

# 第三章 受弯构件正截面 承载力计算

概要：本章介绍混凝土结构正截面受弯承载力的计算方法，主要包括受弯构件正截面的试验研究，承载能力极限状态计算简图的确定，承载能力基本计算公式的建立，公式的适用范围和条件，基本公式的应用等。

- ❖ 第一节 受弯构件的截面形式和构造
- ❖ 第二节 受弯构件正截面的试验研究
- ❖ 第三节 正截面受弯承载力的计算原则
- ❖ 第四节 单筋矩形截面承载力的计算
- ❖ 第五节 双筋矩形截面承载力的计算
- ❖ 第六节 T形截面构件正截面受弯承载力的计算

- ❖ 受弯构件的特点是在荷载作用下截面上承受弯矩和剪力。**梁、板**是典型的受弯构件。
- ❖ 设计受弯构件时，应进行在弯矩作用下的正截面（垂直截面）承载力计算及在弯矩与剪力共同作用下的斜截面承载力计算。

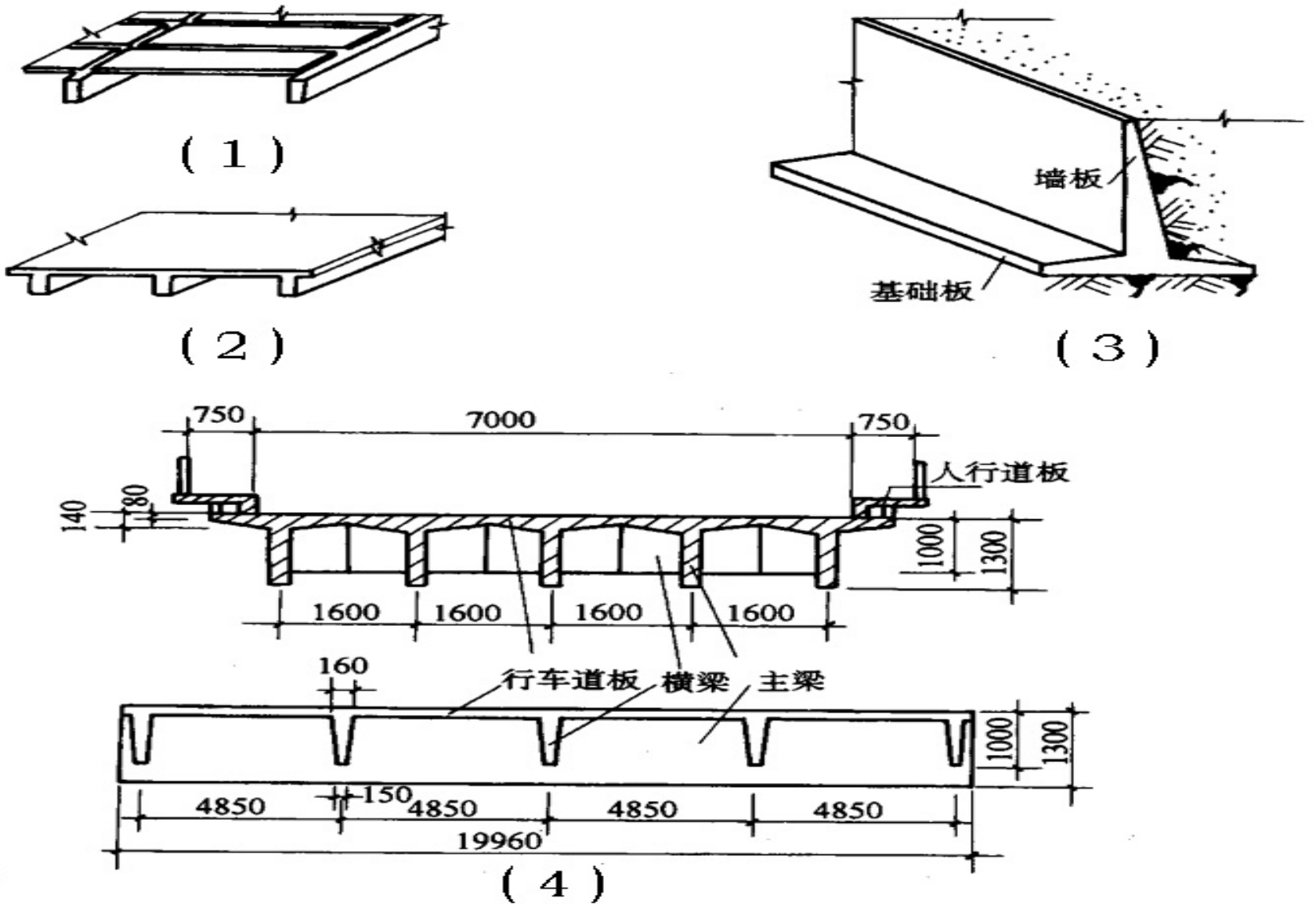


图3-1 混凝土受弯构件的工程应用

1-装配式混凝土楼盖；2-现浇混凝土楼盖；3-混凝土挡土墙；4-混凝土梁式桥

# 第一节 受弯构件的截面形式和构造

- ❖ 钢筋混凝土受弯构件的截面尺寸与受力钢筋数量是由承载力计算决定的。但在构件设计中，还需要满足许多**构造**上的要求，以照顾到施工的便利以及混凝土收缩、徐变和温度作用等一些在计算中难以确定的因素。

# 一、截面形式

梁截面最常用的是矩形和T形截面

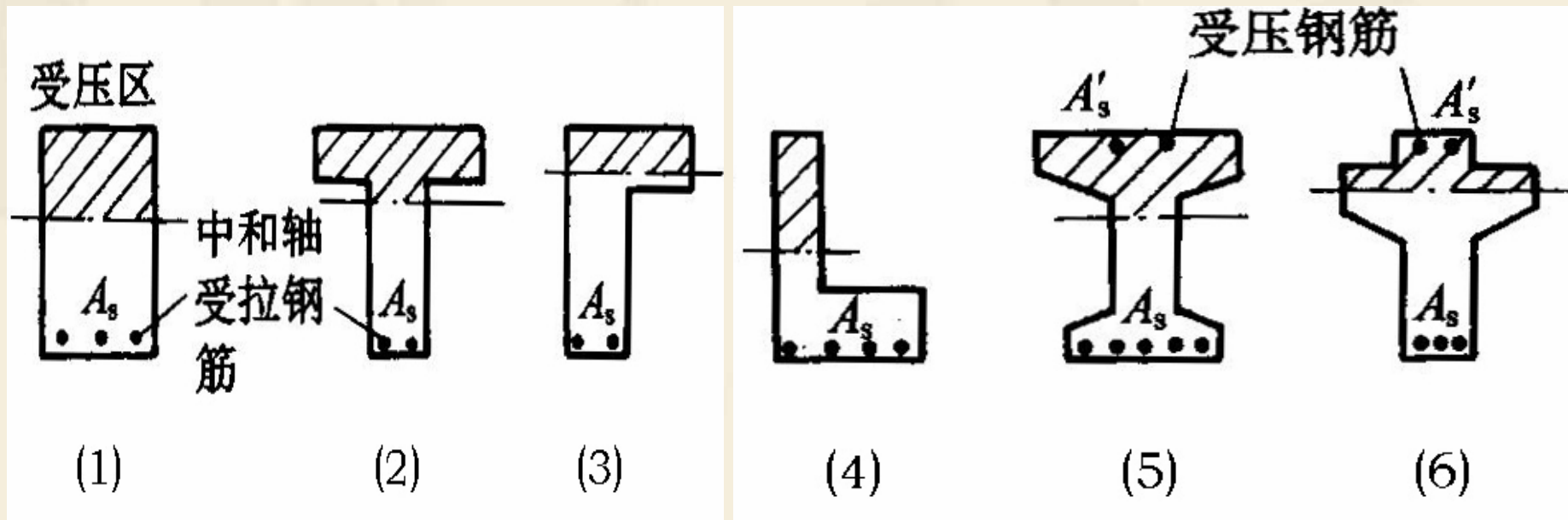
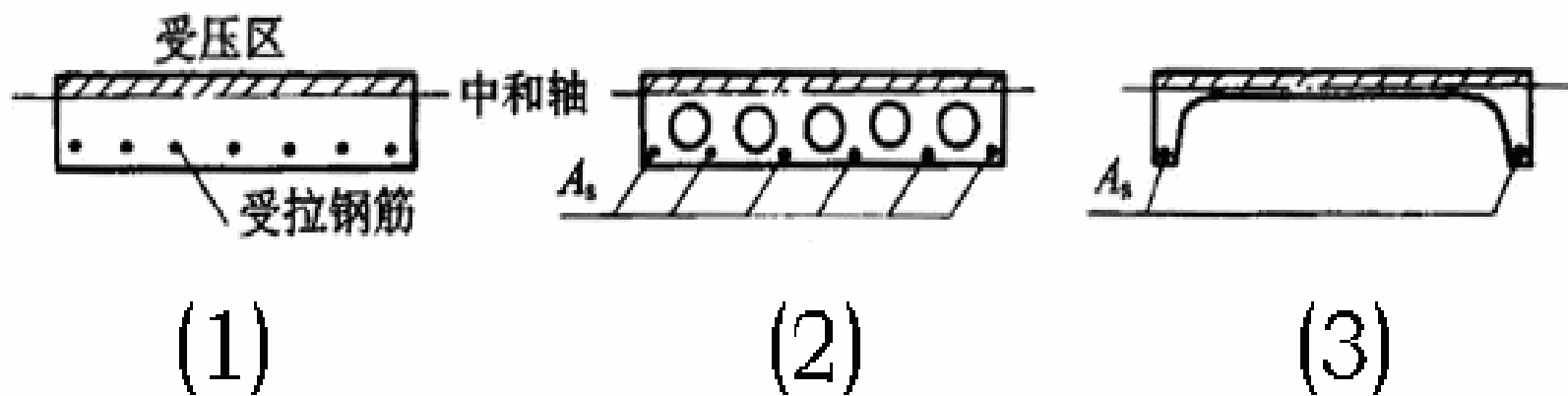


图3-1 梁的截面形式

1-矩形梁；2-T形梁；3-倒L形梁；4-L形梁；5-工字形梁；6-花篮梁

# 板的截面形式



# 梁的配筋形式

单筋截面：仅在受拉区配置纵向受力钢筋的截面；

双筋截面：受拉区和受压区都配置纵向受力钢筋的截面。

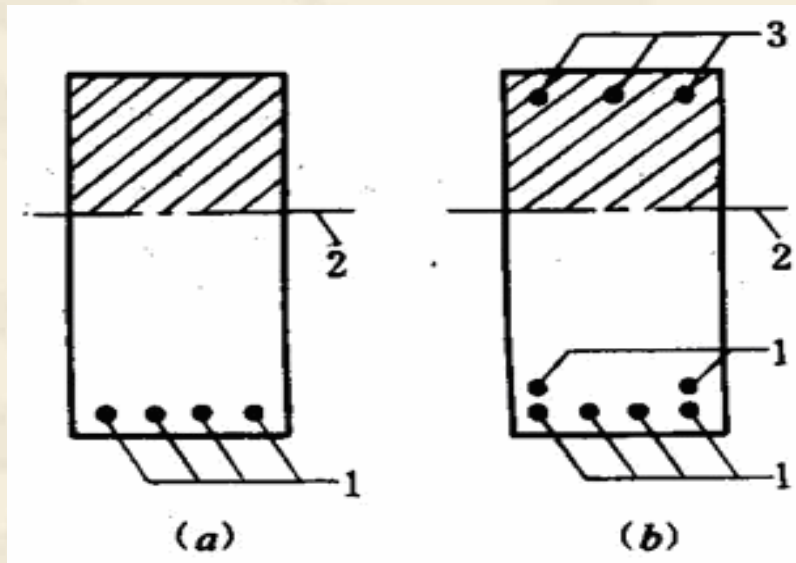


图3-3梁的单筋及双筋截面

1-受拉钢筋；2-中和轴；3-受压钢筋

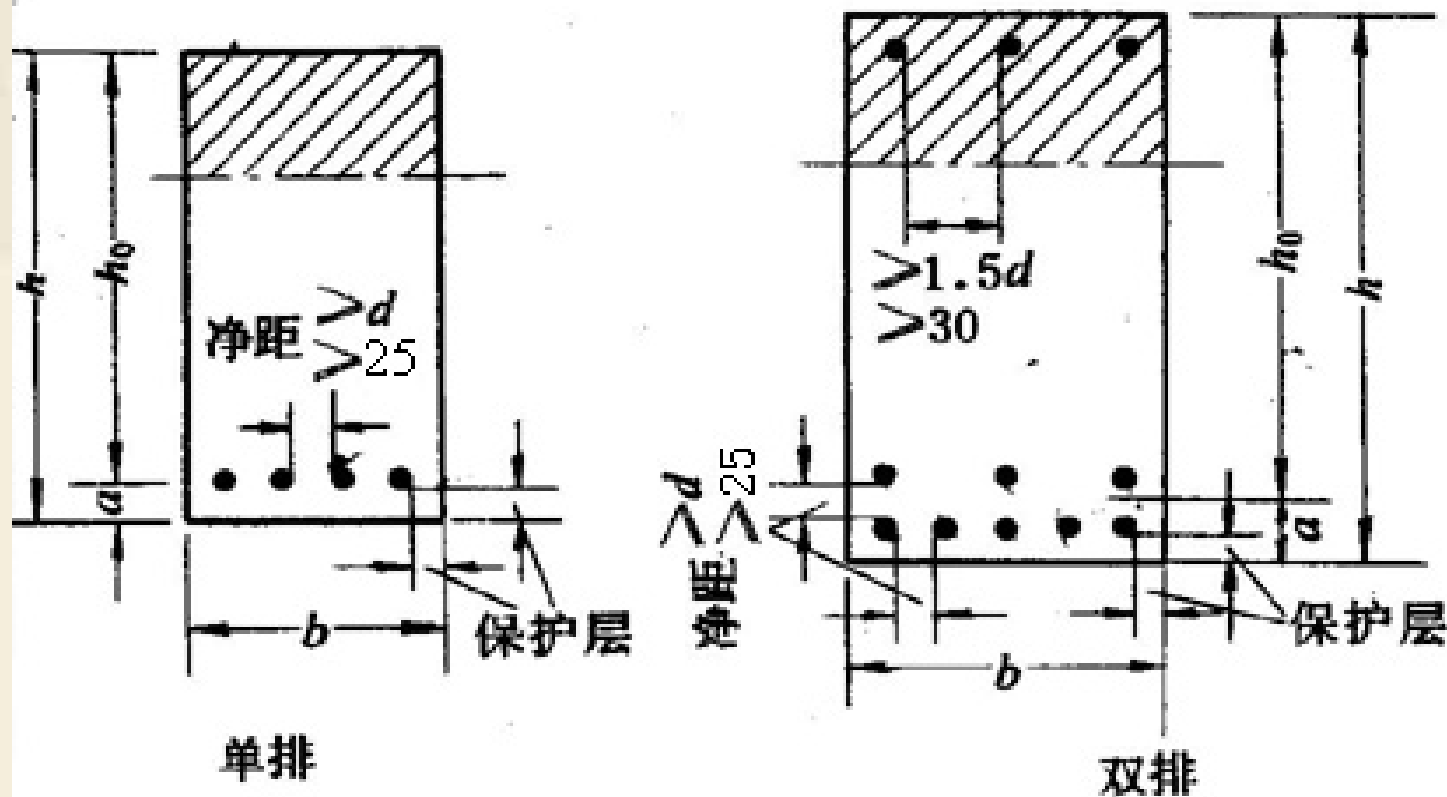


## 二、截面尺寸

- ❖ 现浇的矩形梁宽及T型梁肋宽取为150、180、200、220、250mm,250mm以上者以50mm为模数递增。梁高常取为250、300、350、400、...800mm，以50mm递增；800mm以上则以100mm递增。
- ❖ 梁的高度通常可由跨度决定，梁高与跨度之比称为高跨比。肋形楼盖的主梁高跨比一般为 $1/8\sim 1/12$ ，次梁为 $1/15\sim 1/20$ ，独立梁不小于 $1/15$ （简支）和 $1/20$ （连续）。
- ❖ 梁的高度与宽度（T形梁为肋宽）之比，对矩形截面梁一般取 $2\sim 3.5$ ，对T形截面梁取 $2.5\sim 4.0$ 。在预制的薄腹梁中，其高度与肋宽之比有时可达6左右。
- ❖ 现浇板的厚度以10mm为模数递增。板的最小厚度对建筑屋面板为60mm，民用楼板为60mm，工业楼板为70mm；对桥梁道碴槽板为120mm，行车道板为80mm。
- ❖ 对预制构件，为了减轻自重，其截面尺寸可根据具体情况决定，级差模数不受上列规定限制。

# 三、混凝土保护层及梁内钢筋净距

附表5-4



混凝土保护层有三个作用：

- ❖ 保护纵向钢筋不被锈蚀；
- ❖ 在火灾等情况下，使钢筋的温度上升缓慢；
- ❖ 使纵向钢筋与混凝土有较好的粘结。

## 四、梁内钢筋的直径

- ❖ 通常可选用10~28mm的钢筋。
- ❖ 同一梁中，截面一边的受力钢筋直径最好相同，为了选配钢筋方便和节约钢材起见，也可用两种直径，最好使两种直径相差2mm以上，以便于识别，但也不宜超过4~6mm。
- ❖ 钢筋直径应选用常用直径，例如12、14、16、18、20、22、25、28mm...，当然也需根据材料供应的情况决定。
- ❖ 梁跨中截面受力钢筋的根数一般不宜少于2根。跨度较大的梁，受力钢筋一般不少于3~4根。梁中钢筋的根数也不宜太多，否则会增加浇灌混凝土的困难。

# 五、板内钢筋的直径和间距

## 直径

- ❖ 板中受力钢筋直径常用6、8、10、12mm。同一板中受力钢筋可以用两种不同直径，但两种直径宜相差在2mm以上。

## 间距

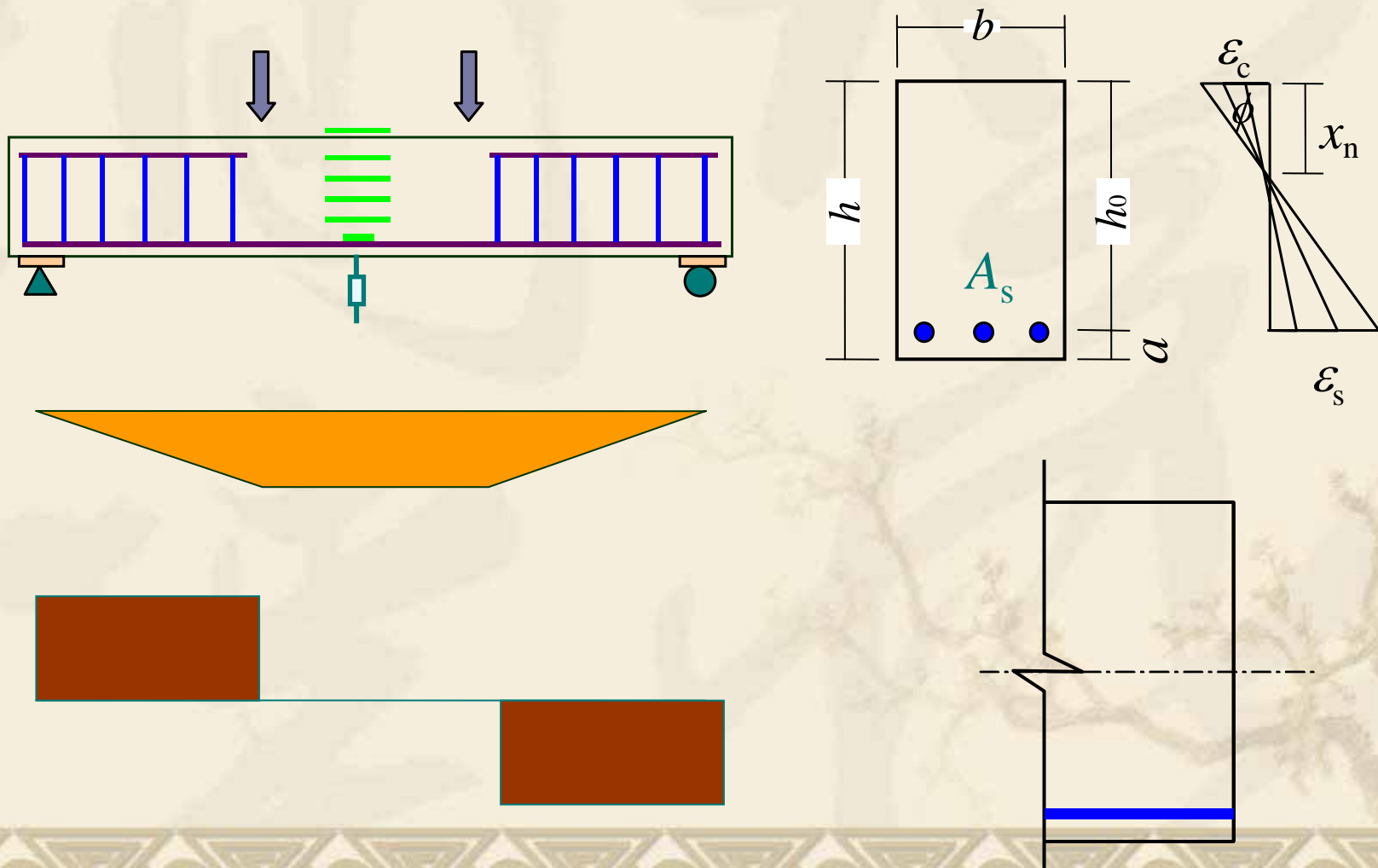
- ❖ 为传力均匀及避免混凝土局部破坏，板中受力钢筋的间距（中距）不能太稀，当板厚  $\leq 150\text{mm}$  时，不宜大于200mm；当板厚  $> 150\text{mm}$  时，不宜大于  $1.5h$ ，且不宜大于250mm。为便于施工，板中钢筋的间距也不要过密，最小间距为70mm，即每米板宽中最多放14根钢筋。

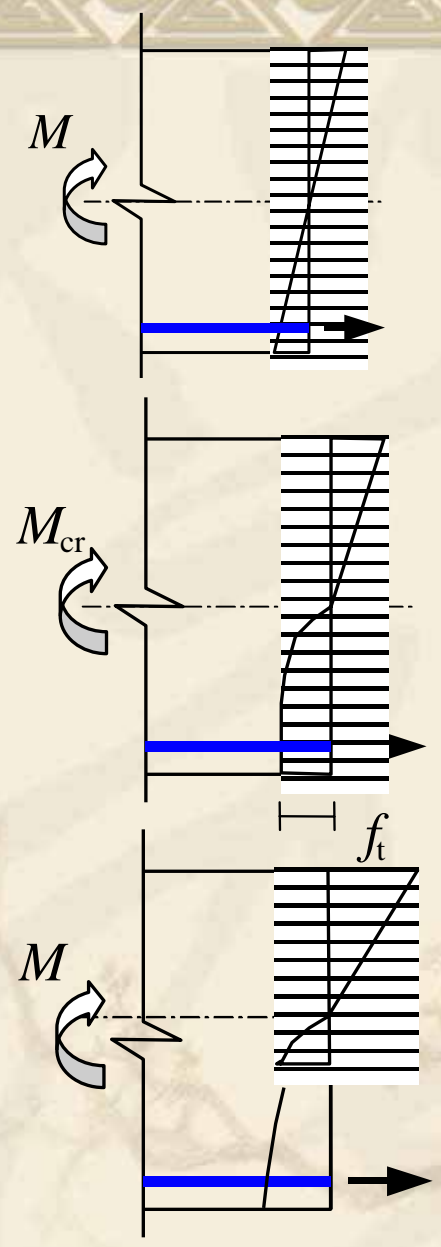
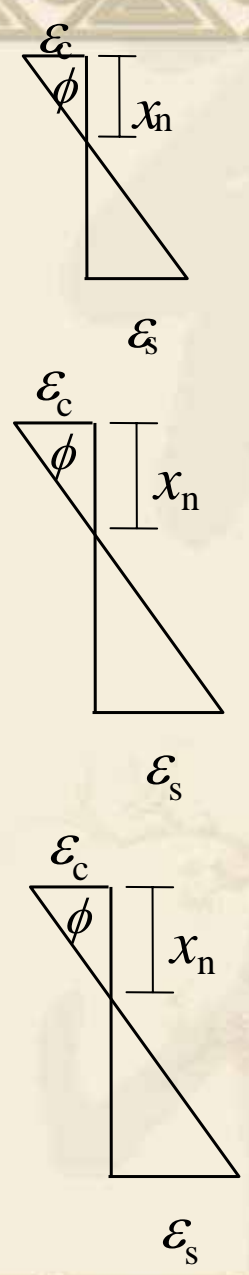
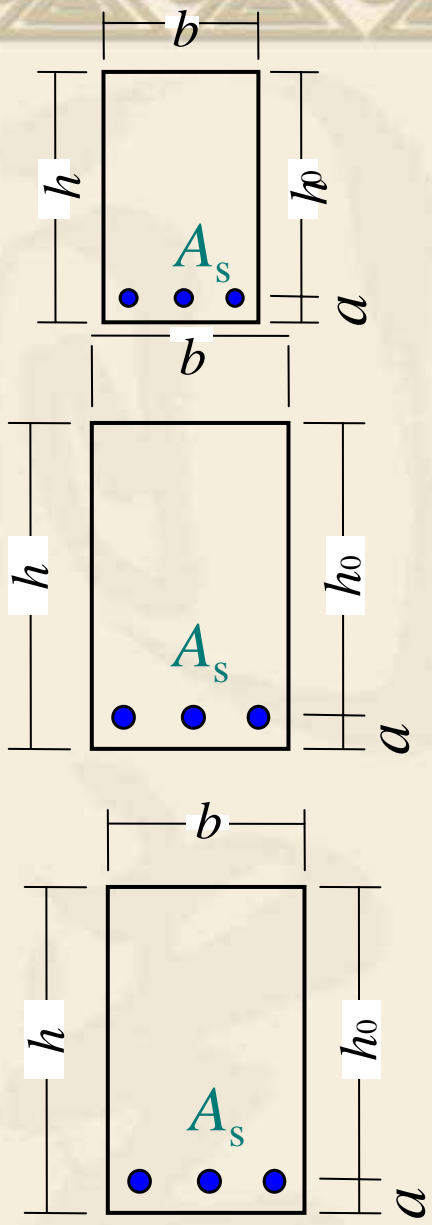
- ❖ 当按单向板设计时，垂直于受力钢筋方向还要布置分布钢筋。分布钢筋的作用是将板面荷载更均匀地传布给受力钢筋，同时在施工中用以固定受力钢筋，并起抵抗混凝土收缩和温度应力的作用。
- ❖ 单位长度上分布钢筋的截面面积不宜小于单位宽度上受力钢筋截面面积的15%，且不宜小于该方向板截面面积的0.15%；
- ❖ 分布钢筋的直径在一般厚度的板中不宜小于6mm，多用6~8mm，间距不宜大于250mm。对集中荷载较大的情况，分布钢筋的截面面积应适当增加，其间距不宜大于200mm。由于分布钢筋主要起构造作用，所以可采用光面钢筋，并布置在受力钢筋的内侧。



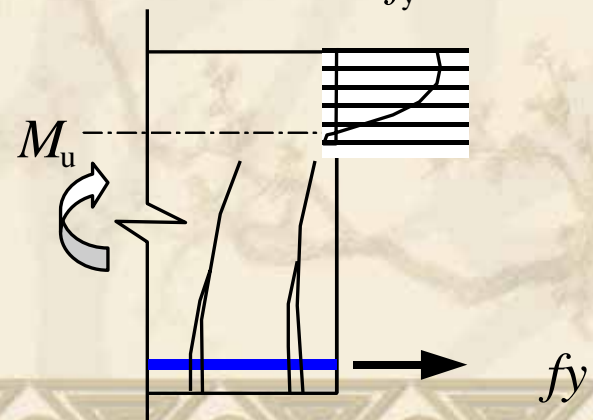
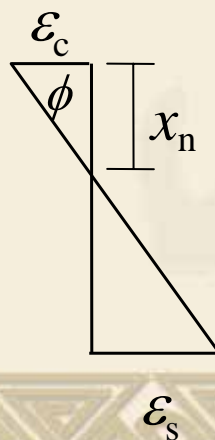
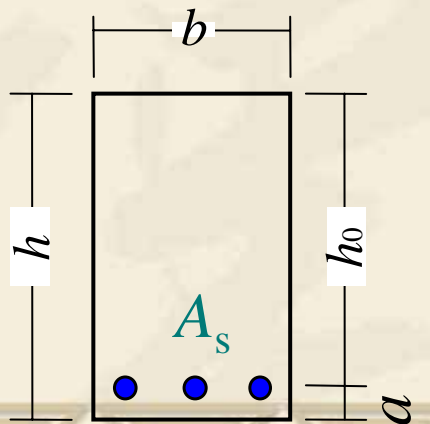
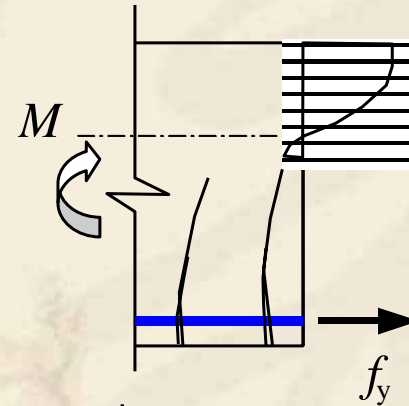
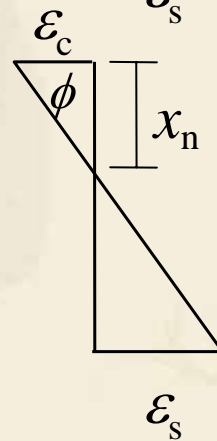
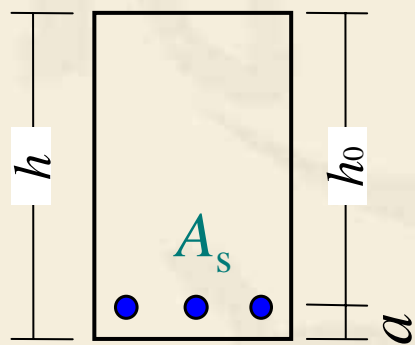
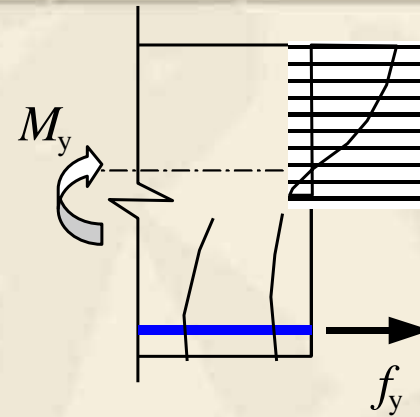
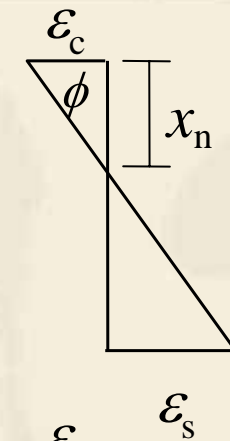
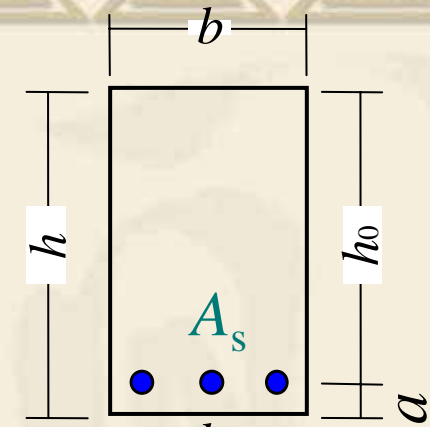
# 第二节 受弯构件正截面试验研究

## 3.2.1 梁的试验和应力-应变阶段









## ► 弹性受力阶段（ I 阶段 ）：混凝土开裂前的未裂阶段

从开始加荷到受拉区混凝土开裂，梁的整个截面均参加受力，由于弯矩很小，沿梁高量测到的梁截面上各个纤维应变也小，且应变沿梁截面高度为直线变化。虽然受拉区混凝土在开裂以前有一定的塑性变形，但整个截面的受力基本接近线弹性，荷载-挠度曲线或弯矩-曲率曲线基本接近直线。截面抗弯刚度较大，挠度和截面曲率很小，钢筋的应力也很小，且都与弯矩近似成正比。

在弯矩增加到  $M_{cr}$  时，受拉区边缘纤维的应变值即将到达混凝土受弯时的极限拉应变实验值  $\epsilon_{tu}^0$ ，截面遂处于即将开裂状态，称为第I阶段末，用  $I_a$  表示。

## ➤带裂缝工作阶段（Ⅱ阶段）：混凝土开裂后至钢筋屈服前的裂缝阶段

在开裂瞬间，开裂截面受拉区混凝土退出工作，其开裂前承担的拉力将转移给钢筋承担，导致钢筋应力有一突然增加（**应力重分布**），这使中和轴比开裂前有较大上移。

$M^0 = M_{cr}^0$ 时，在纯弯段抗拉能力最薄弱的某一截面处，当受拉区边缘纤维的拉应变值到达混凝土极限拉应变实验值  $\epsilon_{tu}^0$ 时，将首先出现第一条裂缝，一旦开裂，梁即由第I阶段转入为第Ⅱ阶段工作。

随着弯矩继续增大，受压区混凝土压应变与受拉钢筋的拉应变的实测值都不断增长，当应变的量测标距较大，跨越几条裂缝时，测得的应变沿截面高度的变化规律仍能符合平截面假定，

弯矩再增大，截面曲率加大，同时主裂缝开展越来越宽。由于受压区混凝土应变不断增大，受压区混凝土应变增长速度比应力增长速度快，**塑性性质**表现得越来越明显，受压区应力图形呈曲线变化。当弯矩继续增大到受拉钢筋应力即将到达屈服强度 $f_y^0$ 时，称为**第 阶段末**，用  $a$  表示。

第 阶段是截面混凝土裂缝发生、开展的阶段，在此阶段中梁是带裂缝工作的。其**受力特点**是：1)在裂缝截面处，受拉区大部分混凝土退出工作，拉力主要由纵向受拉钢筋承担，但钢筋没有屈服；2)受压区混凝土已有塑性变形，但不充分，压应力图形为只有上升段的曲线；3)弯矩与截面曲率是曲线关系，截面曲率与挠度的增长加快了。

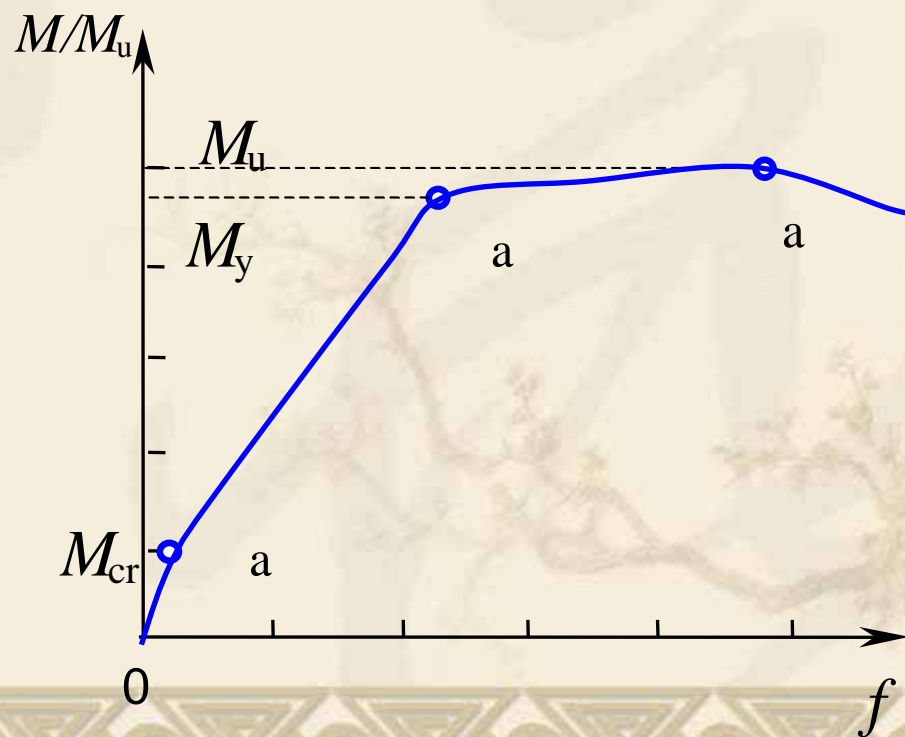
## ► 屈服阶段（ 阶段 ）：钢筋开始屈服至截面破坏的破坏阶段

纵向受力钢筋屈服后，正截面就进入第 阶段工作。

钢筋屈服。截面曲率和梁的挠度也突然增大，裂缝宽度随之扩展并沿梁高向上延伸，中和轴继续上移，受压区高度进一步减小。弯矩再增大直至极限弯矩实验值 $M_u^0$ 时，称为第 阶段末，用  $a$  表示。

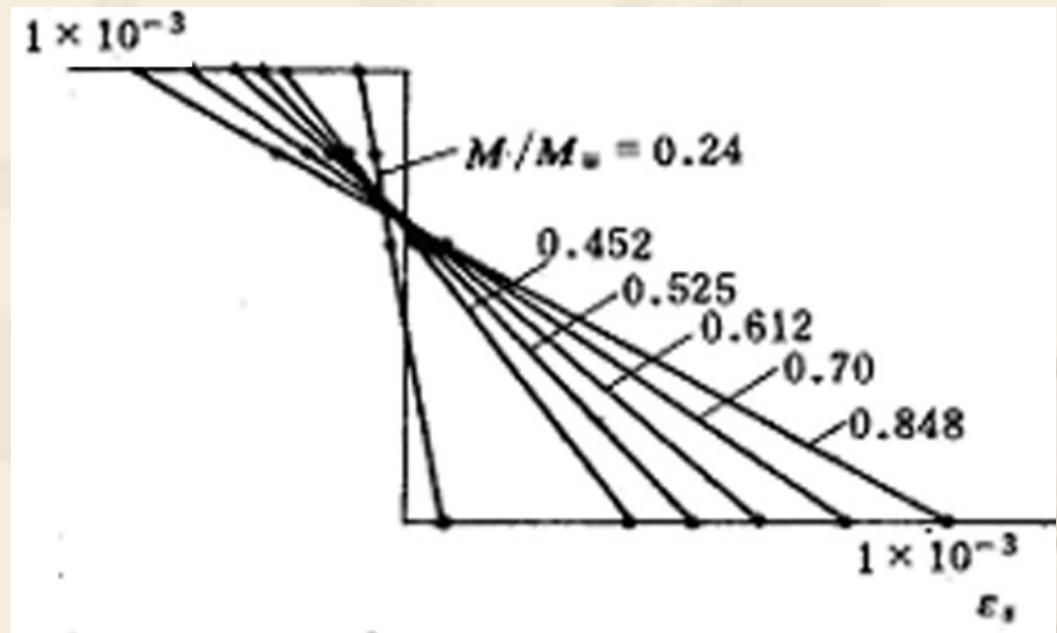
在第 阶段整个过程中，钢筋所承受的总拉力大致保持不变，但由于中和轴逐步上移，内力臂 $z$ 略有增加，故截面极限弯矩 $M_u^0$ 略大于屈服弯矩 $M_y^0$ 可见第 阶段是截面的破坏阶段，破坏始于纵向受拉钢筋屈服，终结于受压区混凝土压碎。

其特点是：1)纵向受拉钢筋屈服，拉力保持为常值；裂缝截面处，受拉区大部分混凝土已退出工作，受压区混凝土压应力曲线图形比较丰满，有上升段曲线，也有下降段曲线；2)弯矩还略有增加；3)受压区边缘混凝土压应变达到其极限压应变实验值  $\epsilon_{cu}$  时，混凝土被压碎，截面破坏；4)弯矩—曲率关系为接近水平的曲线。



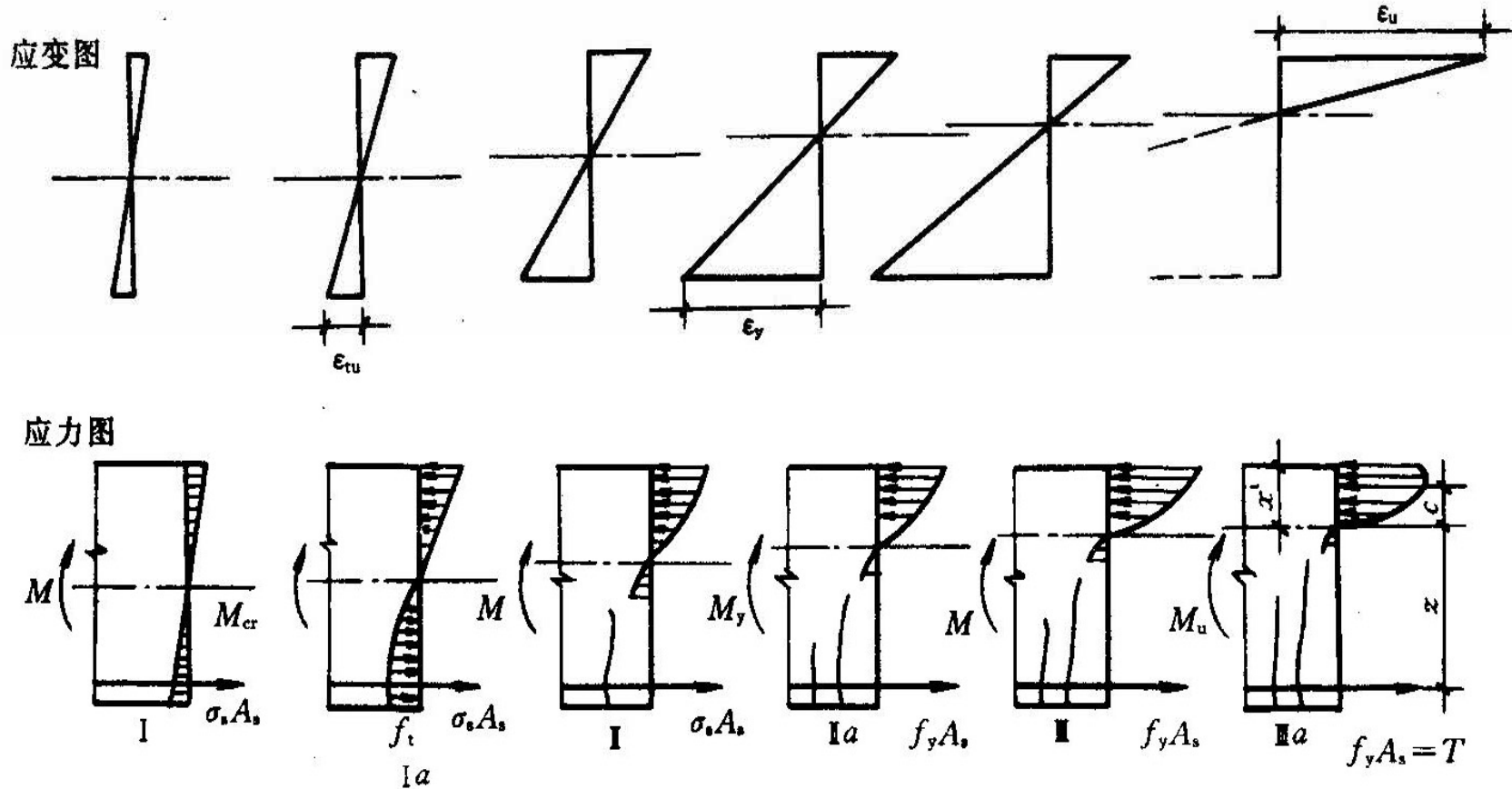
# 试验结果

、沿截面高度测得各纤维层的平均应变值从开始加荷到接近破坏，基本上是按直线分布的，即可以认为始终符合平截面假定。



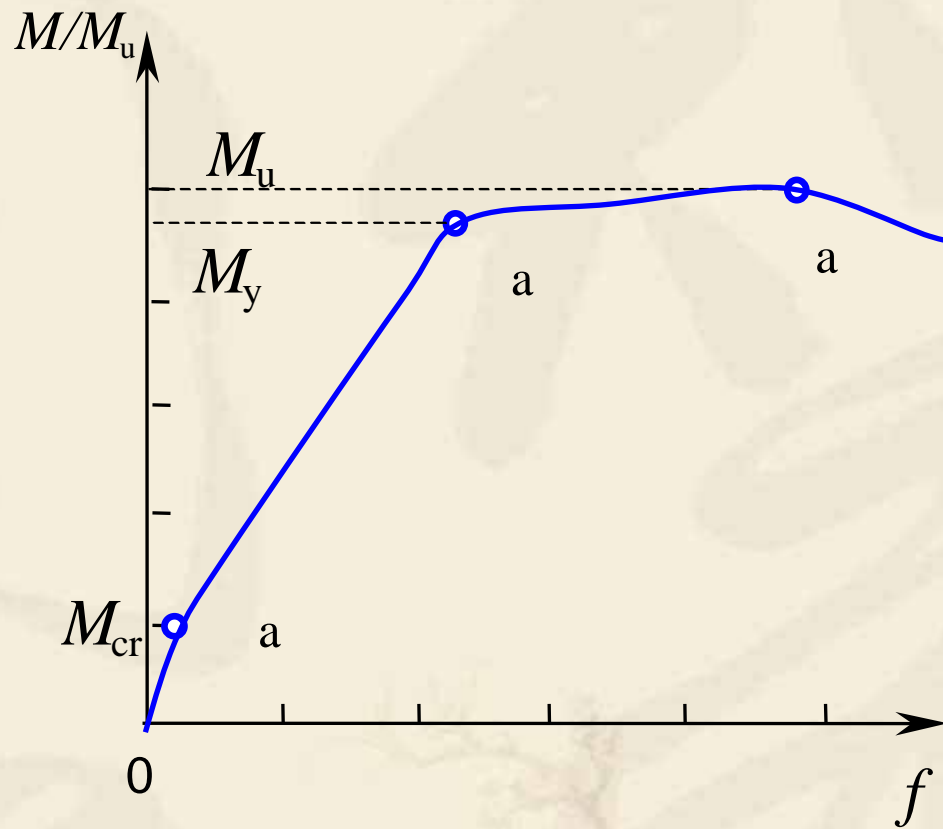
截面应变

# 梁的应力—应变阶段





## 三个受力阶段



a状态：计算 $M_{cr}$ 的依据

阶段：计算裂缝、刚度的依据

a状态：计算 $M_u$ 的依据

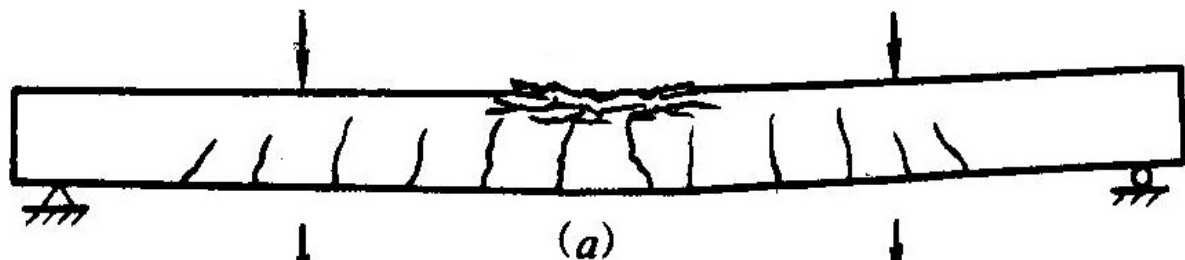
# 适筋梁正截面受弯三个受力阶段的主要特点

受力阶段 主要特点		第 一 阶段	第 二 阶段	第 三 阶段
习 称		未裂阶段	带裂缝工作阶段	破坏阶段
外观特征		没有裂缝，挠度很小	有裂缝，挠度还不明显	钢筋屈服，裂缝宽，挠度大
弯矩—截面曲率		大致成直线	曲线	接近水平的曲线
混 凝 土 应 力 图 形	受压区	直线	受压区高度减小，混凝土压应力图形为上升段的曲线，应力峰值在受压区边缘	受压区高度进一步减小，混凝土压应力图形为较丰满的曲线；后期为有上升段与下降段的曲线，应力峰值不在受压区边缘而在边缘内侧
	受拉区	前期为直线，后期为有上升段的曲线，应力峰值不在受拉区边缘	大部分退出工作	绝大部分退出工作
纵向受拉钢筋应力		$\sigma_s \approx 20 \sim 30 \text{ kN/mm}^2$	$20 \sim 30 \text{ kN/mm}^2 < \sigma_s < f_y^0$	$\sigma_s = f_y^0$
与设计计算的联系		I <sub>a</sub> 阶段用于抗裂验算	用于裂缝宽度及变形验算	Ⅲ <sub>a</sub> 阶段用于正截面受弯承载力计算

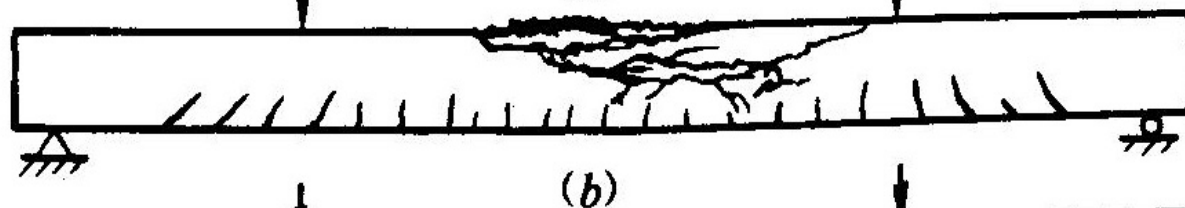
## 3.2.2 钢筋混凝土梁正截面破坏特征

试验指出，对同一截面尺寸和混凝土强度等级的受弯构件，其正截面的破坏特征主要与钢筋数量有关，可分三种情况：

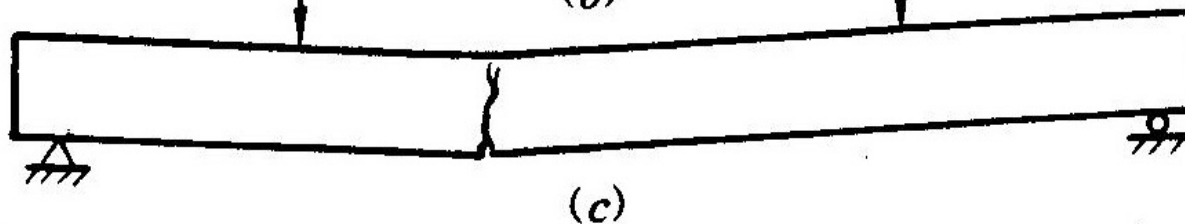
(a)、适筋破坏



(b)、超筋破坏

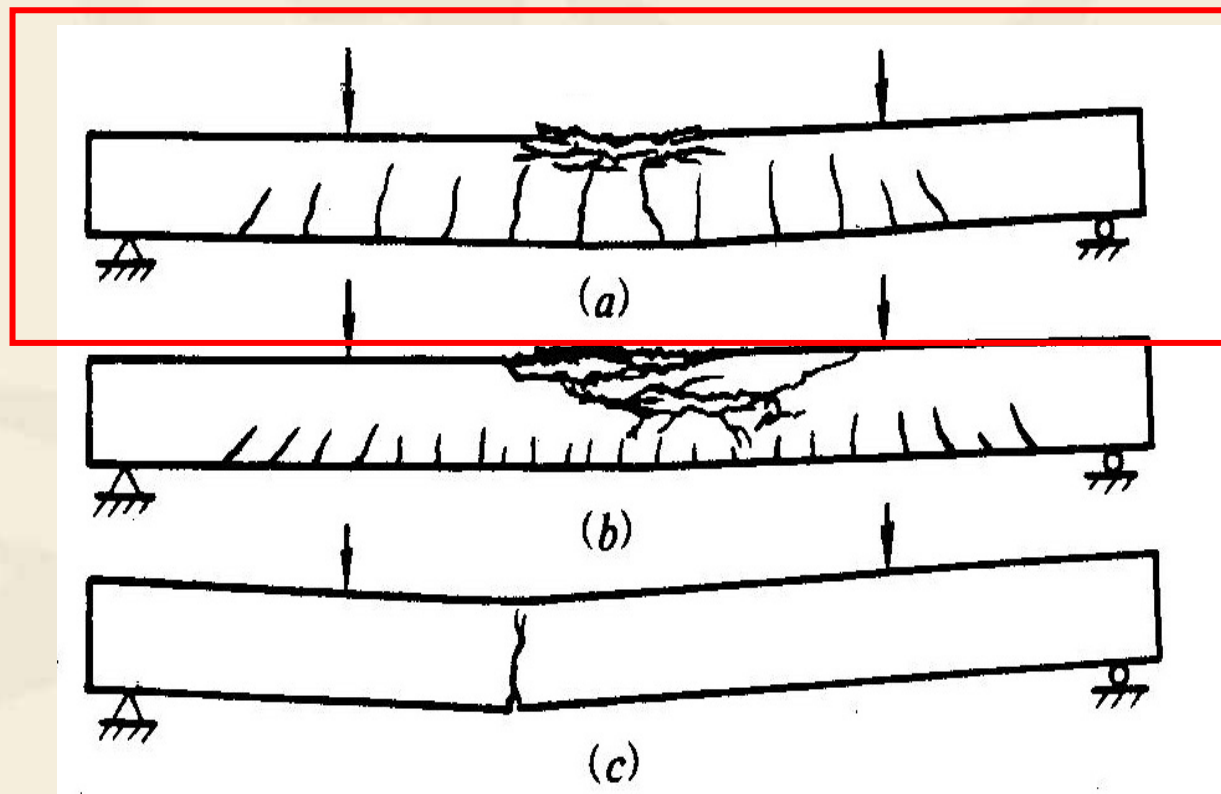


(c)、少筋破坏



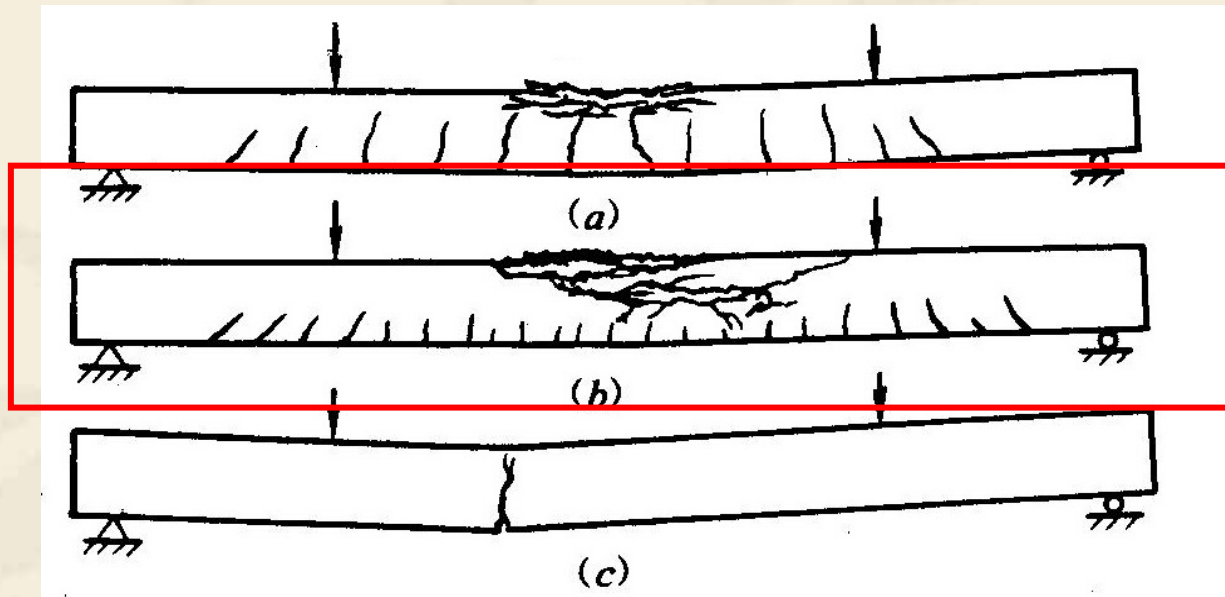
# (a)、适筋破坏

- ❖ 配筋量适中的截面；
- ❖ 受拉钢筋的应力先到达屈服强度；
- ❖ 最后混凝土边缘应变达到极限压应变，混凝土被压坏；
- ❖ 变形明显，挠度大。



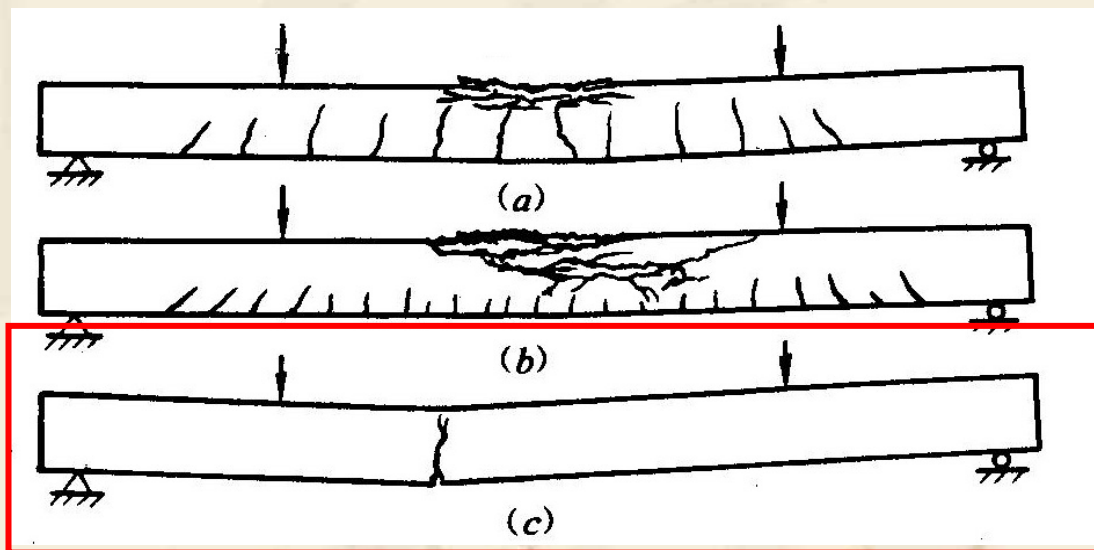
## (b)、超筋破坏

- ❖ 钢筋用量过多；
- ❖ 受压混凝土先达到极限压应变而被压坏，受拉钢筋应力尚未达到屈服强度；
- ❖ 整个构件突然破坏



## (c)、少筋破坏

- ❖ 配筋量过少；
- ❖ 受拉区混凝土一旦出现裂缝，裂缝截面的钢筋应力很快达到屈服强度，并可能经过流幅段而进入强化阶段，裂缝开展较宽，挠度也增长较大，实用上已不能使用；
- ❖ 开裂弯矩就是它的破坏弯矩；
- ❖ 少筋构件的破坏属于脆性破坏，而且构件的承载力又很低，所以在设计中也应避免采用。

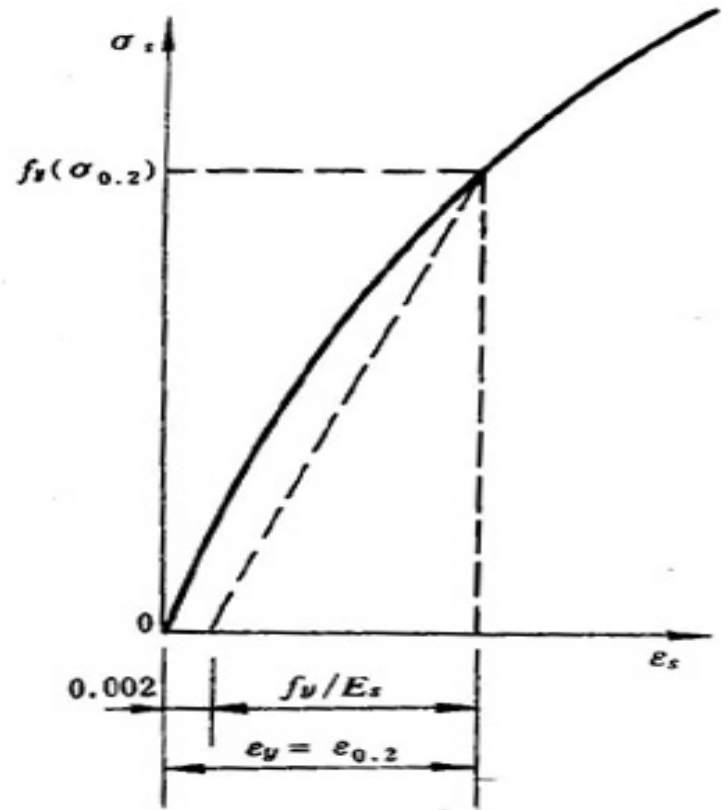
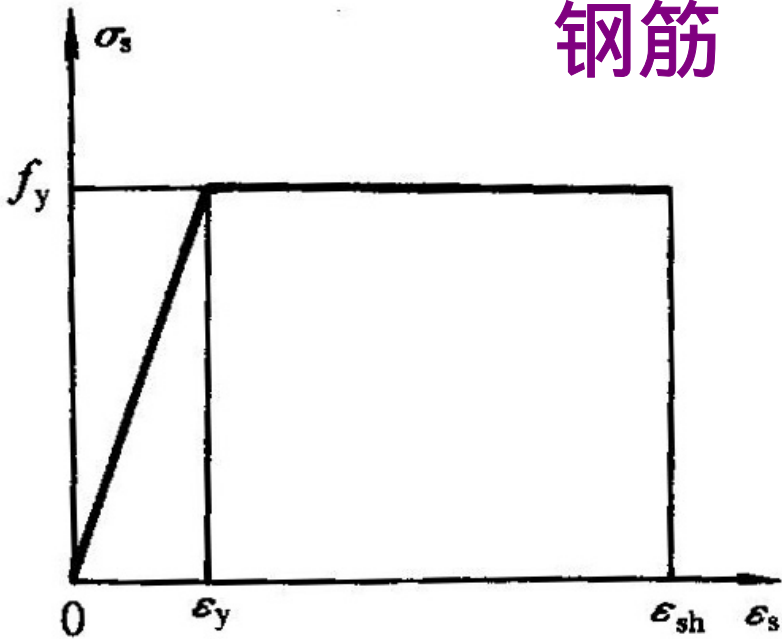


## 3.3 正截面受弯承载力的计算原则

### 3.3.1 正截面承载力计算的基本假定

- ❖ 平截面假定；
- ❖ 不考虑受拉区混凝土的工作；
- ❖ 纵向钢筋的应力—应变关系简化为理想的弹塑性模型：
- ❖ 混凝土受压的应力—应变关系曲线方程按规范规定取用

# 钢筋



$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_y$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s$$

$$\varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$$

$$\sigma_s = f_y$$

$$\varepsilon_y = f_y / E_s + 0.002$$

纵向钢筋的极限拉应变取为**0.01**



## 《规范》的混凝土应力—应变关系

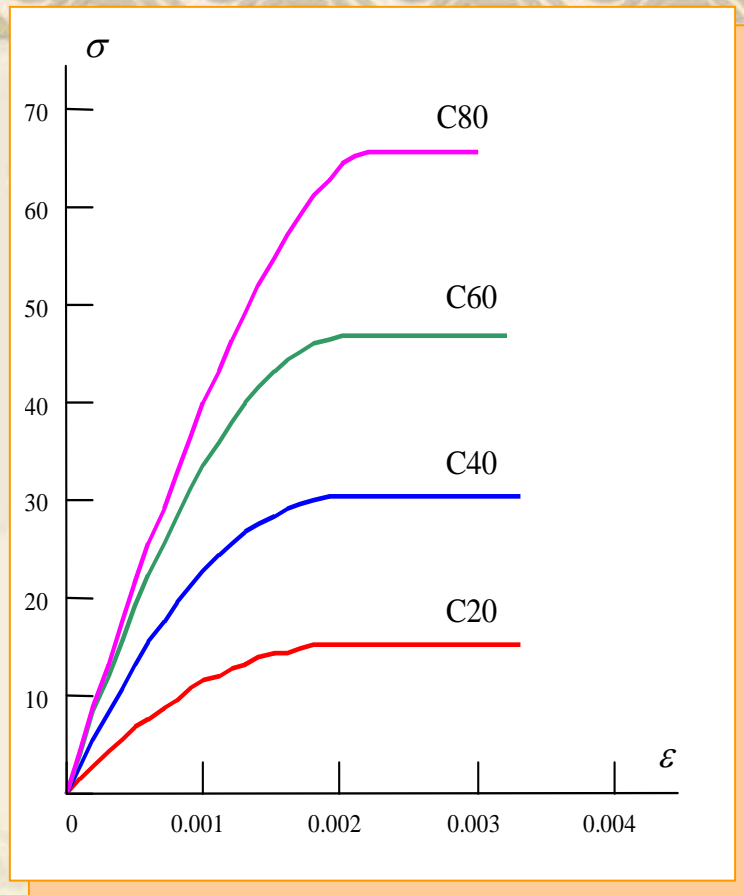
上升段： $\sigma_c = f_c \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^n \right] \quad \varepsilon \leq \varepsilon_0$

水平段： $\sigma_c = f_c \quad \varepsilon_0 < \varepsilon \leq \varepsilon_u$

$$n = 2 - \frac{1}{60} (f_{cu,k} - 50)$$

$$\varepsilon_0 = 0.002 + 0.5 (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5}$$

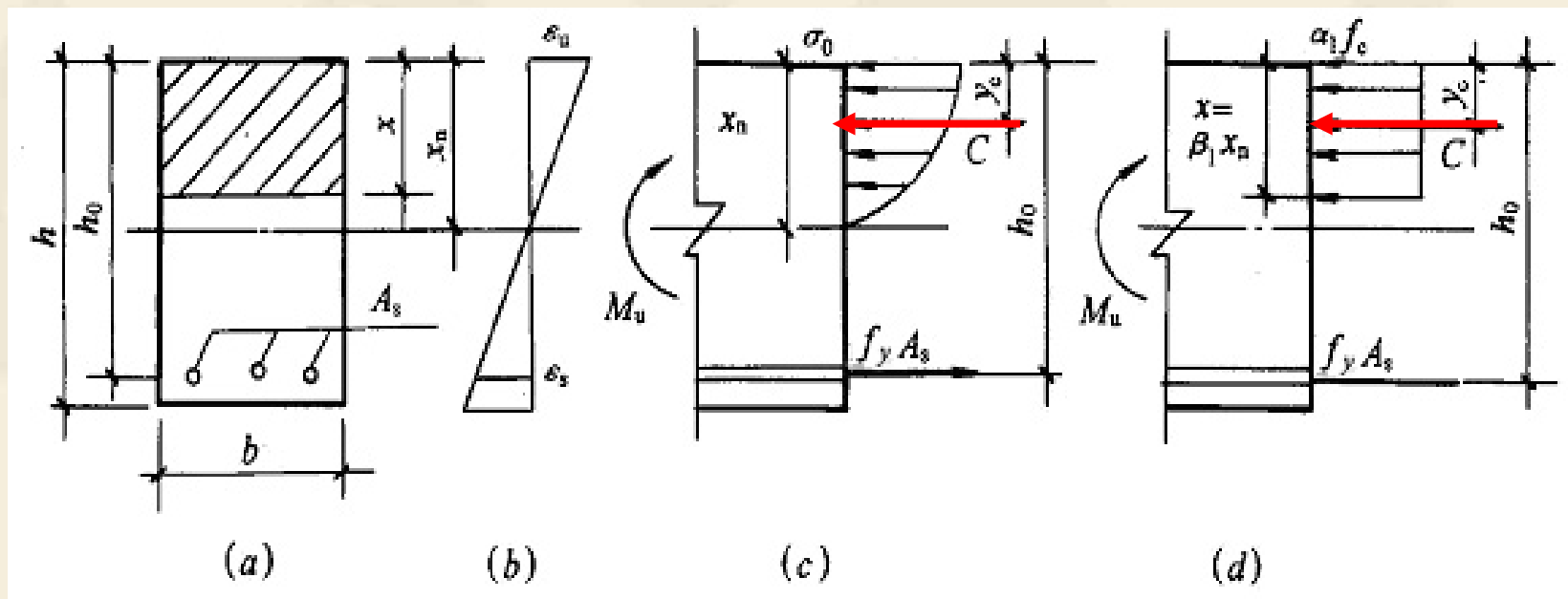
$$\varepsilon_u = 0.0033 - (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5}$$



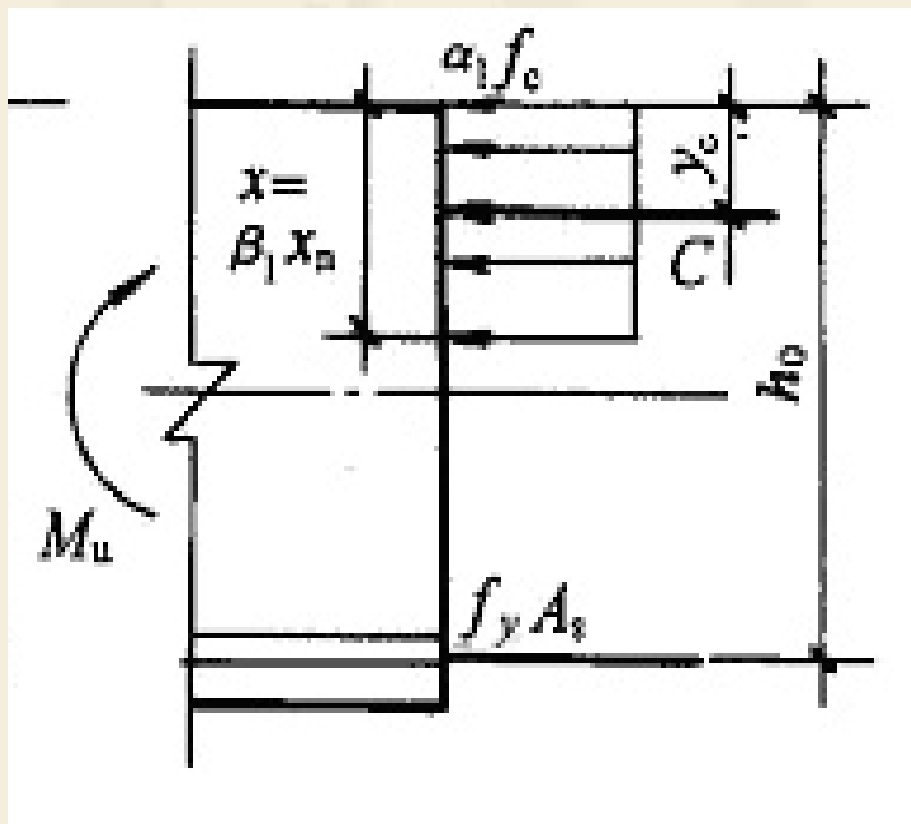
《规范》混凝土应力-应变曲线参数

$f_{cu,k}$	C50	C60	C70	C80
$n$	2	1.83	1.67	1.5
$\varepsilon_0$	0.002	0.00205	0.0021	0.00215
$\varepsilon_u$	0.0033	0.0032	0.0031	0.003

## 3.3.2 压区混凝土等效矩形应力图形

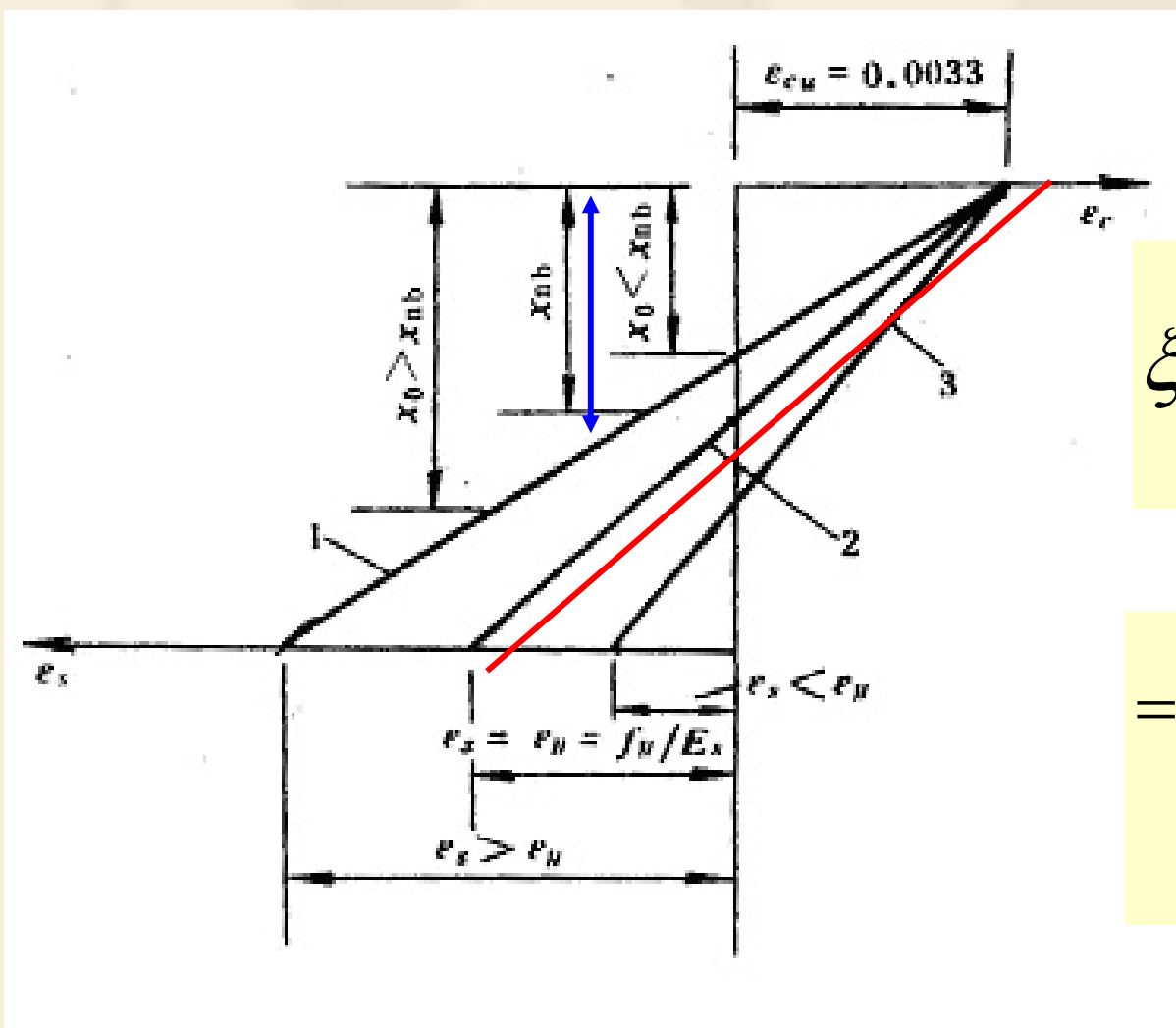


受压混凝土的曲线应力分布图形可用等效矩形应力图形代替，即可得到正截面承载力计算的计算应力图形如图所示。  
等效原则：合力大小不变；力的作用点不变。



当混凝土强度等级不超过C50时， $\alpha_1$ 取为1.0， $\beta_1$ 取为0.8；当混凝土强度等级为C80时， $\alpha_1$ 取为0.94， $\beta_1$ 取为0.74，其间按线性内插法确定。

# 3.3.3 适筋与超筋破坏的界限条件



$$\xi_{nb} = \frac{x_{nb}}{h_0} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$= \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \frac{f_y}{E_s}} = \frac{1}{1 + \frac{f_y}{\epsilon_{cu} E_s}}$$

图3-16 适筋、超筋、界限破坏时的截面平均应变图  
1-适筋破坏 2-界限破坏 3-超筋破坏

在界限破坏时，将实际的曲线应力图形简化为矩形应力图形之后，等效矩形截面的受压区高度与截面有效高度的比值，称为**界限受压区相对高度**

软钢：

$$\xi_b = \frac{x_b}{h_0} = \frac{\beta_1 x_{nb}}{h_0} = \beta_1 \zeta_{nb} = \frac{\beta_1}{1 + \frac{f_y}{E_s \varepsilon_{cu}}}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0033 - (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5}$$

硬钢：

$$\xi_b = \frac{\beta_1}{1 + \frac{0.002}{\varepsilon_{cu}} + \frac{f_y}{E_s \varepsilon_{cu}}}$$

**HPB235级钢筋**

$$\xi_b = 0.614$$

**HRB335级钢筋**

$$\xi_b = 0.550$$

**HRB400、  
RRB400级钢筋**

$$\xi_b = 0.518$$

### 3.3.4 适筋梁与少筋梁的界限及最小配筋率 $\rho_{\min}$

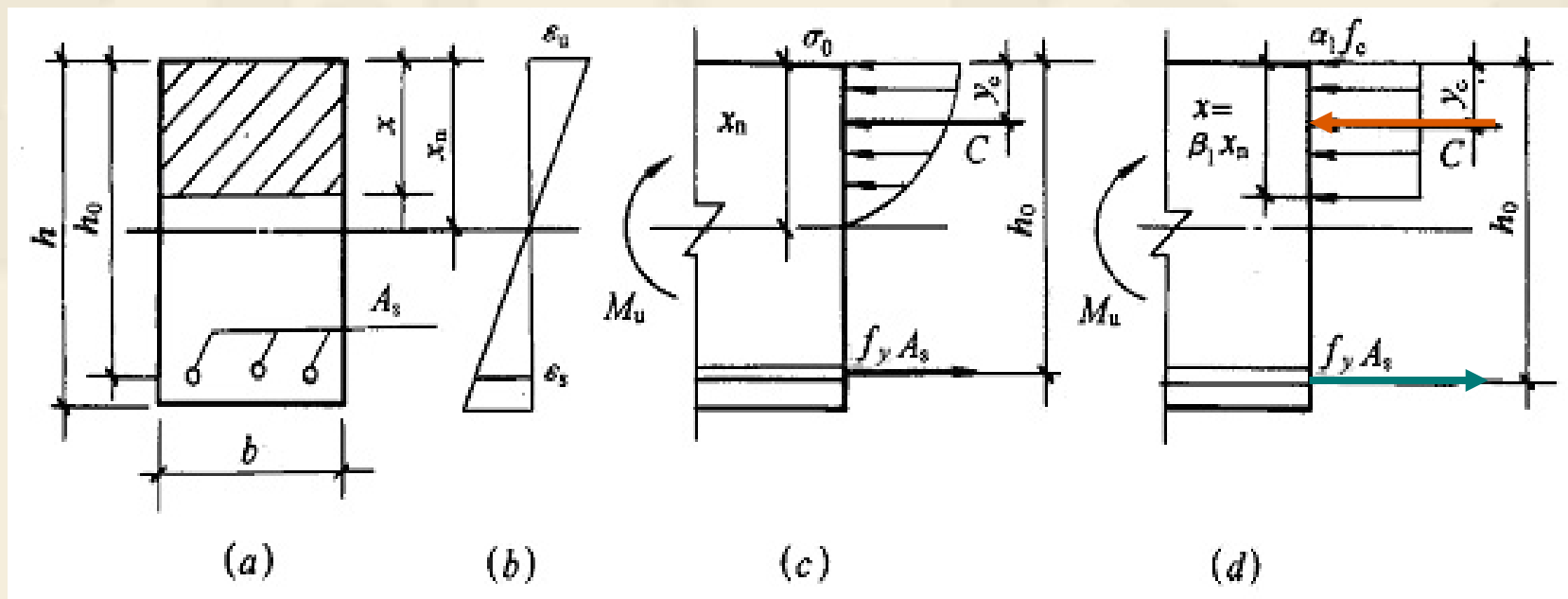
少筋破坏的特点是一裂就坏，所以从理论上讲，纵向受拉钢筋的最小配筋率  $\rho_{\min}$  应是这样确定的：按Ⅱ<sub>a</sub>阶段计算钢筋混凝土受弯构件正截面受弯承载力与按Ⅰ<sub>a</sub>阶段计算的素混凝土受弯构件正截面受弯承载力两者相等。但是，考虑到混凝土抗拉强度的离散性，以及收缩等因素的影响，所以在实用上，最小配筋率  $\rho_{\min}$  往往是根据传统经验得出的。为了防止梁“一裂即坏”，适筋梁的配筋率应大于  $\rho_{\min}$ 。

我国《混凝土设计规范》规定：

- (1) 受弯构件、偏心受拉、轴心受拉构件，其一侧纵向受拉钢筋的配筋率不应小于  $0.2\%$  和  $45f_t/f_y$  中的较大值；
- (2) 卧置于地基上的混凝土板，板的受拉钢筋的最小配筋率可适当降低，但不应小于  $0.15\%$ 。

# 3.4 单筋矩形截面承载力的计算

## 3.4.1 基本计算公式



$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$



### 3.4.2 采用参数计算的公式

$$\xi = x/h_0$$

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{f_y A_s}{\alpha f_c b h_0} = \rho \frac{f_y}{\alpha_1 f_c}$$

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$\xi = x/h_0$$

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) = f_y A_s (h_0 - \frac{x}{2})$$

$$M = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)$$

$$M = f_y A_s (h_0 - \frac{x}{2}) = f_y A_s h_0 (1 - 0.5\xi)$$

令  $a_s = \xi(1 - 0.5\xi)$

截面抵抗矩系数

$$\gamma_s = 1 - 0.5\xi$$

内力臂系数

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2a_s}$$

则  $M = \alpha_s \alpha_1 f_c b h_0^2$  或  $M = f_y A_s \gamma_s h_0$

一般的计算步骤： $\alpha_s \rightarrow \xi \rightarrow x \rightarrow A_s$  或  $\alpha_s \rightarrow \xi \rightarrow \gamma_s \rightarrow A_s$

$$\xi = \rho \frac{f_y}{\alpha_1 f_c}$$

### 3.4.3 适用条件

基本计算公式是基于适筋梁提出的

避免超筋破坏

$$\xi \leq \xi_b \quad \text{或} \quad x \leq \xi_b h_0$$

P59, 图3-16

相当于：

$$\rho \leq \rho_{\max} = \xi_b \alpha_1 f_c / f_y$$

令  $\alpha_{s\max} = \xi_b (1 - 0.5\xi_b)$  则  $M_{u\max} = \alpha_{s\max} \alpha_1 f_c b h_0^2$

P62, 表3-1

避免少筋破坏

$$\rho \geq \rho_{\min}$$

P405, 附表5-6

相当于：

$$A_{s,\min} = \rho_{\min} b h_0$$

## 3.4.4 截面设计

### 3.4.4.1 截面设计的基本方法和经济配筋率

- ❖ 截面设计是在结构形式、结构布置确定之后，要求确定构件的截面形式、尺寸，混凝土强度等级，钢筋的品种和数量，以及钢筋在截面中的相对位置。
- ❖ 在进行截面设计时，需先拟定构件的截面尺寸和材料强度等级，再进行配筋计算。
- ❖ 配筋率除了应不小于最小配筋率外，宜符合下列经济配筋率的要求：
  - ❖ 实心板： $0.4\% \sim 0.8\%$
  - ❖ 矩形梁： $0.6\% \sim 1.5\%$
  - ❖ T形梁： $0.9\% \sim 1.8\%$

- ❖ 如果在计算过程中，不符合基本公式的适用条件或配筋率不在经济范围内，一般需要调整截面尺寸、材料强度等设计参数，使之合适为止。
- ❖ 普通钢筋宜采用HRB400级和HRB335级钢筋，也可采用HPB235级和RRB400级钢筋。
- ❖ 钢筋混凝土结构的混凝土强度等级不应低于C20；

## 3.4.4.2 正截面抗弯配筋的设计步骤

计算简图和跨度见P63

内力计算见P47

### 配筋计算

- 1) 选定混凝土强度等级及钢筋级别
- 2) 确定截面尺寸

直接假定**b**、**h**；

或先假定**b**、

$$\rho \rightarrow \xi \rightarrow \alpha_s \rightarrow h_0 = \sqrt{\frac{M}{a_s \alpha_1 f_c b}}$$

$$h = h_0 + a$$

$$\alpha_1 f_c b x = f_y A_s$$

### 3) 配筋计算

直接解方程法：

由(2)式直接求出  $x$ ，验算：

$$\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_b$$

如果不满足，调整截面尺寸或配筋方式

将  $x$  代入(1)式求出  $A_s$

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b x}{f_y}$$

验算：

$$\frac{A_s}{bh} \geq \rho_{\min}$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$\alpha_1 f_c b \xi h_0 = f_y A_s$$

### 3) 配筋计算

参数求解法：

由(2)式求出  $\xi$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2a_s}$$

验算：

$$\xi \leq \xi_b$$

如果不满足，调整截面尺寸或配筋方式

将  $\xi$  代入(1)式求出  $A_s$

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b \xi h_0}{f_y}$$

验算：

$$\frac{A_s}{bh} \geq \rho_{\min}$$



## 4) 进行截面配筋

选择合适的钢筋直径及根数，并绘制截面配筋图，配筋图上应表示截面尺寸和配筋情况，注意按适当比例正规绘制。实际采用的钢筋面积一般宜等于或大于计算所需的钢筋面积，其差值宜控制在5%以内。应注意满足有关构造要求，特别是钢筋的间距。

P401，附录4

例题3-1、3-2

$$\alpha_1 f_c b x = f_y A_s$$

$$M_u = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = \alpha_s \alpha_1 f_c b h_0^2$$

### 3.4.5 承载力复核

承载力复核，是对已设计或施工好的混凝土构件截面的承载力进行复核，核算作用于截面的弯矩是否超过截面受弯极限承载力。

$$x = \frac{f_y A_s}{\alpha_1 f_c b}$$

⇒

$$x \leq \xi_b h_0$$

$$M_u = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$x > \xi_b h_0$$

$$M_u = \alpha_{s \max} \alpha_1 f_c b h_0^2$$

验算

$$M \leq M_u$$

例题3-3

# 作业题，P79

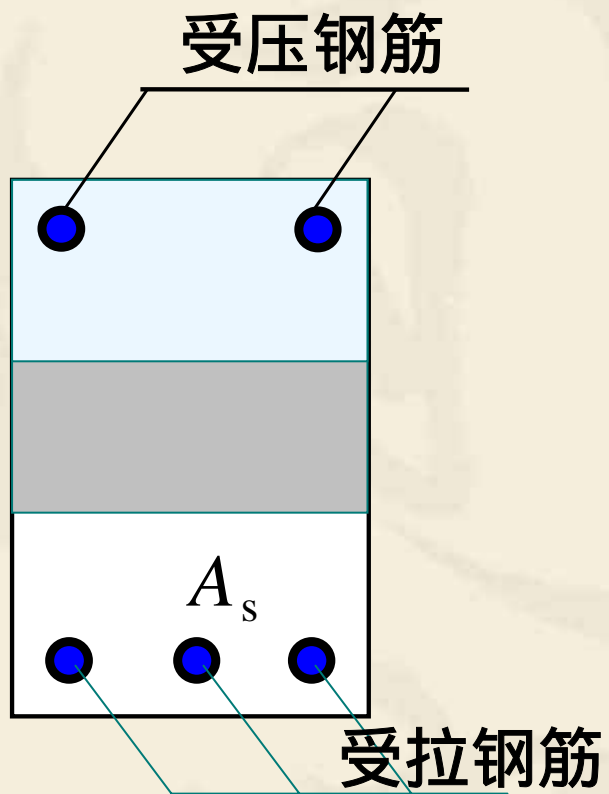
❖ 习题2（2）

❖ 习题3

（永久荷载=板重+面层重）

❖ 习题6





若

$$\xi > \xi_b$$

?

且截面尺寸调整受限

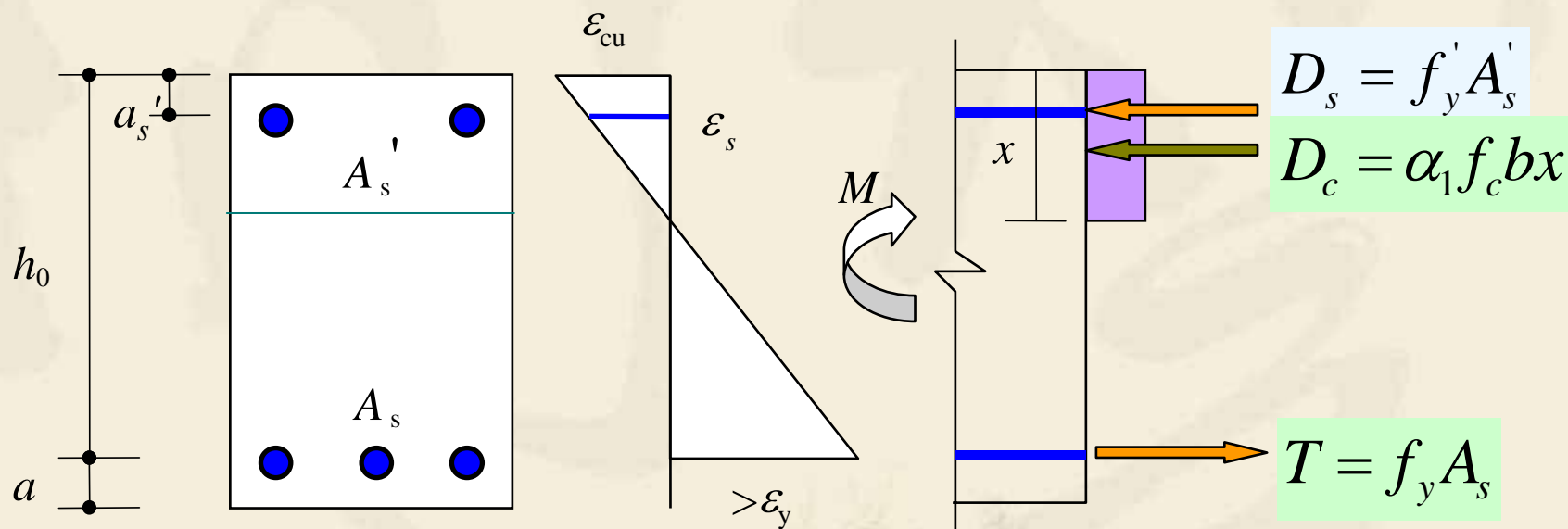
双筋截面

## 3.5 双筋矩形截面承载力的计算

一般来说在正截面受弯中，采用纵向受压钢筋协助混凝土承受压力是不经济的，工程中从承载力计算角度出发通常仅在以下情况下采用：

- 弯矩很大，按单筋矩形截面计算所得的  $\xi$  大于  $\xi_b$ ，而梁截面尺寸受到限制，混凝土强度等级又不能提高时；即在受压区配置钢筋以补充混凝土受压能力的不足。
- 在不同荷载组合情况下，其中在某一组合情况下截面承受正弯矩，另一种组合情况下承受负弯矩，即梁截面承受异号弯矩，这时也出现双筋截面。
- 此外，由于受压钢筋可以提高截面的延性，因此，在抗震结构中要求框架梁必须配置一定比例的受压钢筋。

# 5.1 计算应力图形和基本公式



$$f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s'$$

$$M \leq M_u = \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

# 适用条件

## ▶ 防止超筋脆性破坏

$$x \leq \xi_b h_0 \quad \text{或} \quad \xi \leq \xi_b$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{bh_0} \leq \rho_{\max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

$$M_1 \leq \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2 \quad \text{或} \quad \alpha_{s1} \leq \alpha_{s,\max}$$

## ▶ 保证受压钢筋强度充分利用

$$x \geq 2a' \quad \text{或} \quad \gamma_s h_0 \leq h_0 - a'$$

注意：双筋截面一般不会出现少筋破坏情况，故可不必验算最小配筋率。

$x = 2a'$  时

$$M \leq M_u = f_y A_s (h_0 - a')$$

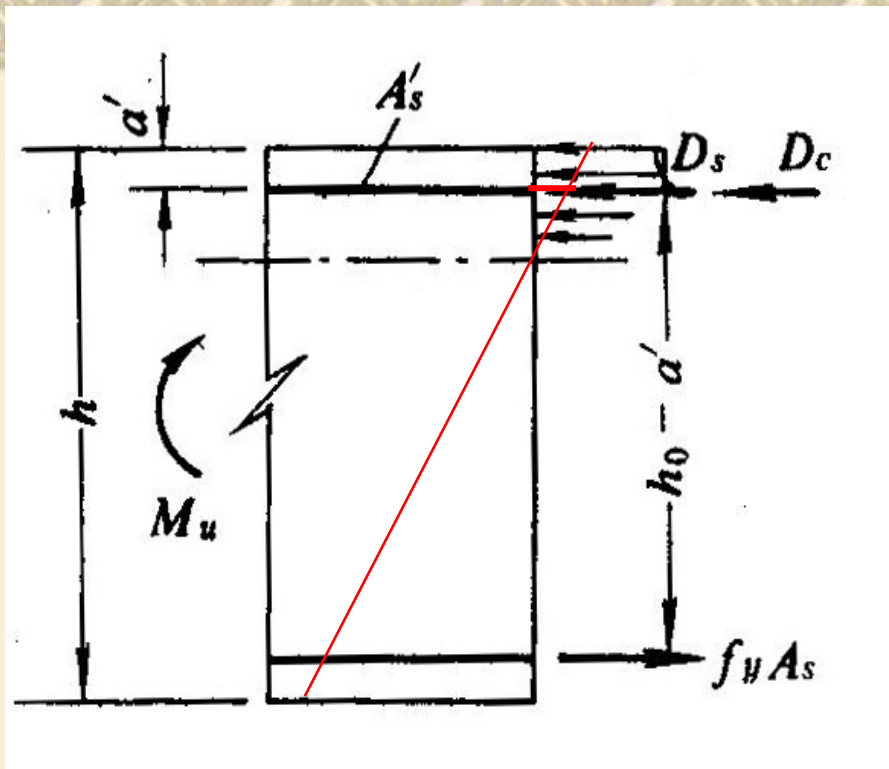


图3-21

如计算中不考虑受压钢筋的受压作用，则不需要满足  $x \geq 2a'$  的条件，按单筋矩形截面计算

在计算中若考虑受压钢筋的作用时，应按规范规定，配置封闭式箍筋，将受压钢筋箍住，且箍筋间距不应大于  $15d$ （受压钢筋的最小直径），同时不应大于  $400\text{mm}$ 。



## 3.5.2 截面设计

1) 已知：弯矩设计值  $M$ ，截面  $b$ 、 $h$ 、 $a$  和  $a'$ ，材料强度  $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$ 。  
求：截面配筋  $A_s$ 、 $A_s'$

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s, \max} \quad \text{是} \quad \text{按单筋计算}$$

例题3-4

否 按双筋计算

$$f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s'$$

未知数： $A_s$ 、 $A_s'$ 、 $x$

$$M \leq M_u = \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a') = M_1 + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

引入  $\min(x A_s + A_s')$

取  $\xi = \xi_b$  即  $M_1 = \alpha_{s, \max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$

$$A_s' = \frac{M - M_1}{f_y' (h_0 - a')}$$

→

$$A_s = A_s' \frac{f_y'}{f_y} + \xi_b \frac{\alpha_1 f_c b h_0}{f_y}$$

$$f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s'$$

$$M \leq M_u = \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

2) 已知：弯矩设计值  $M$ ，截面  $b$ 、 $h$ 、 $a$  和  $a'$ ，材料强度  $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$ ，受压钢筋面积  $A_s'$ 。

求：截面配筋  $A_s$

$$M_u = \alpha_s \alpha_1 f_c b h_0^2 + f_y' A_s' (h_0 - a')$$



$$\alpha_s = \frac{M - f_y' A_s' (h_0 - a')}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s}$$

$$x = \xi h_0$$

$$2a' \leq x \leq \xi_b h_0$$

$$A_s = \frac{\xi \alpha_1 f_c b h_0 + f_y' A_s'}{f_y}$$

$$x > \xi_b h_0$$

按情况1) 重新计算

$$x < 2a'$$

$$A_s = \frac{M}{f_y (h_0 - a')}$$

例题3-5、3-6

$$f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s'$$

$$M \leq M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

### 3.5.3 截面复核

已知截面尺寸 ( $b \times h$ )，混凝土的强度等级和钢筋的级别 ( $f_c, f_y, f_y'$ )，受拉钢筋和受压钢筋截面面积 ( $A_s, A_s'$ )，截面弯矩设计值  $M$ 。复核截面是否安全。

$$x = \frac{f_y A_s - f_y' A_s'}{\alpha_1 f_c b}$$

$$M \leq M_u$$

$$2a' \leq x \leq \xi_b h_0$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

$$x > \xi_b h_0 \quad \text{取} \quad x = \xi_b h_0$$

$$M_u = a_{s \max} \alpha_1 f_c b h_0^2 + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

$$x < 2a'$$

$$M_u = f_y A_s (h_0 - a')$$

例题3-7

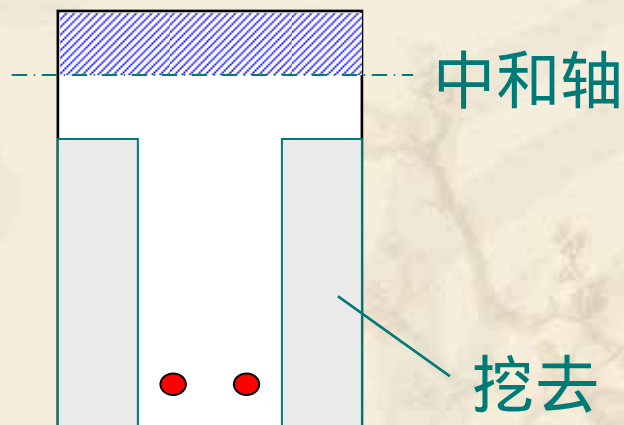
# 作业

❖ ( P81)

❖ 习题12、14、17

## 3.6 T形截面构件正截面受弯承载力的计算

- 受弯构件在破坏时，大部分受拉区混凝土早已退出工作，故将受拉区混凝土的一部分去掉。只要把原有的纵向受拉钢筋集中布置在梁肋中，截面的承载力计算值与原有矩形截面完全相同，这样做不仅可以节约混凝土且可减轻自重。剩下的梁就成为由梁肋( $b \times h$ )及挑出翼缘( $(b'_f - b) \times h'$ )，两部分所组成的T形截面。



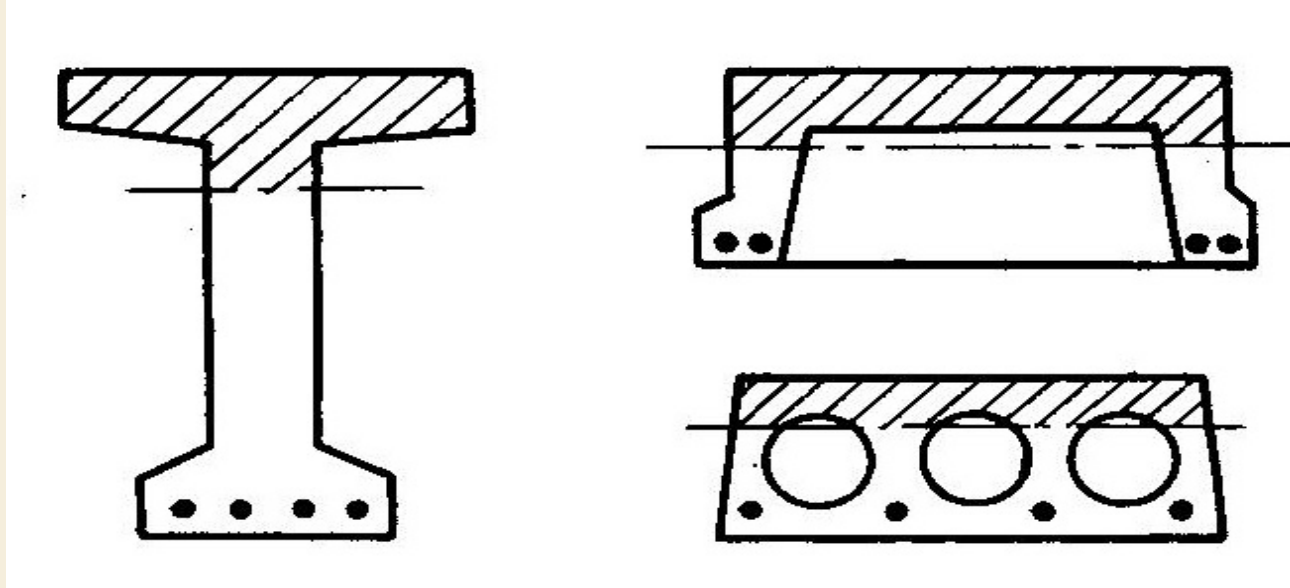


图3-27 工形、门形、空心形截面

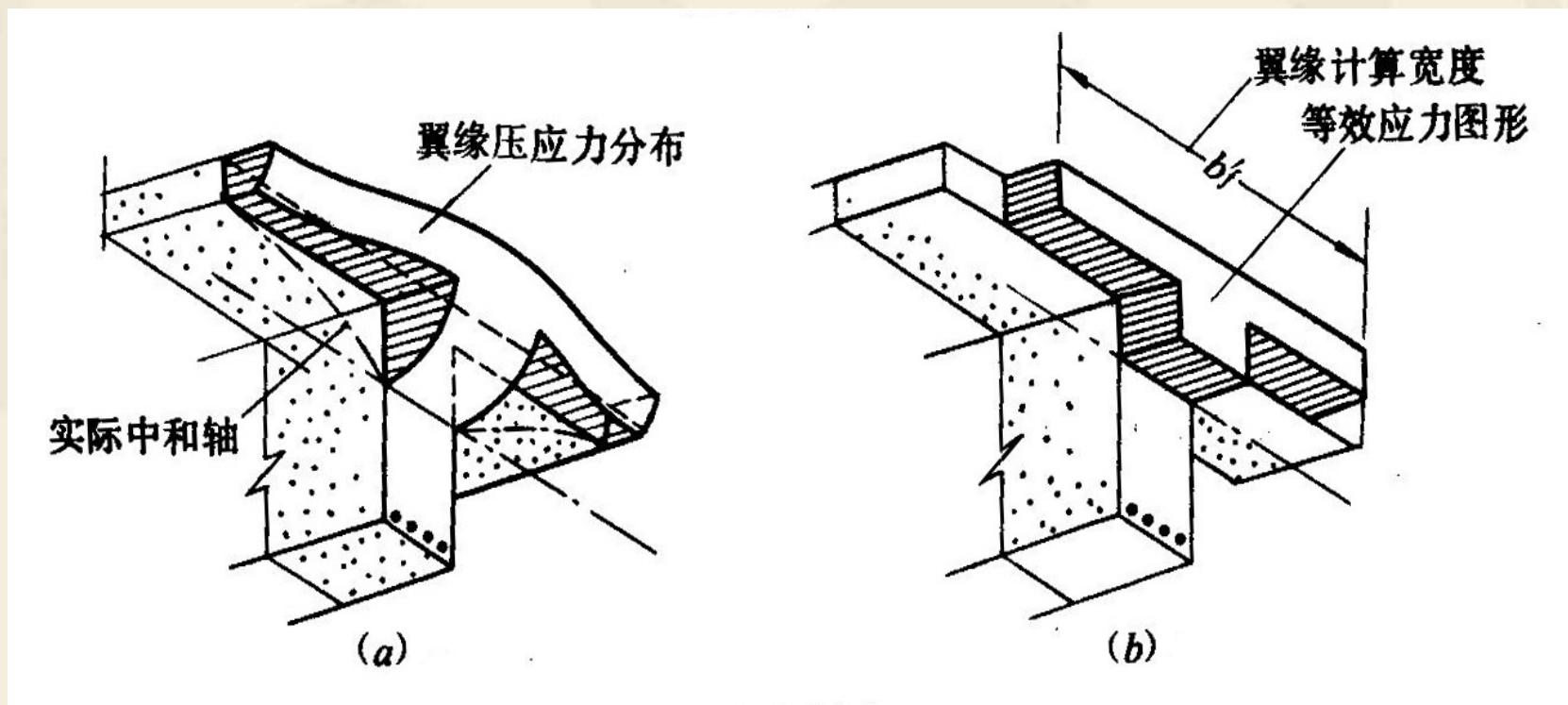


图3-28 T形梁受压区实际应力和计算应力图

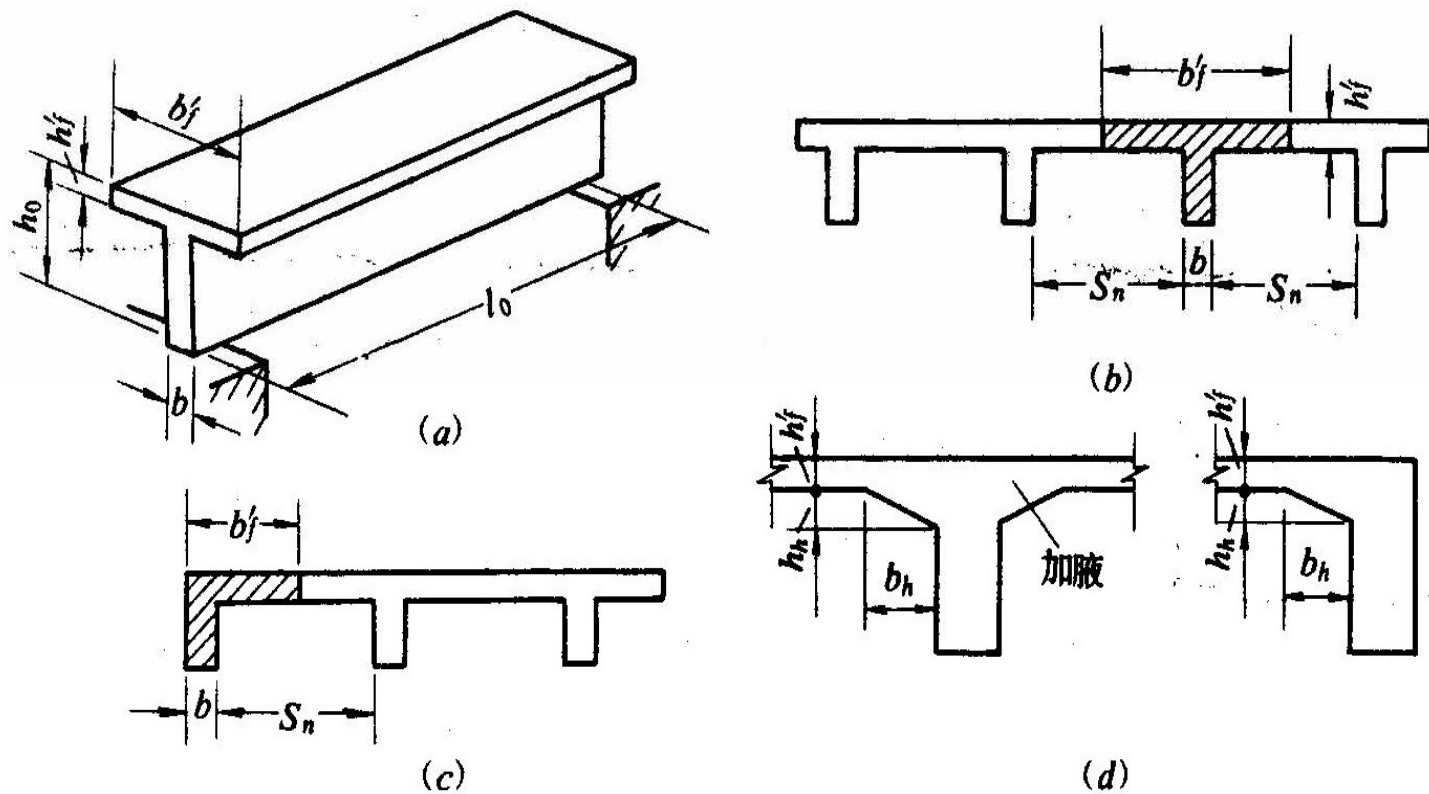


图3-29 T形、倒L形截面梁翼缘计算宽度

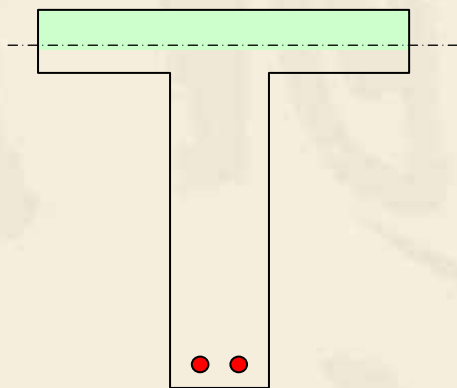
P73, 表3-2



# 计算简图和基本公式

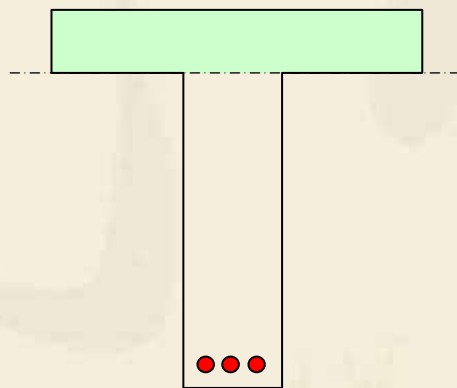
## 分类

### 第一类T形截面



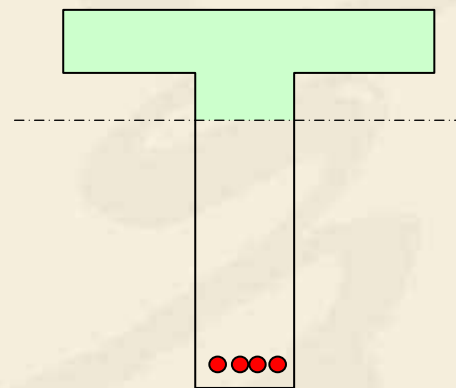
$$x < h'_f$$

### 界限情况



$$x = h'_f$$

### 第二类T形截面



$$x > h'_f$$

$$\alpha f_c b'_f h'_f > f_y A_s$$

$$M < M'_f$$

$$\alpha f_c b'_f h'_f = f_y A_s$$

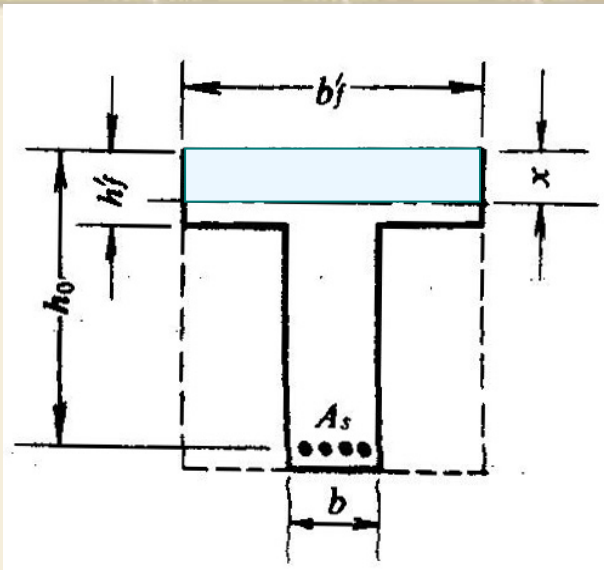
$$M'_f = \alpha f_c b'_f h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

$$\alpha f_c b'_f h'_f < f_y A_s$$

$$M > M'_f$$

## 基本公式

## 第一类T形截面



计算公式与宽度等于 $b_f$ 的矩形截面相同：

$$f_c b_f x = f_y A_s$$

$$M \leq f_c b_f x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

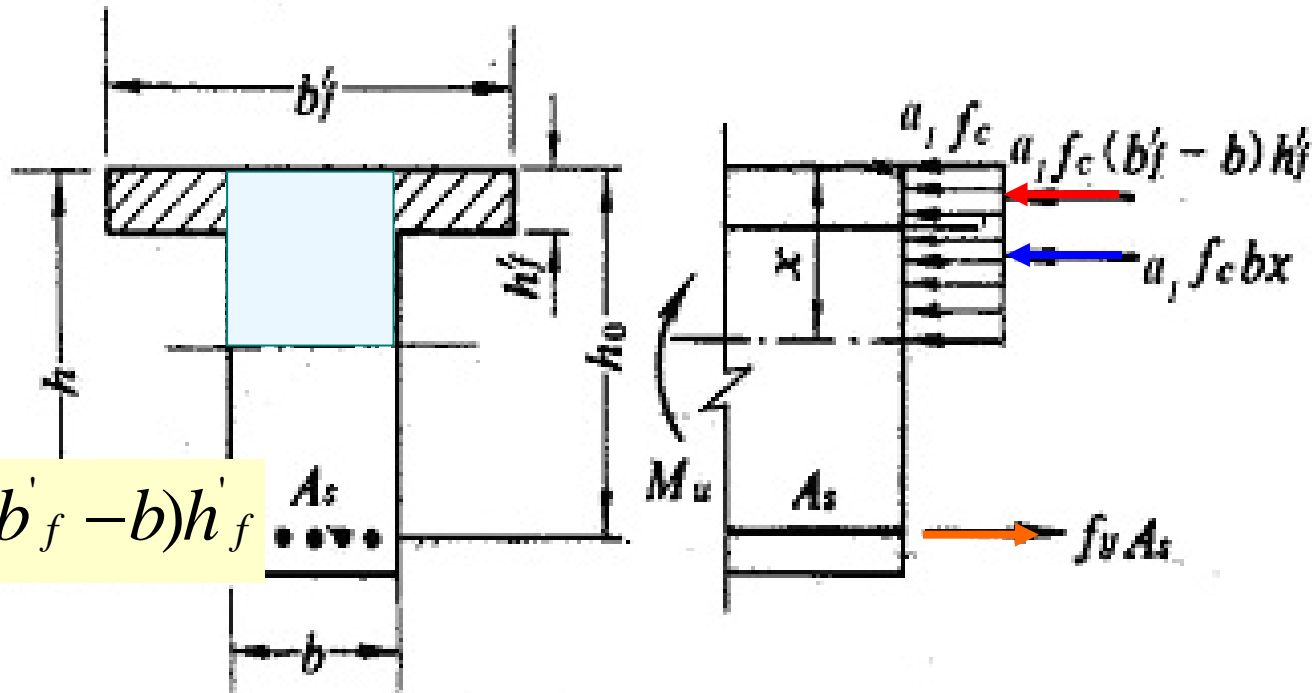
为防止超筋脆性破坏，相对受压区高度应满足  $\xi \leq \xi_b$ 。  
对第一类T形截面，该适用条件一般能满足。

为防止少筋脆性破坏，受拉钢筋面积应满足  $A_s \geq \rho_{\min} b h$ ， $b$ 为T形截面的腹板宽度。

对工形和倒T形截面，受拉钢筋应满足：

$$A_s \geq \rho_{\min} [b h + (b_f - b) h_f]$$

## 第二类T形截面



$$f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f$$

$$M \leq M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f (h_0 - \frac{h'_f}{2})$$

为防止超筋脆性破坏，单筋部分应满足：

$$x \leq \xi_b h_0 \quad \text{或} \quad \xi \leq \xi_b$$

$$M_1 \leq \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2 \quad \text{或} \quad \alpha_{s1} \leq \alpha_{s,\max}$$

为防止少筋脆性破坏，截面配筋面积应满足：

$$A_s \geq \rho_{\min}bh。$$

对于第二类T形截面，该条件一般能满足。

### 三、截面设计

(1) 判别 T形截面类别

$$M \leq \alpha_1 f_c b'_f h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

则为第一类T形截面；  
反之，则为第二类T形截面。

(2) 如为第一类T形截面，应按截面尺寸为  $b'_f \times h$  的单筋矩形截面梁计算  $A_s$

$$\begin{cases} \alpha_1 f_c b'_f x = f_y A_s \\ M \leq M_u = \alpha_1 f_c b'_f x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \end{cases}$$

求出  $A_s$  后需要验算

$$A_s \geq \rho_{\min} b h$$

例题3-8

(3) 如为第二类T形截面

### 例题3-9

$$\begin{cases} f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f \\ M \leq M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f (h_0 - \frac{h'_f}{2}) \end{cases}$$

$$\alpha_s = \frac{M - \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f (h_0 - \frac{h'_f}{2})}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s}$$

如

$$\xi > \xi_b$$

如

$$\xi \leq \xi_b$$

由(1)式得

$$A_s = \frac{\xi \alpha_1 f_c b h_0 + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f}{f_y}$$

说明梁的截面尺寸不够，应加大截面尺寸，或改用双筋T形截面。

(4) 选择钢筋直径和根数。

# 承载力复核

承载力复核时，已知截面尺寸，混凝土的强度等级和钢筋的级别（ $f_c, f_y, f'_y$ ），受拉钢筋截面面积（ $A_s$ ），截面弯矩设计值  $M$

可按下列步骤进行：

(1) 如

$$f_y A_s \leq \alpha_1 f_c b'_f h'_f$$

为第一类T型截面，按截面尺寸为  $b'_f \times h$  的矩形截面受弯构件计算  $M_u$

(2) 如

$$f_y A_s > \alpha_1 f_c b'_f h'_f$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b'_f x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

为第二类T型截面，由式

$$f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f \quad \text{求得}$$

$$x = \frac{f_y A_s - \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f}{\alpha_1 f_c b}$$

$$x \leq \xi_b h_0$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

$$x > \xi_b h_0 \quad \text{取} \quad x = \xi_b h_0$$

$$M_u = \alpha_{s \max} \alpha_1 f_c b h_0^2 + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

## 第一类T型截面

$$M_u = \alpha_1 f_c b'_f x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

## 第二类T型截面

$$x \leq \xi_b h_0$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

$$x > \xi_b h_0 \text{ 取 } x = \xi_b h_0$$

$$M_u = \alpha_{s\max} \alpha_1 f_c b h_0^2 + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

(3) 比较  $M_u$  和  $M$

例题3-10

大小，即可判别正截面承载力能否满足要求。



# 思考题

- ❖ 3-1 适筋梁从开始加载到破坏,经历了哪几个阶段?各阶段截面上的应变和应力分布、裂缝开展、中和轴位置以及梁的跨中挠度的变化情况怎样?各阶段分别是什么极限状态计算的基础?
- ❖ 3-2 正截面承载力计算的基本假定是什么?为什么做出这些假定?
- ❖ 3-3 适筋梁的破坏特征是什么?对于给定截面尺寸的适筋梁,其承载力主要取决于什么?
- ❖ 3-4 超筋梁的破坏特征是什么?对于给定截面尺寸的超筋梁,其承载力主要取决于什么?
- ❖ 3-5 钢筋混凝土梁的最小配筋率是如何确定的?



- ❖ 3-6当受拉钢筋及受压钢筋面积均未知时，为什么令可 $x = \xi_b h_0$ 的总用钢量最少？
- ❖ 3-7试分析在双筋矩形截面梁中受压钢筋对受拉钢筋的影响。
- ❖ 3-8根据受弯构件正截面承载力计算公式，分析提高截面抗弯承载力的主要措施有哪些？哪种措施最有效？
- ❖ 3-9两类T形截面的判别式是根据什么条件定出的？怎样应用？
- ❖ 3-10验算T形截面的最小配筋率时， $b$ 应取什么宽度？为什么？