

基于频率分集的阵列雷达低角跟踪算法*

徐振海, 黄坦, 熊子源, 肖顺平

(国防科技大学 电子信息系统工程电磁环境效应国家重点实验室, 湖南长沙 410073)

摘要:针对舰载 X 波段阵列雷达研究了低角跟踪问题, 雷达工作在频率分集模式。利用复反射系数与擦地角的关系建立了多频多径条件下阵列接收信号模型。推导了多频极大似然仰角谱, 揭示了多频体制抑制仰角模糊的机理, 推导出了仰角谱栅瓣间隔, 分析了系统带宽对仰角谱的影响。提出谱峰正确选择概率来度量测角性能, 通过仿真研究了 SNR、目标仰角对仰角谱估计精度的影响, 给定目标仰角条件下得到了满足测角精度要求的最小 SNR, 最小 SNR 随目标仰角增加并非严格单调下降。

关键词:低角跟踪; 多径; 阵列雷达; 频率分集; 复反射系数

中图分类号: TN820 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)02-0093-06

Low angle tracking algorithm using frequency diversity for array radar

XU Zhenhai, HUANG Tan, XIONG Ziyuan, XIAO Shunping

(State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics & Information System, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The low angle tracking problem was investigated for shipborne X-band array radar working at frequency diversity mode. Firstly, the receiving array signal model with multi-frequency was established in multi-path environment based on the relation between complex reflection coefficient (CRC) and grazing angle of seawater at X band. Then, the research put forward the MFML (Multi-Frequency Maximal Likelihood) elevation spectrum, in which the elevation ambiguity is alleviated by frequency diversity. The spacing between spectrum peaks was presented. The influence on elevation spectrum of frequency width was analyzed. Lastly, the probability of exact peak selection was proposed to describe the elevation estimation performance. Elevation estimation performance was evaluated by simulation, related to SNR and target elevation. Given target elevation, the minimal SNR was obtained for a certain angular accuracy, which is not strictly monotone downtrend with target elevation.

Key words: low-angle tracking; multi-path; array radar; frequency diversity; complex reflection coefficient

多径效应严重影响着雷达对低空(低仰角)目标的探测与测量, 尤其对舰载雷达。当雷达跟踪位于海平面以上、天线波束宽度以内的目标时, 目标直达波伴随着多径反射波一起被雷达接收。多径回波由镜面反射分量和漫反射分量构成, 当反射面起伏较小时, 以镜面反射分量为主; 当反射面起伏较大时, 以漫反射为主。多径效应使得雷达跟踪误差增大, 甚至失效。低角跟踪的难点在于无论在空域、时域和频域都很难分辨多径信号和直达信号。

采用阵列信号处理技术是当前解决低角跟踪的重要技术途径。阵列信号处理又可分为两大类: 第一类是基于特征分解的高分辨率方法^[1-2], 其核心是利用高分辨算法来区分目标与其镜像, 进而提高目标高度的估计精度, 然而该类方法在实践中效果

并不理想, 因为高分辨算法受到相干源、快拍有限的限制使性能下降或者失效; 第二类是基于精确多径模型的极大似然方法^[3-8], 其核心是对多径信号进行精确建模, 减少估计问题中未知参量的数目, 进而改善目标高度的估计精度。然而在单频点(或窄带)工作条件下, 仰角估计将出现“模糊”现象。雷达天线与其镜像构成虚拟二元阵, 仰角模糊来自于干涉方向图的周期性。克服仰角模糊的方法是采用频率分集(或频率捷变)技术, 其机理是雷达频率的变化导致虚假目标的峰值移动而真实目标的位置不会改变。加拿大渥太华国防研究院^[3-5]和加拿大 McMaster 大学^[6-8]分别开发了低角跟踪实验系统(Experimental Low Angle Tracking, ELAT)和多参量自适应雷达实验系统(Multiparameter Adaptive Radar System, MARS), 系

* 收稿日期: 2013-07-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60901072)

作者简介: 徐振海(1977—), 男, 河南卫辉人, 副教授, 博士后, 硕士生导师, E-mail: xzh930@aliyun.com

统均工作在 X 波段,两个频点同时工作,采用第二类测高算法,并开展了实验研究,但 1995 年之后未见报导。最近,文献[9]针对大规模阵列雷达低角跟踪问题提出了基于极大似然估计的高度估计算法,采用频率捷变和子阵划分避免了多径衰落。文献[10]针对舰载相控阵雷达低角跟踪问题在传统的相位比较单脉冲的基础上提出了间隔搜索算法,并且基于聚类理论研究了最优频率选择问题。在上述文献的研究中,复反射系数直接采用 -1,没有考虑复反射系数与擦地角以及极化的关系,所建立的多径模型并不“精确”。

1 多频多径阵列信号模型

1.1 复反射系数模型

对于平静海面,在平均盐度和温度条件下,各个频段的反射系数均可以解析计算出来,并且与实际测量吻合得较好。X 波段(10GHz)复反射系数^[13]曲线如图 1 所示。

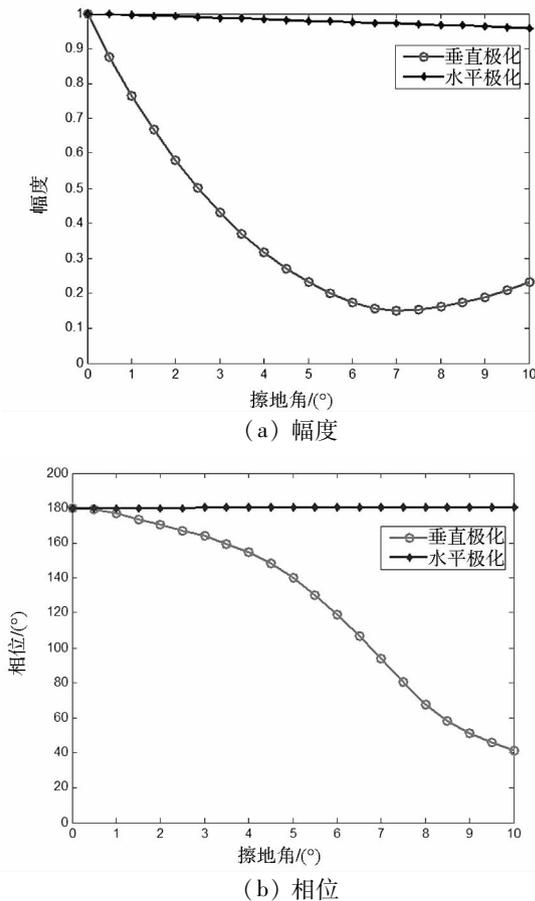


图 1 X 波段复反射系数与擦地角的关系曲线

Fig. 1 The curves of CRC vs grazing angle in X band

水平极化条件下,复反射系数幅度和相位与擦地角近似呈线性关系,在 $[0^\circ, 10^\circ]$ 范围之内可表示为: $|\rho_H| = 1 - 0.00412\psi$, $\phi_H = 180 + 4/90\psi$, 由于斜率很小,因此在实际应用中可以认为复反

射系数与擦地角近似无关,即幅度近似为 1,相位近似为 180° 。垂直极化条件下,复反射系数与擦地角关系密切。随着擦地角的增大,复反射系数相位从 180° 开始单调下降;复反射系数幅度从 1 开始先下降,然后略微上升,在 7° 时达到最小值,该角度称为布儒斯特角。

假定在整个工作带宽内复反射系数与频率近似无关,即工作带宽内其他频点对应的复反射系数均用中心频率对应的复反射系数来近似。

1.2 多频多径阵列信号模型

假定镜面反射机理占优势,漫反射分量可以忽略,阵列接收的信号为直达信号与镜面多径信号的叠加。考虑常规的对称多径情形,直达信号和镜面反射信号的入射角关于阵列法向对称,并均等于擦地角。设该阵列雷达系统具有 K 个工作频点,对于第 k 个工作频点,多径条件下阵列接收信号模型可以表示为:

$$\mathbf{x}_k = A_{d,k} \cdot \mathbf{s}_k(\theta) + A_{i,k} \cdot \mathbf{s}_k(-\theta) + \mathbf{n}_k \quad (1)$$

其中: $A_{d,k}$ 、 $A_{i,k}$ 分别表示直达和镜面反射信号的复幅度,根据复反射系数的定义 $A_{i,k} = \rho(\theta)A_{d,k}$, $\mathbf{s}_k(\theta)$ 为第 k 个频点对应的阵列导向矢量,以阵列相位中心为参考点。假定阵列噪声为零均值独立同分布正态白噪声,即: $E[\mathbf{n}_k] = \mathbf{0}_{N \times 1}$, $E[\mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^H] = \sigma_k^2 \mathbf{I}_N$, 并且不同频率间噪声矢量独立。若复反射系数信息已知,则多频多径阵列接收信号模型可重写为:

$$\mathbf{x}_k = A_{d,k} \cdot \mathbf{b}_k(\theta) + \mathbf{n}_k \quad (2)$$

其中: $\mathbf{b}_k(\theta) = \mathbf{s}_k(\theta) + \rho(\theta)\mathbf{s}_k(-\theta)$ 为多径条件下阵列复合导向矢量,在该模型中未知参量有 $A_{d,k}$ ($k = 1, 2, \dots, K$) 和 θ , 在以下推导中 $A_{d,k}$ 用 A_k 表示。

2 MFML 谱估计

本节将从极大似然估计原理出发,利用复反射系数与擦地角的关系规律推导仰角谱,并揭示多频抑制仰角模糊的机理。

2.1 MFML 仰角谱

在各个频点噪声矢量独立的假设条件下,阵列接收数据矩阵 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \dots \quad \mathbf{x}_K]$ 的概率密度为:

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi^N (\sigma_k^2)^N} \exp\left\{-\frac{\|\mathbf{x}_k - A_k \cdot \mathbf{b}_k(\theta)\|^2}{\sigma_k^2}\right\} \quad (3)$$

对上式取对数得到似然函数:

$$L = \sum_{k=1}^K \left[-N \ln \pi - N \ln(\sigma_k^2) - \frac{\|\mathbf{x}_k - A_k \cdot \mathbf{b}_k(\theta)\|^2}{\sigma_k^2} \right] \quad (4)$$

根据极大似然估计原理,未知参数 A_k 和 θ 的极大似然估计为:

$$\hat{A}_k, \hat{\theta} = \arg \min_{A_k, \theta} \sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{x}_k - A_k \cdot \mathbf{b}_k(\theta)\|^2}{\sigma_k^2} \quad (5)$$

固定 θ , 代价函数对于 A_k 求共轭偏导, 并令之为零得到:

$$\hat{A}_k = \frac{\mathbf{b}_k^H(\theta) \mathbf{x}_k}{\|\mathbf{b}_k(\theta)\|^2} \quad (6)$$

将其代入式(5), 消除未知参数 A_k 的影响, 得到 θ 的极大似然估计:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{P}_{\mathbf{b}_k^\perp} \mathbf{x}_k\|^2}{\sigma_k^2} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{P}_{\mathbf{b}_k^\perp} = \mathbf{I}_N - \frac{\mathbf{b}_k(\theta) \mathbf{b}_k^H(\theta)}{\|\mathbf{b}_k(\theta)\|^2}$ 为到矢量 \mathbf{b}_k 所张成一维子空间正交补空间上的投影矩阵, 利用正交投影的性质可知: $0 \leq \|\mathbf{P}_{\mathbf{b}_k^\perp} \mathbf{x}_k\|^2 \leq \|\mathbf{x}_k\|^2$, 因此上式也等价于:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} f_{\text{MFML}}(\theta) = \frac{\sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{x}_k\|^2}{\sigma_k^2}}{\sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{P}_{\mathbf{b}_k^\perp} \mathbf{x}_k\|^2}{\sigma_k^2}} \quad (8)$$

函数 $f_{\text{MFML}}(\theta)$ 称为多频极大似然仰角谱函数, 对目标仰角进行搜索, 峰值位置即对应目标仰角。

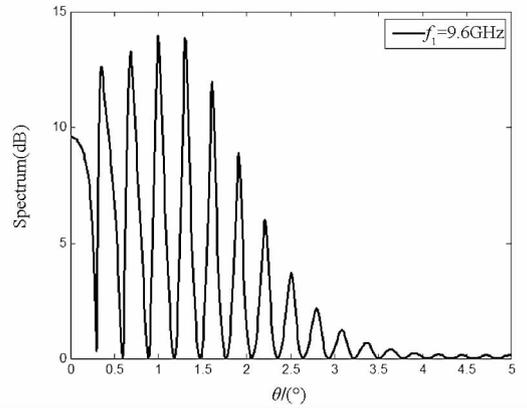
2.2 抑制仰角模糊机理

若频点数为 1, 则 MFML 仰角谱退化为单频极大似然 (SFML) 仰角谱, 对于频点 k 仰角谱函数为:

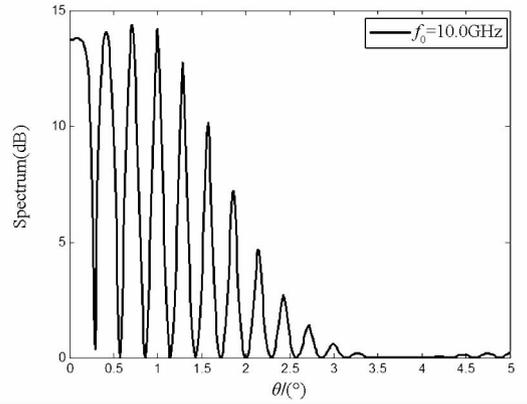
$$f_{\text{SFML},k}(\theta) = \frac{\|\mathbf{x}_k\|^2}{\|\mathbf{P}_{\mathbf{b}_k^\perp} \mathbf{x}_k\|^2} \quad (9)$$

为了验证 MFML 抑制仰角模糊的机理, 特地给出典型条件下的 MFML 仰角谱与 SFML 仰角谱的对比, 目标仰角为 1° 。图 2(a)(b)(c) 分别为频点 9.6GHz、10.0GHz 和 10.4GHz 的 SFML 仰角谱, 图 2(d) 给出了三个频点频率分集工作模式下的 MFML 仰角谱。

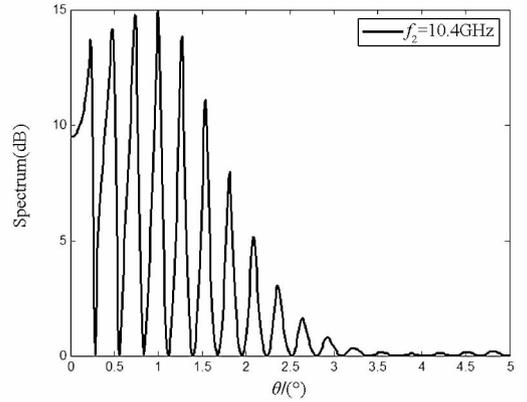
可以看出: 无论是 SFML 仰角谱还是 MFML 仰角谱均呈现“多峰值”结构, 除了在真实目标位置出现谱峰外, 在其他位置出现“虚假”谱峰, 或者栅瓣。在 SFML 仰角谱中主瓣和栅瓣电平相差不大, 甚至栅瓣峰值还略大于主瓣峰值, 因此利用单频极大似然估计很容易出现仰角模糊现象。实际上, “虚假”谱峰的位置随着频率的变化而变化, 而真实谱峰不随频率而变化。MFML 仰角谱综合利用多频点信息, 抑制了虚假谱峰的电平, 相对而言真实谱峰得到加强, 因此多频的应用有效



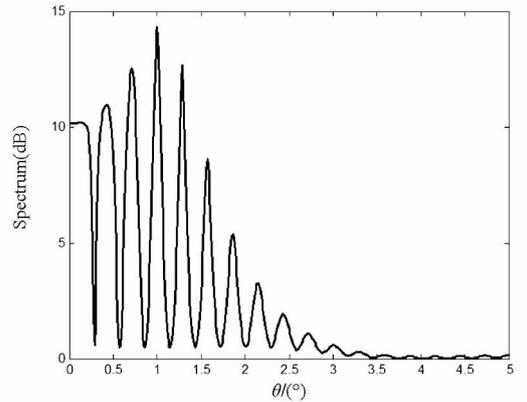
(a) $f_1 = 9.6 \text{ GHz}$



(b) $f_0 = 10.0 \text{ GHz}$



(c) $f_2 = 10.4 \text{ GHz}$



(d) 三频点

图2 单频仰角谱与多频仰角谱对比

Fig.2 SFML spectrums and MFML spectrum

抑制了目标仰角模糊程度。

2.3 栅瓣间隔

在 MFML 仰角谱中,主瓣峰值位置 θ_0 对应真实目标仰角,相邻右、左的谱峰分别定义为第 ± 1 栅瓣、第 ± 2 栅瓣……。各个峰值的位置分别为 $\{\dots\theta_{-2}, \theta_{-1}, \theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots\}$ 。仰角谱多峰值结构主要是由雷达天线与其镜像构成的虚拟二元阵(或干涉仪)的阵因子造成的,栅瓣间隔与虚拟二元阵有效孔径有关。

假定复反射系数为 -1 , 天线高度为 H_A , 则雷达天线与镜像构成的二元阵的阵因子为:

$$G(\theta) = 4 \left| \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} H_A \sin\theta\right) \right|^2 \quad (10)$$

根据三角函数的周期性,第一栅瓣与主瓣的间隔满足:

$$\frac{2\pi}{\lambda} H_A (\sin\theta_1 - \sin\theta_0) = \pi \quad (11)$$

利用泰勒展开公式:

$$\sin\theta_1 \approx \sin\theta_0 + \cos\theta_0 \cdot \Delta\theta \quad (12)$$

将式(12)代入到(11)可得:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{2H_A \cos\theta_0} \quad (13)$$

因此, MFML 谱中栅瓣间隔与虚拟二元阵有效孔径成反比,与波长成正比。

在图 2(d) 中,各个谱峰位置分别为 $\{0.42^\circ, 0.71^\circ, 1.0^\circ, 1.28^\circ, 1.57^\circ, 1.86^\circ\}$, 平均间隔为: 0.288° ; 由于 $H_A = 3\text{m}, \lambda = 3\text{cm}, \theta_0 = 1^\circ$, 根据式(13) 计算得到间隔为: 0.2865° , 因此是比较吻合的。

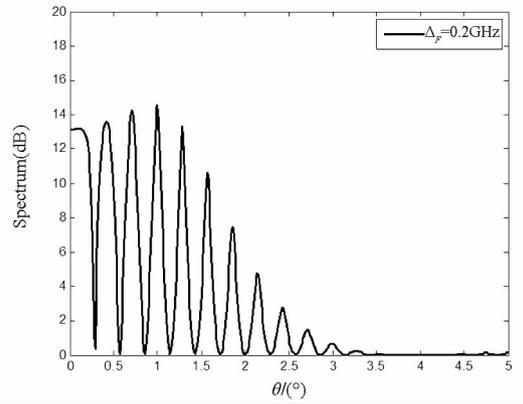
2.4 带宽的影响

本节考察系统带宽对 MFML 仰角谱的影响。图 3(a) ~ (d) 分别给出了系统带宽分别取 0.2GHz、0.4GHz、0.6GHz 和 0.8GHz 条件下仰角谱曲线,参数设置为:频点数 $K = 3$, SNR = 10dB, 目标仰角为 1° 。

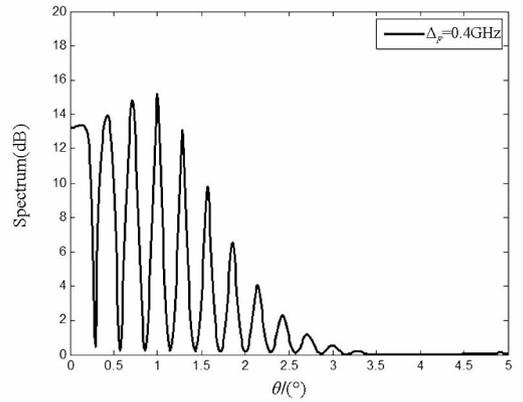
在图 3(a) ~ (d) 中,第一栅瓣相对电平分别为: $-0.35\text{dB}, -0.81\text{dB}, -1.23\text{dB}, -1.35\text{dB}$ 。可以看出:随着系统带宽的增加, MFML 仰角谱中虚假峰的相对电平下降,仰角谱模糊程度下降,因此系统带宽的增加有利于目标仰角测量。

3 测角性能分析

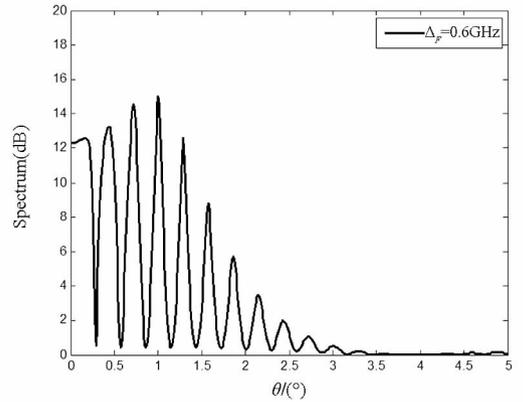
考虑垂直均匀半波长线阵对海平面上方低仰角目标的跟踪问题。基本参数设置如下:阵元数 $N = 32$, 则阵列波束宽度为 $\theta_{3\text{dB}} = 3.2^\circ$; 雷达系统中心频率 $f_0 = 10\text{GHz}$; 阵列天线相位中心高度为



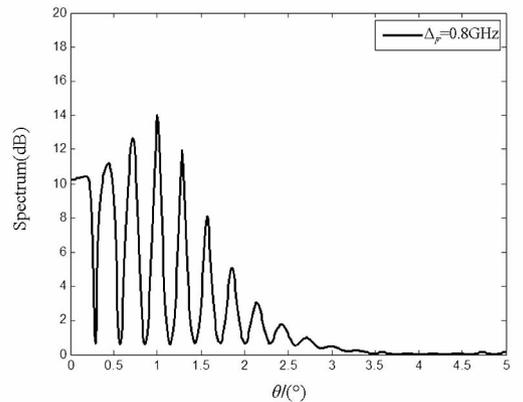
(a) $\Delta F = 0.2\text{GHz}$



(b) $\Delta F = 0.4\text{GHz}$



(c) $\Delta F = 0.6\text{GHz}$



(d) $\Delta F = 0.8\text{GHz}$

图 3 不同带宽条件下 MFML 仰角谱
Fig. 3 MFML spectrum with different width

$H_A = 3\text{m}$, 相当于 100 倍波长;极化方式为水平,复反射系数规律如图 1 所示;系统带宽 $\Delta F = 0.8\text{GHz}$;频点数 $K = 3$,频点均匀分布在工作带宽之内。假设系统在各个频点的噪声方差相同,即 $\sigma_k^2 = \sigma^2 (k = 1, \dots, K)$ 。

在频率分集体制下,系统综合信噪比 SNR 定义为多频点上直达信号的平均功率与阵元噪声方差之比,即

$$\text{SNR} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{|A_{d,k}|^2}{\sigma^2} \quad (14)$$

也可以看作多个频点上 SNR 的平均。

下面通过 Mont Carlo 仿真研究 SNR 和目标仰角 θ_T 对 MFML 测角性能的影响,仿真次数为 1000。在研究某一因素时,固定其他因素为典型值。

3.1 测角性能的度量

MFML 仰角谱呈现“多峰值”结构,测量值具有离散特性;谱峰尖锐,预示着仰角估计精度很高,多峰值预示着存在仰角模糊的可能性。由于阵列噪声的影响,测角误差主要表现在两个方面:第一,最大峰值选择错误,若某一栅瓣峰值全局最大,则造成仰角模糊;第二,主瓣峰值全局最大,但主瓣峰值偏离真实目标位置,由于谱峰非常尖锐,测角误差通常很小,可以忽略。相对而言,仰角模糊造成的误差更严重,本文重点考虑仰角模糊造成的测角误差。

设主瓣和栅瓣的位置分别为 $(\dots, \theta_{-2}, \theta_{-1}, \theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots)$, 由于测量噪声的扰动,各个栅瓣均有可能达到全局最大,各个栅瓣达到全局最大的概率分别为 $\{\dots, P_{-2}, P_{-1}, P_0, P_1, P_2, \dots\}$, 显然 $\sum_i P_i = 1$, 通常期望主瓣峰值全局最大的概率 P_0 最大, P_0 也称为正确选择概率。概率 P_0 反映了仰角测量性能,在本文用 P_0 来度量 MFML 仰角估计的性能。根据概率分布列,可以求得测角误差的均值和均方误差分别为:

$$\sum_i (\theta_i - \theta_0) P_i = \sum_i |i| \Delta\theta \cdot P_i \quad (15)$$

$$\sum_i (\theta_i - \theta_0)^2 P_i = \sum_i i^2 (\Delta\theta)^2 \cdot P_i \quad (16)$$

显然 P_0 越大,误差的均值和均方误差越小,测量性能越好。实际上,采用正确概率 P_0 和传统的均方根误差 (RMSE) 描述测量误差是等价的。

图 4 给出了某典型条件下 1000 次 Mont Carlo 仿真的测量结果, $\text{SNR} = 10\text{dB}$, $\theta_T = 1^\circ$ 。测量值集中在 $\{0.72^\circ, 1^\circ, 1.29^\circ\}$ 附近,图 5 给出了测量结果的统计直方图,测量值的概率分布列为 $\{0.082, 0.882, 0.036\}$, 根据式 (15) 和 (16) 可以得到测角误差

均值为 -0.0125° , 均方根误差为 0.0972° 。

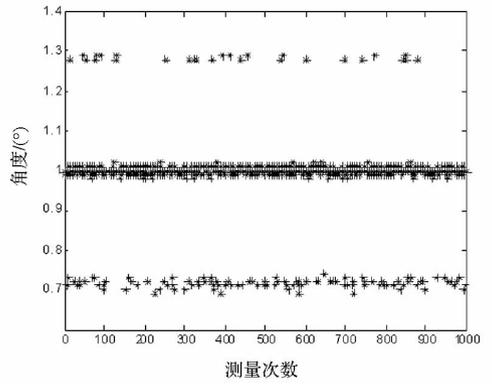


图 4 测量结果图

Fig. 4 The results of measurement

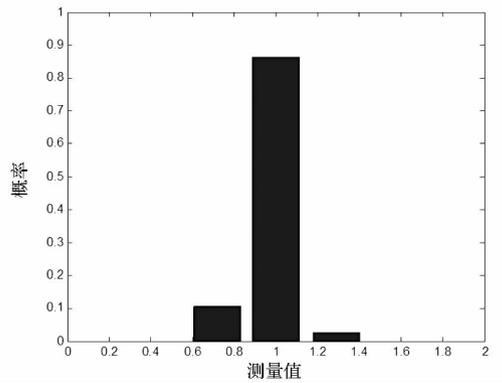


图 5 统计直方图

Fig. 5 The histogram of measurement

3.2 SNR 对测角性能的影响

本实验重点研究 SNR 对测角性能的影响。设定目标仰角为 $\theta_T = 1^\circ$, 图 6 给出了谱峰正确选择概率 P_0 与 SNR 的关系曲线。可以看出: P_0 是 SNR 的单调增函数,随着 SNR 增加,正确选择概率 P_0 提高,测角精度提高。

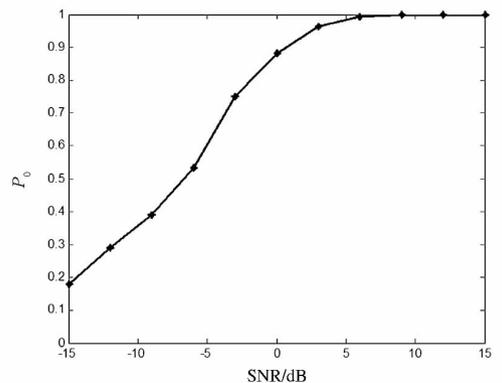


图 6 正确选择概率与 SNR 的关系

Fig. 6 The curve of selection probability vs SNR

3.3 目标仰角对测角性能的影响

本实验重点研究目标仰角对测角性能的影响。设定 $\text{SNR} = 10\text{dB}$, 图 7 给出了谱峰正确选择概率 P_0 与目标仰角的关系曲线。总体趋势上看,

随着目标仰角的增加,正确选择概率 P_0 也增加,但是没有严格单调关系,比如当目标仰角为 0.6° 和 0.3° 时正确识别概率较低。

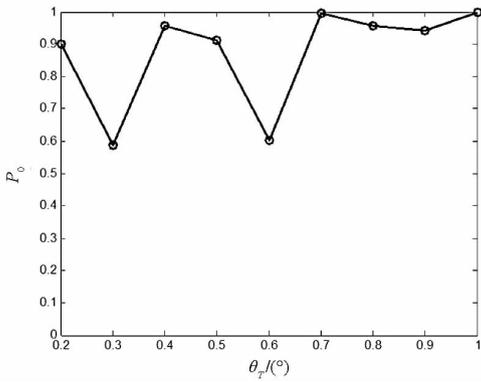


图 7 正确选择概率与仰角的关系

Fig. 7 The curve of selection probability vs target elevation

3.4 最小 SNR 与仰角的关系

给定目标仰角条件下,谱峰正确选择概率是 SNR 的单调增函数。如果要求正确选择概率大于等于某值,比如 0.9,则可以求出最小的 SNR。图 8 给出了 $P_0 \geq 0.9$ 时最小 SNR 与目标仰角的关系曲线。

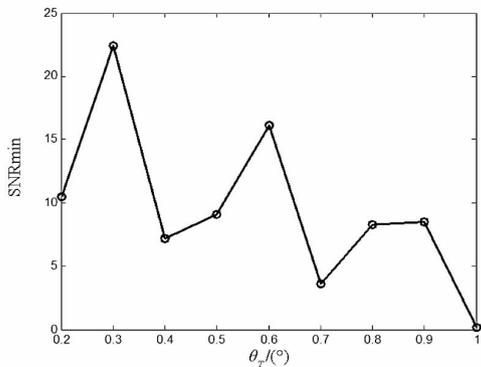


图 8 最小 SNR 与目标仰角的关系

Fig. 8 The curve of SNR_{min} vs target elevation

可以看出:随着目标仰角的增加,需要的最小 SNR 大体上呈下降趋势,但是有些点会违背规律,比如在 0.3° 和 0.6° 时需求的 SNR 较高。

4 结束语

本文首先针对多频体制建立了多径条件下阵列接收信号模型。然后推导了多频极大似然仰角谱,证明了多频体制的性能优势,给出了仰角谱栅瓣间隔的解析公式,分析了系统带宽对仰角谱估计的影响。最后通过仿真研究了仰角测量性能与系统 SNR 以及目标仰角的关系,在给定仰角条件下求出了满足测角性能的最小 SNR,发现了“最小 SNR 随目标仰角增加非严格单调下降”的现象。研究为多频阵列体制低角跟踪系统论证提供借鉴与参考。

MFML 仰角谱估计算法具有以下三个优点:第一,仰角谱主瓣宽度取决于阵列天线与其镜像构成的虚拟孔径,而非阵列天线实际孔径,因此测角精度很高;第二,该方法可测最小仰角远小于阵列天线波束宽度,本文中天线波束宽度为 3.2° ,最小可测的目标仰角达 0.2° ,小于波束宽度的 $1/10$;第三,在理想镜面反射条件下(即复反射系数为 -1)依然能够工作,并且效果较好。以上优点预示着该算法具有广泛的应用前景,特别适用于 X 波段海环境下目标仰角的测量。本方法针对镜面反射情形而提出,当海情变高,漫反射分量逐渐占据主导地位,此时系统测角性能将退化,漫反射条件下测角方法与性能有待下一步继续研究。

参考文献 (References)

- [1] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(4): 806-811.
- [2] Haykin S, Greenlay T, Litva J. Performance evaluation of the modified FBLP method for angle of arrival estimation using real radar multi-path data [J]. IEE Proceedings on Communications Radar Signal Processing, 1985, 132(3): 159-174.
- [3] Bosse E, Turner R M. Height ambiguities in maximum likelihood estimation with a multipath propagation model [C]// Proceedings of The 22nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computer, 1988, 2:690-695.
- [4] Bosse E, Turner R M, Lecours M. Tracking swerling fluctuating targets at low altitude over the sea [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1991, 27(5): 806-822.
- [5] Bosse E, Turner R M, Riseborough E S. Model-based multifrequency array signal processing for low-angle tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1995, 31(1): 194-210.
- [6] Litva J. Superresolution based on the use of deterministic physical modeling [C]// International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 4:2148-2151.
- [7] Lo T, Litva J. Use of a highly deterministic multipath signal model in low-angle tracking [J]. IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), 1991, 138(2): 163-171.
- [8] Lo T, Litva J. Low angle tracking using a multi-frequency sampled aperture radar [J]. IEEE Transactions on AES, 1991, 27(9): 797-805.
- [9] Inaba T, Araki K. A study on high-resolution target height estimation in multipath environment subarray configuration [J]. Electronic and Communications in Japan, 2004, 87(11): 39-48.
- [10] Zhou J, Wang J M, Xing W G. Study on low-angle tracing technique for shipboard phased array radar [C]// International Conference on Radar, 2006:1-4.
- [11] Mangulis V. Frequency diversity in low-angle radar tracking [C]// IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1981, 17(1): 149-153.
- [12] Yu K B. Recursive super-resolution algorithm for low-elevation target angle tracking in multipath [J]. IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation, 1994, 141(4): 223-229.
- [13] Skolnik M I. Radar handbook [M]. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1990.