

基于接收机钟差约束的地基伪卫星导航改进方法*

吕汉峰, 张良, 吴杰

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:采用地基伪卫星对飞行器进行导航时,由于布站场地有限不可避免地会出现定位构型差的情况,当仅用伪距和伪距变率进行定位定速时,若采用典型的单历元卫星定位定速算法,那么对飞行器的定位定速精度就会比较差。通过分析发现,地基伪卫星导航系统用户接收机钟差和钟差变率的求取不准确很大程度上影响了定位定速精度。针对这种情况,提出了通过提高地基伪卫星接收机钟差和钟差变率的求解精度来提高定位定速精度的方法。首先根据接收机钟差和钟差变率的模型得到它们的观测方程,然后将其加入到单历元定位定速方程组中参与定位定速解算,仿真结果表明了该方法的可行性和有效性。

关键词:地基伪卫星导航系统;卫星定位系统;钟差;几何构型

中图分类号: P228.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)02-0068-05

An improved approach for positioning of ground-based pseudolite navigation system based-on receiver's clock error restriction

LV Hanfeng, ZHANG Liang, WU Jie

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: When the ground-based pseudolite navigation system is used for vehicle, there will be some bad geometric configuration situations because of the area restriction for pseudolites. If the traditional single positioning algorithm is used with pseudo range only as usual, the precision of positioning for vehicles will be low. In light of this, this study proposed that the inaccurate solution of receiver's clock error affects the precision of positioning to a great extent. For this situation, an improved approach was suggested to obtain a better precision of positioning through increasing the accurateness of solution of receiver's clock error. The main idea was to obtain the observation model of the receiver's clock error and then adding the model to the positioning equations. The simulation results indicate that the approach is feasible and effective.

Key words: ground-based pseudolite navigation system; GNSS; clock error; geometric configuration

由于地基伪卫星导航系统的导航站设立在地面,相对于卫星导航系统来说其研制和维护成本都很低且导航站可以灵活设置,同时地基伪卫星导航系统不但可以辅助卫星导航系统进行导航而且还具备独立的导航功能^[1],因此有很大的实际应用价值。地基伪卫星导航系统采用与卫星导航相同的原理,也是用户接收机通过接收导航站播发的导航信号计算出当前时刻的位置和速度。

地基伪卫星导航系统与卫星导航系统类似,可进行伪距测量、载波相位测量和多普勒频移测量,其中多普勒频移测量可获得伪距的变化率。采用伪距定位时虽然其精度比载波相位定位要差,但其不存在整周模糊度问题,定位速

度快且接收机造价低廉^[2-3],因此有很大的应用优势。

由于地基伪卫星导航系统的地面站布站场地有限,在对飞行器进行导航时不可避免地会出现定位构型差的情况,其位置精度衰减因子(Position Dilution of Precision, PDOP)可达几十甚至几百,而卫星导航的PDOP一般在10以下甚至更小,因此若仍采用典型的单历元定位定速算法则得到的定位定速误差就会比较大。考虑到用户接收机的钟差和钟差变率在前后时刻的变化是有规律可循的,也就是说可以根据前一时刻的钟差和钟差变率预测当前时刻的钟差和钟差变率,本文正是对这种预测信息加以利用来提高定位定速精度的。

* 收稿日期:2013-07-03

作者简介:吕汉峰(1986—),男,河南南阳人,博士研究生,E-mail:hanfeng_lv@nudt.edu.cn;
吴杰(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wujie_nudt@sina.com

1 定位定速改进模型

1.1 接收机钟差求解精度对定位精度的影响分析

记第 i 号地基伪卫星的位置为 $\mathbf{r}_i (i=1, 2, \dots, n)$, 与之相应的经过导航站钟差、对流层和电离层误差修正后的伪距为 ρ_i , 飞行器的位置为 \mathbf{r}^c , 接收机的钟差为 $c \cdot \delta t$, 则伪距观测方程^[1,4]可表示为如下形式:

$$\rho_i = |\mathbf{r}^c - \mathbf{r}_i| + c \cdot \delta t + \varepsilon_i \quad (1)$$

式(1)中 ε_i 为随机变量, 是伪距的测量误差, 其精度记为 σ_ρ . 记第 i 号地基伪卫星到飞行器的单位方向矢量为 \mathbf{e}_i , 对式(1)进行线性化采用最小二乘法迭代求解, 令 $E = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_n^T]_{n \times 3}$, $N = [1, 1, \dots, 1]_{n \times 3}$, $A = [E, N]_{n \times 4}$, $X = [\delta \mathbf{r}^c, c \cdot \delta t]_{4 \times 1}$, $Y = [\rho_1 - |\mathbf{r}_j^c - \mathbf{r}_1|, \dots, \rho_n - |\mathbf{r}_j^c - \mathbf{r}_n|]_{n \times 1}$ (\mathbf{r}_j^c 为第 j 次迭代时飞行器的位置), 则未知参数 X 的估计值及其方差阵分别为:

$$X = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot Y \quad (2)$$

$$(A^T \cdot A)^{-1} = \begin{pmatrix} E^T \cdot E & E^T \cdot N \\ N^T \cdot E & N^T \cdot N \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} E_e & N_e \\ N_e^T & n \end{pmatrix}^{-1} \\ = \begin{pmatrix} E_e^{-1} + E_e^{-1} \cdot N_e \cdot (n - N_e^T \cdot E_e^{-1} \cdot N_e)^{-1} \cdot N_e^T \cdot E_e^{-1} & -E_e^{-1} \cdot N_e \cdot (n - N_e^T \cdot E_e^{-1} \cdot N_e)^{-1} \\ -(n - N_e^T \cdot E_e^{-1} \cdot N_e)^{-1} \cdot N_e^T \cdot E_e^{-1} & (n - N_e^T \cdot E_e^{-1} \cdot N_e)^{-1} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \text{PDOP} = \sqrt{\text{tr}[E_e^{-1} + E_e^{-1} \cdot N_e \cdot (n - N_e^T \cdot E_e^{-1} \cdot N_e)^{-1} \cdot N_e^T \cdot E_e^{-1}]} \\ \text{TDOP} = \sqrt{(n - N_e^T \cdot E_e^{-1} \cdot N_e)^{-1}} \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{PDOP} = \sqrt{\text{tr}(E_e^{-1}) + \text{TDOP}^2 \cdot \text{tr}(E_e^{-1} \cdot N_e \cdot N_e^T \cdot E_e^{-1})} \quad (6)$$

式(6)中, 由于 $\text{tr}(E_e^{-1} \cdot N_e \cdot N_e^T \cdot E_e^{-1})$ 必然大于零, 则 TDOP 的增大必然引起 PDOP 的增大, TDOP 减小也会使得 PDOP 减小。也就是说接收机钟差的求解精度会影响到定位精度, 钟差精度越高, 定位精度就也高。

由于定速精度和钟差变率精度同样取决于 $(A^T \cdot A)^{-1}$ 的对角线元素大小, 因此对于定速精度和钟差变率精度之间的关系有同样的结论, 即接收机钟差变率的求解精度越高, 定速精度就会越高。

1.2 接收机钟差和钟差变率的观测方程

对于接收机来说, 钟差和钟差变率的变化是有规律的, 在不考虑相对论效应的情况下可认为钟差和钟差变率的变化与空间位置和运动状态无关, 这种变化是接收机本身的一种特性。因此可以根据实验室获取的接收机的钟差和钟差变率数

$$\Sigma_X = \sigma_\rho^2 \cdot (A^T \cdot A)^{-1} \quad (3)$$

方差阵 Σ_X 的对角线元素的大小即反映了未知参数 X 的求解精度, 也就是说 Σ_X 的前 3 个对角线元素表示了定位精度, 第 4 个对角线元素代表接收机钟差的求解精度。飞行器的位置确定后可根据测量得到的伪距变率直接计算飞行器的速度及定速精度, 详见文献[4]。

由式(3)可知 Σ_X 的对角线元素大小取决于 $(A^T \cdot A)^{-1}$ 的对角线元素大小, 因此通过分析 $(A^T \cdot A)^{-1}$ 的对角线元素即可获知定位精度与钟差精度间的关系。易知 $N^T \cdot N = n$, 记 $E_e = E^T \cdot E$, $N_e = E^T \cdot N$, 将式(3)中的 $(A^T \cdot A)^{-1}$ 展开如式(4)所示。在式(4)最后一个等号右边的矩阵中, 可以看出最后一个元素的大小对第一个元素有很大影响。根据 PDOP 和 TDOP (Time Dilution of Precision, 时间精度衰减因子) 的定义, 可得式(5)。式中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示括号中矩阵的迹, 即对括号中矩阵的对角线元素求和^[5]。则可得到 PDOP 和 TDOP 的关系, 如式(6)所示。

据对钟差和钟差变率进行建模, 然后将建立的模型用在飞行器任意飞行状态下。

目前常用的接收机钟差和钟差变率建模方法有多项式模型^[6]、ARMA 模型^[7]和基于灰色理论的马尔可夫模型^[8]等。在满足精度的前提下, 为减小计算量, 本文采用的接收机钟差 $c \cdot \delta t$ 和钟差变率 $c \cdot \delta \dot{t}$ 模型^[9-10]如下:

$$\begin{cases} \dot{(c \cdot \delta t)} = (c \cdot \delta \dot{t}) + n_{c \cdot \delta t} \\ \dot{(c \cdot \delta \dot{t})} = -\frac{1}{\tau} \cdot (c \cdot \delta \dot{t}) + n_{c \cdot \delta \dot{t}} \end{cases} \quad (7)$$

其中, τ 为接收机钟差变率的反相关时间, $n_{c \cdot \delta t}$ 和 $n_{c \cdot \delta \dot{t}}$ 为白噪声。

由式(7)可知接收机钟差和钟差变率的白噪声方差和反相关时间 τ 为待求参数, 这可以通过对测量得到的接收机钟差和钟差变率采用相关函

数的方法^[11]进行估算。在实际过程中,接收机钟差和钟差变率不能直接通过测量获取,在实验室情况下可以将接收机天线放置在位置精确已知的点上,这样接收机天线至导航站的距离和距离变化率就准确已知,将测量得到的伪距和伪距变率扣除距离和距离变化率即可认为得到了接收机的钟差和钟差变率。参数获得后将式(7)所示的模型离散化并保留一阶项,记为如下形式:

$$\begin{pmatrix} c \cdot \delta t \\ c \cdot \delta \dot{t} \end{pmatrix}_k = F_{2 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} c \cdot \delta t \\ c \cdot \delta \dot{t} \end{pmatrix}_{k-1} + (n_t)_{2 \times 1} \quad (8)$$

其中, F 为状态转移矩阵, n_t 为模型误差, 其方差阵记为 $R_{2 \times 2}$ 。

则根据前一时刻的钟差和钟差变率通过式(8)即可预测得到当前时刻的钟差 $\delta \dot{t}$ 和钟差变率 $\delta \ddot{t}$, 它们的精度分别为 $\sigma_{\delta \dot{t}}$ 和 $\sigma_{\delta \ddot{t}}$ 。将此预测值视为当前时刻真实钟差和钟差变率的观测量, 则钟差和钟差变率的观测方程可表示为:

$$\begin{cases} \delta \ddot{t} = \delta \ddot{t} + \varepsilon_{\delta \ddot{t}} \\ \delta \dot{t} = \delta \dot{t} + \varepsilon_{\delta \dot{t}} \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\delta \dot{t}$ 和 $\delta \ddot{t}$ 为当前时刻真实的钟差和钟差变率, $\varepsilon_{\delta \dot{t}}$ 和 $\varepsilon_{\delta \ddot{t}}$ 为对应的观测误差。

1.3 基于钟差和钟差变率观测方程的定位定速改进算法

将式(9)中的钟差观测方程与式(1)组合, 并线性化如下:

$$\begin{pmatrix} Y \\ \delta \dot{t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & N \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \varepsilon \quad (10)$$

其中, Y 、 E 、 N 和 X 的含义同前。由于伪距的观测精度与钟差的观测精度不同, 因此应采用加权最小二乘法对式(10)进行求解。记 $\alpha = \sigma_p^2 / \sigma_{\delta \dot{t}}^2$, $I_{n \times n}$ 为 n 阶单位阵, 则矩阵 W 可表示为:

$$W = \begin{pmatrix} I_{n \times n} & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

记:

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} Y \\ \delta \dot{t} \end{pmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} E & N \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

则式(10)的加权最小二乘解及解的方差阵可表示为:

$$X = (\bar{A}^T \cdot W \cdot \bar{A})^{-1} \cdot \bar{A}^T \cdot W \cdot \bar{Y} \quad (11)$$

$$\Sigma_X = \sigma_p^2 \cdot (\bar{A}^T \cdot W \cdot \bar{A})^{-1} \quad (12)$$

将式(12)中的 $(\bar{A}^T \cdot W \cdot \bar{A})^{-1}$ 展开如下:

$$\begin{aligned} (\bar{A}^T \cdot W \cdot \bar{A})^{-1} &= \left[\begin{pmatrix} E^T & 0 \\ N^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E & N \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} E^T \cdot E & E^T \cdot N \\ N^T \cdot E & N^T \cdot N + \alpha \end{pmatrix}^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} E_c & N_c \\ N_c^T & n + \alpha \end{pmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

将式(13)与式(4)对比可知, 当 $\alpha \rightarrow 0$, 即 $\sigma_{\delta \dot{t}} \rightarrow \infty$ 时, 相当于认为预测的钟差不可信, 此时式(13)趋于式(4); 当 $\alpha \rightarrow \infty$, 即 $\sigma_{\delta \dot{t}} \rightarrow 0$ 时, 相当于认为预测的钟差就是接收机的实际钟差, 由式(5)和式(6)知, 此时 TDOP $\rightarrow 0$, PDOP $\rightarrow \sqrt{\text{tr}(E_c^{-1})}$, 也就是说此时未知数的个数变为 3 个, 即接收机的位置坐标参数。

综上分析可知, α 越大, 即根据钟差和钟差变率模型预测的接收机钟差的精度越高, 定位的精度就越高。钟差变率的观测方程和伪距变率观测方程组合后采用以上相同的分析方法, 可得到类似的结论, 即预测的接收机钟差变率的精度越高, 定速的精度就越高。

2 仿真实验

2.1 仿真条件

在不具备地基伪卫星导航系统的情况下, 为验证定位定速改进算法的可行性和有效性, 现进行仿真分析。需仿真的数据有地基伪卫星导航站站址坐标、飞行器的飞行轨迹、接收机钟差和钟差变率的变化规律及修正后的接收机测量的伪距和伪距变率。

取纬度为 28.2309° , 经度为 112.9928° , 高程为 58.885m 的点为原点, 在该点的当地东北天坐标系中任意设置 5 个地基伪卫星导航站, 为了凸显飞行器定位几何构型差特意设置它们之间的距离较近, 因此设置这 5 个地基伪卫星导航站的站址分别为: $(0; 10; 80)$ 、 $(900; 500; 55)$ 、 $(-600; 800; 70)$ 、 $(-880; -1000; 60)$ 、 $(950; -700; 64)$, 单位为 m 。修正后伪距和伪距变率的测量精度为 3.0m 和 0.1m/s , 接收机钟差和钟差变率模型采用式(7), 取反相关时间 τ 为 60s , 离散后钟差和钟差变率的模型误差的精度分别取为 30m 和 1m/s 。仿真时间为 2000s , 飞行器在当地东北天坐标系中的标准飞行轨迹如图 1 所示, 根据飞行器的标准位置计算的 PDOP (以下简称“标准 PDOP”)变化如图 2 所示, 可以看出, 在飞行末段 PDOP 已达 500 左右。

2.2 仿真结果和分析

采用本文提出的改进算法即式(11)和式(12)进行定位定速解算, 并与典型的单历元定位定速算法即式(2)和式(3)的解算结果进行对比, 如图 3 和图 4 所示。

将改进算法的定位定速结果与飞行器标准的位置速度之差作为改进算法的定位定速误差, 同样定义典型算法的定位定速误差, 然后计算定位

定速误差大小,结果如图 5 和图 6 所示。

图 3 和图 4 中实线为改进算法的定位定速精度,圆点为典型算法的定位定速精度。与图 2 比较可以看出典型算法的定位定速精度的变化规律与标准 PDOP 的变化规律一致,说明所用的典型定位定速算法是可靠的。从图 3 和图 4 可以看出改进算法的定位定速精度与典型算法的定位定速精度相比有了很大的提高。在 0s ~ 200s 过程中两种算法的定位定速精度相当,这是由于这段时

间内接收机钟差和钟差变率的预测精度比较差,因此没有起到明显改善定位定速精度的效果;在 200s ~ 2000s 过程中改进算法的定位定速精度一直优于典型算法的定位定速精度。结合图 2 可知,典型算法的定位定速精度随着 PDOP 的增大迅速变差,虽然改进算法的定位定速精度也在变差但趋势要缓慢得多。在仿真终点时刻 PDOP 达 540 时,改进算法相对于典型算法,定位精度约提高了 14 倍,定速精度约提高了 18 倍。

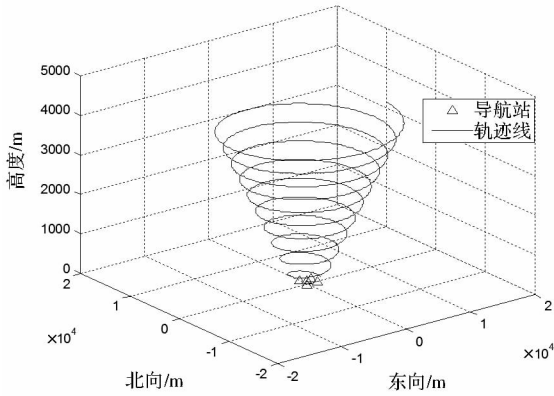


图 1 飞行器的飞行轨迹

Fig.1 Aviation track of aircraft

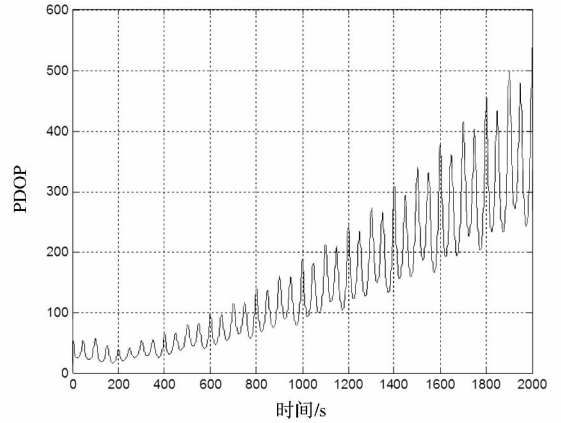


图 2 PDOP 的变化情况

Fig.2 PDOP of aviation track

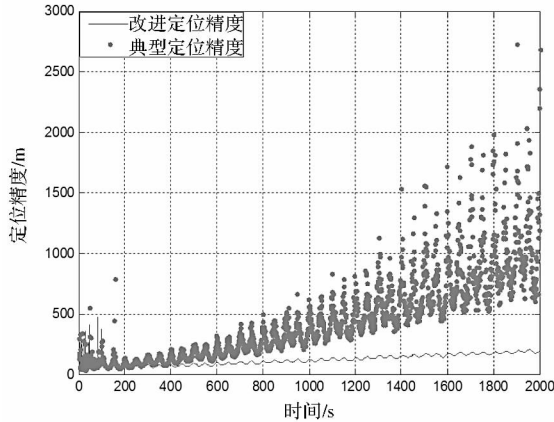


图 3 定位精度随时间变化的比较

Fig.3 Comparison of position precision

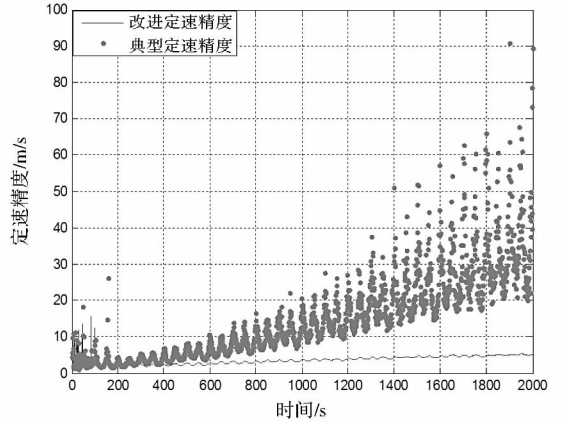


图 4 定速精度随时间变化的比较

Fig.4 Comparison of velocity precision

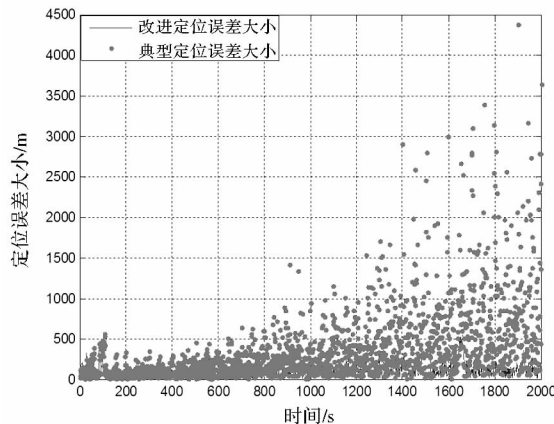


图 5 定位误差大小随时间变化的比较

Fig.5 Comparison of position error

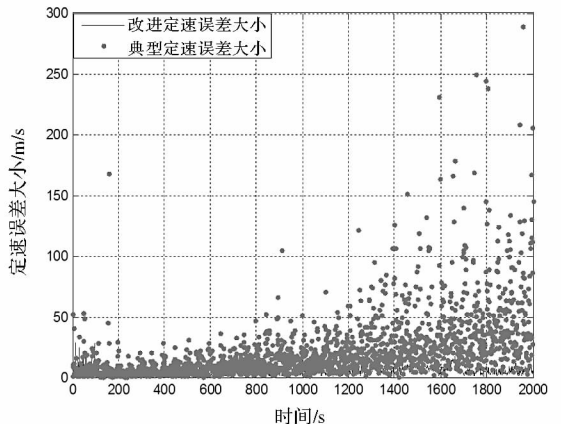


图 6 定速误差大小随时间变化的比较

Fig.6 Comparison of velocity error

图 5 和图 6 中实线代表改进算法的定位定速误差大小,圆点代表典型算法的定位定速误差大小。结合图 2,从图 5 中可以看出两种算法的定位误差大小都随着 PDOP 的增大而增大,但改进算法定位误差大小的增长幅度比典型算法定位误差大小的增长幅度要小得多。在仿真终点时刻 PDOP 达 540 时,典型算法的定位误差大小约为 3644m,而改进算法的定位误差大小仅为约 144m;从图 6 中可以看出定速误差大小也有同样的结论,在仿真终点处典型算法的定速误差大小约为 145m/s,而改进算法的定速误差大小仅为约 7m/s。

仿真结果表明,改进后的定位定速算法相对于典型单历元定位定速算法其定位定速精度有明显改善,并且定位定速误差也明显减小。

3 结论

本文首先从理论入手分析了通过提高接收机钟差和钟差变率求解精度实现提高定位定速精度的可行性,然后提出了利用接收机钟差和钟差变率模型构建钟差和钟差变率观测方程并加入到伪距和伪距变率观测方程形成改进的定位定速模型来提高定位定速精度的方法,最后通过仿真验证了这种方法是可行和有效的。在仿真终点 PDOP 达 540 时,相对于典型算法,改进算法的定位精度约提高了 14 倍,定位误差大小由约 3644m 降为约 144m,定速精度约提高了 18 倍,定速误差大小由约 145m/s 降为约 7m/s。

理论上讲本文提出的定位定速改进方法也可用于卫星导航的定位定速解算,因此为提高本文结论的实用性,计划下一步开展基于卫星接收机实测数据的试验研究。

参考文献 (References)

- [1] 温永智. 高轨自动转移飞行器导航方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
WEN Yongzhi. Navigation methods for automated transfer vehicle on high earth orbits [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [2] 裴霄, 王解先. GPS 伪距单点定位的精度分析及改进[J]. 海洋测绘, 2012, 32(1):5-7.
PEI Xiao, WANG Jiexian. Analysis and improvement of accuracy in GPS single point pseudo-range[J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2012, 32(1):5-7. (in Chinese)
- [3] Choi E, Cicci D A. Analysis of GPS static positioning problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 140(1):37-51.
- [4] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2008.
LIU Jiyu. GPS satellite navigation principles and methods[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [5] 刘先忠, 杨明. 线性代数[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2003.
LIU Xianzhong, YANG Ming. Linearity algebra[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2003. (in Chinese)
- [6] 宋成, 王飞雪, 庄钊文. 基于遗忘因子最小二乘的 GPS 接收机钟差预测算法研究[J]. 测绘科学, 2008, 33(1):41-43.
SONG Cheng, WANG Feixue, ZHUANG Zhaowen. A method for GPS receiver clock offset prediction based on the forgetting factor least squares[J]. Science of Surveying and Mapping, 2008, 33(1):41-43. (in Chinese)
- [7] 冀峰, 赵伟, 李荣冰, 等. GPS 接收机时钟频率漂移误差分析及模型预测[J]. 数据采集与处理, 2010, 25(4):544-548.
JI Feng, ZHAO Wei, LI Rongbing, et al. Error analysis and model prediction of GPS receiver clock frequency drift[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2010, 25(4):544-548. (in Chinese)
- [8] 滕云龙, 师奕兵, 郑植. 接收机钟差灰色马尔可夫预测模型研究[J]. 电子科技大学学报, 2011, 40(2):242-245.
TENG Yunlong, SHI Yibing, ZHENG Zhi. Research on grey Markov model for predicting receiver clock bias[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2011, 40(2):242-245. (in Chinese)
- [9] 俞朔春, 高益军. 基于 GPS 的静止轨道卫星自主定轨技术研究[J]. 航天控制, 2005, 23(4):35-40.
YU Shuochun, GAO Yijun. GPS based autonomous orbit determination research for geostationary satellites [J]. Aerospace Control, 2005, 23(4):35-40. (in Chinese)
- [10] 范利涛, 汤国建, 吴杰. 基于 GPS 对地球同步轨道自动转移飞行器进行导航的可行性分析[J]. 空间科学学报, 2008, 28(4):311-315.
FAN Litao, TANG Guojian, WU Jie. Feasibility of geosynchronous ATV navigation based on GPS[J]. Chinese Journal of Space Science, 2008, 28(4):311-315. (in Chinese)
- [11] Nassar S. Improving the inertial navigation system error model for INS and INS/DGPS applications[D]. Canada: University of Calgary, 2003.