doi:10.11887/j.cn.201603023

http://journal. nudt. edu. cn

机械抖动偏频激光陀螺静态测角方法*

谢元平,于旭东,魏 国,龙兴武,罗 晖,黄 云,万志毅 (国防科技大学光电科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要:阐述采用机械抖动偏频激光陀螺进行静态角度测量的原理,分析测角随机误差与激光陀螺角随 机游走系数、测量时间的关系,通过转台分度误差实验验证了测角随机误差公式。采用排列互比法对测角系 统误差和转台分度误差进行分离。实验与理论分析表明,静态测角方法具有良好的环境适应性和稳定性,测 角随机误差优于 0. 26",系统误差优于 1"。最后分析了进一步减小测角随机误差和系统误差的措施。

关键词:角度测量;机械抖动偏频激光陀螺;随机误差;系统误差;排列互比法;分度误差

中图分类号:TH741.2 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2016)03-135-06

Static angle measurement based on mechanically dithered ring laser gyro

XIE Yuanping, YU Xudong, WEI Guo, LONG Xingwu, LUO Hui, HUANG Yun, WAN Zhiyi

(College of OptoElectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The principle of static angle measurement based on mechanically dithered ring laser gyro was described. The expression of angle measurement random error with gyro's angle random walk coefficient and measurement time was analyzed and verified by checking the indexing errors of turntable. The systematic error of static angle measurement and the indexing errors of turntable were separated by using the permutation intercomparison method. Test results and analysis show that the static angle measurement method is robust under practical environment, the standard deviation of random error is less than 0. 26" and the systematic error is less than 1". The key techniques for further improvement in accuracy were analyzed.

Key words: angle measurement; mechanically dithered ring laser gyro; random error; systematic error; permutation intercomparison method; indexing error

激光陀螺是基于光学 Sagnac 效应的高性能 角速度和角度传感器,具有很高的角度测量精度 和分辨率,其在测角时可以偏心安装且具有整周 自校修正标度因数等优点,可用于转台、光学编码 器、多面棱体等的角度测量和校正^[1-13]。早期采 用四频差动激光陀螺进行角度测量^[1-4],工作转 台可采用低转速的,但由于四频差动激光陀螺精 度较低、温度特性差,目前其生产和应用并不普 遍。大多数激光陀螺测角研究均采用速率偏频工 作方式下的二频激光陀螺进行动态测角^[5-9,11-13] 以减小激光陀螺固有锁区导致的标度因数非线性 影响,工作转台转速一般为 36~3600(°)/s,此种 情况下,对激光陀螺、待检体之间的输出同步精度 要求较高,否则同步误差会降低测角精度。

二频机械抖动偏频激光陀螺具有零偏稳定性 好、标度因数线性度高等突出优点,但其输出中不 仅包含了惯性角速度,也包含了抖动偏频信号,因 此并不适合动态测角。因此,对基于机械抖动偏 频激光陀螺(以下简称激光陀螺)的静态测角和 准动态测角方法进行了研究,讨论静态测角方法, 该方法可用于转台、光学编码器、磁编码器等的角 度测量和校正,且不需要激光陀螺与编码器等待 检体同步输出,具有可对转台、编码器任意角位置 进行检测,操作简单,环境适应性好等优点。

1 原理

激光陀螺用于光学编码器、磁编码器的角度 测量过程与转台分度误差测量类似,故以转台分 度误差测量为例说明。如图1(a)所示,将激光陀 螺安装到待检转台台面上,激光陀螺敏感轴 b 与 转台回转轴线 a 基本平行,夹角 γ 小于1°。信号 处理与记录装置对激光陀螺输出脉冲进行低通滤

 N_{\perp}

波以滤除抖动偏频信号,并定时记录滤波后的激 光陀螺输出脉冲增量。



(a) 测角系统原理图

(a) Schematic diagram of angle measurement setup



(b) 输入角速度(b) Input angular velocity

图1 测角系统组成与输入角速度示意图

Fig. 1 Schematic diagram of angle measurement setup and input angular velocity

如图 1(b)所示,激光陀螺输入角速度包括转 台转动角速度 ω 和地球自转角速度 Ω 以及抖动 偏频角速度 ω_a 。其中地球自转角速度 Ω 可分解 为平行和垂直于转台回转轴线 a 的分量 Ω_1 和 Ω_2 ,且 $\Omega_1^2 + \Omega_2^2 = \Omega^2$ 。

激光陀螺输出脉冲经低通滤波消除抖动偏频 信号后可表示为:

 $\boldsymbol{v} = S[\boldsymbol{\omega}\cos(\boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\Omega}_{1}\cos(\boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\Omega}_{2}\cos(\boldsymbol{\varphi})\sin(\boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{B}_{0}]$ (1)

式中,S为激光陀螺标度因数, B_0 为激光陀螺零 偏, φ 为激光陀螺敏感轴在转台台面内的投影与 Ω_2 的夹角, φ 随转台角位置变化。

转台在由零位静止状态正向转动角度 θ、静止、反向转动角度 θ 回到零位静止整个过程中,记录的激光陀螺输出脉冲增量如图 2 所示。图中 K₂ 与 K₅ 接近但不一定相等。



Fig. 2 Gyro's output in one turn of angle measurement

累加[$t_a, t_a + T$]期间 K 点数据得到该时间间 隔内激光陀螺总输出脉冲数 N_+, N_+ 满足:

$$= S\theta\cos(\gamma) + SB_0T + S\Omega_1\cos(\gamma)T + S\Omega_2\sin(\gamma) \int_{t_a}^{t_a+T}\cos(\varphi) dt$$
(2)

累加[t_b , t_b + T]期间K点数据得到该时间间隔内激光陀螺总输出脉冲数 N_- , N_- 满足:

$$N_{-} = -S\theta\cos(\gamma) + SB_{0}T + S\Omega_{1}\cos(\gamma)T + S\Omega_{2}\sin(\gamma)\int_{t_{t}}^{t_{b}+T}\cos(\varphi)dt$$
(3)

$$(N_{+} - N_{-}) = 2S\theta\cos(\gamma) + \Delta E \qquad (4)$$

$$\Delta E = S\Omega_2 \sin(\gamma) \int_{t_a}^{t_a + T} \cos(\varphi) dt - S\Omega_2 \sin(\gamma) \int_{t_b}^{t_b + T} \cos(\varphi) dt$$
(5)

Δ*E* 是转台正反转过程中地球自转角速度分 量 $\Omega_2 \sin(\gamma)$ 引起的残差。 $\Omega_2 \sin(\gamma)$ 本身很小,例 如 γ 为 10' 时, $\Omega_2 \sin(\gamma) < 0.044(")/s$ 。 $\Omega_2 \sin(\gamma)$ 的影响因转台正反转而基本对消。如累加数据时 使 K_1 和 K_6 接近、 K_3 和 K_4 接近,可以进一步提升对 消效果。总之, Δ*E* 可忽略,因此:

$$N_{+} - N_{-} = 2S\theta\cos(\gamma) \tag{6}$$

类似地,转台由零位静止状态正向转动 M 整周、静止、反向转动 M 整周回到零位静止,分别累加完整包含转台正转、反转的连续 K' 点数据(对应时间为 T')得到 N_{0+}, N_{0-} :

$$N_{0_{+}} - N_{0_{-}} = 2S \times 360M\cos(\gamma)$$
 (7)
由式(6)、式(7)有:

$$\theta = 360M(N_{+} - N_{-})/(N_{0+} - N_{0-}) \qquad (8)$$

式(8)为抖动偏频激光陀螺静态测角公式, 单位为(°)。因上述测量过程中转台转过确定的 角度 θ 且累加数据起始点均对应转台静止状态, 因此不需要转台与激光陀螺同步输出,也不需要 考虑低通滤波引起的陀螺输出延时,所以是一种 静态测角方法。由式(8)可知,θ测量值与激光陀 螺标度因数 S 以及轴线夹角 γ 的绝对值无关,因 而不需要对激光陀螺标度因数 S 进行测量,在激 光陀螺安装时也无须像光电自准直仪等常规测角 方法一样进行复杂的调整。同时,θ 测量值与激 光陀螺零偏 B₀ 绝对值、转台台面水平状态也无 关。这些特点提高了机械抖动偏频激光陀螺静态 测角的检测精度,扩展了其适用范围。

2 误差分析

由式(8)可得到测角误差为:

$$d\theta = \frac{1}{2S\cos(\gamma)} \left[d(N_{+} - N_{-}) - \frac{\theta}{360M} d(N_{0+} - N_{0-}) \right]$$
(9)

测角误差包括系统误差和随机误差。系统误 差通常由激光陀螺某个参数随待测角位置的周期 性变动引起,如地磁场或转台磁场导致的激光陀 螺参数周期性变化^[12]。测角随机误差则主要由 激光陀螺的输出噪声、环境振动引起。高精度测 角时对环境振动有要求,且可通过隔振措施进一 步减小振动影响,因此下面给出的公式中没有包 含环境振动引起的测角随机误差。

激光陀螺输出噪声主要包括角随机游走、量 化噪声、偏置不稳定性、速率随机游走、速率斜 坡^[14]。其中量化噪声主要表现为高频成分,陀螺 输出低通滤波后,量化噪声的影响可以忽略。偏 置不稳定性、速率随机游走、速率斜坡只在测试时 间较长时影响才不能忽略。单次测角时 T 和 T' 一般小于 100 s,因而对激光陀螺输出噪声只需考 虑角随机游走的影响。因此,测角随机误差满足:

 $\delta\theta = \sqrt{N^2 T/2 + (\theta/360M)^2 N^2 T'/2} \quad (10)$

式中,N为陀螺角随机游走系数,单位为(°)/√h。

在多次测量某固定角度 θ 求其离散度时, ($N_{0+} - N_{0-}$)通常取固定的测量值,其误差表现为 比例系数误差,不会影响 θ 测量的离散度,故测角 随机误差可表示为:

$$\delta\theta = \sqrt{N^2 T/2} \tag{11}$$

式(11)为机械抖动偏频激光陀螺静态测角随机 误差公式。

由式(11)可知:转台转速一定时,测角随机 误差随转角增大而增大,通过适当增大转速来降 低测试时间可减小随机误差;也可采用角随机游 走系数 N 小的激光陀螺以减小随机误差。此外, 对多次测量结果取平均也可减小随机误差。

采用两组典型 N, T 估计随机误差上下限: $N = 10^{-3} (\circ) / \sqrt{h}, T = 80$ s 时 $\delta \theta = 0.38''; N = 2 \times 10^{-4} (\circ) / \sqrt{h}, T = 10$ s 时 $\delta \theta = 0.03'',$ 因此单次测角随机误差范围为 $0.03'' \sim 0.4''_{\circ}$

由于工作在抖动偏频方式的激光陀螺角随机 游走系数比工作在速率偏频方式的大,且测角时 间长,因此机械抖动偏频激光陀螺静态测角随机 误差范围要比环形激光动态测角仪给出的 0.01"~0.2"^[7,12]要大。

3 实验

按照上述方法采用激光陀螺单轴旋转惯导系

统中的天向陀螺对单轴工作转台进行测试。单轴 转台角位置绝对精度优于 ±70"、重复性优于 ±0.4";测试时惯导系统置于环境振动较小的地 下室,环境温度为10~30 ℃,系统与周围环境不 隔振。

3.1 随机误差

表1是激光陀螺工作1h、内部温度基本稳定 后对转台各角位置的测量结果,测量时转台转速 为5(°)/s,各位置重复测量10次。

表1 随机误差测试结果

Tab. I	Kandom	error	test	results

测量角/(°)	标准差 <i>δθ/</i> (")	极差/(")	时间 <i>T</i> /s
360	0.280	0.811	80
270	0.225	0.805	60
180	0.210	0.699	45
135	0.183	0.594	35
90	0.178	0.629	25
45	0.151	0.511	15
30	0.179	0.574	10
20	0.106	0.366	10
10	0.143	0.455	5.0
1	0.105	0.318	2.5

可见,测量标准差优于 0.30",极差(测量最 大值 - 最小值)优于 0.90"。

因为对转台某个角位置进行重复测试时,激 光陀螺输出噪声与转台定位重复性均会影响测量 结果,因此总的随机误差为:

$$\delta\theta = \sqrt{Q^2/2 + N^2 T/2} \tag{12}$$

式中,Q为转台定位重复性误差,单位为(")。

利用 $\delta\theta^2 = Q^2/2 + N^2 T/2$ 拟合测量数据可得到:

 $Q = 0.16'', N = 0.039('')/\sqrt{s} = 6.4 \times 10^{-4}(^{\circ})/\sqrt{h_{\circ}}$

对转台上电锁定时测得的陀螺静态数据进行 Allan 方差^[14]分析可得到陀螺量化噪声系数为 0.05",因此量化噪声对测角随机误差的影响确实 可以忽略。从测量误差中减去转台定位重复性误 差后,单次测角随机误差优于 0.26"。

Allan 方差分析得到的陀螺角随机游走系数 为5.5×10⁻⁴(°)/√h,与根据式(12) 拟合得到的 角随机游走系数6.4×10⁻⁴(°)/√h较为接近。导 致拟合角随机游走系数偏大的可能原因为:转台 电机为高压脉宽调制脉冲驱动,转台转动时电机 电磁噪声较转台锁定时大,相应地转台转动过程 中陀螺角随机游走系数也比锁定时的大。这可以 通过关闭转台驱动后陀螺角随机游走系数下降为 4.0×10⁻⁴(°)/√h得到初步验证。

3.2 系统误差

要采用更高一级的角度计量基准对激光陀螺 测角系统误差进行验证是很困难的,考虑到工作 转台有较好的定位重复性,故采用排列互比法进 行激光陀螺和转台的互检^[15-16]。

排列互比测量共进行了12个测回,每个测回

测量 12 个角位置,测量间隔角为 30°,各测回的 每个角位置均只测量 1 次,转台转速设置为 50(°)/s,测量结果见表 2,表 2 中每一横行为 1 个测回,共12 测回 144 个测量数据。在排列互比 法的一个测回结束、待检转台转动至下一位置后, 通常需要使陪检设备(如多面棱体、激光陀螺)反 向转动。但由于激光陀螺敏感的是惯性空间的转 动,其绕转台转轴转动一个角度后与转台相对位 置的改变并不影响陀螺后续输出,因此可以不进 行实际的反向转动。

表2 排列互比测量结果

rab. 2 Test results of permutation intercomparison metho	fab. 2	Test results	of	permutation	intercomparison	metho
--	--------	--------------	----	-------------	-----------------	-------

转台位置	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
0	0	37.71	43.79	3.03	48.92	45.81	-7.09	43.61	55.63	9.84	45.01	43.64
30	0	5.80	- 36.06	10.07	7.48	-45.33	5.75	17.25	- 29.04	6.80	5.12	- 38.76
60	0	-43.06	3.10	0.90	- 52.46	-0.80	10.80	- 36.16	-0.37	-1.49	-45.17	-6.76
90	0	44.73	42.57	- 10. 84	39.85	52.07	5.21	41.89	40.10	-3.99	34.17	41.33
120	0	-3.58	- 56.41	-5.74	5.35	-41.46	-4.63	-6.30	- 50.00	-12.23	-5.81	-46.81
150	0	- 54.63	-2.71	8.67	- 37.79	-2.20	-3.51	-47.48	-9.58	-3.18	-44.92	2.06
180	0	50.29	62.63	15.22	49.83	49.91	6.19	43.60	50.70	8.86	55.55	53.66
210	0	11.41	-35.47	0.51	-0.59	-43.94	-6.22	0.42	- 40. 97	5.58	3.22	- 49.93
240	0	-48.18	- 11.66	- 12.92	- 56.97	- 17.90	-12.28	- 54.64	-6.47	-9.06	-62.95	-11.40
270	0	35.88	34.65	-9.53	29.15	34.90	-7.03	40.42	38.02	- 15.37	35.91	46.86
300	0	-3.16	-46.67	-7.63	-1.77	-43.79	3.32	0.48	- 52.96	-0.93	9.98	- 36.97
330	0	-44.79	-5.90	0.04	-41.56	4.68	2.14	- 50.76	0.53	11.77	- 35.43	1.01

注:表2中第一行与第一列为转台位置(单位:(°)),其余为角位置误差(单位:("))。

排列互比计算方法如下^[16]:记 *n* 为测回数, 各测量数据为 *a_{i,j}*(*i*,*j*=1,2,…,*n*),则第 *i* 横行和 *R_i*、第 *j* 竖列和 *S_i*、第 *k* 斜行和 *Y_k*满足:

$$\begin{cases} R_i = \sum_{j=1}^n a_{i,j} \\ S_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j} \\ Y_k = \sum_{i=1}^n a_{i,k-i+1+\varepsilon} \end{cases}$$
(13)

式中, $\varepsilon = 0(k \ge i)$, $\varepsilon = n(k < i)$ 。则激光陀螺测 角系统误差为:

$$\Delta \alpha_i = S_i / n \tag{14}$$

转台分度误差为:

 $\Delta \beta_i = [(Y_i - Y_1) - (R_i - R_1)]/2n \quad (15)$
测量不确定度为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=1}^{n} (a_{i,j} - \Delta \alpha_j - \Delta \beta_{i+j-1-l} + \Delta \beta_i)^2}{n(n-1)(n-2)}}$$
(16)

式中, $l = 0(i + j - 1 \le n)$,l = n(i + j - 1 > n)。 据式(16)可得到测量不确定度 $\sigma = 0.15$ ",它由 包括转台定位重复性误差、激光陀螺测角随机误 差在内的各种随机误差因素引起。

根据式(14)、式(15)得到陀螺测角系统误差 和转台分度误差如图3(a)所示。

可见,测角系统误差最大值接近1"。如前所述,激光陀螺测角系统误差通常由激光陀螺某个参数随待测角位置的周期性变动引起,如地磁场或转台磁场导致的激光陀螺参数周期性变化。由于采用的旋转惯导系统天向陀螺有多层磁屏蔽,由外部磁场引起的测角系统误差理论上应该远小于1",所以系统误差偏大的一个主要原因可能是惯导系统中存在橡胶减震环节,惯导系统在不同角位置和加速度下形变不同,相应会引入测角误差;另一个原因是所用转台定位重复性精度有限时,各测回每个角位置只进行单次测量会引入较大误差。



图 3 排列互比法分析结果

Fig. 3 Analysis results of permutation intercomparison method

要减少这些误差因素以进一步验证静态测角 系统误差,可将单个激光陀螺直接固联在高精度 的气浮转台上,并通过多面棱体、光电自准直仪进 行排列互比检测,同时采取稳定环境温度、隔离环 境振动等措施。可以预见,机械抖动偏频激光陀 螺静态测角系统误差将远小于1"。

将排列互比法得到的转台分度误差与表2第 一行相减可得到单次测角总误差,如图3(b)所示,可见包括测角随机误差、系统误差以及转台定 位重复性误差在内的总误差小于2"。

以足够小的角度间隔对转台分度误差进行测量得到分度误差表格,再根据多项式拟合、谐波分析法拟合等方法^[17]进行补偿即可得到转台任意角位置的修正值。对于激光陀螺单轴旋转惯导系统,单轴转台角位置精度主要影响航向精度。利用机械抖动偏频激光陀螺静态测角方法和误差补偿技术,将激光陀螺单轴旋转惯导系统中单轴转台角位置绝对精度从原有的±70″修正至±2″以内,满足了惯导系统高精度、长航时导航要求。

3.3 环境适应性测试

为验证机械抖动偏频激光陀螺静态测角方法

的环境适应性,在不同测试条件下对转台 90°角 位置进行了测量,结果如表 3。表 3所有测试结 果均为 10次连续测量平均值,其中序号 1~4, 6~7转台平放,序号 1~6转台转轴与陀螺敏感轴 夹角γ约1',序号 1~5,7转台转速 5(°)/s,序号 2~7激光陀螺连续工作。

由表3可得到测试结果标准差为0.40",极差 为1.22"。实验结果表明:与光电自准直仪加多面 棱体等常规测角方法相比,机械抖动偏频激光陀 螺静态测角方法具有良好的环境适应性和稳定 性,对陀螺内部因素如温度变化、模式跳变不敏 感,对转台转速、转台放置状态、转台转轴与陀螺 敏感轴夹角等外部因素也不敏感。

表 3 不同测试条件下 90°角位置测试结果

Tab. 3 Angle measurement results under different conditions

序号	测试条件	结果/(°)
1	陀螺冷态启动1h后温度基本稳定	89.999 10
n	陀螺再次冷态启动后立即测量,测试过	20,000,14
2	程中陀螺温度由 20 ℃升至 23 ℃	89.999 14
3	陀螺工作温度达到稳定(32℃)	89.999 22
4	陀螺跳模,标度因数 S 变化 2 ppm	89.99917
5	转台倾斜放置,转轴与地面夹角约10°	89.99896
6	转台速度 50(°)/s	89.999 30
7	转轴与陀螺敏感轴夹角γ约6′	89.999 05

4 结论

尽管与环形激光动态测角仪相比,机械抖动 偏频激光陀螺静态测角随机误差相对较大,但由 于其静态测角随机误差优于0.26"、系统误差优于 1",且静态测角方法不需要激光陀螺与待检体同 步输出,其具有测角系统组成简单、环境适用性好 等突出优点,可广泛用于转台、车床、光学编码器、 磁编码器等的角度测量和校正。可通过选择角随 机游走系数小的激光陀螺、减少测角时间、隔离环 境振动、减少电磁辐射、采用高精度工作转台等措 施进一步提高测角精度。

参考文献(References)

- [1] 中国计量科学研究院环形激光课题组.四频环形激光器 用于精密测角[J].物理,1979,8(6):510-513.
 Ring Laser Research Team of NIM. Precision angle measurement with four-mode ring laser[J]. Physics, 1979, 8(6):510-513. (in Chinese)
- [2] 徐毅,廖复中,戴润生,等.环形激光精密测角[J].计量 学报,1981,2(3):163-168.
 XU Yi, LIAO Fuzhong, DAI Runsheng, et al. The ring laser for the precise measurement of angle[J]. Acta Metrologica Sinica, 1981,2(3):163-168. (in Chinese)

- [3] 徐毅,廖复中,戴润生,等.环形激光精密角度标准的建立与验证[J].计量学报,1985,6(4):261-263.
 XU Yi, LIAO Fuzhong, DAI Runsheng, et al. The development of angle standard by using the ring laser and its verification [J]. Acta Metrologica Sinica, 1985, 6(4): 261-263. (in Chinese)
- [4] 徐毅,廖复中,戴润生,等.高精度四频环形激光测角传感器[J].仪器仪表学报,1986,7(2):113-118.
 XU Yi, LIAO Fuzhong, DAI Runsheng, et al. A precise angle transducer—the four-frequencies ring laser [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1986,7(2):113-118. (in Chinese)
- [5] Rodloff K R, Stieler F M, Wetzig V, et al. High resolution gyro system for precise angular measurement: USA, 5408751 [P]. 1995 - 04 - 25.
- [6] Filatov Y V, Loukianov D P, Probst R. Dynamic angle measurement by means of a ring laser[J]. Metrologia, 1997, 34(4): 343-351.
- [7] Agapov M Y, Burnashev M N. Errors of measurement by laser goniometer[C]// Proceedings of SPIE, 2000, 4316: 26 – 30.
- [8] Filatov Y V, Agapov M Y, Bournachev M N, et al. Laser goniometer systems for dynamic calibration of optical encoders[C] // Proceedings of SPIE, 2003, 5144: 381 – 390.
- [9] 黄宗升,秦石乔,王省书,等.光栅角编码器误差分析及 用激光陀螺标校的研究[J].仪器仪表学报,2007, 28(10):1866-1869.

HUANG Zongsheng, QIN Shiqiao, WANG Xingshu, et al. Error analysis of optical angldar encoder and its calibration with ring laser gyro [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(10): 1866 – 1869. (in Chinese)

[10] 姚宝聚,金世龙.一种新数控机床旋转工作台旋转精度 检测方法研究[J].中国科技信息,2010,2:139140, 144.

YAO Baoju, JIN Shilong. The research of a new method on the rotating precision detecting of numeric control machine tool[J]. China Science and Technology Information, 2010, 2:139-140, 144. (in Chinese)

 [11] 谢启华.激光陀螺测角仪误差理论与实验研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
 XIE Qihua. The theoretical and experimental study on the

errors of the ring laser goniometer [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
Burnashev M N, Pavlov P A, Filatov Y V. Development of

- Burnashev M N, Pavlov P A, Filatov Y V. Development of precision laser goniometer systems [J]. Quantum Electronics, 2013, 43 (2): 130 - 138.
- [13] Filatov Y V, Nikolaev M S, Pavlov P A, et al. Non-contact measurement of an object's angular position by means of laser goniometer[C] //Proceedings of SPIE, 2014, 9250: 925006.
- IEEE Std 647 2006. IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis laser gyros [S]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Society, 2006.
- [15] Estler W T. Uncertainty analysis for angle calibrations using circle closure [J]. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, 1998, 103(2): 141 – 151.
- [16] 孙方金.角度计量测试技术——排列互比法[J].中国计量,1997(12):49-51.
 SUN Fangjin. Angle metrology and test technology—permutation intercomparison method[J]. Chinese Metrology, 1997(12):49-51. (in Chinese)
- [17] Kaul S K, Tickoo A K, Koul R, et al. Improving the accuracy of low-cost resolver-based encoders using harmonic analysis [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2008, 586(2): 345-355.