研究生创新资助项目(4345111141N)

作者简介:王安成(1985-),男,河南柘城人,博士研究生,E-mail:wangancheng@y-mail.com;

胡小平(通信作者),男,教授,硕士,博士生导师,E-mail:xphu@nudt.edu.cn

1 系统模型分析

理想情况下,微机械陀螺的两个振动模态均可视为二阶振荡系统,传递函数为

$$H(s) = \frac{c}{s^2 + \left(\frac{\omega_n}{Q}\right)s + \omega_n^2} \quad (1)$$

式中, ω_n 和 Q 分别为自然频率和品质因数, c 为与结构相关的正常数。由式(1),可以得到系统的幅频和相频函数

$$A(\omega) = \frac{c}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega_n^2 \omega^2}{Q^2}}} \quad (2)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{\omega_n \omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)Q} \quad (3)$$

对式(2)求导得

$$A'(\omega) = \frac{2c\omega[\omega_n^2(1 - \frac{1}{2Q^2}) - \omega^2]}{[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + \omega_n^2 \omega^2 / Q^2]^{3/2}} \quad (4)$$

式(4)表明,幅频函数为一单峰曲线,在 $\omega =$

$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ 处取得最大值,此时系统谐振, ω_r 称为系统的谐振频率点。

同样地,对式(3)求导得

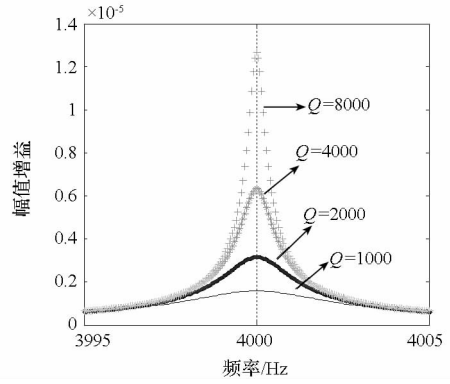
$$\varphi'(\omega) = \frac{-\omega_n Q(\omega_n^2 + \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 Q^2 + \omega_n^2 \omega^2} < 0 \quad (5)$$

注意到 $\varphi(\omega) |_{\omega \rightarrow 0} = 0$ 和 $\varphi(\omega) |_{\omega \rightarrow \infty} = -\pi$, 因此,相频函数为一单调递减函数,取值空间为 $(-\pi, 0)$ 。

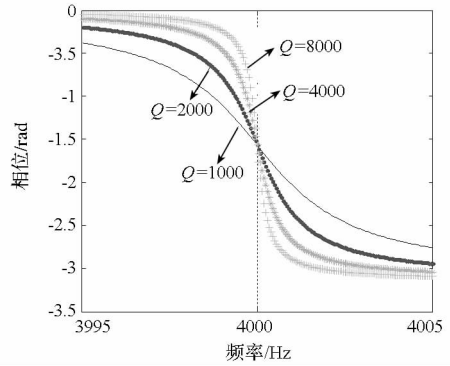
为了直观地观察系统的频率特性和 Q 值对频率特性的影响,令 $c = 1$, ω_n 取 4000Hz, 分别取 $Q = 1000, 2000, 4000, 8000$, 在 $[3995, 4005]$ 的频率区间上绘制幅频、相频特性曲线,如图 1 所示。可见,系统的幅值增益和相位在谐振频率点附近均发生较大变化, Q 值会影响谐振频率点附近的幅值增益, Q 值越大,幅值增益相对越大,同时幅频曲线越尖锐,相频曲线越陡峭。

2 微机械陀螺 Q 值在线测量方法

传统测量微机械陀螺 Q 值常采用幅频曲线半功率带宽法,其测量原理如图 2 所示,实施过程为:先通过扫频获取系统的幅频特性曲线,从响应数据中找到谐振幅值 A_r 以及谐振频率 ω_r ,再找到对应幅值为 $\sqrt{2}A_r/2$ (即能量下降一半)的两个频率点 ω_l 和 ω_h ,然后利用 $Q = \omega_r/(\omega_h - \omega_l)$ 算得 Q 值。这种方法测试效率低,并且无法在线实现。下面提出基于相频曲线的 Q 值在线测量方法。



(a) 幅频曲线



(b) 相频曲线

图 1 幅频和相频曲线

Fig. 1 Amplitude-frequency and phase-frequency graphs

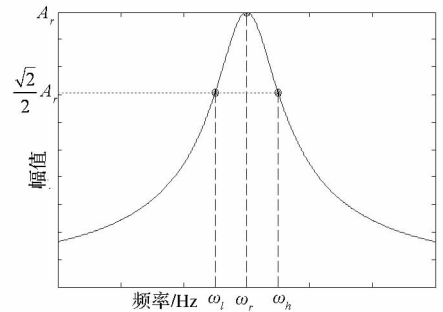


图 2 半功率带宽法测量 Q 值的原理示意图

Fig. 2 Measurement principle of half power bandwidth

根据式(3),有

$$\varphi'(\omega_n) = \varphi'(\omega) |_{\omega=\omega_n} = -\frac{2Q}{\omega_n} \quad (6)$$

上式表明, Q 值与系统的自然频率以及相频函数在自然频率处的导数之间有确定的关系。考虑到微机械陀螺真空封装后 Q 值可达数千或数万,因此有 $\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} \approx \omega_r$, 从而

$$Q = -\frac{\varphi'(\omega_r)\omega_r}{2} \quad (7)$$

根据式(7),提出一种 Q 值测量方法,实施过

程为:首先确定出谐振频率 ω_r , 然后对相频曲线作多项式拟合, 再对拟合函数在 ω_r 处求导得到 $\varphi'(\omega_r)$ 。理论上, 该方法的测量误差仅由 ω_r 对 ω_n 的近似和相频曲线的多项式拟合过程引入, 因此具有很高的测量精度, 本文称之为相频曲线斜率法离线算法。这种方法虽然只需要记录少量相频响应数据, 但仍需进行多项式拟合, 不适于在线实现, 下面继续作改进。

在 $\omega = \omega_n$ 处将 $\varphi'(\omega)$ 进行泰勒级数展开得

$$\varphi'(\omega) = \varphi'(\omega_n) + \varphi''(\omega_n)(\omega - \omega_n) + o(\omega - \omega_n)^2 \quad (8)$$

其中, $\varphi''(\omega_n) = \varphi''(\omega) |_{\omega=\omega_n} = \frac{2Q}{\omega_n^2}$ 。对于微机械陀螺来说, ω_n 一般在 10^4 量级上, 因此在 $\omega = \omega_n$ 附近, $\varphi''(\omega_n)(\omega - \omega_n)$ 很小, 则 $\varphi'(\omega) \approx \varphi'(\omega_n) = -2Q/\omega_n$ 为一常数, 这表明相频曲线在自然频率附近近似线性, 图 3 直观地反映了这一特性。

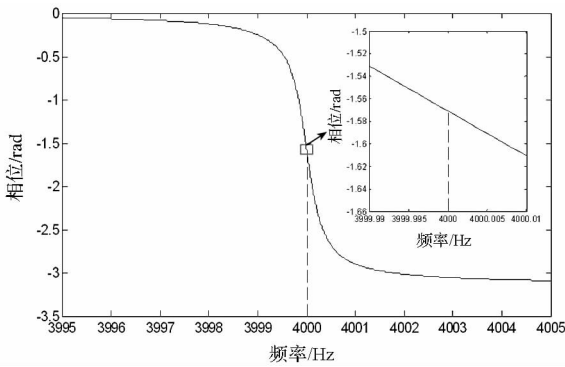


图 3 自然频率附近的相频曲线

Fig. 3 Phase-frequency graph near the nature frequency

根据式 (8), 相频曲线在自然频率附近的斜率 $k = -2Q/\omega_n \approx -2Q/\omega_r$, 因此有

$$Q = -\frac{k\omega_r}{2} \quad (9)$$

据此提出改进后的方法, 实施过程为: 首先确定出谐振频率 ω_r , 然后在 ω_r 附近取若干个频率测试点 ω_i 并得到相应的相位 $\varphi_i = \varphi(\omega_i)$, 根据 (φ_i, ω_i) 确定 k , 最后根据式 (9) 计算出 Q 值。由于 ω_r 可以根据文献 [8] 提出的方法在线快速确定, 斜率 k 可以根据少量的 (φ_i, ω_i) 采用诸如递推最小二乘的方法拟合得到, 因此, 相频曲线斜率法测量效率高, 并且完全可以在线实现。称此方法为相频曲线斜率法在线算法。

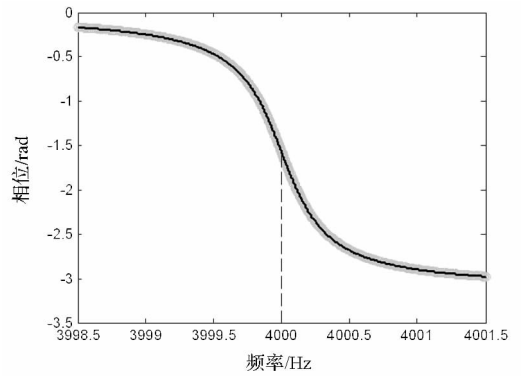
3 仿真与实验

3.1 仿真

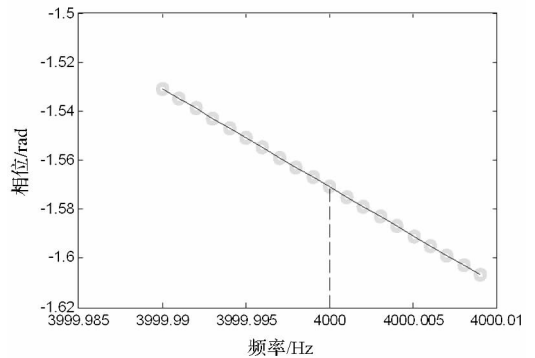
在 [2000, 15000] 的 Q 值区间上作了 5 组数

值仿真。仿真中系统自然频率取为 4000Hz。相频曲线斜率法离线仿真过程如下: 首先在频率区间 [3998.5Hz 4001.5Hz] 上, 每隔 0.001Hz 取一个频率点, 根据已知参数和式 (3) 产生对应的相位数据; 然后利用所得到的数据绘制相频曲线, 并使用 Matlab 的 polyfit 函数对其进行 20 阶多项式拟合, 根据 polyfit 函数返回的值可得到相频函数在自然频率处的一阶导数; 最后根据式 (7) 确定 Q 值。相频曲线斜率法在线仿真过程如下: 首先, 在频率区间 [3999.99 4000.009] 上, 每隔 0.001Hz 取一个频率点, 根据已知参数和式 (3) 产生对应的相位数据, 共得到 20 组相频数据; 然后, 编写最小二乘序贯处理程序, 并利用相频数据估计出相频曲线斜率; 最后, 利用式 (9) 计算 Q 值。

图 4 展示了 $Q = 8000$ 时的离线算法和在线算法的仿真求解情况。其中, 图 4(a) 表示离线方法中对相频曲线进行多项式拟合的结果, 4(b) 表示所使用的真实相频点和最终采用最小二乘估计出的参数所绘制的相频曲线。两种方法的测量结果列于表 1, 可以看出, 本文提出的相频曲线斜率法离线方法测量精度较高, 在线方法会产生一定的精度损失。仿真得到的测量精度还与频率步长



(a) 离线算法



(b) 在线算法

图 4 相频曲线斜率法的仿真求解过程

Fig. 4 Calculation process of phase-frequency graph slope method in simulation

表1 相频曲线斜率法仿真结果

Tab.1 Simulation results of phase-frequency graph slope method

Q 值真值	相频曲线斜率法离线方法		相频曲线斜率法在线方法	
	测量值	相对误差	测量值	相对误差
2 000	1 999.999 7	1.251 3 e-7	1 999.959 7	2.016 5 e-5
4 000	3 999.999 0	2.433 9 e-7	3 999.677 4	8.064 3 e-5
8 000	7 997.864 8	2.669 0 e-4	7 997.420 8	3.224 0 e-4
10 000	99 865.506 7	1.344 9 e-3	99 949.645 1	5.035 5 e-4
15 000	14 920.914 9	5.272 3 e-3	14 983.028 3	1.131 4 e-3

和区间、数据拟合方式以及自然频率等取值相关,在此不作详细分析和阐述。

3.2 实验验证

设计微机械陀螺测试系统如图5所示,其主要功能模块包括前端滤波、AD采集、数字处理、正弦信号生成及串口通讯等。谐振频率的在线快速求解采用黄金分割搜索算法,品质因数利用本文提出的在线方法并通过递推最小二乘实现,同时开发了扫频测试程序。测试时先采用在线方法得到品质因数测量结果,再启动扫频程序,并在离线情况下采用传统的幅频曲线半功率带宽法对扫频得到的频率响应数据进行Q值求解,用以与在线测量结果作对比。

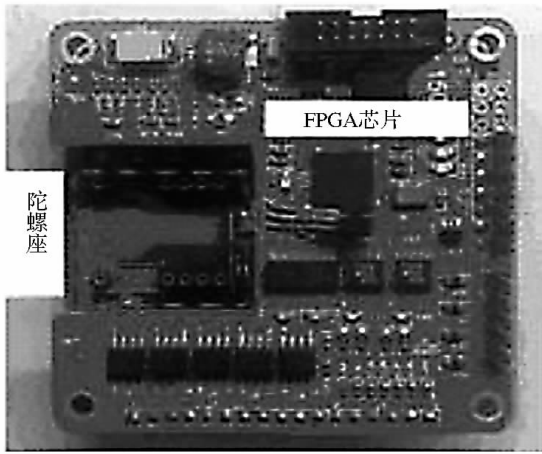


图5 微机械陀螺测试系统

Fig.5 Testing system of micro-machined gyroscope

常温下对同一陀螺进行了5组测试,结果如表2所示,可见本文提出的品质因数在线算法测量结果与传统方法相差不大。图6是根据第4组实验数据绘制的相频曲线及在线算法求解过程,图中相频曲线由于电路等影响含有噪声和畸变,虚线框内显示了递推最小二乘所用到的相频数据及线性估计结果。采用本文在线方法测量品质因数只需少于1s的时间,大大提高

了测量效率。

表2 在线测量方法与传统方法实验测试结果

Tab.2 Experimental results of on-line measurement method and conventional method

	在线测量方法	传统方法
第1组	6 497.571 6	6 445.578 4
第2组	7 702.999 0	7 740.930 8
第3组	6 538.734 4	6 513.386 4
第4组	6 490.754 9	6 423.398 0
第5组	6 269.619 8	6 109.595 1

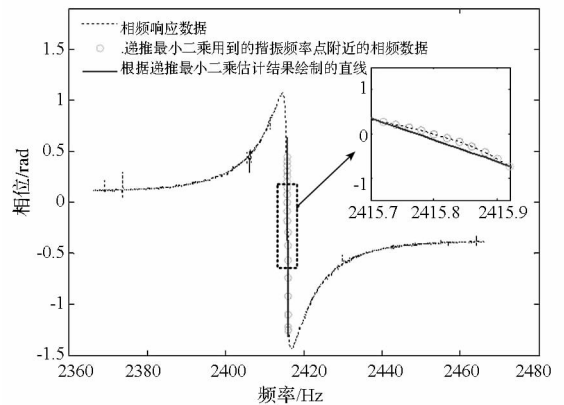


图6 在线测量方法求解过程

Fig.6 Calculation process of on-line measurement method

4 结论

传统的幅频曲线半功率带宽法测量微机械陀螺Q值时效率较低,难以在线实现。本文结合微机械陀螺的模态特性,提出了一种相频曲线斜率法,实现品质因数的在线快速测量。需要说明的是,这里的“在线”是指单独进行Q值测量时可以实时自动地运行而不需做事后处理。本文提出的方法也适用于振动特性与微机械陀螺类似的其他振荡系统,下一步的工作将着眼于研究相频曲线斜率法的误差特性。(下转第121页)

衡预测准确度与预测频率之间的矛盾运动。当预测准确度降低时,能够通过自动降低可信度来降低预测频率,从而促使预测准确度提高。

利用3个基准函数对FAGA进行收敛性和有效性的测试,测试结果表明FAGA对于3个测试函数均能获得满意的最优解,并且都能减少60%以上的真实适应值计算次数。结合收敛性测试和有效性测试的结果可知FAGA是一种正确、高效的智能优化算法,其中包含的基于可信度概念的适应值预测模型能够在保证预测准确度的同时,有效地控制预测频率。

参考文献 (References)

- [1] 孙超利. 面向机械系统优化设计的微粒群算法[M]. 北京:机械工业出版社,2012.
SUN Chaoli. Particle swarm optimization for mechanical systems design [M]. Beijing: China Machine Press, 2012. (in Chinese)
- [2] Shan S Q, Wang G G. Survey of modeling and optimization strategies to solve high-dimensional problems with computationally-expensive black-box functions [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, 41(2): 219 – 241.
- [3] Jin Y C. A comprehensive survey of fitness approximation in evolution computation[J]. *Soft Computing*, 2005, 9(1): 3 – 12.
- [4] Wang G G, Shan S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 129(4): 370 – 380.
- [5] 王小平,曹立明. 遗传算法——理论、应用与软件实现[M]. 西安:西安交通大学出版社,2002.
WANG Xiaoping, CAO Liming. Genetic algorithm-theory, application and software [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2002. (in Chinese)
- [6] Paenke I, Branke J, Jin Y C. Efficient search for robust solutions by means of evolutionary algorithms and fitness approximation [J]. *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, 2006, 10(4): 405 – 420.
- [7] Li M. An improved kriging-assisted multi-objective genetic algorithm[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2011, 133(7): 1 – 11.
- [8] Jin Y C, Olhofer M, Sendhoff B. A framework for evolutionary optimization with approximate fitness functions [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(5): 481 – 494.
- [9] Malak R J, Predis C J J. Using support vector machines to formalize the valid input domain of predictive models in systems design problems[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2010, 132(10): 1 – 14.
- [10] Smith R E, Dike B A, Stegmann S A. Fitness inheritance in genetic algorithm[C]// *Proceedings of the 1995 ACM Symposium on Applied Computing*, 1995: 345 – 350.
- [11] Sastry K, Goldberg D E, Pelikan M. Don't evaluate, inherit[C]// *Proceedings of genetic and Evolutionary Computation Conference*, 2001: 551 – 558.
- [12] Kim H S, Cho S B. An efficient genetic algorithms with less fitness evaluation by clustering[C]// *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2001, 2: 887 – 894.

(上接第71页)

参考文献 (References)

- [1] Barbour N, Schmidt G. Inertial sensor technology trends[J]. *IEEE Sensor Journal*, 2001, 1(4): 332 – 339.
- [2] 杨俊波. MEMS真空封装关键技术研究[D]. 武汉:华中科技大学,2005.
YANG Junbo. Research on the key technology of MEMS vacuum packaging [D]. Wuhan: HuaZhong University of Science and Technology, 2005. (in Chinese)
- [3] 徐淑静,高振宁. 一种新的微机械陀螺品质因数测试方法[J]. *微纳电子技术*, 2011, 48(6): 391 – 394.
XU Shujing, GAO Zhenning. A new test method for the quality factor of MEMS gyroscope [J]. *Micronanoelectronic Technology*, 2011, 48(6): 391 – 394. (in Chinese)
- [4] Zhang M, Llaser N, Mathias H. Improvement of the architecture for MEMS resonator quality factor measurement[C]// *Proceedings of 15th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems*, 2008: 255 – 258.
- [5] Zhang M, Llaser N, Mathias H, et al. High precision measurement of quality factor for MEMS resonators [J]. *Procedia Chemistry*, 2009, 1(1): 827 – 830.
- [6] 韩建强,朱长纯,刘君华,等. 热激励微悬臂梁谐振器品质因数研究[J]. *西安交通大学学报*, 2002, 36(4): 377 – 380.
HAN Jianqiang, ZHU Changchun, LIU Junhua, et al. Quality factor of thermally excited micromechanical cantilever resonators[J]. *Journal of Xi'an JiaoTong University*, 2002, 36(4): 377 – 380. (in Chinese)
- [7] Atavin V G, Kuranov V V, Khudyakov Y V. Determination of the errors of resonance frequency and quality factor measurements[J]. *Measurement Techniques*, 2003, 46(3): 249 – 253.
- [8] 王安成,罗兵,吴美平. 硅微机械陀螺谐振频率在线快速测定方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2011, 19(5): 607 – 610.
WANG Ancheng, LUO Bing, WU Meiping. Online and quick determination for resonance frequency of silicon micro-machined gyroscope [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2011, 19(5): 607 – 610. (in Chinese)