

基于高斯加权分数阶傅里叶变换的 LFM 信号参数估计

王鹏¹, 邱天爽¹, 李景春², 谭海峰^{2,3}

(1. 大连理工大学电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024;

2. 国家无线电监测中心, 北京 100037; 3. 北京邮电大学信息与通信工程学院, 北京 100876)

摘 要: 针对低占空比下传统算法参数估计性能下降的问题, 提出了一种高斯加权分数阶傅里叶变换(GFRFT, Gaussian-weighted fractional Fourier transform)参数估计方法。给出了时限信号 GFRFT 的定义并推导了其模值平方的特性, 研究了高斯白噪声背景下 GFRFT 的输出信噪比并给出了闭式表达式, 进行了仿真实验并讨论说明了该方法的适用条件。仿真结果表明, 该方法在低占空比的情况下可以有效地提高参数估计精度。

关键词: 分数阶傅里叶变换; 高斯加权; 线性调频信号; 频率估计

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

Parameters estimation of LFM signal based on Gaussian-weighted fractional Fourier transform

WANG Peng¹, QIU Tian-shuang¹, LI Jing-chun², TAN Hai-feng^{2,3}

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China;

3. School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: To overcome the performance degradation of conventional methods in low duty ratio condition, a novel method of parameters estimation for LFM signal based on the Gaussian-weighted fractional Fourier transform (GFRFT) was proposed. Firstly, the GFRFT definition was given and the LFM signal GFRFT with finite duration was derived. Secondly, the statistical characteristics of the GFRFT for the LFM signal under the Gaussian white noise were studied, and a closed mathematical expression of output signal-to-noise ratio was derived. Finally, simulation experiments are conducted, and the applicable condition of the GFRFT is also discussed, which demonstrates that the proposed method can effectively improve parameters estimation performance, especially in the low duty ratio condition.

Key words: fractional Fourier transform, Gaussian-weighted, liner frequency modulated signal, frequency estimation

1 引言

线性调频(LFM, linear frequency modulation)信号对多普勒频移不敏感, 具有大的时宽积, 在保证高分辨率的情况下可以有效地增加探测距离, 是当前脉冲压缩体制雷达中最为常用的信号形式之一, 因而其参数估计是雷达信号处理中的热点课题。作为传统傅里叶变换的推广, 分数阶傅里叶变换(FRFT, fractional Fourier transform)由

于对 LFM 信号具有最佳的能量聚集特性而备受关注, 利用 FRFT 实现 LFM 信号参数估计的研究成果层出不穷。

文献[1]利用 FRFT 实现多分量 LFM 信号的参数估计, 文献[2]分析了高斯白噪声环境下 LFM 信号的 FRFT 输出信噪比, 文献[3~5]从理论上讨论了基于 FRFT 的 LFM 信号参数估计分辨率以及不同离散算法的参数估计性能, 文献[6, 7]提出降低 FRFT 计算量的方法, 文献[8~10]利用 FRFT 的原点矩

收稿日期: 2015-05-21; 修回日期: 2015-12-11

通信作者: 邱天爽 qiutsh@dlut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.61139001, No.61172108, No.81241059)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61139001, No.61172108, No.81241059)

作为统计量对 LFM 信号参数进行估计, 文献[11]则利用分数阶相关实现了 LFM 信号的检测, 文献[12, 13]利用插值算法在不增加计算量的情况下提高参数估计性能。上述算法在 LFM 信号参数估计中都取得了较好的效果, 但是深入分析发现, 以上算法均默认或假设观测窗口时长与 LFM 信号脉宽相等, 即观测窗口的起止时间与 LFM 信号的起止时间完全重合。然而在实际应用中, 为了提高对未知信号的捕获概率, 通常将观测窗口设置的比较大, 使观测窗口大于 LFM 信号脉冲宽度即具有较低的占空比, 不再满足两者起止时间完全重合的假设。在这样的条件下, 上述算法的估计性能会有所下降。针对这一问题, 本文提出了一种高斯加权分数阶傅里叶变换(GFRFT, Gaussian-weighted fractional Fourier transform)方法, 分析了其在高斯白噪声下的输出信噪比, 并将其应用于低占空比时的 LFM 信号参数估计。理论分析和仿真结果表明, 本文方法可以有效提高低占空比情况下的参数估计精度。

2 GFRFT 定义及其模平方

为了明确和统一概念, 首先给出占空比的定义, 假设单次观测窗口时长为 T , LFM 信号脉冲宽度为 T_s , 并且满足 $T_s \leq T$, 则有占空比定义如下

$$\gamma = \frac{T_s}{T} \quad (1)$$

时限信号 $s(t)$ 的 GFRFT 定义如下

$$GS(\alpha, u) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_\alpha(u, t) g(t) s(t) dt \quad (2)$$

其中, α 是 GFRFT 的旋转角度, $K_\alpha(u, t)$ 为核函数, $g(t)$ 为高斯加权函数, 其形式分别如下

$$K_\alpha(u, t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left(j\frac{t^2+u^2}{2}\cot\alpha - jtu\csc\alpha\right), \alpha \neq m\pi \\ \delta(t-u), \alpha = 2m\pi \\ \delta(t+u), \alpha = (2n+1)\pi \end{cases} \quad (3)$$

$$g(t) = \exp\left(-\frac{2c^2}{T^2}t^2\right) \quad (4)$$

其中, 参数 c 控制高斯加权函数形状, 其数值越大,

时域高斯加权函数形状越窄。

考虑如下形式的单分量 LFM 信号

$$s(t) = A \exp[j\pi(2f_0t + \mu_0t^2)] \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right) \quad (5)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{T_s}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T_s}{2} \end{cases} \quad (6)$$

其中, A 为幅度, f_0 是中心频率, μ_0 是调频率, $\text{rect}(\cdot)$ 为矩形窗。将式(5)代入式(2)可得

$$GS(\alpha, u) = B_\alpha \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \exp[j(2\pi f_0 - u \csc \alpha)t] \cdot \exp\left[j\left(\frac{\cot \alpha}{2} + \pi \mu_0\right)t^2\right] \exp\left(-\frac{2c^2}{T^2}t^2\right) dt \quad (7)$$

$$B_\alpha = A \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left(j\frac{u^2}{2}\cot\alpha\right) \quad (8)$$

当 $\cot \alpha_0 = -2\pi\mu_0$ 时, GFRFT 对 LFM 信号具有最佳的能量聚集特性, 式(7)可以进一步写成

$$GS(\alpha_0, u) = B_{\alpha_0} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \exp\left[j\left(2\pi f_0 - \frac{u}{\sin \alpha_0}\right)t\right] \exp\left(-\frac{2c^2}{T^2}t^2\right) dt \quad (9)$$

由上式可见, 当 $2\pi f_0 - u_0 \csc \alpha_0 = 0$ 时, LFM 信号的 GFRFT 取得峰值

$$GS(\alpha_0, u_0) = B_{\alpha_0} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \exp\left(-\frac{2c^2}{T^2}t^2\right) dt \quad (10)$$

化简可得 GFRFT 的峰值模平方为

$$|GS(\alpha_0, u_0)|^2 = \frac{A^2 T^2}{4c^2 \sin^2 \alpha_0} \text{erf}^2\left(\frac{c}{\sqrt{2}}\gamma\right) \quad (11)$$

其中, $\text{erf}(\bullet)$ 为高斯误差函数。

综上, 当 $\cot \alpha = -2\pi\mu_0$ 且 $2\pi f_0 - u \csc \alpha = 0$ 时, $|GS(\alpha, u)|^2$ 达到峰值。因此, 可以根据 GFRFT 模值平方峰值的位置 (α_0, u_0) 获得对 LFM 信号未知参数 f_0 和 μ_0 的估计

$$\begin{cases} \mu_0 = -\frac{1}{2\pi} \cot \alpha_0 \\ f_0 = \frac{1}{2\pi} u_0 \csc \alpha_0 \end{cases} \quad (12)$$

根据离散算法，上式可以进一步写为^[14]

$$\begin{cases} \mu_0 = -\frac{1}{2\pi} \cot \alpha_0 \frac{f_s^2}{N} \\ f_0 = \frac{1}{2\pi} m_0 \csc \alpha_0 \frac{f_s}{N} \end{cases} \quad (13)$$

其中， f_s 是采样率， m_0 是峰值位置， N 是采样点数。

假设一段中心频率为 0 Hz，调频率为 200 Hz/s 的纯净 LFM 信号。图 1 和图 2 分别给出了占空比 $\gamma=1$ 与占空比 $\gamma=0.5$ 时的 LFM 信号时域波形以及相应 GFRFT 模值平方在幅度—频率平面以及幅度—调频率平面的包络图。从图中可以看出，在不同占空比下，都可以利用 GFRFT 模值平方的峰值实现 LFM 信号的参数估计。

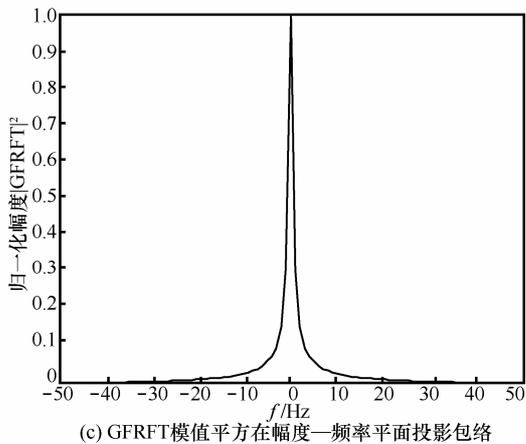
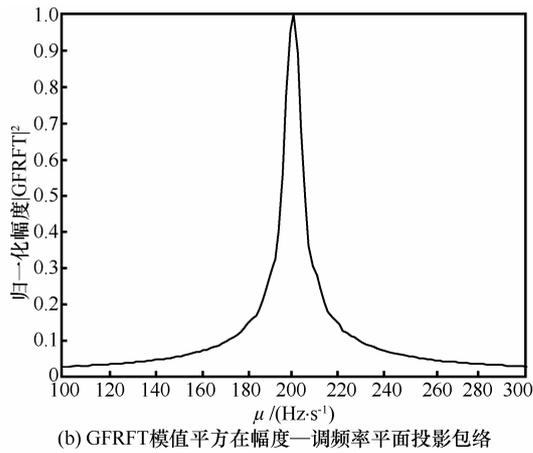
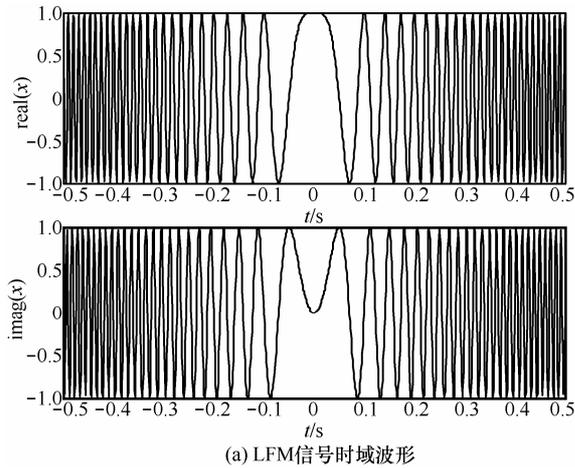


图 1 占空比为 1 时，LFM 信号时域波形及 GFRFT 模值平方包络

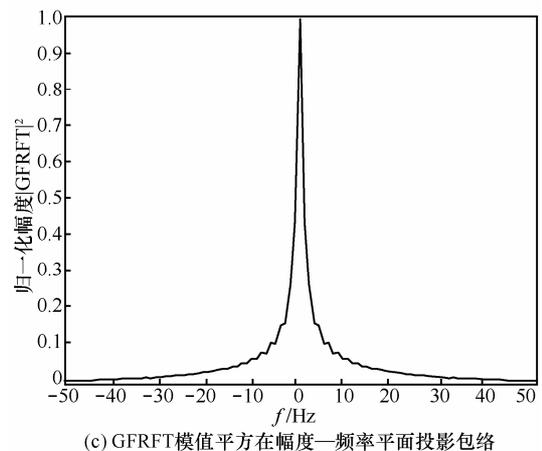
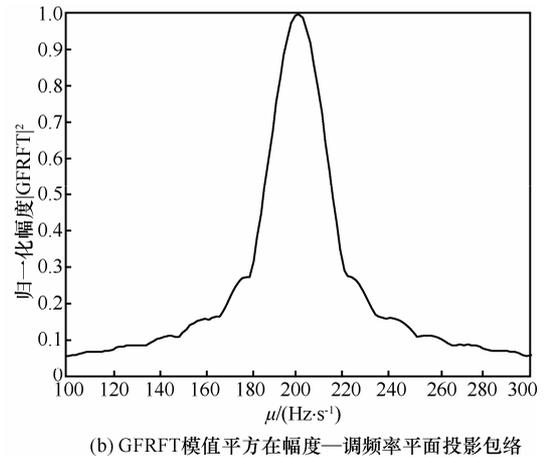
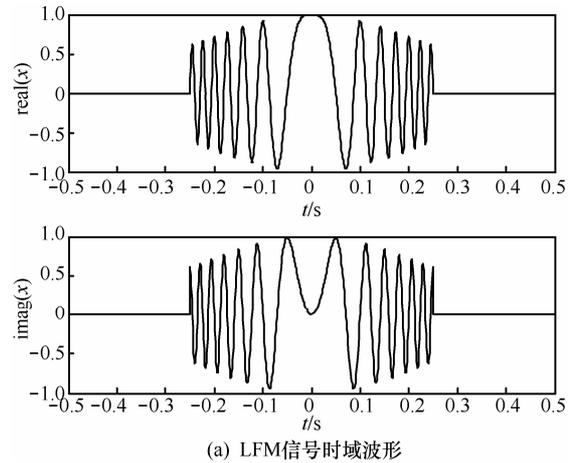


图 2 占空比为 0.5 时，LFM 信号时域波形及 GFRFT 模值平方包络

3 高斯白噪声下的 GFRFT 模平方统计特性

考虑附加高斯白噪声的观测信号

$$x(t) = s(t) + n(t), \quad |t| \leq \frac{T}{2} \quad (14)$$

其中, $s(t)$ 如式(5)所示, $n(t)$ 是与信号相互独立的零均值复高斯白噪声, 其噪声方差为 σ_n^2 , 则观测信号的 GFRFT 的模平方为

$$|GX(\alpha, u)|^2 = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_\alpha(u_1, t_1) K_\alpha^*(u_2, t_2) g(t_1) \cdot g^*(t_2) [s(t_1) + n(t_1)] [s^*(t_2) + n^*(t_2)] dt_1 dt_2 \quad (15)$$

根据复高斯白噪声^[15]的性质对上式进行化简, 可得其峰值处的均值为

$$E[|GX(\alpha_0, u_0)|^2] = \frac{\eta_1^2 A^2 T^2}{4c^2 \sin \alpha_0} + \frac{\eta_2 \sigma_n^2 T}{4c\sqrt{\pi} \sin \alpha_0} \quad (16)$$

其中, 第一项为 LFM 信号部分, 第二项为噪声部分, $\eta_1 = \text{erf}\left(\frac{c}{\sqrt{2}} \gamma\right)$, $\eta_2 = \text{erf}(c)$ 。

$$\text{令 } |\widetilde{GS}(\alpha_0, u_0)|^2 = \frac{\eta_1^2 A^2 T^2}{4c^2 \sin \alpha_0}, \quad |\widetilde{GN}(\alpha_0, u_0)|^2 =$$

$\frac{\eta_2 \sigma_n^2 T}{4c\sqrt{\pi} \sin \alpha_0}$, 则有下式成立

$$E[|GX(\alpha_0, u_0)|^4] = |\widetilde{GS}(\alpha_0, u_0)|^4 + 4|\widetilde{GS}(\alpha_0, u_0)|^2 |\widetilde{GN}(\alpha_0, u_0)|^2 + 2|\widetilde{GN}(\alpha_0, u_0)|^4 \quad (17)$$

进一步可以得到附加高斯白噪声 LFM 信号 GFRFT 模平方峰值处的方差为

$$\begin{aligned} \text{var}[|GX(\alpha_0, u_0)|^2] &= E[|GX(\alpha_0, u_0)|^4] - E^2[|GX(\alpha_0, u_0)|^2] \\ &= 2|\widetilde{GS}(\alpha_0, u_0)|^2 |\widetilde{GN}(\alpha_0, u_0)|^2 + |\widetilde{GN}(\alpha_0, u_0)|^4 \quad (18) \end{aligned}$$

由于 GFRFT 是一种二维变换, 传统信噪比定义已不再适用。文献[16]提出利用二维变换域上的峰值平方作为信号功率, 而把峰值处的方差作为噪声功率, 根据此定义则有 GFRFT 的输出信噪比为

$$GSNR_{\text{out}} = \frac{|\widetilde{GS}(\alpha_0, u_0)|^4}{\text{var}[|GX(\alpha_0, u_0)|^2]} = \frac{\eta_1^4 T^2 SNR_{\text{in}}^2}{2\eta_1^2 \eta_2 \beta T SNR_{\text{in}} + \eta_2^2 \beta^2} \quad (19)$$

其中, $\beta = \frac{c}{\sqrt{\pi}}$ 反映了高斯加权函数的形状,

$SNR_{\text{in}} = \frac{A^2}{\sigma_n^2}$ 为输入信噪比。另一方面, 根据文献[2]

可以得到 FRFT 的输出信噪比为

$$SNR_{\text{out}} = \frac{T_s^4 SNR_{\text{in}}^2}{2TT_s^2 SNR_{\text{in}} + T^2} \quad (20)$$

代入式(1), 式(19)和式(20)可以进一步化简为

$$GSNR_{\text{out}} = \frac{T_s^2 SNR_{\text{in}}^2}{2T_s SNR_{\text{in}} \left(\frac{\eta_2 \beta \gamma}{\eta_1^2} \right) + \left(\frac{\eta_2 \beta \gamma}{\eta_1^2} \right)^2} \quad (21)$$

$$SNR_{\text{out}} = \frac{T_s^2 SNR_{\text{in}}^2}{\frac{2T_s SNR_{\text{in}}}{\gamma} + \left(\frac{1}{\gamma} \right)^2} \quad (22)$$

在计算机仿真中, 经过离散算法^[14], 式(21)和式(22)可以进一步写为

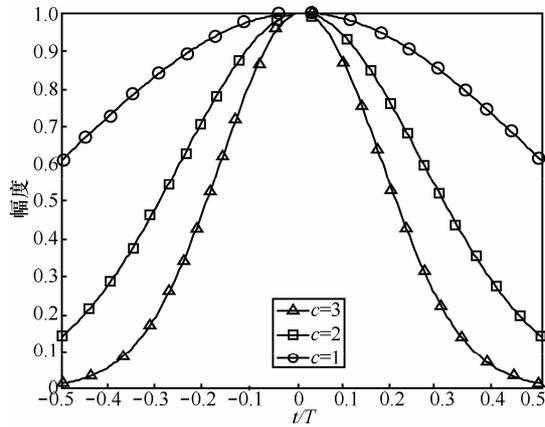
$$GSNR_{\text{out}} = \frac{N^2 SNR_{\text{in}}^2}{2NSNR_{\text{in}} \left(\frac{\eta_2 \beta \gamma}{\eta_1^2} \right) + \left(\frac{\eta_2 \beta \gamma}{\eta_1^2} \right)^2} \quad (23)$$

$$SNR_{\text{out}} = \frac{N^2 SNR_{\text{in}}^2}{\frac{2NSNR_{\text{in}}}{\gamma} + \left(\frac{1}{\gamma} \right)^2} \quad (24)$$

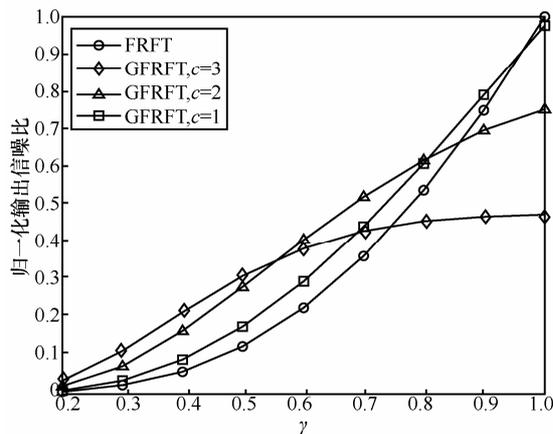
其中, N 为采样点数。由式(21)、式(22)或式(23)、式(24)可以看出, 使 GFRFT 的输出信噪比高于 FRFT 的输出信噪比, 需满足 $\beta < \frac{\eta_1^2}{\eta_2 \gamma^2}$, 其中, β 与

η_2 由高斯加权函数的参数 c 决定, γ 由观测窗口时长与 LFM 脉冲宽度决定, η_1 则由前面 2 个因素共同决定。为了更好说明 $GSNR_{\text{out}} > SNR_{\text{out}}$ 成立的条件, 图 3(a)给出了不同参数 c 下的高斯加权函数时域形式, 图 3(b)和图 3(c)分别给出了理论和实际的不同高斯加权函数下输出信噪比随占空比 γ 的变化曲线, 其中, 输入信噪比 $SNR_{\text{in}}=1$, LFM 信号占空比为 0.2~1。从图中可以看出: 当占空比 γ 较小时(如 $\gamma=0.4$), GFRFT 的输出信噪比随着参数 c 的增大而增大, 而当占空比 γ 较大时(如 $\gamma=0.6$), GFRFT 的输出信噪比随参数 c 的增大呈先增大后减小的趋势, 随着占空比 γ 的进一步提高(如 $\gamma=1.0$), GFRFT 的输出信噪比则随参数 c 的增大而减小; 另外可以看出, GFRFT 取不同参数 c 时, 使

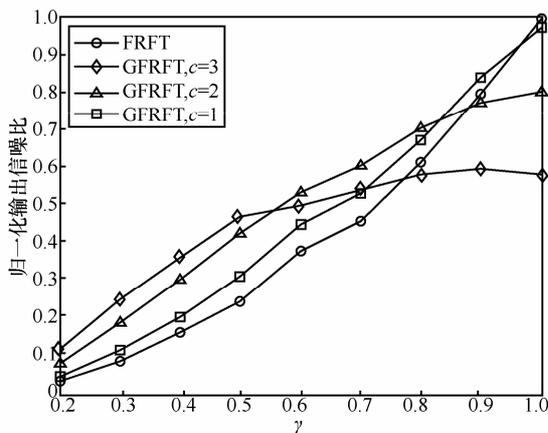
$GSNR_{out} > SNR_{out}$ 成立的 γ 取值范围不同。需要指出的是，随着参数 c 的减小，高斯加权函数趋近于常数，当 $c=0$ 时，GFRFT 退化为 FRFT。



(a) 不同 c 下的高斯加权函数



(b) 不同 c 下的理论输出信噪比



(c) 不同 c 下的实际输出信噪比

图 3 高斯加权函数与输出信噪比

表 1 给出了输入信噪比 $SNR_{in}=1$ 即 0dB 时的 FRFT 与 GFRFT ($c=2$) 的输出信噪比。从表中可以看出，FRFT 和 GFRFT 对 LFM 信号具有能量聚集特性，可以得到较高的输出信噪比。此外，还可以看

出，当占空比较低时，GFRFT 的输出信噪比要高于 FRFT 的输出信噪比。

表 1 FRFT 与 GFRFT 的输出信噪比

占空比 γ	SNR_{out}/dB	$GSNR_{out}/dB$
0.2	12.75	14.00
0.3	16.50	17.75
0.4	19.02	20.08
0.5	20.98	21.90
0.6	22.73	23.46
0.7	23.55	24.18
0.8	24.77	25.19
0.9	25.95	26.15
1.0	26.88	26.78

4 仿真实验

为了验证算法的有效性，本文在 Matlab 2014a 环境下进行了计算机仿真实验。每次仿真结果由独立的 500 次 Monte-Carlo 实验统计得到，仿真实验中假设观测信号时长 $T=1$ s，采样频率为 1 000 Hz，LFM 信号中心频率为 100 Hz，调频率为 200 Hz/s，噪声为零均值的复高斯白噪声，采用如下定义的脉内信噪比为

$$SNR = 10 \log \frac{A^2}{\sigma_n^2} \quad (25)$$

其中， A 为 LFM 信号幅度， σ_n^2 为复高斯白噪声方差。

在仿真实验中，同时对比分析了文献[1]中的 FRFT 方法、本文的 GFRFT 方法、文献[10]中基于 FRFT 的 4 阶原点矩方法以及基于本文所提 GFRFT 的 4 阶原点矩方法，为了方便，以上算法分别简称为 FRFT、GFRFT、F-FRFT 和 F-GFRFT。

实验 1 为了更好地说明高斯加权的必要性，图 4 给出了脉内信噪比为 -8 dB、占空比 $\gamma=0.4$ 时的 LFM 信号时域波形，图 5 给出了利用自相关脉冲检测算法^[17]得到的包络，从图中可以看出，当信噪比较低时，传统的脉冲检测算法失效，不能有效获得 LFM 信号的起始时间。图 6 和图 7 分别给出了 FRFT 以及 GFRFT ($c=2$) 的模值平方投影包络，通过对比发现，GFRFT 可以有效抑制低占空比带来的影响，获得更为平滑的模值平方包络，从而实现更高精度的参数估计。

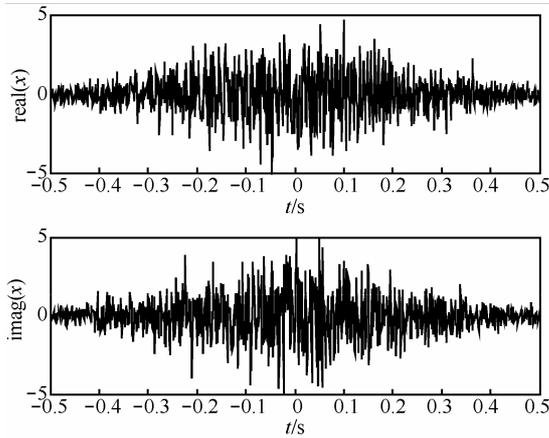
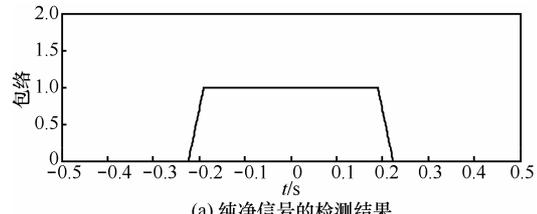
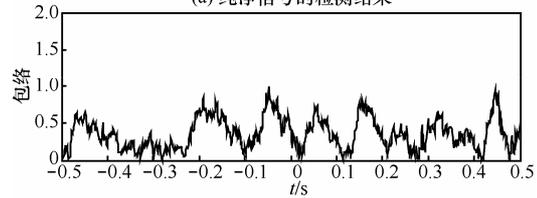


图 4 LFM 信号时域波形

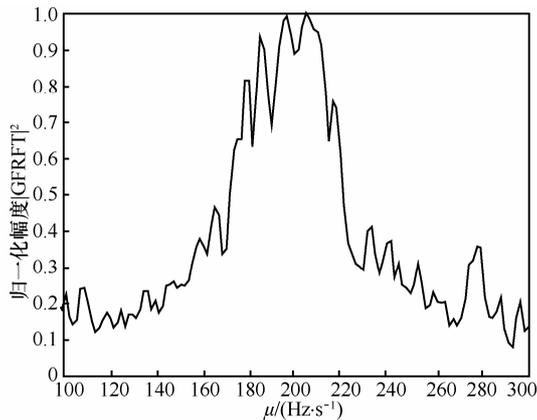


(a) 纯净信号的检测结果

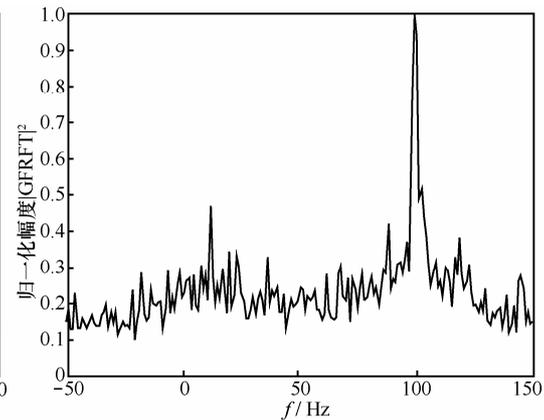


(b) 含噪信号的检测结构

图 5 脉冲检测包络

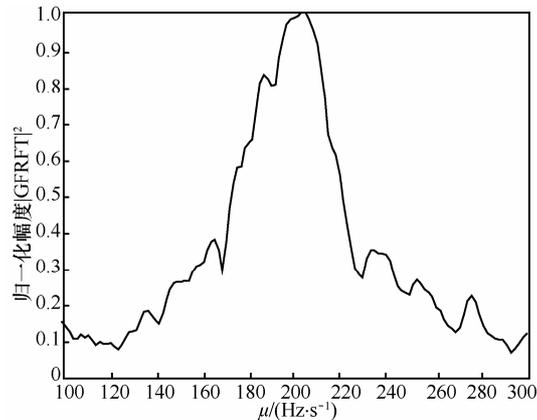


(a) FRFT模值平方在幅度—调频率平面投影包络

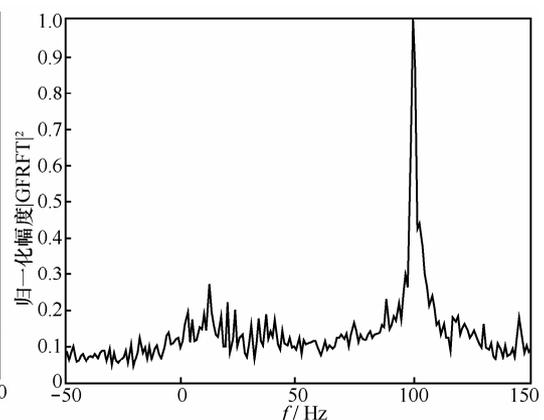


(b) FRFT模值平方在幅度—频率平面投影包络

图 6 FRFT 模值平方投影包络



(a) GFRFT模值平方在幅度—调频率平面投影包络



(b) GFRFT模值平方在幅度—频率平面投影包络

图 7 GFRFT 模值平方投影包络

实验 2 脉内信噪比对算法性能的影响。设置 LFM 信号脉宽为 $T_s=0.4$ s, 高斯加权函数参数 $c=2$, 脉内信噪比为 $-8\sim 10$ dB 变化, 步长为 2 dB。

图 8 给出了占空比 $\gamma=0.4$ 时参数估计 RMSE 随脉内信噪比的变化曲线。从图中可以看出, 所有参数估计算法的 RMSE 都随着脉内信噪比的增大

而减小。当脉内信噪比小于 -6 dB 时, 基于 FRFT 的 2 种参数估计算法性能急剧变差, 而本文算法依然保持较好估计效果。这是因为在低占空比下, GFRFT 的输出信噪比明显高于 FRFT 的输出信噪比。这就说明, 本文算法更适合低信噪比低占空比环境下的参数估计。

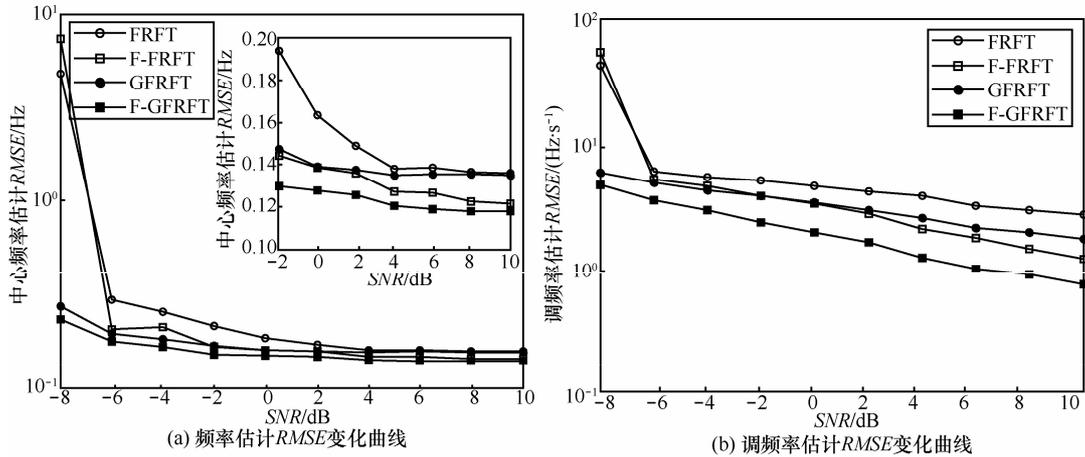


图 8 参数估计 RMSE 随脉内 SNR 的变化曲线

实验 3 LFM 信号脉宽对算法性能的影响。设置 LFM 信号脉宽 T_s 为 0.4~1 s，步长为 0.1 s，对应占空比 γ 为 0.4~1，高斯加权函数的参数 $c=2$ ，脉内信噪比固定为 -8 dB。

图 9 给出了不同占空比下的参数估计 RMSE 曲线。从图中可以看出，参数估计的 RMSE 随占空比的增大而减小，这是因为 GFRFT 与 FRFT 的输出信噪比都随占空比的增大而增大。当占空比小于 0.5 时，基于 FRFT 的 2 种参数估计方法性能急剧下降，而基于本文提出的 GFRFT 的 2 种参数估计方法则能保持较好的参数估计性能。因此，本文方法能够改善低占空比对参数估计的影响。

实验 4 高斯加权参数 c 对算法性能的影响，其中，观测信号时长 $T=1$ s，脉内信噪比为 -8 dB，为了更加明显地体现高斯窗参数的影响，这里只给出了调频率估计 RMSE 的变化曲线。

图 10 给出了不同参数 c 下调频率估计 RMSE 随

占空比的变化曲线。从图中可以看出，在低占空比条件下，基于 GFRFT 的参数估计 RMSE 随参数 c 的增大而减小，并且其参数估计性能优于基于 FRFT 的参数估计性能。而在高占空比条件下，基于 GFRFT 的参数估计 RMSE 随参数 c 的增大而增大，并且随着占空比的进一步增大，基于 GFRFT 的参数估计性能略差于基于 FRFT 的参数估计性能。

为了更好说明占空比及高斯加权参数 c 对 GFRFT 算法的影响，图 11 给出了调频率估计 RMSE 在上述 2 个参数平面的分布。从图中可以明显看出，在低占空比条件下，高斯加权参数 c 越小，GFRFT 算法性能越好，而在高占空比条件下，GFRFT 算法性能则随参数 c 的增大呈现先提高后下降的趋势，随着占空比的进一步增大，GFRFT 算法性能则随着参数 c 的增大呈现下降趋势。与图 3 中分析得到的 GFRFT 的输出信噪比变化趋势一致。

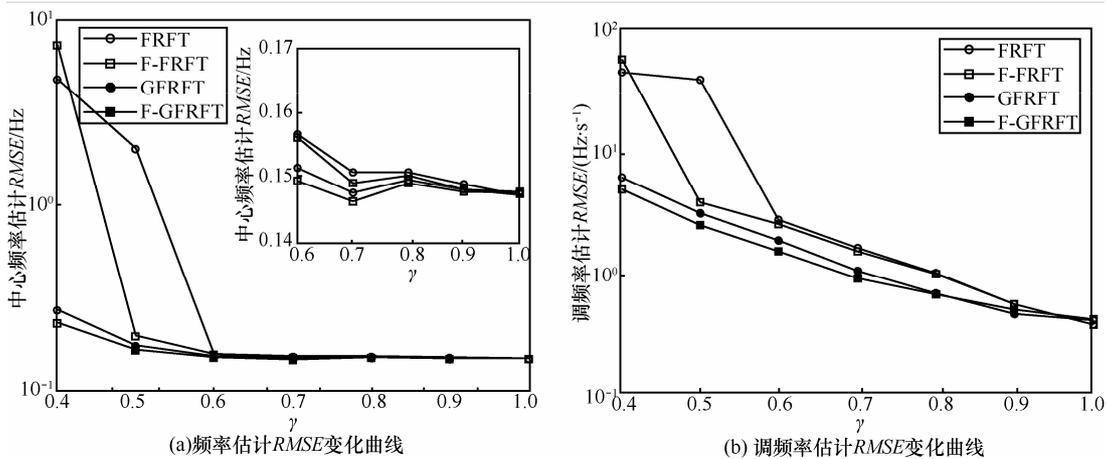


图 9 参数估计 RMSE 随占空比的变化曲线

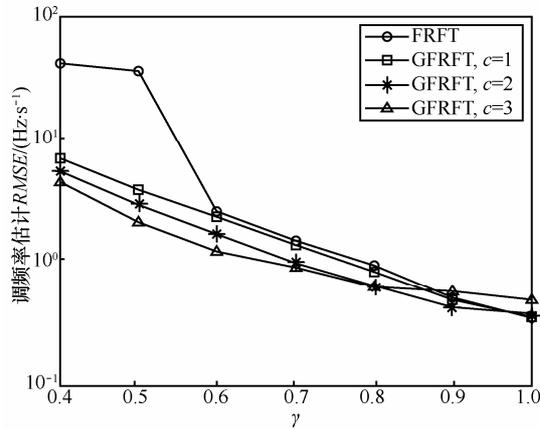


图 10 参数估计 RMSE 变化曲线

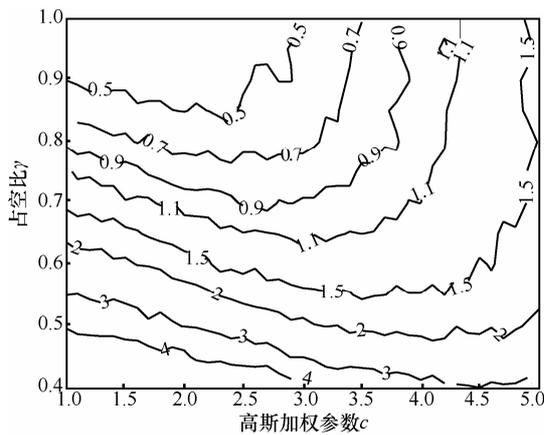


图 11 参数估计 RMSE 分布

5 结束语

针对低占空比下传统算法参数估计性能下降的问题，本文定义了一种高斯加权分数阶傅里叶变换，从理论上分析了高斯白噪声背景下模平方峰值的统计特性并给出了输出信噪比的数学表达式，提出了一种基于高斯加权分数阶傅里叶变换的 LFM 信号参数估计方法，并将其应用于低占空比下的 LFM 信号参数估计问题，讨论了相关参数对算法性能的影响。仿真结果表明，本文方法可以有效提高低占空比下未知 LFM 信号参数估计精度，具有较大的应用前景。

参考文献:

[1] QI L, TAO R, ZHOU S Y, et al. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signals based on the fractional Fourier transform[J]. Science in China; Series F Information Science, 2004, 47(2): 184-198.
 [2] 刘建成, 刘忠, 王雪松, 等. 高斯白噪声背景下的 LFM 信号的分数阶 Fourier 域信噪比分析[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(10): 2337-2340.

LIU J C, LIU Z, WANG X S, et al. SNR analysis of LFM signal with Gaussian white noise in fractional Fourier transform domain[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(10): 2337-2340.
 [3] 刘锋, 徐会法, 陶然, 等. 分数阶 Fourier 域多分量 LFM 信号间的分辨研究[J]. 中国科学: 信息科学, 2012, 42(2): 136-148.
 LIU F, XU H F, TAO R, et al. Research on resolution among multi-component LFM signals in the fractional Fourier domain[J]. Scientia Sinica Informationis, 2012, 42(2): 136-148.
 [4] 刘锋, 黄宇, 陶然, 等. 分数阶 Fourier 变换对多分量 Chirp 信号中心频率的分辨能力[J]. 兵工学报, 2009, 30(1): 14-18.
 LIU F, HUANG Y, TAO R, et al. Resolution ability of fractional Fourier transform in multi-component Chirp signals center frequency[J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(1): 14-18.
 [5] DENG B, LUAN J B, CUI S Q. Analysis of parameter estimation using the sampling-type algorithm of discrete fractional Fourier transform[J]. Defence Technology, 2014, 10(4):321-327.
 [6] SHEN L R, YIN Q B, LU M Y, et al. Linear FM signal parameter estimation using STFT and FRFT[J]. Chinese Journal of Electronics, 2013, 22(2):301-307.
 [7] 郭斌, 张红雨. 分级计算迭代在 Radon-Ambiguity 变换和分数阶 Fourier 变换对 Chirp 信号检测及参数估计的应用[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(12): 3024-3026.
 GUO B, ZHANG H Y. The application of iterative algorithm to Chirp signal detection and parameter estimation using Radon-Ambiguity transform and fractional Fourier transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(12): 3024-3026.
 [8] YIN Z P, CHEN W D. A new LFM signal detector based on fractional Fourier transform[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2010(1), 7.
 [9] CHEN R, WANG Y M. Study of threshold setting for rapid detection of multicomponent LFM signals based on the fourth-order origin moment of fractional spectrum[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2013, 32(1):255-271.
 [10] CHEN R, WANG Y M. Efficient detection of chirp signals based on the fourth-order origin moment of fractional spectrum[J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2014, 33(5):1585-1596.
 [11] AKAY O, BOUDREAU-BARTELS G F. Fractional convolution and correlation via operator methods and application to detection of linear FM signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(5): 979-993.
 [12] 宋军, 刘渝, 朱霞. LFM 信号参数估计的插值 FRFT 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2011,33(10):2188-2193.
 SONG J, LIU Y, ZHU X. Parameters estimation of LFM signals by interpolation based on FRFT[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(10):2188-2193.
 [13] 宋军, 刘渝, 刘云飞. LFM 信号参数估计的插值 FrFT 修正算法[J]. 信号处理, 2012, 28(1):112-117.
 SONG J, LIU Y, LIU Y F. Modified interpolation parameters estimator for LFM signals based on FrFT[J]. Signal Processing, 2012, 28(1): 112-117.

[14] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.

TAO R, DENG B, WANG Y. Fractional Fourier transform and its applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.

[15] REED I. On a moment theorem for complex Gaussian processes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(3): 194-195.

[16] BARBAROSSA S. Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(6): 1511-1515.

[17] 王镪, 王小静, 张锦中, 等. 低信噪比雷达脉冲检测算法[J]. 火控雷达技术, 2014, 43(4): 50-53.

WANG Q, WANG X J, ZHANG J Z, et al. Radar pulse detection algorithm in low signal-to-noise ratio[J]. Fire Control Radar Technology, 2014, 43(4): 50-53.



邱天爽 (1954-), 男, 江苏海门人, 博士, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为统计信号处理、射频与通信信号处理等。

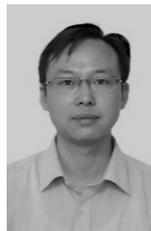


李景春 (1966-), 男, 河北宁晋人, 博士, 国家无线电监测中心副主任兼总工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用等。

作者简介:



王鹏 (1989-), 男, 河北宁晋人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为无线电信号处理和阵列信号处理。



谭海峰 (1977-), 男, 湖北枝江人, 国家无线电监测中心高级工程师, 主要研究方向为无线电监测理论技术等。