

天基光学短弧观测约束域的粒子群优化定轨方法*

王雪莹, 安 玮, 李 骏

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对空间目标定轨问题,提出一种利用两段天基光学短弧观测数据的粒子群优化定轨新算法。在介绍天基光学短弧观测测量帧集、测量约束域及目标函数构造的基础上,为解决已有的基于网格搜索思想寻优的算法存在的多解、局部最优解及运算量过大等问题,提出了一种利用粒子群优化算法在约束域内对目标函数值寻优达到定轨目的的新算法。对算法的性能进行了仿真验证。多次仿真结果表明:该算法大大降低了计算量,且有效地解决了目标函数多解和局部最优解问题,对目标定轨的精度与定轨算法的克拉美罗下限接近。

关键词:天基光学;短弧观测;约束域;粒子群;定轨

中图分类号:TN971.4; V448 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)06-146-06

An orbit-determination method with particle swarm optimization using space-based optical short-arc observation in admissible region

WANG Xueying, AN Wei, LI Jun

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to determinate the orbit of space objects, an orbit-determination method with particle swarm optimization (PSO) using space-based optical short-arc observation in admissible region was proposed. The concepts of the attributes, the admissible region and the construction of optimization-function were introduced. A method with PSO for searching best key to optimization-function was proposed to avoid the problem of various keys, local optimizations and mass calculations. An orbit-determination course was simulated with 3rd part software to validate the correctness of the proposed orbit-determination method. Simulation results indicate the proposed method with PSO reaches more precise orbit without various keys and mass calculations, the performance of proposed method is close to Crame-rao low bound.

Key words: space-base optical; short arcs observation; admissible region; particle swarm optimization; orbit determination

天基光学监视系统具有可机动性好、大视场、全天候等特点^[1],与其他空间目标监视系统相比,有其独特的优势。与地基平台不同的是,天基平台受运动规律等因素约束,在进行对空间目标的定轨等任务时,单个平台在单次对无详细编目信息的目标可观测时间仅几十秒,在如此短的弧段内,定不出有效初轨^[2-3]。Milani等在研究太阳系小行星运动时也遇到了对短弧测角数据的有效利用问题,其采用约束域的方法^[4],提取了观测的有效信息;李骏等^[5-6]将其方法引入到天基系统中,初步实现基于两段短弧数据的初始轨道确定;李冬等^[7-8]从动量守恒和约束域寻优方式的角度考虑了利用短弧数据定轨的问题。虽然利用两段短弧数据进行初轨确定在理论上可行^[9],但是上述几种方法中均存在运算量大和存在多解

等问题,同时由于目标函数在约束域内的分布特性较为复杂^[5],故算法收敛精度极易受到迭代搜索时约束域划分方式的影响。

1995年Kennedy和Eberhart首先提出粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法^[10-12],可有效解决搜索优化中的计算量大和多解等问题,该方法受鸟群和鱼群的行为启发,较好地应用了仿生学的相关理论。更重要的是,PSO方法计算量较小,这主要是由于其不需要考虑目标函数在约束域内的复杂的分布特性,而仅需要考虑其数值。同时,与文献[5]和文献[8]中所用的定轨算法相比,使用PSO方法不需要对约束域方法进行复杂的三角剖分和后续的微分改进,更易于实现,且参数简单。受粒子群优化算法启发,提出一种基于天基光学短弧观测约束域的粒子群优化定

* 收稿日期:2014-04-28

基金项目:国防科技大学研究生创新资助项目(B130403);湖南省研究生科研创新资助项目(CX2013B019)

作者简介:王雪莹(1987-),男,河北邢台人,博士研究生,E-mail:wang_xueying87@126.com;

安玮(通信作者),女,教授,博士,博士生导师,E-mail:nudtanwei@tom.com

轨新算法。

1 天基光学观测模型

1.1 观测几何定义

在地心惯性坐标系下,设地心原点为 O , R 为观测平台(即观测卫星) O' 的位置矢量, r 为目标 S 的位置矢量,而 ρ 为 S 相对观测平台的观测矢量,观测几何关系如图 1 所示。

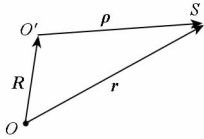


图 1 观测几何关系

Fig.1 Geometry of observation

则有

$$r = \rho + R \quad (1)$$

式(1)中观测平台矢量 R 已知,观测矢量 $\rho = \rho L$, L 为单位观测矢量,由目标赤经 α 和目标赤纬 δ 确定

$$L = \begin{pmatrix} \lambda \\ u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} \quad (2)$$

1.2 测量模型

赤经 α 和赤纬 δ 由地心惯性坐标系下目标位置矢量 $r(x, y, z)$ 和观测平台位置矢量 $R(X, Y, Z)$ 确定

$$\begin{cases} \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y - Y}{x - X}\right) \\ \delta = \sin^{-1}\left(\frac{z - Z}{\rho}\right) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\rho = \sqrt{(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2}$ 。

2 帧集测量约束域及目标函数构造

2.1 帧集测量约束域构造

受到天基光学平台对空间目标监视时工作方式^[13]所限,平台对目标的单次探测时间往往较短(数十到几百秒),设在某帧集观测内可获得关于目标的 M 点测量集 $Z = \{\alpha_i, \delta_i\}_{i=1, \dots, M(M \geq 2)}$, 分别对应于测量时刻 $t_i (i = 1, \dots, M)$ 。帧集内获得的赤经赤纬测量呈近似线性,对测量信息仅能提取至一阶变化线性项。将测量 α_i 和 δ_i 根据时间 $t_i - \bar{t}$ 进行多项式拟合并取线性项系数,定义目标在 \bar{t} 时刻帧集测量属性为

$$A = (\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta}) \in [-\pi, \pi) \times \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \times \mathbb{R}^2 \quad (4)$$

其中 α 和 δ 为拟合常数项, $\dot{\alpha}$ 和 $\dot{\delta}$ 则为拟合线性项系数。另一方面,地球轨道内空间目标满足地心二体能量约束

$$\varepsilon_E(\rho, \dot{\rho}) = \frac{1}{2} \|\dot{r}\|^2 - \frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|} < 0 \quad (5)$$

其中 r 和 \dot{r} 分别为目标在地心惯性系内位置和速度矢量, μ 为地球引力常数。将式(1)及其一次导数求模,可得式(6)。

$$\begin{cases} \|\mathbf{r}\|^2 = \rho^2 + 2\rho\langle \mathbf{R}, \mathbf{L} \rangle + \|\mathbf{R}\|^2 \\ \|\dot{\mathbf{r}}\|^2 = \dot{\rho}^2 + 2\dot{\rho}\langle \dot{\mathbf{R}}, \mathbf{L} \rangle + \rho^2(\dot{\alpha}^2 \cos^2\delta + \dot{\delta}^2) + 2\rho(\dot{\alpha}\langle \dot{\mathbf{R}}, \mathbf{L}_\alpha \rangle + \dot{\delta}\langle \dot{\mathbf{R}}, \mathbf{L}_\delta \rangle) + \|\dot{\mathbf{R}}\|^2 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{L}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \alpha}$, $\mathbf{L}_\delta = \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \delta}$, 而 $\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta}$ 可由帧集测量属性获得; $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示两矢量内积; \mathbf{R} 和 $\dot{\mathbf{R}}$ 为观测平台位置矢量和速度矢量,为已知量。

观测平台与目标间距离 ρ 为正值,若考虑光学监视系统多应用于对中高轨以及深空目标的观测(低轨目标多由地基雷达网负责探测跟踪),观测平台到目标必有最小距离 ρ_{\min} 。同时光学系统受探测距离所限, ρ 必存在上限 ρ_{\max} 。

由上述分析推导可知,对于给定测量属性 A , 目标在 $(\rho, \dot{\rho})$ 平面内(称为约束域平面)将被约束在式(7)所定义的区域^[4]。

$$AR = \{(\rho, \dot{\rho}) : \varepsilon_E < 0\} \cap \{(\rho, \dot{\rho}) : \rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}\} \quad (7)$$

即根据目标短弧测量所构造的约束域(admissible region)。在获取某个目标的短弧观测后,其约束域如图 2 所示。

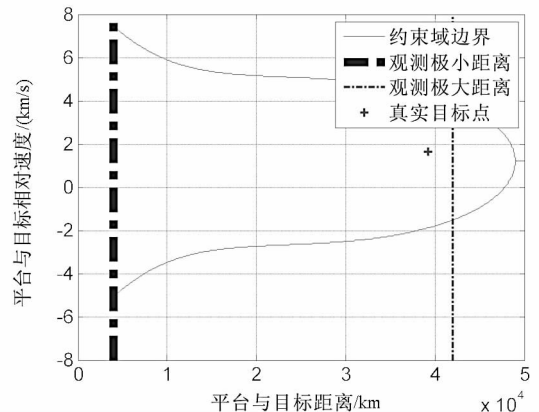


图 2 目标约束域

Fig.2 Admissible region of target

同时注意到可用式(1)和其一阶微分表示目标的状态,即目标的位置速度矢量,且可与目标轨道根数互相转换^[14]。目标的位置、速度可由约束

域平面内一点 $(\rho, \dot{\rho})$ 与帧集测量属性 $A = (\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta})$ 结合求出,文献[4]将 $(\rho, \dot{\rho})$ 与 $A = (\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta})$ 结合后的参数集 $X = [A, P] = [\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta}, \rho, \dot{\rho}]$ 称为测量属性根数,易知其与目标的位置速度矢量及目标经典轨道根数三者间相互等价,据此可知在特定的帧集测量属性 $A = (\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta})$ 下,约束域平面内任意一点可以代表一个空间目标,也可认为其是新发现目标的一种可能解,对目标的定轨问题转换为在某种目标函数的约束下寻找解空间内的最优解问题。

2.2 目标函数构造

假设对于同一目标,在某段时间 Δt 后可获得另一帧集测量 $Z_2 = \{\alpha_{2i}, \delta_{2i}\}_{i=1, \dots, M(M \geq 2)}$,分别对应测量时刻 $t_{2i}(i=1, \dots, M)$ 。根据帧集 1 的约束域内节点 P 所对应测量属性根数 $X = [A_1, P]$,可对两个帧集内的各时刻测量进行预测,获得节点预测测量集 $\hat{Z} = \{\hat{\alpha}_{ji}, \hat{\delta}_{ji}\}_{i=1, \dots, M; j=1, 2, \dots}$ 。

定轨问题转换为搜索使测量残差最小化的加权均方根解。取测量值与节点预测值差异 $\Xi = (Z - \hat{Z})$,定义目标函数

$$Q = \Xi^T \Xi = \sum_{k=1}^{2M} \{ [z_k - h_k(X)]^T R_k [z_k - h_k(X)] \} \quad (8)$$

其中 $R_k = \text{diag}(\frac{\sigma_{\text{LOS}}^2}{\cos^2 \delta_k}, \sigma_{\text{LOS}}^2)$ 为测量协方差矩阵为先验测量方差矩阵, σ_{LOS}^2 为角度测量方差, $h_k(\cdot)$ 则表示由节点属性根数 X 至测量预测值 $\hat{z}_k = (\hat{\alpha}_k, \hat{\delta}_k)$ 的非线性变换,有

$$h_k(X) = H\{\Phi_i^k[F(X)]\} \quad (9)$$

式中 $F(\cdot)$ 为文献[4]中测量属性根数 X 至目标状态的转换关系, $\Phi_i^k(\cdot)$ 为参考时刻 \bar{t} 至测量时刻 t_k 的目标状态转移函数,而 $H(\cdot)$ 为赤经赤纬测量所定义非线性变换。

3 基于 PSO 的约束域寻优定轨方法

3.1 问题描述

在建立了前文的目标函数后,为了在约束域内求出使目标函数值最小的点,进而解算出空间目标的状态,文献[5]和文献[8]均使用了网格搜索的思路,通过使用一种结构良好、数据结构简单、数据冗余度小的 Delaunay 三角网将整个约束域划分为子区域再按照目标函数的数据对每个子区域寻优,这种方法的模型较为复杂,计算量较

大,且最终结果受到约束域划分细粒度的极大限制。文献[5]还指出了目标函数在约束域收敛特性的复杂性,例如当定轨所使用的两段观测弧段时间间隔变化时,目标函数的特性会发生变化,对于较长的弧段而言,目标函数值较小的点在约束域平面内的分布变得更加复杂,若观测弧长在目标周期一定的范围内(如 0.25 倍),理论上较长的观测弧段间隔对初轨确定是相对有利的^[9],故在弧段间隔较长的情况下,为了达到更高的定轨精度,使用文献[5]和文献[8]的方法时,就要细化约束域的划分方式,这样做一方面极大地增加了运算量,另一方面,没有从本质上消除最终结果为局部最优点的风险。

而使用粒子群优化(PSO)方法则可以较好地解决计算量大的问题,同时由于粒子的运动是在某种趋势下带有随机性的,即使少数粒子落入局部最优,也不会影响整个粒子群的特性,从理论上消除了最终解为局部最优点的可能性。

3.2 粒子群优化算法

PSO 方法受鸟群和鱼群的简单社会行为启发,是一种研究种群中个体行为的群算法^[10]。其中种群被称为“群”,群的个体称为“粒子”。粒子群算法存在两个变量,一个用来描述局部邻域,另一个用来描述全局邻域^[11]。每个粒子沿各自的搜索域内最佳速度方向运动,并记录它曾到过的最佳位置。在 PSO 方法的全局变量中,全部粒子所到达的最佳位置都被记录且交流给所有粒子,在局部,每个粒子都属于局部邻域的一份子。在这种情况下,最优解将是局部与全局权重后的结果。本文考虑全局 PSO 方法的情况。

假定搜索域为 L 维,群由 P 个粒子构成。第 i 个粒子的位置可以由 L 维矢量 $x_i = (x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{iL})$ 表示,其速度可由 $v_i = (v_{i1} \ v_{i2} \ \dots \ v_{iL})$ 表示。

第 i 个粒子遇到过的最佳位置记为

$$pBest_i = (pBest_{i1} \ pBest_{i2} \ \dots \ pBest_{iL})$$

以 n 表示迭代的次数。粒子群的行为受下面两个准则控制

$$\begin{cases} v_i^{n+1} = \omega^n \cdot v_i^n + c_1 \cdot rand \cdot (pBest_i^n - x_i^n) \\ \quad + c_2 \cdot rand \cdot (gBest^n - x_i^n) \\ x_i^{n+1} = x_i^n + v_i^{n+1} \end{cases} \quad (10)$$

其中, c_1, c_2 为正常数,称为认知能力或社会行为加速度,默认值 $c_1 = c_2 = 2$ 。 $rand$ 代表 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数。由于没有控制粒子速度的天然机制,故有必要在每一维上设置速度的最大值 $V_{\text{max}}^l (1 \leq l \leq L)$,如果某一维的速度超过该值,速度

将会被强行设定为该值。实验证明,该参数至关重要。该参数过大则粒子会越界,过小则无法充分搜索解空间^[10-11]。

ω 称为惯性因子,用来均衡全局和局部搜索能力。但实验结果表明,该值初始化为较大的值,再渐渐修正,效果较好^[11]。因此惯性因子可以用式(11)表示

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\text{iter}_{\max}} \cdot \text{iter} \quad (11)$$

其中, ω_{\max} 和 ω_{\min} 分别代表惯性因子的最大值和最小值。 iter_{\max} 代表迭代次数上限, iter 代表当前迭代次数。所有粒子的初始位置在搜索域中随机分布,之后按照两个行为控制准则进行迭代,直到用户定义的终止门限为止。

简单的 PSO 算法流程如表 1 所示。

表 1 简单 PSO 算法流程
Tab. 1 Contrl flow of PSO

	对于群中任意粒子 i
	(1.1a) 在搜索域中随机生成粒子初始位置 \mathbf{x}_i^0
步骤 1	(1.1b) 在搜索域中随机生成粒子初始速度 \mathbf{v}_i^0
	(1.2) 评估粒子适应性(目标函数值),寻找 \mathbf{pBest}_i 和 \mathbf{gBest}^0
	(2.1) 找出全局最优第 k 代粒子 \mathbf{gBest}^k
	(2.2) 对于群中任意粒子 i ,如果适应性较之前值好, $\mathbf{pBest}_i = \mathbf{x}_i^n$
步骤 2	(2.3) 对于群中任意粒子 i ,按两个行为控制准则更新位置速度
	(2.4) 评估所有粒子的适应性
	重复迭代(2.1)~(2.4)直到满足终止条件(达到最大迭代次数或目标函数值已收敛)

3.3 基于 PSO 的约束域寻优定轨方法

分析在约束域平面内的点 $P(\rho, \dot{\rho})$,其有两个维度,观测平台到目标的距离及观测平台与目标的相对速度。第一个维度的搜索范围不妨设置为探测器最小距离到最大距离 $[\rho_{\min}, \rho_{\max}]$ 。第二维度为观测平台与目标的相对运动速率,此维度上的最大值和最小值可以根据粒子所在代表的点 $(\rho, \dot{\rho})$ 确定,因此,这一维度上的搜索范围是根据不同粒子而变化的,其实质就是图 2 所示的约束域的上、下边界,不妨记为 $[\rho_{\min}^i, \rho_{\max}^i]$, i 代表粒子的序号。

基于上述因素,基于 PSO 的约束域寻优定轨过程,可以表述如下:

第一步,设定粒子总数 P ,随机地初始化各个粒子的位置和速度;

第二步,将每个粒子作为一种可能解,可以构成一个测量属性根数 $\mathbf{X} = [\mathbf{A}, \mathbf{P}]$,可求得其所代表的目标的位置和速度矢量,再计算该粒子代表的目标在两个观测弧段内每个时刻的观测量的预测值,构成节点预测测量集 $\hat{\mathbf{Z}} = \{\hat{\alpha}_{ji}, \hat{\delta}_{ji}\}_{i=1, \dots, M; j=1, 2}$;

第三步,将节点预测测量集代入式(8),约束域内的最优点可以估计为

$$\hat{\mathbf{P}}(\rho, \dot{\rho}) = \arg \min_{P_i} Q(P_i) \quad (12)$$

其中 Q 为式(8)定义的要通过 PSO 算法求最小值的目标函数。简单重复 PSO 算法流程第二步操作,直到达到终止条件。

4 仿真结果

轨道确定仿真场景中天基观测平台和目标的轨道参数设置如表 2 所示。文献[15]给出了约束域定轨方法的 CRLB(Crame-Rao Low Bound):

$$\mathbf{P}_{\text{CRLB}}^{-1} = \sum_{k=1}^{2M} \{ (\mathbf{T}_X^k)^T (\Phi_r^k)^T (\mathbf{H}_k)^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k \Phi_r^k \mathbf{T}_X^k \} \quad (13)$$

推导见文献[15],以此评判算法性能。

表 2 观测平台与目标轨道参数设置

Tab. 2 The orbit-elements of the scene

轨道根数描述	观测星	目标星
半长轴 a/km	7276	42 164. 2
偏心率 e	0	0
轨道倾角 $i/(\circ)$	98. 7	0
升交点赤经 $\Omega/(\circ)$	5	0
近地点幅角 $\omega/(\circ)$	0	0
平近地点角 $M_0/(\circ)$	15	0

在目标轨道内选取两段 30s 左右的帧集测量,帧集间隔 3000s,视线测量随机误差取为 $20\mu\text{rad}$ 。以首个测量帧集为参考拟合提取测量属性来定义目标约束域,并在域内随机生成粒子,如图 3 所示。仿真场景中观测星两次观测到目标星。PSO 算法参数如下,群粒子总数 P 为 200;最大迭代次数为 100;加速度因子为 $c_1 = c_2 = 2$;惯性因子的最大值和最小值分别为 1. 2 和 0. 2; $V_{\max}^l (1 \leq l \leq 2)$ 取各自搜索域的 15%。仿真时探测器最大距离 ρ_{\max} 取 38 000km 和最小距离 ρ_{\min} 取 16 000km,观测平台和目标的相对速度根据粒子在约束域平面的位置,取约束域的边界作为上下限。

在 100 次迭代中,记录下每一次迭代时使目标函数值最优的粒子(即 \mathbf{gBest}),利用文献[4]中

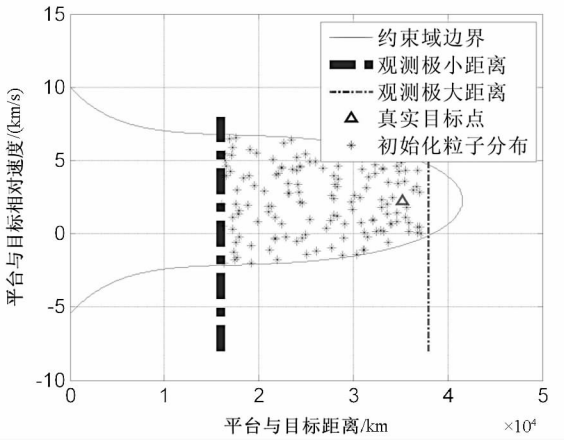
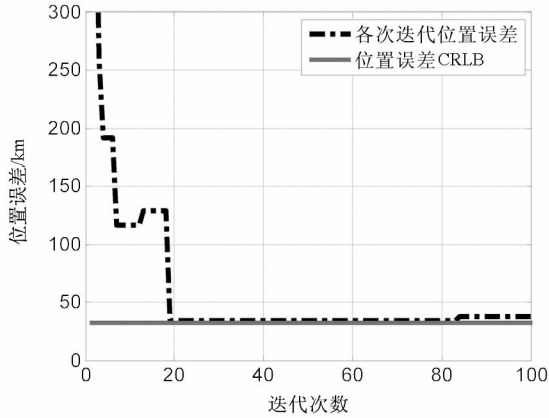


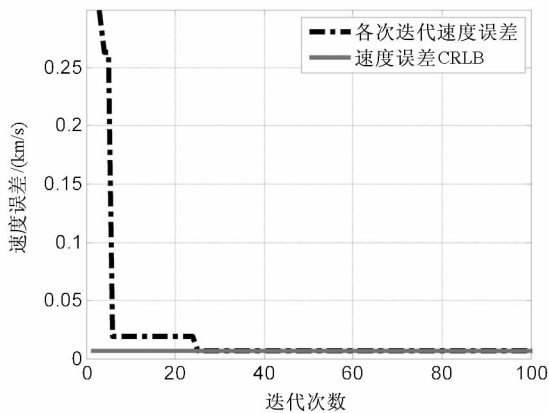
图 3 初始粒子分布

Fig. 3 Initial distribution of particles

的理论将最优粒子转换为目标的位置和速度矢量,计算其与目标真实值的误差,得到如图 4 所示结果。



(a) 位置误差



(b) 速度误差

图 4 各次迭代的定轨误差

Fig. 4 Orbit determination error of each iterativeness

从图 4 不难看出在经过 40 次迭代后,定轨的位置误差可控制在 50km 以内,速度误差可控制在 0.025km/s 以内,此结果精度已与定轨算法 CRLB 接近。通过对图 4 中起伏点中目标函数值较低的粒子进行跟踪分析,发现此类情况是粒子

进入文献[5]所述的局部最优点所致,但是其他粒子在向其运动过程中,目标函数特性并没有得到改善,故在粒子群中每个粒子局部最优点和粒子速度随机性的双重影响下,全局最优粒子很快变成其他的离全局最优解更近的粒子,避免了局部最优解的问题。

下面讨论算法计算量的问题,迭代 100 次后,所有粒子和真实目标点的关系如图 5 所示。

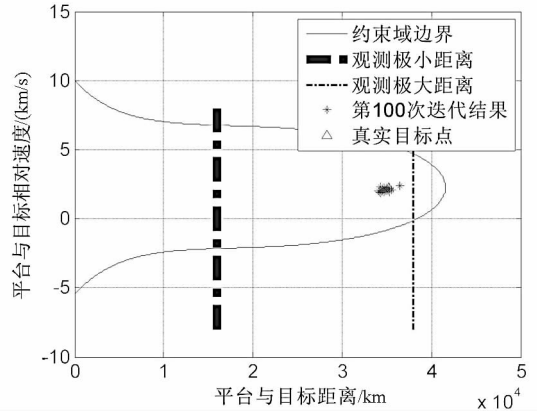


图 5 100 次迭代粒子和真实目标点的关系

Fig. 5 The relationship of true target and the 100th iterative particles

从图 5 不难看出,第 100 次迭代后的全局最优点与目标真实值误差必然在一个较小的范围内,此时最优点和真实目标的误差反应在约束域平面上,距离误差不会超过 50km,速率误差不会超过 0.025km/s。

若如文献[5]和文献[8]使用网格搜索的思路对约束域进行寻优求解,仅对图 5 中目标所在的 $[1.6E + 4km, 3.8E + 4km] \times [0, 5km/s]$ 区域而言需要,要达到与 PSO 算法相同的采样精度,至少需要 $\frac{38\ 000 - 16\ 000}{50} \times \frac{5}{0.025}$ 个采样点。若将针对约束域平面的单个采样点求目标函数值的运算(这种运算对 PSO 算法和文献[5]和文献[8]算法而言是无差别的)定义为单位运算。则本文算法达到如图 5 所示的精度单位运算次数至多为 100×200 ,而使用文献[5]的方法单位运算的次数在 10^5 量级,可见本文算法大大降低了运算量。

为对比分析本文算法的有效性和适应性,在上述基本场景参数下,仿真两个弧度间隔分别为 6 000s、10 000s、15 000s、30 000s 等情况,结果见表 3。从表 3 不难看出,本文算法对各种情况有较好的适应性,在文献[5]中提到的弧段间隔 30 000s 不利于定轨的情况下,虽然本文算法精度略受影响,但基本与 CRLB 接近,算法仍然有效。

表3 不同情况下算法性能

Tab.3 Performance under different conditions

仿真条件	位置误差/km	速度误差/(km/s)	位置CRLB/km	速度CRLB/(km/s)
间隔3000s	48.53	0.015	46.03	0.013
间隔6000s	43.47	0.014	41.30	0.012
间隔10000s	39.51	0.012	38.63	0.01
间隔15000s	42.47	0.017	41.06	0.015
间隔30000s	46.68	0.026	43.50	0.019

5 结论

提出了一种基于天基光学短弧观测约束域的粒子群优化(PSO)定轨新算法。在介绍天基光学短弧观测约束域及定轨寻优目标函数的基础上,基于粒子群优化算法提出了一种在约束域内对目标函数值寻优达到定轨目的的新算法。通过计算机仿真对算法的性能进行了验证,仿真结果表明:相对于基于网格化搜索思想的算法,本文算法计算量大大降低,且有效地解决了目标函数多解和局部最优解问题,算法的定轨精度接近CRLB,而较小的计算量使得算法的工程实用性更强。

参考文献 (References)

[1] 乔凯,王治乐,丛明煜. 空间目标天基与地基监视系统对比分析[J]. 光学技术,2006,32(5):744-746.
QIAO Kai, WANG Zhile, CONG Mingyu. Analysis on space based and ground based surveillance system to space target[J]. Optical Technique, 2006, 32(5): 744-746. (in Chinese)

[2] Milani A, Gronchi G F, Vitturi M D, et al. Orbit determination with very short arcs. I admissible regions [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2004, 90(1-2): 57-85.

[3] Milani A, Gronchi G F, Knežević Z, et al. Orbit determination with very short arcs: II. identifications [J]. Icarus, 2005, 179(2): 350-374.

[4] Milani A, Gronchi G F. Theory of orbit determination[M]. New York: Cambridge University Press, 2010.

[5] 李骏,安玮,周一宇. 天基光学短弧初轨的约束微分修正方法[J]. 宇航学报,2009,30(2):769-774.
LI Jun, AN Wei, ZHOU Yiyu. Constrained differential correction in initial orbit determination with short-arcs in optical

space-based space surveillance[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(2): 769-774. (in Chinese)

[6] 王雪莹,李骏,安玮. 基于天基光学短弧观测的 GEO 卫星分选[J]. 飞行器测控学报,2011,31(6):64-68.
WANG Xueying, LI Jun, AN Wei. Screening of GEO objects with space-based optical short arc observation [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2011, 31(6): 64-68. (in Chinese)

[7] 李东,易东云,程洪玮. 天基空间目标监视的短弧段定轨技术[J]. 宇航学报,2011,32(11):2339-2345.
LI Dong, YI Dongyun, CHENG Hongwei. Orbit determination with short arcs for space-based space object surveillance [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(11): 2339-2345. (in Chinese)

[8] 李东,易东云,程洪玮. 天基光学监视的 GEO 空间目标短弧段定轨方法[J]. 中国空间科学技术,2011,31(3):1-7.
LI Dong, YI Dongyun, CHENG Hongwei. Orbit determination for GEO objects with short arcs of space-based optical observations [J]. Chinese Space Science and Technology, 2011, 31(3): 1-7. (in Chinese)

[9] 王雪莹,李骏,安玮. 一种天基光学 GEO 目标定位方法及初轨算法观测几何评价[J]. 航天控制,2012,30(2):46-50.
WANG Xueying, LI Jun, AN Wei. A novel method of locating GEO objects with space-based optical short arc observation and the geometric of precision for initial orbit determination [J]. Aerospace Control, 2012, 30(2): 46-50. (in Chinese)

[10] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, 1995(4): 1942-1948.

[11] Parsopoulos K E, Vrahatis M N. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization [J]. Natural Computing, 2002, 1(2-3): 235-306.

[12] Parsopoulos K E, Vrahatis M N. On the computation of all global minimizers through particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 211-224.

[13] 余建慧,苏增立,谭谦. 空间目标天基光学观测模式分析[J]. 量子电子学报,2006,23(6):772-776.
YU Jianhui, SU Zengli, TAN Qian. Analysis on the space-based optic observation mode for space object [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2006, 23(6): 772-776. (in Chinese)

[14] 郗晓宁,王威,高玉东. 近地航天器轨道基础[M]. 长沙:国防科学技术大学出版社,2003.
XI Xiaoning, WANG Wei, GAO Yudong. Fundamentals of near-earth spacecraft orbit [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2003. (in Chinese)

[15] 李骏. 空间目标天基光学监视跟踪关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学,2009.
LI Jun. Research on technologies of space objects surveillance and tracking in space-based optical surveillance [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)