

双星电磁编队的动力学平衡态稳定性与控制*

黄 涣, 杨乐平, 朱彦伟, 张元文

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:空间电磁编队具有不消耗推进剂、无羽流污染、连续可逆和同步控制等优势,静态电磁编队在光学干涉成像等领域具有广阔应用前景。动力学平衡态的稳定性与控制是实现静态电磁编队的基础。论文针对双星电磁编队沿径向、切向和法向分布的三种平衡态构形,利用 Kane 方法建立了 6-DOF 耦合非线性动力学模型,分析了三种平衡态构形的开环稳定性、耦合特性与控制需求,最后设计 LQR 控制器,实现了平衡态构形的稳定控制,并进行了仿真实验。

关键词:电磁力;静态编队;平衡态;稳定性分析;LQR

中图分类号:V488.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)03-0012-06

Stability and control of dynamics equilibrium for two-spacecraft electromagnetic formation

HUANG Huan, YANG Leping, ZHU Yanwei, ZHANG Yuanwen

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract:Space electromagnetic formation is characterized mainly by advantages of no propellant consumption, no plume contaminations, continuous reversible and synchronous controllability, and static electromagnetic formation has a broad prospect of application in such fields as optical interferometry. The stability and control issues of dynamics equilibrium are the foundation for static electromagnetic formation. This research focused on the three equilibriums of two-spacecraft aligned with radial, along-track and normal direction, developed the 6-DOF coupled nonlinear dynamic models by the Kane method, and analyzed the open-loop stability, the coupled characteristics and the control requirements for each equilibrium respectively. Finally, an LQR feedback controller was designed and verified to stabilize the equilibriums.

Key words:electromagnetic force; static formation; equilibrium; stability analysis; LQR

空间电磁编队^[1-4]是一种全新的航天器编队飞行方式,采用在航天器上装配电磁线圈,利用通电产生的电磁力/力矩来控制编队航天器的相对位置/姿态,通过控制电流改变电磁力/力矩的大小与方向,进而满足编队任务需求。空间电磁编队能够有效避免诸如推进剂消耗、羽流污染等传统编队控制所固有的不足;线圈电流的连续及可逆控制使得编队控制更加精细;对于双星编队,电磁力同时作用于两个航天器,因此还具有同步控制优势。由于电磁力作用距离有限,目前主要研究几十米范围内^[3]的紧密编队控制。此外,电磁力模型的非线性和耦合性是空间电磁编队控制的难点所在,对于局部控制可以采用基于特征点的小偏差线性化方法^[4],而对于大范围控制则需要设计适当的非线性控制策略^[3,5-6]。

空间电磁编队的特殊优势使其具有广泛的应用前景,其中一个重要应用就是天基光学干涉成

像,MIT 提出可将电磁编队技术应用于 NASA 类地行星探测器(Terrestrial Planet Finder, TPF)项目^[1-2]。光学干涉成像有时需要各航天器保持特定的构形与指向,利用电磁作用调整各航天器的相对位姿,使整个系统相对编队质心运动静止,即实现静态编队,此时对应于相对运动的动力学平衡态。动力学平衡态的稳定性与控制是实现静态编队飞行的重要基础。Schaub 等围绕库仑力编队平衡态展开了深入研究,建立了圆轨道实现静态编队的必要条件^[7],针对双星/三星编队研究了特定平衡态构形的稳定性及控制策略^[8-10];Norman^[11]分析了双星 Flux-Pinned 编队平衡态的被动稳定性。但是上述研究主要针对轨道运动进行分析,对于存在力矩耦合的电磁编队动力学平衡态稳定性与控制研究尚不多见。围绕空间静态电磁编队,本文主要针对双星电磁编队的动力学平衡态稳定性与控制问题开展研究。

* 收稿日期:2012-09-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11172322)

作者简介:黄涣(1985—),男,甘肃靖远人,博士研究生,E-mail:marshal-huanghuan@163.com;

杨乐平(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:ylp_1964@163.com

1 非线性动力学模型

1.1 问题描述

假设组成电磁编队的每个航天器上都装载三个相互正交的电磁线圈,用于产生电磁力,同时沿航天器惯量主轴装配三个反作用飞轮,用于姿态控制,为简单起见,设航天器的主惯量相等。编队飞行过程中,假设地球为完全中心引力场,编队系统质心沿圆轨道运动。

为便于分析,引入以下坐标系:轨道坐标系 $O_{CM}-x_{CM}y_{CM}z_{CM}$,记为 \mathcal{N} ,原点位于编队系统质心 O_{CM} , x_{CM} 轴沿轨道径向, y_{CM} 轴在轨道面内垂直于 x_{CM} 轴并指向运动方向, z_{CM} 轴沿轨道面法向;编队固连系 $O_{CM}-x_B y_B z_B$,记为 \mathcal{B} ,原点位于编队系统质心 O_{CM} ,坐标轴固连于编队系统的惯量主轴,满足右手法则;航天器体坐标系 $O_{bi}-x_{bi} y_{bi} z_{bi}$ ($i=1,2$),记为 \mathcal{B}_i ,原点位于航天器 i 质心,坐标轴固连于该航天器的惯量主轴,满足右手法则, \mathcal{B}_i 系由 \mathcal{B} 系按照 3-2-1 顺序依次旋转 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 角得到。

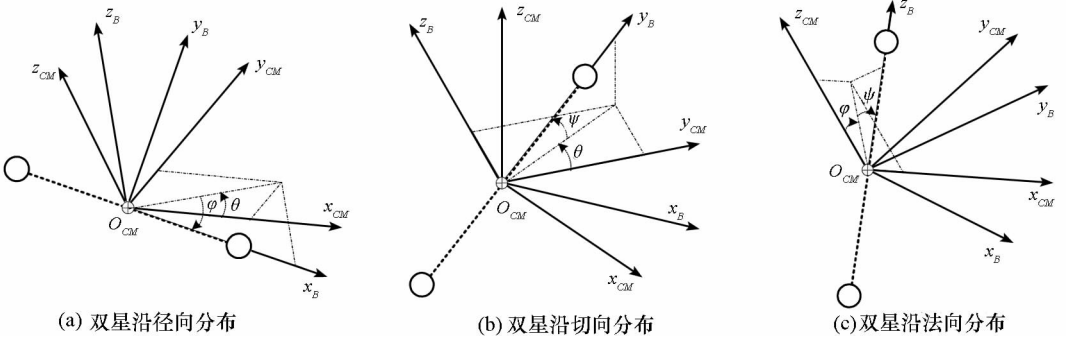


图1 双星电磁编队平衡态构形

Fig.1 Geometry of equilibria for two-spacecraft electromagnetic formation

1.2 动力学建模

设两航天器质量分别为 m_1, m_2 , 相对编队质心的矢径分别为 ρ_1, ρ_2 , 则有 $\rho = \rho_2 - \rho_1$ 。考虑到编队质心满足 $m_1 \rho_1 + m_2 \rho_2 = 0$, 可以得到

$$\rho_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \rho, \rho_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \rho \quad (2)$$

采用球坐标描述双星电磁编队的相对轨迹运动,其中各平衡态下两方位角定义如图1所示,采用欧拉角描述双星电磁编队的相对姿态运动,则选取广义坐标如下

$$\begin{aligned} q &= [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8 \ q_9]^T \\ &= [\phi_1 \ \phi_2 \ \rho \ \alpha_1 \ \beta_1 \ \gamma_1 \ \alpha_2 \ \beta_2 \ \gamma_2]^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ϕ_i ($i=1,2$) 为 \mathcal{B} 系相对 \mathcal{N} 系的旋转角。

通过计算两航天器相对惯性系的速度与角速度矢量,定义广义速率

对于编队飞行而言,采用磁偶极子远场模型近似电磁力/力矩模型可以满足精度要求^[3]。设两航天器质心相对距离矢量为 ρ , 磁矩矢量分别为 μ_1, μ_2 , 则作用于航天器1的电磁力/力矩

$$\begin{aligned} F_1^{EM} &= -\frac{3\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{\rho^5} \rho + \frac{\mu_1 \cdot \rho}{\rho^5} \mu_2 + \frac{\mu_2 \cdot \rho}{\rho^5} \mu_1 \right. \\ &\quad \left. - 5 \frac{(\mu_1 \cdot \rho)(\mu_2 \cdot \rho)}{\rho^7} \rho \right] \\ \tau_1^{EM} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \mu_1 \times \left(\frac{3\rho(\mu_2 \cdot \rho)}{\rho^5} - \frac{\mu_1}{\rho^3} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ 为真空磁导率, $\rho = |\rho|$, μ_i 在 \mathcal{B} 系下投影为 $(\mu_{ix}, \mu_{iy}, \mu_{iz})$ 。

双星静态电磁编队存在三种平衡态构形,分别为两航天器沿径向、切向和法向分布,即两航天器沿 \mathcal{N} 系坐标轴共线分布。设 \mathcal{B} 系相对 \mathcal{N} 系对应 3-2-1 转序的欧拉角分别为 θ, φ, ψ , 考虑主惯量假设,双星编队绕对称轴的旋转可以忽略,因此双星电磁编队的三种平衡态构形如图1所示。后文以 \mathcal{B} 系为计算坐标系,分别建立三种平衡态下的动力学模型。

$$\begin{aligned} u &= [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8 \ u_9]^T \\ &= [\phi_1 + \omega_0 \ \phi_2 \ \dot{\rho} \ \omega_{1x} \ \omega_{1y} \ \omega_{1z} \ \omega_{2x} \ \omega_{2y} \ \omega_{2z}]^T \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_{cm}^3}}$ 为轨道平均运动角速度, r_{cm} 为轨道半径;特别当双星沿法向分布时,取 $u_1 = \phi_1$; $\omega_{ix}, \omega_{iy}, \omega_{iz}$ ($i=1,2$) 为航天器 i 相对编队固连系的角速度 $\omega^{\mathcal{B}_i/\mathcal{B}}$ 在 \mathcal{B} 系上的投影,如式(5)所示。

$$\omega^{\mathcal{B}_i/\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} \omega_{ix} \\ \omega_{iy} \\ \omega_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\beta}_i \sin \alpha_i - \dot{\gamma}_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ -\dot{\beta}_i \cos \alpha_i - \dot{\gamma}_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ -\dot{\alpha}_i + \dot{\gamma}_i \sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

进一步通过计算两航天器的偏速度与偏角速度,计算广义惯性力与广义主动力。基于 Kane 方程,令每个广义速率对应的广义惯性力与广义主动力之和为 0,即得到系统动力学方程。求解过程中考虑电磁力的内力特性:作用于两航天器的

电磁力等值反向,且满足系统角动量守恒,如式(6)所示。

$$\sum_{i=1}^2 \boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{F}_i^{EM} + \boldsymbol{\tau}_i^{EM} = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{F}^{EM} = \boldsymbol{\tau}_1^{EM} + \boldsymbol{\tau}_2^{EM} \quad (6)$$

对于双星沿径向分布,如图 1(a)所示, $\boldsymbol{\rho} = \rho \hat{x}_B$, \mathcal{B} 系相对 \mathcal{H} 系按照 3-2 转序分别旋转 θ, φ 得到。推导得到双星电磁编队系统的 6-DOF 非线性动力学方程如式(7)所示。

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -\frac{1}{c_2 q_3} [\mu r_{cm} s_1 (\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3}) + 2c_2 u_1 u_3 - 2s_2 q_3 u_1 u_2 + \frac{M}{m_1 m_2} F_y^{EM} - \Delta f_y^d] \\ \dot{u}_2 = -\frac{1}{q_3} [\mu r_{cm} c_1 s_2 (\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3}) + 2u_2 u_3 + s_2 c_2 q_3 u_1^2 - \frac{M}{m_1 m_2} F_z^{EM} + \Delta f_z^d] \\ \dot{u}_3 = \mu [r_{cm} c_1 c_2 (\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3}) - \frac{q_3}{M} (\frac{m_2}{r_1^3} + \frac{m_1}{r_2^3})] + q_3 u_2^2 + c_2^2 q_3 u_1^2 - \frac{M}{m_1 m_2} F_x^{EM} - \Delta f_x^d \\ \dot{u}_4 = \frac{(\tau_{1x}^{EM} + \tau_{1x}^c + \tau_{1x}^d)}{I_1} + (s_2 \dot{u}_1 + c_2 u_1 u_2) \\ \dot{u}_5 = \frac{(\tau_{1y}^{EM} + \tau_{1y}^c + \tau_{1y}^d)}{I_1} - \dot{u}_2 \\ \dot{u}_6 = \frac{(\tau_{1z}^{EM} + \tau_{1z}^c + \tau_{1z}^d)}{I_1} - (c_2 \dot{u}_1 - s_2 u_1 u_2) \\ \dot{u}_7 = \frac{(\tau_{2x}^{EM} + \tau_{2x}^c + \tau_{2x}^d)}{I_2} + (s_2 \dot{u}_1 + c_2 u_1 u_2) \\ \dot{u}_8 = \frac{(\tau_{2y}^{EM} + \tau_{2y}^c + \tau_{2y}^d)}{I_2} - \dot{u}_2 \\ \dot{u}_9 = \frac{(\tau_{2z}^{EM} + \tau_{2z}^c + \tau_{2z}^d)}{I_2} - (c_2 \dot{u}_1 - s_2 u_1 u_2) \end{cases} \quad (7)$$

其中, μ 为万有引力常数, $M = m_1 + m_2$, I_i 为航天器 i 主惯量; $\mathbf{F}^{EM} = \mathbf{f}_1^{EM}$, $\Delta \mathbf{f}^d = \mathbf{f}_2^d - \mathbf{f}_1^d$ 为作用于两航天器上的外界干扰加速度之差, $\boldsymbol{\tau}_i^c, \boldsymbol{\tau}_i^d$ 分别为作用于航天器 i 上的反作用飞轮控制力矩与外界干扰力矩, $r_i = |\mathbf{r}_i|$ 为航天器 i 质心相对惯性系的矢径。

式(7)前 3 个方程为相对轨迹动力学方程,后 6 个方程分别为两航天器相对姿态动力学方程。由方程形式可以看出,双星电磁编队的相对轨迹/姿态运动相互耦合,具有复杂的非线性动力学特性。

对于另外两种平衡态构形,采用同样的建模过程。区别在于双星沿切向分布时, $\boldsymbol{\rho} = \rho \hat{y}_B$, \mathcal{B}

系由 \mathcal{H} 系按 3-1 转序分别旋转 θ, ψ 角得到;双星沿法向分布时, $\boldsymbol{\rho} = \rho \hat{z}_B$, \mathcal{B} 系由 \mathcal{H} 系按 2-1 转序分别旋转 φ, ψ 角得到。最后推导得到的动力学方程形式略有区别,限于篇幅这里不再赘述。

2 稳定性分析与控制器设计

2.1 稳定性分析

期望状态下两航天器在电磁力作用下实现静态编队,则两航天器相对位置/姿态保持不变,即满足 $q_3 = \bar{\rho}, q_4 \sim q_9 = 0$;此时编队系统相对 \mathcal{H} 系静止,因此在平衡态构形下满足 $q_1 = q_2 = 0$ 。选取控制变量为星间电磁力以及作用于两航天器上的反作用飞轮控制力矩,为便于计算,令两航天器磁矩大小对应相等,其在 \mathcal{B} 系下投影记为 μ_x, μ_y, μ_z 。静态编队下电磁力矩为 0,将平衡态条件 $\dot{\mathbf{q}}_i = 0, \dot{\mathbf{u}}_i = 0$ 代入非线性方程组(7),得到各平衡态下的标称控制量如式(8)所示。

$$\bar{\mathbf{u}}_c = [\bar{F}_x^{EM} \quad \bar{F}_y^{EM} \quad \bar{F}_z^{EM} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (8)$$

下面讨论三种平衡态下的标称控制特性:

1) 当双星沿径向分布时, $\bar{r}_1 = r_{cm} - \frac{m_2 \bar{\rho}}{M}, \bar{r}_2 = r_{cm} + \frac{m_1 \bar{\rho}}{M}$,此时有 $\bar{F}_y^{EM} = \bar{F}_z^{EM} = 0$,且

$$\begin{aligned} \bar{F}_x^{EM} = & \frac{m_1 m_2}{M} [\mu r_{cm} (\frac{1}{\bar{r}_1^3} - \frac{1}{\bar{r}_2^3}) \\ & - \mu \frac{\bar{\rho}}{M} (\frac{m_2}{\bar{r}_1^3} + \frac{m_1}{\bar{r}_2^3}) + \bar{\rho} \Omega^2] \end{aligned} \quad (9)$$

分析可知 $\bar{F}_x^{EM} > 0$,即电磁力仅有径向分量,且沿 x 轴正向,为引力作用。基于电磁力模型(1),可以得到 $\bar{\mu}_y = \bar{\mu}_z = 0, \bar{\mu}_{1x} = \bar{\mu}_{2x} = \bar{\mu}_x$

$$= \sqrt{\frac{2\pi\bar{\rho}^4 \bar{F}_x^{EM}}{3\mu_0}}$$

2) 当双星沿切向分布时, $\bar{r}_1 = \sqrt{r_{cm}^2 + (\frac{m_2 \bar{\rho}}{M})^2}$,

$\bar{r}_2 = \sqrt{r_{cm}^2 + (\frac{m_1 \bar{\rho}}{M})^2}$,此时有 $\bar{F}_z^{EM} = 0$,且

$$\bar{F}_x^{EM} = \frac{m_1 m_2}{M} \mu r_{cm} (\frac{1}{\bar{r}_1^3} - \frac{1}{\bar{r}_2^3})$$

$$\bar{F}_y^{EM} = \frac{m_1 m_2}{M} [-\mu \frac{\bar{\rho}}{M} (\frac{m_2}{\bar{r}_1^3} + \frac{m_1}{\bar{r}_2^3}) + \bar{\rho} \Omega^2] \quad (10)$$

分析可知 $\bar{F}_y^{EM} \approx 0$,特别当 $m_1 = m_2$ 时, $\bar{F}_x^{EM} = 0$,即两航天器之间电磁力作用近似为 0。则标称磁矩大小为 $\bar{\mu}_x = \bar{\mu}_z = 0, \bar{\mu}_{1y} = \bar{\mu}_{2y} = \bar{\mu}_y$

$$= \sqrt{\frac{2\pi\bar{\rho}^4 \bar{F}_y^{EM}}{3\mu_0}}$$

3) 当双星沿法向分布时, $\bar{r}_1 = \sqrt{r_{cm}^2 + (\frac{m_2 \bar{\rho}}{M})^2}$, $\bar{r}_2 = \sqrt{r_{cm}^2 + (\frac{m_1 \bar{\rho}}{M})^2}$, 此时有 $\bar{F}_y^{EM} = 0$, 且

$$\bar{F}_x^{EM} = \frac{m_1 m_2}{M} \mu r_{cm} \left(\frac{1}{\bar{r}_1^3} - \frac{1}{\bar{r}_2^3} \right)$$

$$\bar{F}_z^{EM} = -\frac{m_1 m_2}{M} \mu \frac{\bar{\rho}}{M} \left(\frac{m_2}{\bar{r}_1^3} + \frac{m_1}{\bar{r}_2^3} \right) \quad (11)$$

特别当 $m_1 = m_2$ 时, $\bar{F}_x^{EM} = 0$; 又由 $\bar{F}_z^{EM} < 0$, 则电磁力仅有法向分量, 沿 z 轴负向, 呈斥力作用。此时标称磁矩为 $\bar{\mu}_x = \bar{\mu}_y = 0, \bar{\mu}_{1z} = -\bar{\mu}_{2z} = \bar{\mu}_z$

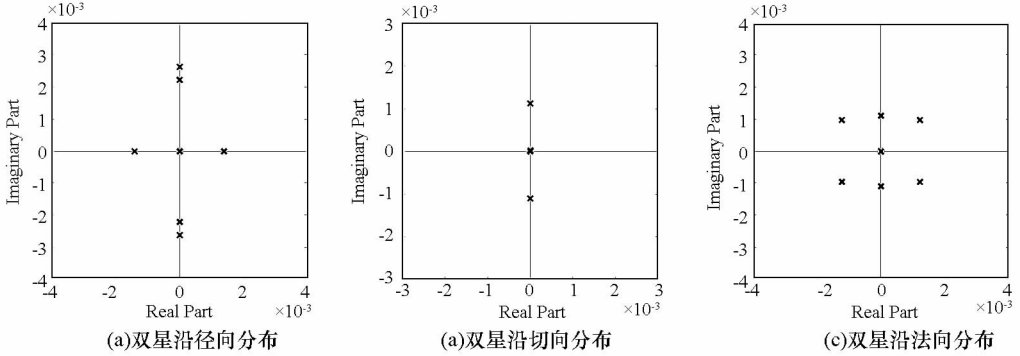
$$= \sqrt{\frac{-2\pi\rho^4 \bar{F}_z^{EM}}{3\mu_0}}.$$


图2 开环线性化系统特征值

Fig. 2 Eigenvalues for open-loop linearized system

取状态变量为 $\mathbf{g} = [\mathbf{q} \ \mathbf{u}]^T$, 控制变量为 \mathbf{u}_c 。令 $\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \Delta\mathbf{q}, \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \Delta\mathbf{u}, \mathbf{u}_c = \bar{\mathbf{u}}_c + \Delta\mathbf{u}_c$, 其中 $\Delta\mathbf{q}, \Delta\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}_c$ 为平衡态附近偏差。将非线性方程组在平衡态处作一阶泰勒展开, 得到线性化方程组

$$\Delta\dot{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \Delta\dot{\mathbf{q}} \\ \Delta\dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_c) \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{q} \\ \Delta\mathbf{u} \end{bmatrix} + \mathbf{B}(\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_c) \Delta\mathbf{u}_c \quad (12)$$

其中, $\mathbf{A}(\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_c)$ 为状态矩阵, $\mathbf{B}(\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_c)$ 为输入矩阵。

设双星电磁编队质心沿高度 500km 的圆轨道运行, 两航天器质心间期望距离为 $\bar{\rho} = 15\text{m}$, $m_1 = m_2 = 250\text{kg}, I_1 = I_2 = 20\text{kg} \cdot \text{m}^2$, 则各平衡态下开环线性化系统特征值如图 2 所示。由特征值分布可以看出, 除了双星沿切向分布开环临界稳定以外, 另外两种平衡态构形都是开环不稳定的, 需要施加反馈控制, 以实现闭环系统稳定。进一步分析各平衡态下的线性化方程, 可以得到如下结论:

1) 双星沿径向分布时, 面内角 θ 与星间距离 ρ 运动相互耦合, 与面外角 φ 运动解耦; 角 φ 的动态响应是等幅振荡的, 处于临界稳定; 两航天器相对姿态角 α 运动与 ρ, θ 耦合, 角 β, γ 运动与 φ 耦合。此时, 径向电磁力就能够实现对 ρ 与 θ 的控制, 面外运动控制主要依赖于法向电磁力; 反作用飞轮控制力矩主要用于抵消电磁力矩作用。

2) 双星沿切向分布时, 相对运动耦合特性与 1) 相同。此时, 仅仅依靠切向电磁力不足以实现

面内耦合运动稳定, 需要与径向电磁力一起施加作用; 面外角 ψ 稳定仍然依赖于法向电磁力。

3) 双星沿法向分布时, 面内角 φ 与面外角 ψ 运动相互耦合, 与星间距离 ρ 运动解耦; ρ 的动态响应是等幅振荡的, 处于临界稳定; 相对姿态角 β, γ 运动与 φ, ψ 耦合, 角 α 与其他相对运动解耦, 并呈线性运动特性。因此, 法向电磁力只能控制星间距离, 无法影响方位角运动, 径向/切向电磁力主要用于控制方位角稳定; 电磁力无法控制角 α 运动, 需要反作用飞轮施加 z 向控制力矩。

2.2 LQR 控制器设计

由文献[4]结论可知: 对于具有强非线性、耦合性的电磁编队系统, 采用线性控制方法处理关于标称状态的跟踪控制问题是有效的。因此基于式(12)所示的状态空间模型, 论文采用 LQR 方法设计最优控制器, 最优函数如式(13)所示。

$$J = \int_0^\infty [\Delta\mathbf{g}^T(t) \mathbf{Q} \Delta\mathbf{g}(t) + \Delta\mathbf{u}_c^T(t) \mathbf{R} \Delta\mathbf{u}_c(t)] dt \quad (13)$$

其中, \mathbf{Q}, \mathbf{R} 分别为状态权重矩阵与控制权重矩阵, 均设计为对角正定矩阵。

设计 LQR 反馈控制器如式(14)所示。

$$\Delta\mathbf{u}_c(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \Delta\mathbf{g}(t) \quad (14)$$

其中, \mathbf{P} 为方程 $\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0$ 的解。

LQR 控制器设计的关键在于 \mathbf{Q}, \mathbf{R} 的选取, 需要根据各变量的影响权重进行反复迭代。最后设

计的 Q, R 矩阵如式(15)所示。

$$Q = \text{diag} [50, 50, 1, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

$$R = \text{diag} [10^2, 10^2, 10^2, 10^6, 10^6, 10^6, 10^6, 10^6, 10^6, 10^6, 10^6]$$

(15)

3 仿真算例

针对双星电磁编队沿径向、切向和法向分布三种平衡态构形,分别进行闭环控制仿真。由于电磁力与星间距离 4 次方成反比,考虑物理上可实现,设计电磁线圈最大磁矩为 $\mu_{\max} = 10^5 \text{ A} \cdot \text{m}^2$;反作用飞轮最大输出力矩为 $\tau_{\max} = 0.05 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。仿真设计中在各通道加入初始偏差和过程噪声:其中,设方位角/角速度初始偏差为 $(-4^\circ, -4^\circ)$ 和 $(0.03^\circ/\text{s}, 0.02^\circ/\text{s})$,星间距离/速度初始误差为 1.5 m 和 -0.02 m/s ,航天器 1 相对姿态角/角

速度初始偏差为 $(5^\circ, -3^\circ, 2^\circ)$ 和 $(-0.01^\circ/\text{s}, 0.02^\circ/\text{s}, -0.03^\circ/\text{s})$,航天器 2 相对姿态角/角速度初始偏差为 $(-3^\circ, 5^\circ, -2^\circ)$ 和 $(0.01^\circ/\text{s}, -0.03^\circ/\text{s}, 0.02^\circ/\text{s})$;过程噪声包括外界干扰力与干扰力矩影响,主要由 J_2 项摄动以及地球磁场作用引起,依据文献[3]分析结论,同时考虑轨道运动的周期性变化,设计过程噪声如下:

$$F_1^d = [1.5 \quad 0.2 \quad 0.3]^T \times 10^{-3} \sin(\omega_0 t) \text{ N}$$

$$F_2^d = [0.6 \quad 1.0 \quad -0.4]^T \times 10^{-3} \sin(\omega_0 t) \text{ N}$$

$$\tau_1^d = [1.2 \quad -0.8 \quad 0.7]^T \times 10^{-5} \sin(\omega_0 t) \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\tau_2^d = [0.9 \quad 1.0 \quad -0.3]^T \times 10^{-5} \sin(\omega_0 t) \text{ N} \cdot \text{m}$$

(16)

仿真结果如图 3 ~ 图 6 所示,由于各平衡态构形下系统的相对轨迹/姿态运动仿真曲线差别不大,限于篇幅,这里仅给出图 3 作为示意。

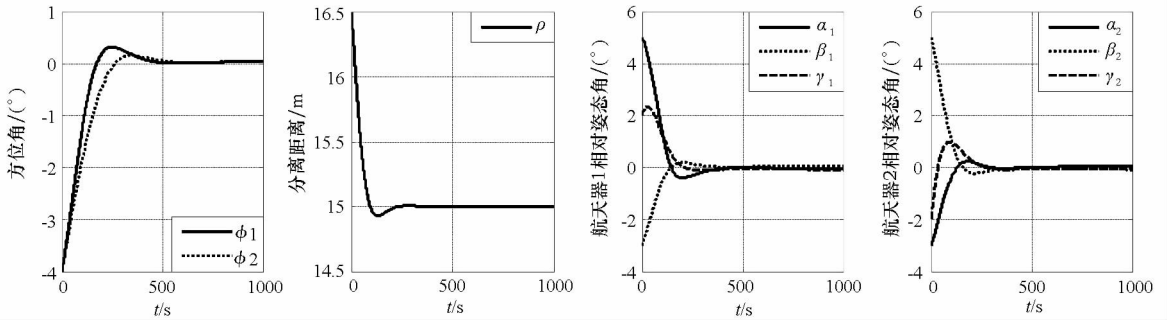


图 3 相对轨迹/姿态运动曲线

Fig. 3 Relative position/attitude curves

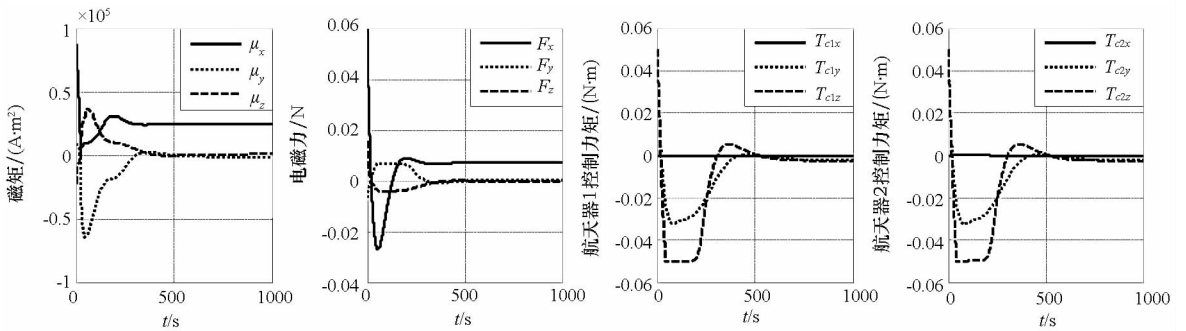


图 4 双星编队径向分布控制曲线

Fig. 4 Control curves for two-spacecraft formation aligned with radial direction

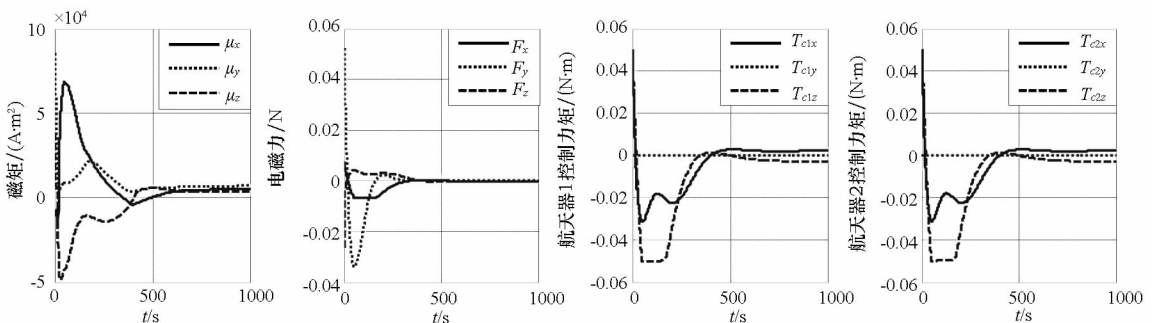


图 5 双星编队切向分布控制曲线

Fig. 5 Control curves for two-spacecraft formation aligned with along-track direction

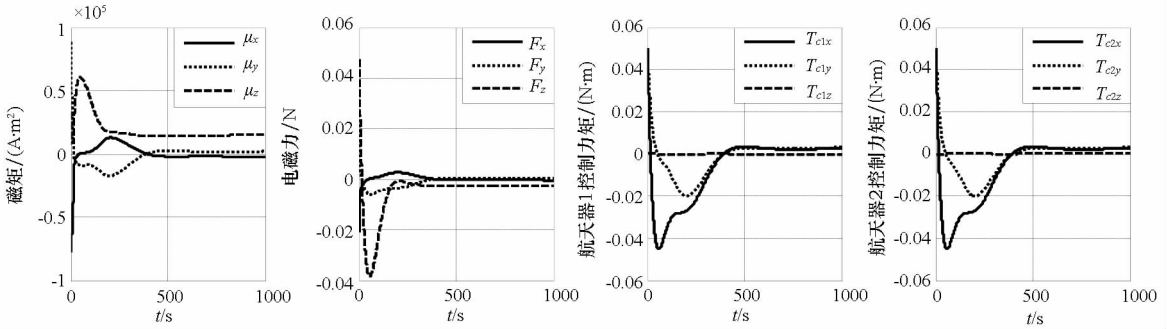


图6 双星编队法向分布控制曲线

Fig. 6 Control curves for two-spacecraft formation aligned with normal direction

分析仿真结果可知,基于论文所设计的线性控制器,电磁编队的相对轨迹/姿态运动均能较快稳定到期望平衡态,实现静态编队飞行,跟踪误差较小;各平衡态构形下的控制律对外界干扰具有一定的鲁棒性,控制曲线符合对应的控制特性;电磁线圈磁矩与反作用飞轮输出力矩满足控制约束;控制所需的电磁力和磁矩变化曲线光滑,且数值较小,便于工程实现。

4 结论

论文围绕静态电磁编队应用需求,在建立双星沿径向、切向和法向分布三种平衡态构形下的非线性动力学模型基础上,针对动力学平衡态的稳定性与控制问题进行研究,并开展仿真分析,得到如下结论:

(1) 双星电磁编队沿切向分布的平衡态构形为开环临界稳定,沿径向和法向分布的平衡态构形均是开环不稳定的;三种平衡态构形都需要施加反馈控制来实现闭环系统稳定。

(2) 三种平衡态构形具有不同的耦合特性与控制需求:双星沿径向或切向分布时,其面内运动与面外运动解耦,相对轨迹/姿态运动耦合,而法向分布时星间距离与方位角运动解耦,相对偏航姿态角与其他相对运动解耦;作用于双星质心连线方向上的电磁力在径向分布时就能实现面内运动控制,切向分布时则需要与径向力一起控制面内运动,而法向分布时仅能实现星间距离控制;此外,法向分布时电磁力无法控制相对偏航姿态角,需要反作用飞轮进行控制。

(3) 采用LQR控制方法解决具有强非线性、耦合性的电磁编队动力学平衡态控制问题是可行的,控制性能较好。

参考文献 (References)

- [1] Elias L M, Schweighart S A, Kwon D W, et al. Electromagnetic formation flight final report [R]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [2] Schweighart S A. Electromagnetic formation flight dipole solution planning [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [3] Ahsun U, Miller D W, Ramirez J L. Control of electromagnetic satellite formations in near-earth orbits [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(6): 1883-1891.
- [4] Elias L M, Kwon D W, Sedwick R J, et al. Electromagnetic formation flight dynamics including reaction wheel gyroscopic stiffening effects [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(2): 499-511.
- [5] 苏建敏,董云峰. 电磁卫星编队位置跟踪滑模变结构控制 [J]. 宇航学报, 2011, 32(5): 1093-1099. SU Jianmin, DONG Yunfeng. Sliding mode variable structure control for electromagnetic satellite formation station-tracking [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(5): 1093-1099. (in Chinese)
- [6] Zeng G, Hu M. Finite-time control for electromagnetic satellite formations [J]. Acta Astronautica, 2012, 74: 120-130.
- [7] Schaub H, Hall C D, Berryman J. Necessary conditions for circularly-restricted static coulomb formations [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2006, 54(3): 525-541.
- [8] Natarajan A, Schaub H. Linear dynamics and stability analysis of a two-craft coulomb tether formation [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2006, 29(4): 831-838.
- [9] Berryman J, Schaub H. Analytical charge analysis for two and three-craft coulomb formations [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(6): 1701-1710.
- [10] Natarajan A, Schaub H. Hybrid control of orbit normal and along-track two-craft coulomb tethers [J]. Aerospace Science and Technology, 2009, 13: 183-191.
- [11] Norman M C, Peck M A. Simplified model of a flux-pinned spacecraft formation [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010; 33(3): 814-822.