第3章　机械零件的强度

§3-1 材料的疲劳特性

一、应力的种类

静应力： σ=常数　　　变应力: σ随时间变化

平均应力: $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$　　　应力幅: $\sigma_a = \dfrac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$

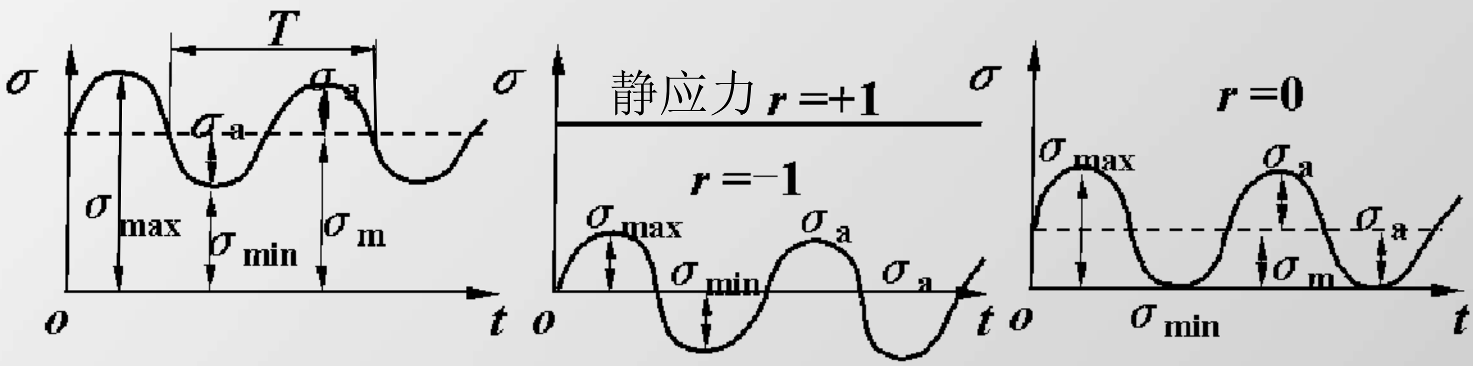
变应力的循环特性:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

----对称循环变应力

----脉动循环变应力

----静应力



循环变应力　　对称循环变应力　　脉动循环变应力

[◀] [▶]

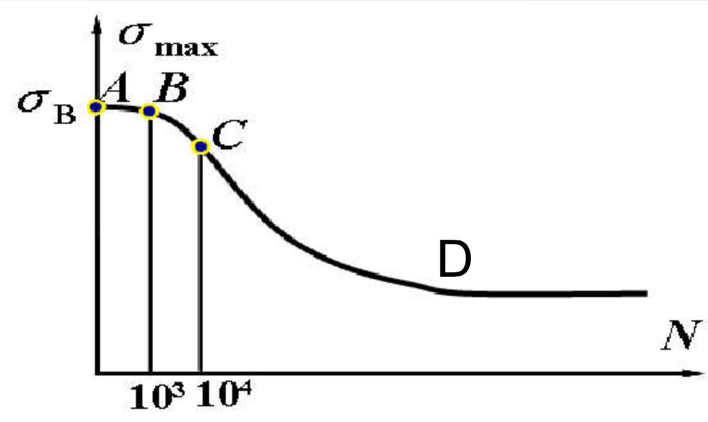
在变应力作用下，零件发生疲劳破坏。

疲劳破坏与应力循环次数(即使用寿命)有关。

疲劳破坏的最大应力远比静应力下材料的强度极限低，甚至比屈服极限低。

二、 s－N疲劳曲线

用参数σ_{max}表征材料的疲劳极限，在一定的应力比r下，可得出如图所示的疲劳曲线，称为：S－N疲劳曲线。



1、AB段：应力循环次数<10^3，σ_{max}变化很小，可以近似看作为静应力强度。

2、BC段：$N=10^3\sim10^4$，随着N↑→σ_{max}↓下降明显，伴随材料的塑性变形。

3、CD段：实践证明机械零件的疲劳大多发生在部分。

极限应力与循环次数的关系：

$$\sigma_{\mathrm{rN}}^{\mathrm{m}} N = C \quad (N_{\mathrm{C}} \le N \le N_{\mathrm{D}})$$

4、D点以后：疲劳曲线呈一水平线，代表着无限寿命区

其方程为：

$$\sigma_{\mathrm{rN}} = \sigma_{\mathrm{r\infty}} \quad （N > N_{\mathrm{D}})$$

由于N_D很大，所以在作疲劳试验时，常规定一个循环次数N_0(称为循环基数)，用N_0及其相对应的疲劳极限σ_r来近似代表N_D和 $\sigma_{r\infty}$。

$$\sigma_{\mathrm{rN}}^{\mathrm{m}} N = \sigma_{\mathrm{r}}^{\mathrm{m}} N_0 = C$$

CD区间内循环次数N与疲劳极限σ_{rN}的关系为：

$$\sigma_{rN} = \sigma_r \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}} \qquad N = \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_{rN}}\right)^m N_0$$

式中: σ_r、N_0及m的值由材料试验确定。

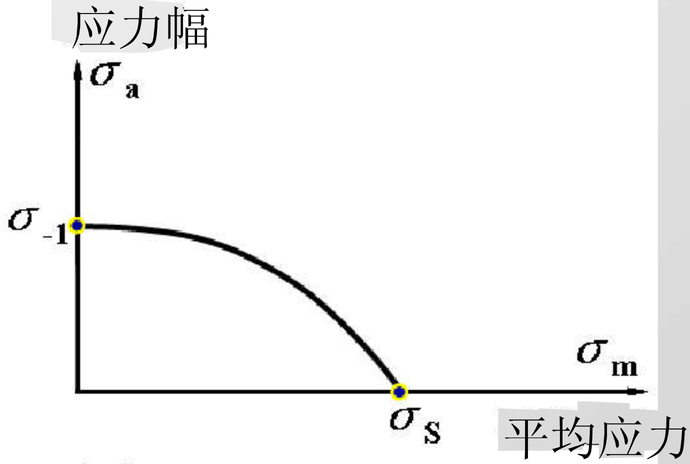
试验结果表明在CD区间内，试件经过相应次数的边应力作用之后，总会发生疲劳破坏。

D点以后，如果作用的变应力最大应力小于D点的应力（$\sigma_{max}<\sigma_r$），则无论循环多少次，材料都不会破坏。

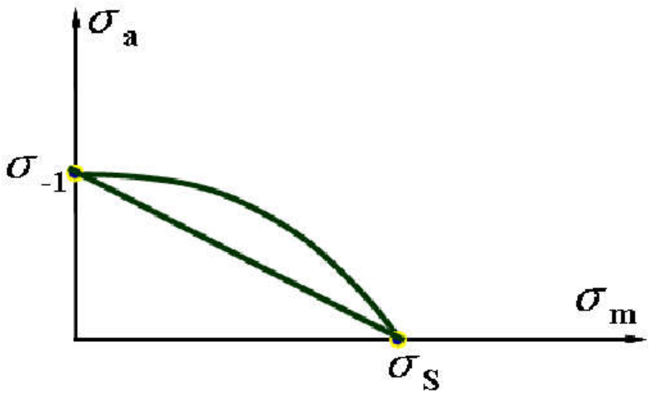
$$\left.\begin{array}{l}\text{CD区间-----有限疲劳寿命阶段}\\ \text{D点之后----无限疲劳寿命阶段}\end{array}\right\}\text{高周疲劳}$$

三、等寿命疲劳曲线

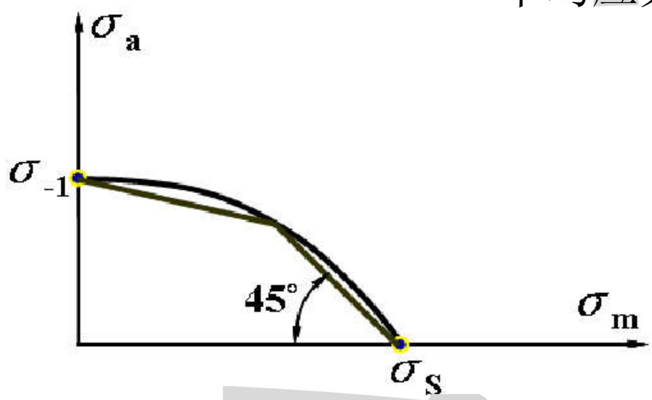
材料的疲劳极限曲线也可用在一定的应力循环次数N下，极限应力幅之间的关系曲线来表示，称为等寿命曲线（或极限应力线图）。



实际应用时常有两种简化方法。

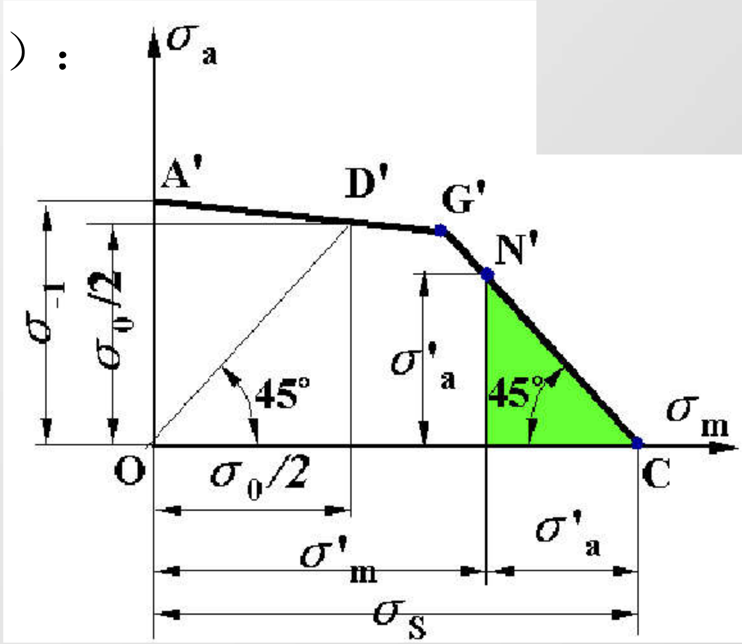


简化曲线之一



简化曲线之二

简化等寿命曲线（极限应力线图）：



已知A' (0，σ_{-1}) 对称循环 D' (σ_0 /2，σ_0 /2)脉动循环两点坐标，求得A'G'直线的方程为：

$$\sigma_{-1} = \sigma_a' + \psi_\sigma \sigma_m'$$

AG'直线上任意点代表了一定循环特性时的疲劳极限。

AG'直线上任意点代表了一定循环特性时的疲劳极限。

由图中两条直角边相等σ'_a，可求得 CG'直线的方程为：

$$\sigma'_{\max} = \sigma_a' + \sigma_m' = \sigma$$

说明CG'直线上任意点的最大应力达到了屈服极限应力。

●当循环应力参数（σ_m，σ_a）落在OA'G'C以内时，表示不会发生疲劳破坏。

●当应力点落在OA'G'C以外时，一定会发生疲劳破坏。

●而正好落在A'G'C折线上时，表示应力状况达到疲劳破坏的极限值。

公式 $\sigma_{-1}=\sigma_a'+\psi_\sigma\sigma_m'$ 中的参数 ψ_σ ----试件受循环弯曲应力时的材料常数，其值由试验及下式决定：

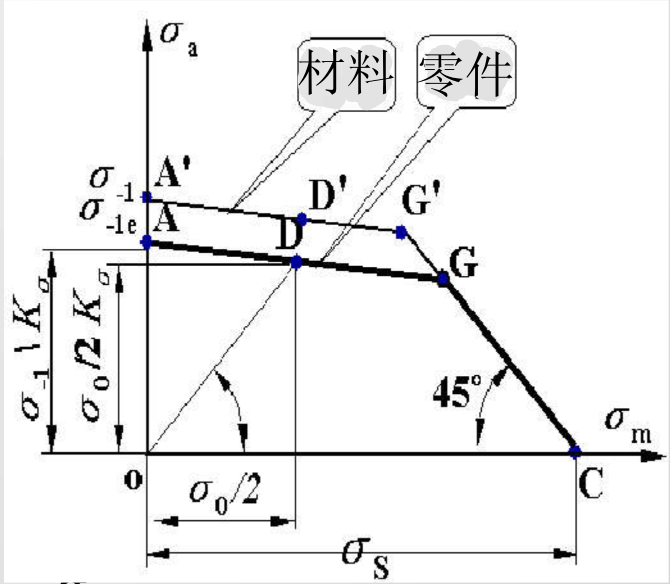
$$\psi_\sigma=\frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}$$

对于碳钢，$\psi_\sigma\approx0.1\sim0.2$，对于合金钢，$\psi_\sigma\approx0.2\sim0.3$。

[◀] [▶]

§3-2 机械零件的疲劳强度计算

一、零件的极限应力线图



由于材料试件是一种特别规定的结构，而实际零件的几何形状、尺寸大小、加工质量及强化因素等与材料试件有区别，使得零件的疲劳极限要小于材料试件的疲劳极限。

设材料的对称循环弯曲疲劳极限为：σ_{-1}

零件的对称循环弯曲疲劳极限为：σ_{-1e}

定义弯曲疲劳极限的综合影响系数 K_σ：

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$$

$$\sigma_{-1e} = \sigma_{-1} / K_\sigma$$

不对称循环时，K_σ是试件与零件极限应力幅的比值。

直线AG的方程为： $$\sigma_{-1e}=\frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma}}=\sigma'_{ae}+\psi_{\sigma e}\sigma'_{me}$$

或： $$\sigma_{-1}=K_{\sigma}\sigma'_{ae}+\psi_{\sigma}\sigma'_{me}$$

直线CG的方程为：

$$\sigma'_{ae}+\sigma'_{me}=\sigma_{s}$$

σ'_{ae} ---零件的极限应力幅； σ'_{me} ---零件的极限平均应力；

$\psi_{\sigma e}$ ---零件受弯曲的材料特性。

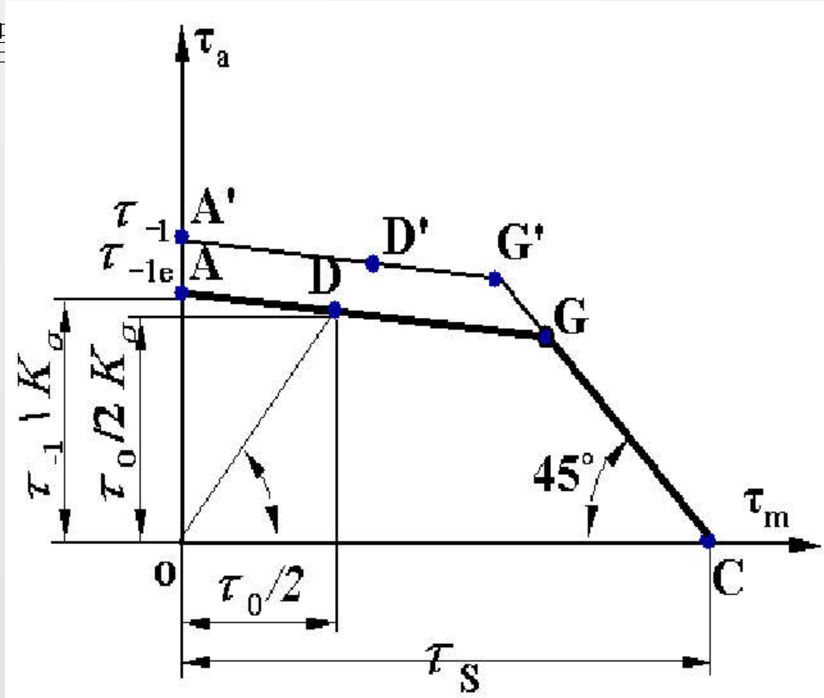
弯曲疲劳极限的综合影响系数 K_{σ} ：应力集中、尺寸因素、表面加工质量及强化等因素的综合影响结果。

$$K_{\sigma}=\left[\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}}+\frac{1}{\beta_{\sigma}}-1\right]\frac{1}{\beta_{q}}$$

其中：k_{σ} ---有效应力集中系数； ε_{σ} ---尺寸系数；

β_{σ} ---表面质量系数； β_{q} ---强化系数。

对于切应力同样有如下方程



或：$\tau_{-1} = K_\tau \tau'_{ae} + \psi_\tau \tau'_{me}$

及：$\tau'_{ae} + \tau'_{me} = \tau_s$

$$\tau_{-1e} = \frac{\tau_{-1}}{K_\tau} = \tau'_{ae} + \psi_{\tau e} \tau'_{me}$$

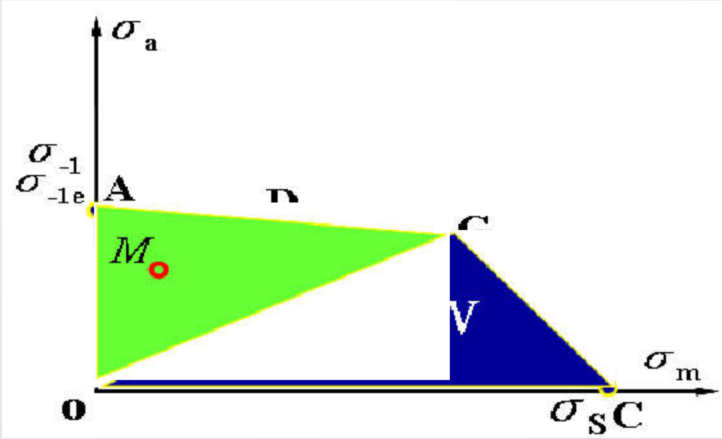
$$K_\tau = \left[\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} + \frac{1}{\beta_\tau} - 1\right]\frac{1}{\beta_q}$$

其中的系数：k_τ 、 ε_τ 、 β_τ 、 β_τ 与
k_σ 、 ε_σ 、 β_σ 、 β_q 相对应。

零件的k_σ、 ε_σ 、β_σ、 β_q查本章附表3-1~3-11。

二、单向稳定变应力时零件的疲劳强度计算

根据零件危险截面上的 σ_{max} 及 σ_{min}，确定平均应力σ_m与应力幅σ_a。在极限应力线图的坐标中标出相应工作应力点M或N。



对应的疲劳极限应力应是极限应力曲线AGC上的某一个点M'或N'所代表的应力(σ'_m，σ'_a)。

计算安全系数及疲劳强度条件为：$S_{ca}=\dfrac{\sigma'_{max}}{\sigma_{max}}=\dfrac{\sigma'_m+\sigma'_a}{\sigma_m+\sigma_a}\geq S$

M'或N'的位置确定与循环应力变化规律有关。

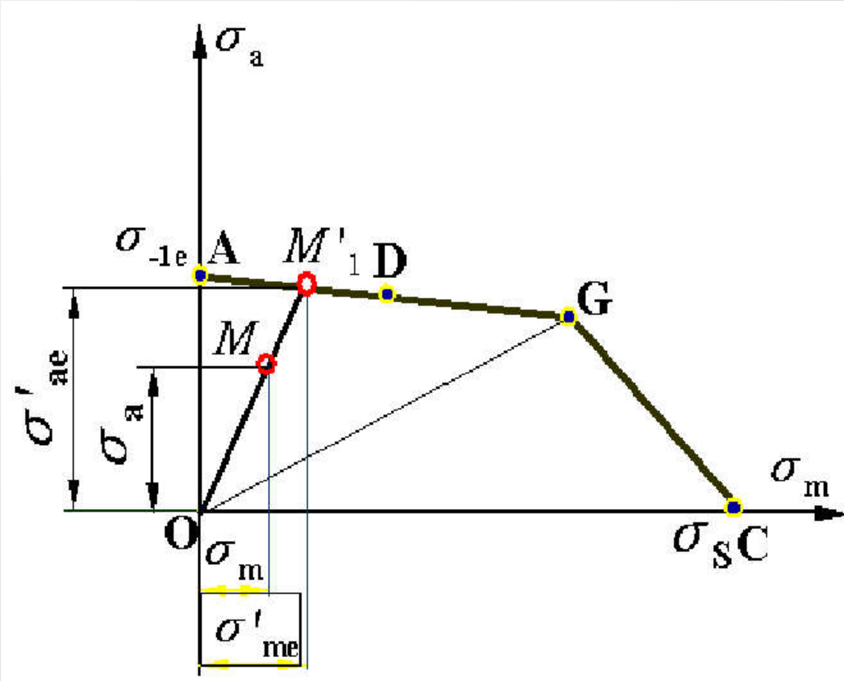
可能发生的应力变化规律：

- 应力比为常数 r=C
- 平均应力为常数σ_m=C
- 最小应力为常数σ_{min}=C

[◀] [▶]

1) r=C(常数）

比值：$\dfrac{\sigma_a}{\sigma_m}=\dfrac{\sigma_{\max}+\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}+\sigma_{\min}}=\dfrac{1-r}{1+r}=C'$



射线OM是一常数。

作射线OM，其上任意一点所代表的应力循环都具有相同的应力比。

M'1点：$\sigma'_{me}+\sigma'_{ae}=\sigma'_{\max}$

对应于M点的极限应力。

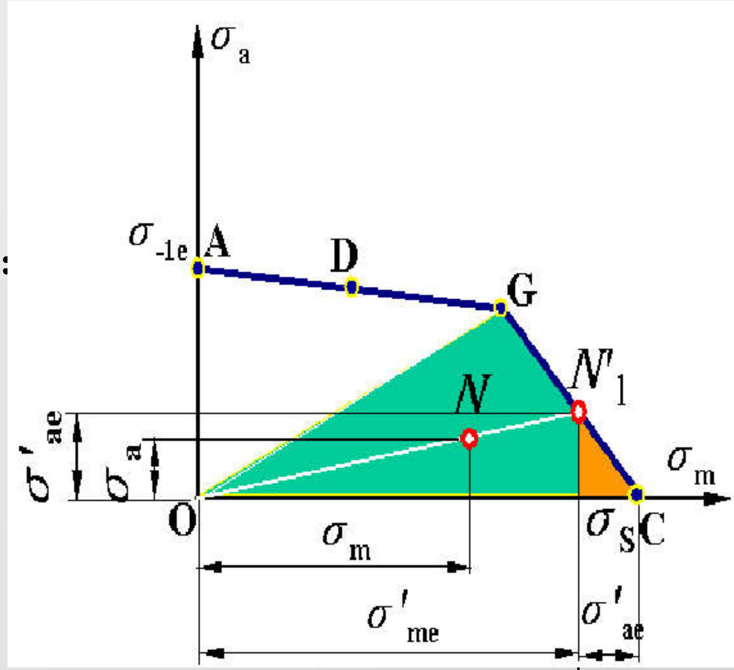
联立直线OM和AG的方程，求解M'1点的极限应力：

$$\sigma'_{\max}=\sigma'_{ae}+\sigma'_{me}=\frac{\sigma_{-1}(\sigma_m+\sigma_a)}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}=\frac{\sigma_{-1}\sigma_{\max}}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$$

计算安全系数及疲劳强度条件为：

$$S_{\mathrm{ca}}=\frac{\sigma'_{\max}}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_{\mathrm{a}}+\psi_\sigma\sigma_{\mathrm{m}}}\geq S$$

N点的极限应力点N'₁位于直线CG上：



$$\sigma'_{\max}=\sigma'_{\mathrm{ae}}+\sigma'_{\mathrm{me}}=\sigma_{\mathrm{s}}$$

工作应力为N点时，可能发生屈服失效，故只需要进行静强度计算：

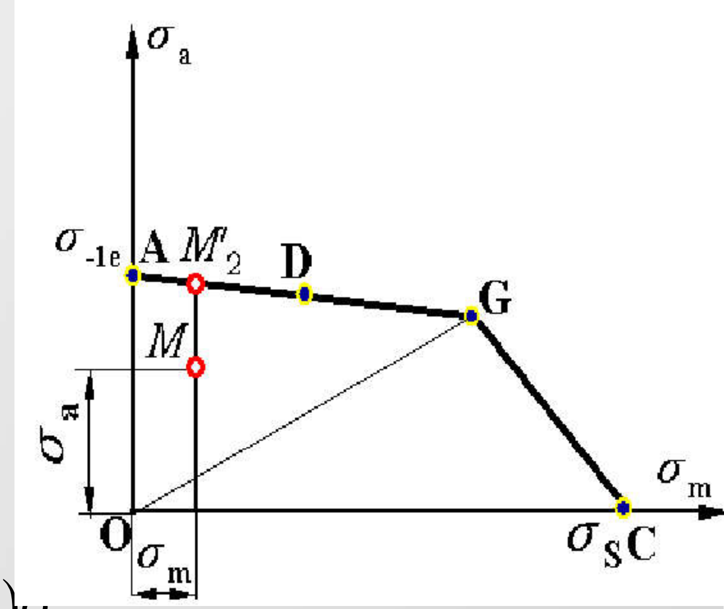
$$S_{\mathrm{ca}}=\frac{\sigma_S}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_S}{\sigma_{\mathrm{a}}+\sigma_{\mathrm{m}}}\geq S$$

凡是工作应力点落在OGC区域内，在循环特性 r=常数的条件下，极限应力都为屈服极限，只需要进行静强度计算。

2) σ_m=C

M点的极限应力为M'$_2$，有：σ'_m=

M'$_2$ ----过M点且纵轴平行线上，该线上具有相同的平均应力值。



联立直线M M'$_2$和AG的方程，求解M'$_2$点的极限应力：

$$\sigma'_{\max} = \sigma'_{ae} + \sigma_m = \frac{\sigma_{-1} + (K_\sigma - \psi_a)\sigma_m}{K_\sigma}$$

计算安全系数及疲劳强度条件：

$$S_{\mathrm{ca}} = \frac{\sigma'_{\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1} + (K_\sigma - \psi_\sigma)\sigma_m}{K_\sigma(\sigma_{\mathrm{a}} + \sigma_{\mathrm{m}})} \geq S$$

N点的极限应力为N'_2 落在了直线CG上

故进行静强度计算：

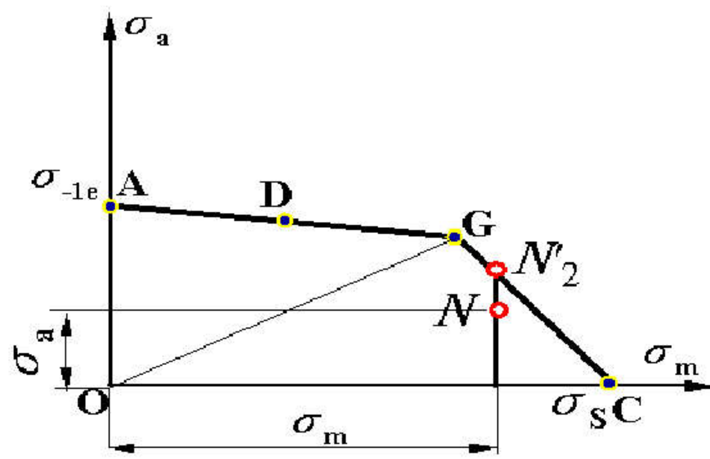
$$S_{ca}=\frac{\sigma_S}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_S}{\sigma_a+\sigma_m}\geq S$$

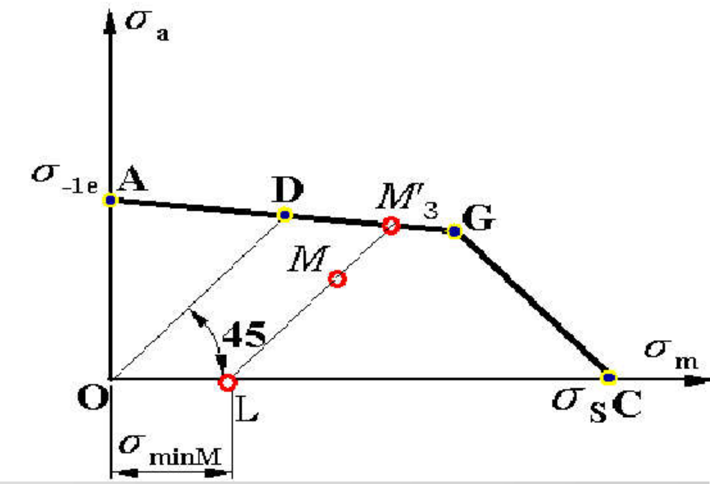
3) σ_{min}=C

由于$\sigma_{min}=\sigma_m-\sigma_a$ =C，

过M点作45° 直线，与AG相交于M'_3点，其上任意一点所代表的应力循环都具有相同的最小应力。

即：$\sigma'_{min}=\sigma_{min}$

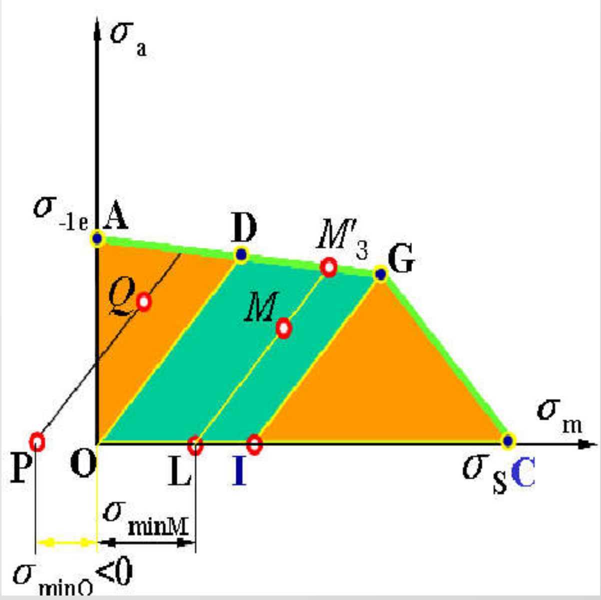




过O、G两点分别作45°直线，得OAD、ODGI、GCI三个区域。

- 在OAD区域内，最小应力均为负值，在实际机器中极少出现，故不予讨论。
- 在GCI区域内，极限应力都为屈服极限。按静强度计算：
- 在ODGI区域内，极限应力在疲劳极限应力曲线上。

$$S_{ca} = \frac{\sigma_S}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_S}{\sigma_a + \sigma_m} \geq S$$



联立直线M M'$_3$（$\sigma_{min}=\sigma_m - \sigma_a = C$）和AG的方程，求解M'$_3$点的坐标值。

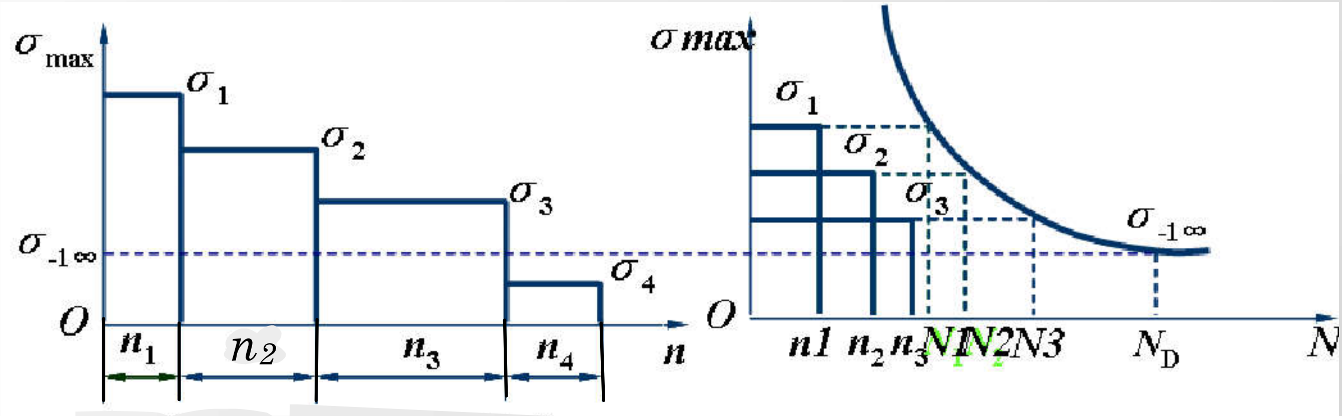
计算安全系数及疲劳强度条件：

$$S_{ca} = \frac{\sigma'_{max}}{\sigma_{max}} = \frac{2\sigma_{-1} + (K_\sigma - \psi_\sigma)\sigma_{min}}{(K_\sigma + \psi_\sigma)(2\sigma_a + \sigma_{min})} \geq S$$

三、单向不稳定变应力时的疲劳强度计算

规律性 ➡ 按损伤累积假说进行疲劳强度计算

非规律性 ➡ 用统计方法进行疲劳强度计算



规律性不稳定变应力

若应力每循环一次都对材料的破坏起相同的作用，则应力 σ_1 每循环一次对材料的损伤率即为$1/N_1$，而循环了n_1次的σ_1对材料的损伤率即为n_1/N_1；如此类推，循环了n_2次的σ_2对材料的损伤率即为n_2/N_2，……。

当损伤率达到100%时，材料即发生疲劳破坏，故对应于极限状况有：

其中：$N_i = N_0 \left(\dfrac{\sigma_{-1}}{\sigma_i} \right)^m$

实验表明：

1）当应力作用顺序：先大后小，等号右边值 <1； $\sum_{i=1}^{z} \dfrac{n_i}{N_i} < 1$

2）当应力作用顺序：先小后大，等号右边值 >1； $\sum_{i=1}^{z} \dfrac{n_i}{N_i} > 1$

一般有： $\sum_{i=1}^{z} \dfrac{n_i}{N_i} = 0.7 \sim 2.2$

疲劳损伤累计假说：

$$\frac{1}{N_0 \sigma_{-1}^m} (n_1 \sigma_1^m + n_2 \sigma_2^m + \ldots + n_z \sigma_z^m) = \frac{\sum_{i=1}^{z} n_i \sigma_i^m}{N_0 \sigma_{-1}^m} = 1$$

[◀] [▶]

若材料在这些应力作用下，未达到破坏，则有：

$$\sum_{i=1}^{z} n_i \sigma_i^m < N_0 \sigma_{-1}^m$$

不稳定变应力的计算应力： $\sigma_{ca} = \sqrt[m]{\frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{z} n_i \sigma_i^m}$

则： $\sigma_{ca} < \sigma_{-1}$ ，其强度条件为： $S_{ca} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{ca}} \geq S$

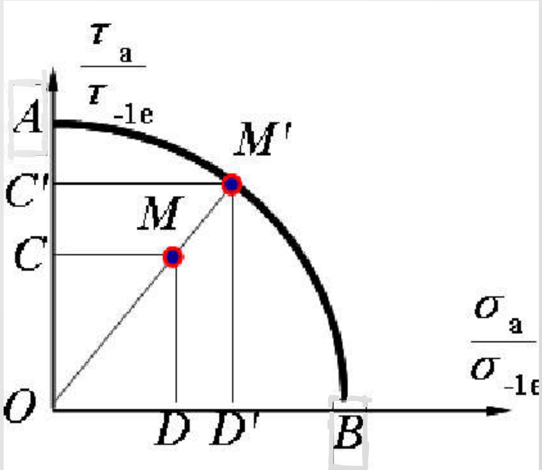
四、双向稳定变应力时的疲劳强度计算

当零件上同时作用有同相位的稳定对称循环变应力σ_a 和τ_a时，由实验得出的极限应力关系式为：

$$\left(\frac{\tau_a'}{\tau_{-1e}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a'}{\sigma_{-1e}}\right)^2 = 1$$

[◀] [▶]

$$\left(\frac{\tau_a'}{\tau_{-1e}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_a'}{\sigma_{-1e}}\right)^2=1$$



式中 τ_a'及σ_a'为同时作用的切向及法向应力幅的极限值。

由于是对称循环变应力，故应力幅即为最大应力。弧线 AM'B 上任何一个点代表一对极限应力σ_a'及τ_a'。

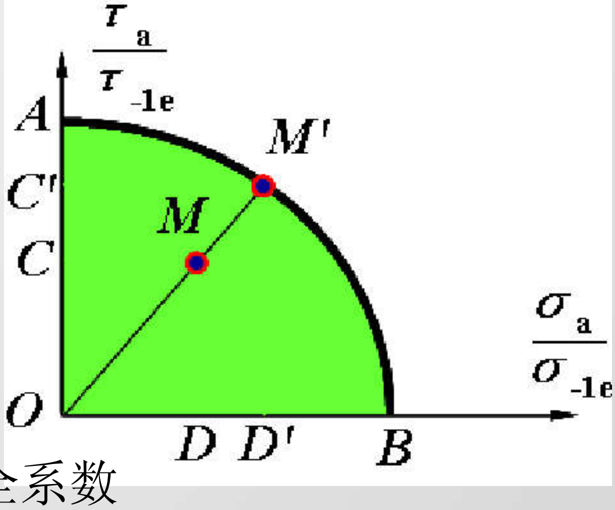
M点----作用于零件上的应力幅σ_a及τ_a；
M'点----对应于M点的极限应力。

$$S_{ca}=\frac{OM'}{OM}=\frac{OC'}{OC}=\frac{OD'}{OD}$$

因为：$OC'=\dfrac{\tau'_a}{\tau_{-1e}}$　$OC=\dfrac{\tau_a}{\tau_{-1e}}$　$OD'=\dfrac{\sigma'_a}{\sigma_{-1e}}$　$OD=\dfrac{\sigma_a}{\sigma_{-1e}}$

于是有：$\tau'_a=S_{ca}\tau_a$　$\sigma'_a=S_{ca}\sigma_a$

将τa′及σa′代入到极限应力式



可得：$\left(\frac{S_{ca}\tau_a}{\tau_{-1e}}\right)^2+\left(\frac{S_{ca}\sigma_a}{\sigma_{-1e}}\right)^2=1$

$$\left(\frac{\tau_{-1e}}{\tau_a}\right)=S_\tau \quad 和 \left(\frac{\sigma_{-1e}}{\sigma_a}\right)=S_\sigma$$

上式是只受切向应力或法向应力时的安全系数

零件的计算安全系数： $S_{ca}=\frac{OM'}{OM}=\frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2+S_\tau^2}}$

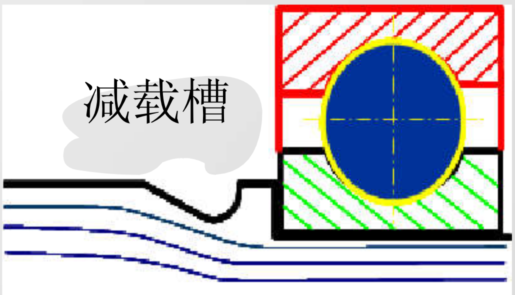
当零件上所承受的两个变应力均为不对称循环时：

$$S_\sigma=\frac{\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m} \qquad S_\tau=\frac{\tau_{-1}}{K_\tau\tau_a+\psi_\tau\tau_m}$$

许用安全系数S的选取，可查有关机械设计手册。

[◀] [▶]

五、提高机械零件疲劳强度的措施



1、尽可能减小应力集中的影响
----首要措施。

2、采用减载槽来降低应力集中的作用。

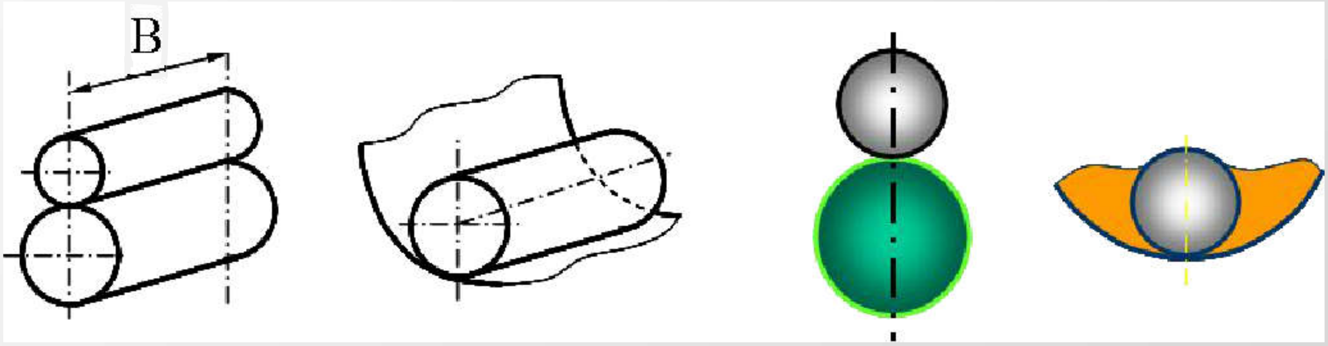
3、采用具有高疲劳强度的材料，并适当的热处理和各种表面强化处理。

4、适当提高零件的表面质量（特别是有应力集中部位），必要时表面作一定的防护处理。

5、尽可能地减少或消除零件表面可能发生的初始裂纹。

§3－3 机械零件的接触强度

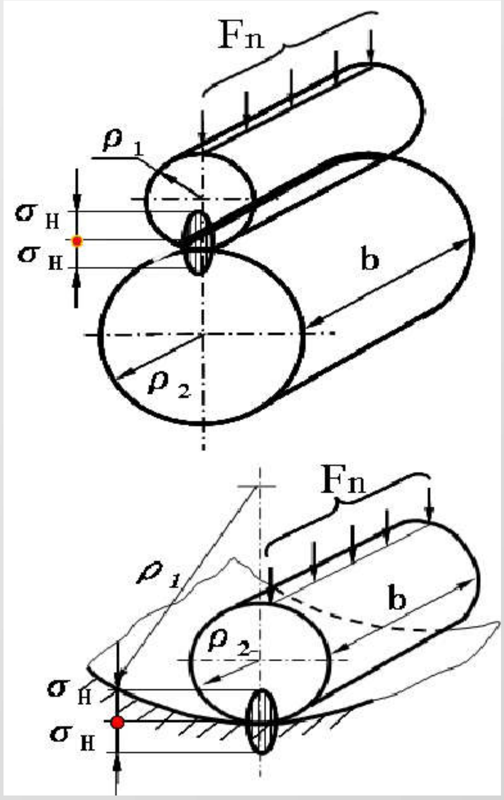
机械零件中各零件之间的力的传递，是通过两个零件的接触来实现的，大量存在着两机械零件点接触或线接触的情况，如齿轮传动、凸轮机构、滚动轴承等。



若两个零件在受载前是点接触或线接触。受载后，由于变形其接触处为一小面积，表层产生的局部应力却很大，这种应力称为接触应力。这时零件强度称为接触强度。

由弹性力学可知，应力为：

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{\pi b} \bullet \frac{\dfrac{1}{\rho_1} \pm \dfrac{1}{\rho_2}}{\dfrac{1-\mu_1^2}{E_1} + \dfrac{1-\mu_2^2}{E_2}}}$$



令 : $\rho = \dfrac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2}$ $\qquad E = \dfrac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$

对于钢或铸铁取泊松比：

$\mu_1=\mu_2=0.3$，得：

上述公式称为赫兹(H·Hertz)公式 。

$$\sigma_H = 0.418\sqrt{\frac{F_n E}{b\rho}}$$

“+”用于外接触，

“-”用于内接触。

[◀] [▶]

$$\sigma_H = 0.418\sqrt{\frac{F_n E}{b\rho}} \le [\sigma_H]$$

σ_H ----最大接触应力或赫兹应力;

b ----接触长度;

F_n ----作用在圆柱体上的载荷;

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2}$$

----综合曲率半径;

$$E = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

----综合弹性模量; E_1、 E_2 分别为两圆柱体的弹性模量。

$[\sigma_H]$ ----许用接触疲劳应力； $[\sigma_H] = \sigma_{H\lim} / S_H$