

第六章 光学仪器的基本原理

(Principles of Optical Instruments)

§ 6.6 助视仪器的像分辨本领

Resolution Capability of Assistant Vision instruments

一. 分辨本领的概念 瑞利判据

从几何光学的观点看来，只要消除了光具组的各种像差，则每一个物点和它的像共轭，因而物面上无论多么微小的细节都可以在像面详尽无遗的反应出来。然而实际光具组的光阑。物镜边框等都是圆形的，都会产生圆孔衍射。



聊城大学

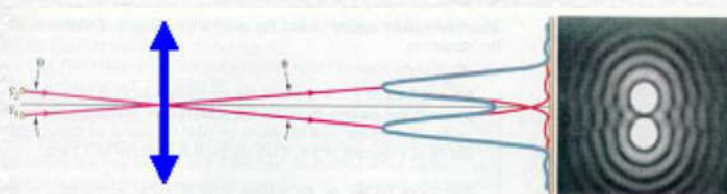
物理科学与信息工程学院

所以，光学仪器所成的像不是由理想的几何光学点组成。而是由具有一定大小的衍射中央亮斑组成，衍射图样中央亮斑有一定的大小，因此像面上要详细地反映物面的细节是不可能的。

在最简单的夫琅禾费圆孔衍射的情况下。中央亮斑的范围由第一个暗环的衍射角 θ_1 （艾里斑的半角宽度）确定。

$$\theta_1 = \frac{1.22\lambda}{D}$$

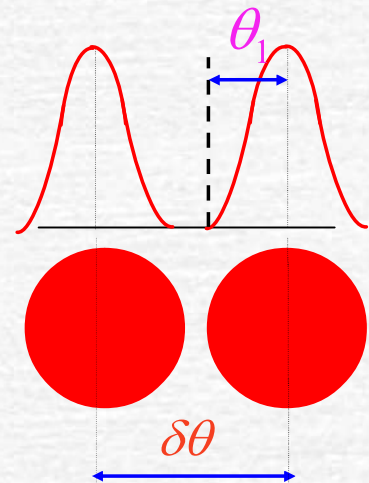
两个发光点在光屏上成“像”时。它们各自的衍射图样有一部分落在屏上同一区域。



由于两个独立的发光点是不相干的。故光屏上的总照度是两组明暗条纹光强分布的非相干叠加。

如果两个衍射斑的中央亮斑的**中心相距比较远**，中央亮斑的**范围又比较小**，两个衍射圆斑分得很开，从而知道是**两个物点**。

如果两个衍射斑的中央亮斑**靠得很近**，中央亮斑的**范围又比较大**，那么两个衍射圆斑（即两个发光点的“像”）将彼此重叠而**难以分辨**。



例如：当用望远镜观察太空中的一对双星时，设双星有相同的强度，它们的光线通过望远镜的物镜后形成的衍射图样（“像”），也就是说，它们的像是**两个圆形的衍射斑**。



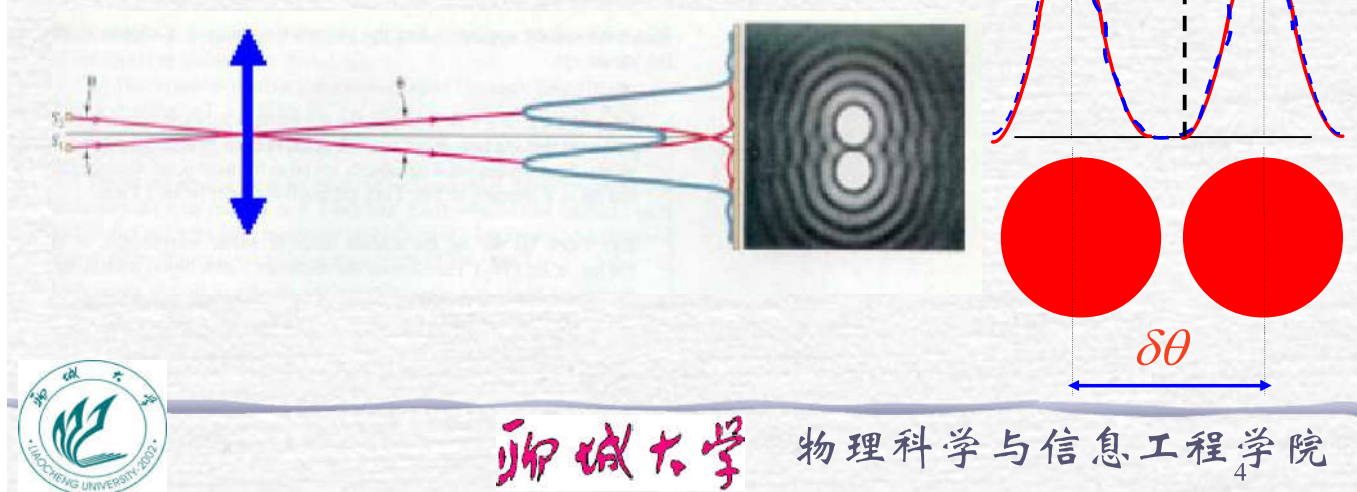
聊城大学

物理科学与信息工程学院

如果两个像中心之间的角距离 $\delta\theta$ 大于衍射斑的角半径 θ_1 。即

$$\delta\theta > \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

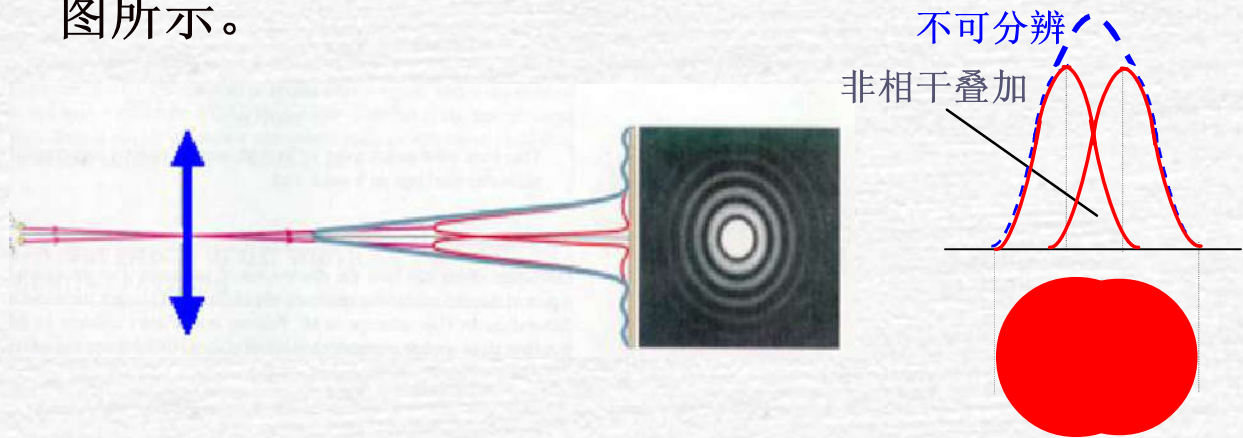
如图，能够看出是两个圆斑，从而也就知道是两颗星。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

但是，当两个像中心之间的角距离 $\delta\theta$ 小于衍射斑的半角宽度 θ_1 时，两个圆斑非相干叠加的合光强如图所示。



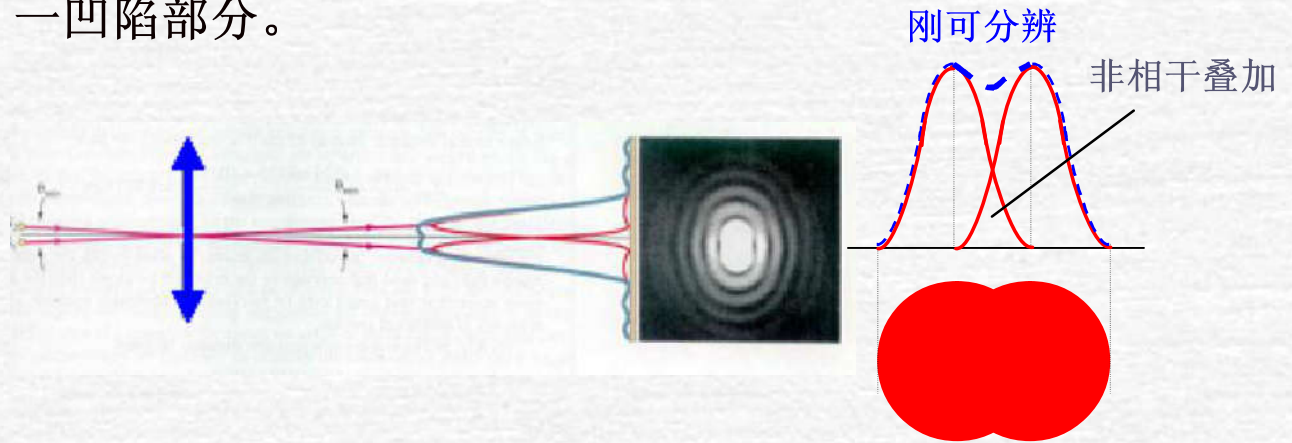
这时，就看不出是两个圆斑，从而也就无法知道是两个星，认为只有一颗星。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

若两个像之间的角距离 $\delta\theta = \theta_1$, 如图总强度曲线中央有一凹陷部分。



其强度约为每个衍射亮斑中央最大强度的**81%**，对于多数正常人的眼睛，刚好能够分辨这个强度差别。也就是说，**刚好分辨出**是两颗星。



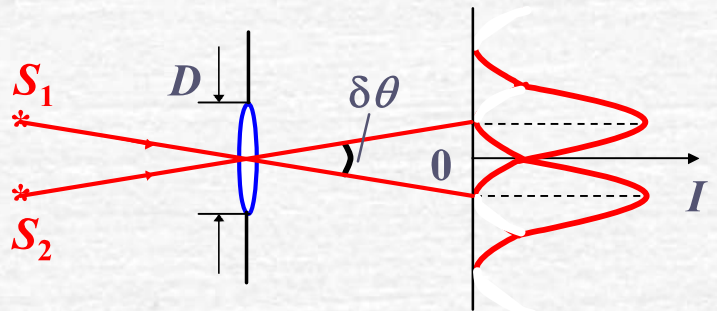
聊城大学

物理科学与信息工程学院

瑞利判据:对于两个等光强的非相干物点, 如果其一个像斑的中心恰好落在另一像斑的边缘(第一暗纹处), 则此两物点被认为是刚刚可以被分辨。见下图:

最小分辨角:

$$\delta\theta = \theta_1 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



分辨本领: 艾里斑分辨极限的倒数成为分辨本领, 或者称为分辨能力。

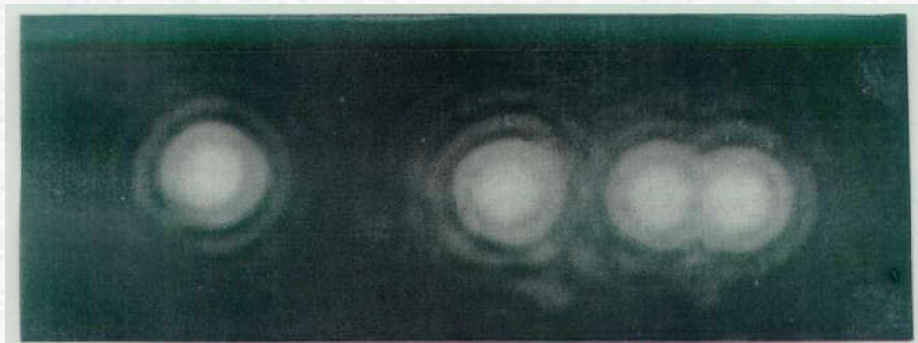


聊城大学

物理科学与信息工程学院

由此可见，为了提高光学仪器的分辨本领，即减小其最小分辨角。必须加大物镜的直径**D**。如图

D小



(b) D小

D大



聊城大学

物理科学与信息工程学院

另外，入射光波的波长越短，分辨本领越大。在电子显微镜中，电子束的等效波长约为 10^{-11}m ，比光波波长短的多，因此，电子显微镜比一般的光学显微镜具有高得多的分辨本领。

二. 人眼和助视光学仪器的分辨本领

1. 人眼的分辨本领

人眼的分辨本领是描述人眼刚能区分相互靠近的两个物点的能力。

设入射光在真空中的波长为 λ ，该波长在人眼内为：

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n'} \quad n' \text{ 为人眼内介质的折射率。}$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

由瑞利判据，在视网膜上刚能分辨的两个“像”点的最小分辨角为：

$$\Delta\theta'_{\text{人}} = 1.22 \frac{\lambda'}{d} = 1.22 \frac{\lambda}{n'd} \quad \mathbf{d} \text{为瞳孔直径}$$

光由空气进入人眼时，由折射定律：

$$\sin i = n' \sin i'$$

在近轴条件下，有 $\Delta\theta = n' \Delta\theta'$

所以，物面上恰能被分辨的两个物点的最小分辨角为：

$$\Delta\theta = n' \Delta\theta' = n' \times 1.22 \frac{\lambda}{n'd} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

人眼最敏感的光波的波长为**550nm**，**D**取作**2mm**。

则
$$\Delta\theta \approx 3.4 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 1'$$

即人眼的最小分辨角一般是**1'**。

假设瞳孔到视网膜间的距离**L=22mm**，则视网膜上恰可分辨的两点之间的距离为：

$$\Delta y' = L \cdot \Delta\theta' = 22 \times 1.22 \frac{550\text{nm}}{1.33 \times 2\text{mm}} \approx 5\mu\text{m}$$

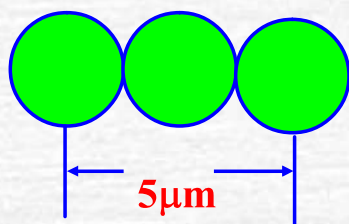
人眼的分辨本领除了取决于**折光系统的分辨本领**外，还取决于**视网膜的分辨本领**，即取决于视网膜上视神经细胞的大小和密度。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

如果要清楚地分辨两点，它们的像至少应分别落在两个细胞上。在视觉最灵敏的黄斑上神经细胞密度最大，每个细胞的直径约为 **$2.5\mu\text{m}$** 。



在此隔开一个细胞的两个细胞中心的距离约为 **$2 \times 2.5\mu\text{m}$** ，这个数值正好和眼折光系统的分辨本领相当。

因此，视网膜的结构是能够满足瞳孔分辨本领要求的，它不会限制人眼的分辨本领。所以计算人眼的分辨本领时，通常只**考虑瞳孔的衍射效应即可**。

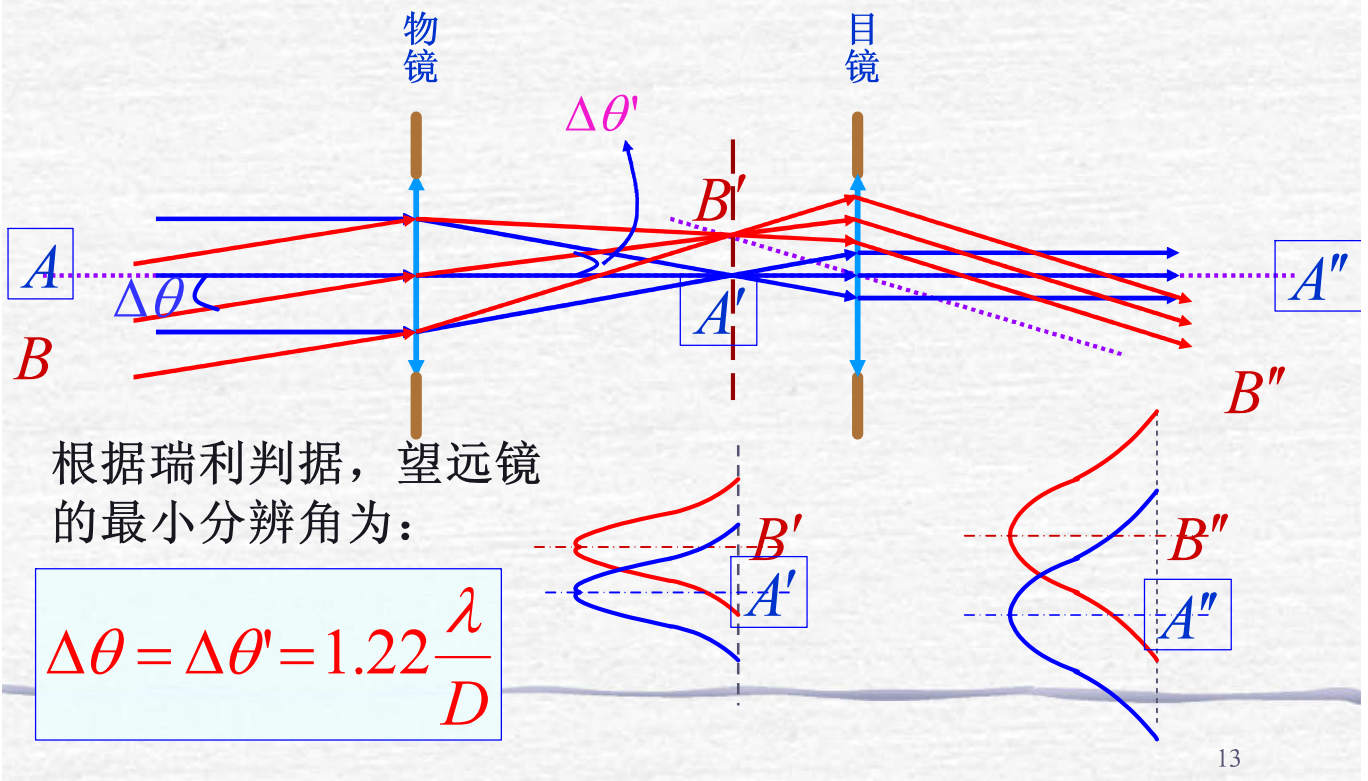


聊城大学

物理科学与信息工程学院

2. 望远镜的分辨本领

用望远镜观察远处物体时，能将远处很靠近的两个物体在物镜的像方焦平面上成两个衍射像。



通常，以物镜像方焦平面上刚能分辨开的两个像点之间的线距离来表示望远镜的分辨极限，则

$$\Delta y' = f' \Delta \theta' = 1.22 \frac{\lambda}{D/f'}$$

f' 为物镜的像方焦距， D/f' 为望远镜的相对孔径。

可见，要提高望远镜的分辨本领，必须加大物镜的直径。望远镜的分辨本领由物镜决定。目镜的作用是把物镜所成的像再放大。

物镜不能分辨的两物点，目镜照样不能分辨。物镜能分辨的两物点，目镜一定能分辨。不能用提高放大倍数的方法提高分辨本领。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

眼睛的分辨本领为 $\Delta\theta_{\text{眼}} = \frac{1.22\lambda}{d}$,

由于 $D > d$, 所以 $\Delta\theta_{\text{望}} < \Delta\theta_{\text{眼}}$.

望远镜的分辨本领要比人眼大。在设计望远镜或其它光学仪器时, 应使它的放大率和分辨本领相适应。

对于助视仪器, 若选择其放大率, 使望远镜的最小分辨角刚好放大到人眼所能分辨的最小角度, 这个放大率称为望远镜的有效放大率或正常放大率。

$$M_{\text{正常}} = \frac{\Delta\theta_{\text{眼}}}{\Delta\theta_{\text{望}}} = \frac{D}{d}.$$



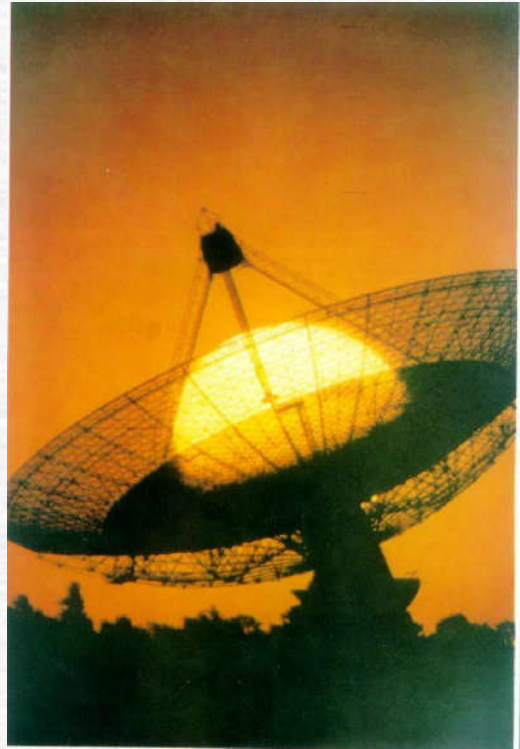
聊城大学

物理科学与信息工程学院

仪器的正常放大率保证了物镜分辨本领的充分利用。不过，因为人眼的分辨极限约为 $1'$ ，所以按正常放大率设计的望远镜，观察者使用时容易感到疲劳，为了使观察者感到舒服些，设计望远镜时，宜使其工作放大率为正常放大率的**1.5~2倍**。

不可选择 λ ，

但可 $\uparrow D \rightarrow \uparrow R$



(射电望远镜的大天线)



聊城大学

物理科学与信息工程学院



世界上最大的 射电望远镜

建在美国
波多黎各岛的
Arecibo

直径305m，能探测
射到整个地球表面
仅 10^{-12}W 的功率，
也可探测引力波。

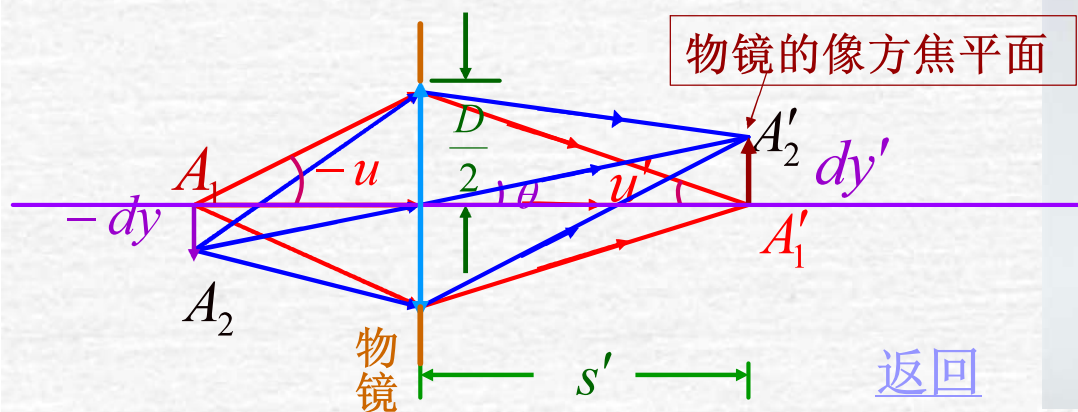


聊城大学

物理科学与信息工程学院

3 显微镜的分辨本领

显微镜的分辨本领也是由物镜的孔径来决定, 不能用增大放大率的方法提高分辨本领. 放大率的作用最多只是保证物镜的分辨本领能充分被利用.



若两近轴物点 A_1 、 A_2 恰可分辨, 则
$$\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{0.61\lambda}{R}$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

$$dy' = \frac{0.61\lambda}{R} s' = \frac{0.61\lambda}{R/s'} = \frac{0.61\lambda}{\sin u'},$$

物镜的垂轴放大率为 β ,

$$dy = \frac{dy'}{\beta} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{0.61\lambda}{\sin u'} = \frac{0.61\lambda}{\beta \sin u'},$$

共轭点 A_1A_1' 满足正弦条件, 即

$$n \sin u dy = n' \sin u' dy',$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

$$\beta \sin u' = n \sin u, \quad (n' = 1)$$

$$dy = \frac{0.61\lambda}{n \sin u}.$$

上式为显微镜可分辨的两物点的最小距离. 用来量度显微镜的分辨本领。 $n \sin u$ 为数值孔径, 用N.A表示。(Numerical Aperture) 它是显微镜的一个重要指标, 出厂时已在物镜上表明。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

提高显微镜分辨本领的途径：

(1) 增大数值孔径. 采用油浸物镜, 可使分辨率提高 n 倍。使显微镜工作在齐明点, 是 $\gamma=n'/n$ 的一对共轭点, 增大 u 不会有球差, 慧差.

(2) 采用短波, 即减小 λ . 用紫外光, 透紫外光的材料种类有限, 无法矫正各种像差. 用处不大.



聊城大学

物理科学与信息工程学院

21

可用比紫外光波长还短的x射线。但缺少透过x射线的透镜材料。现在已制成波长几十个埃的x光显微镜，用菲涅耳波带片聚焦和成像。比光学显微镜分辨率高，另一优点是，被观察的样品不需要染色或干燥之类的处理，生物样品不致于被杀死。

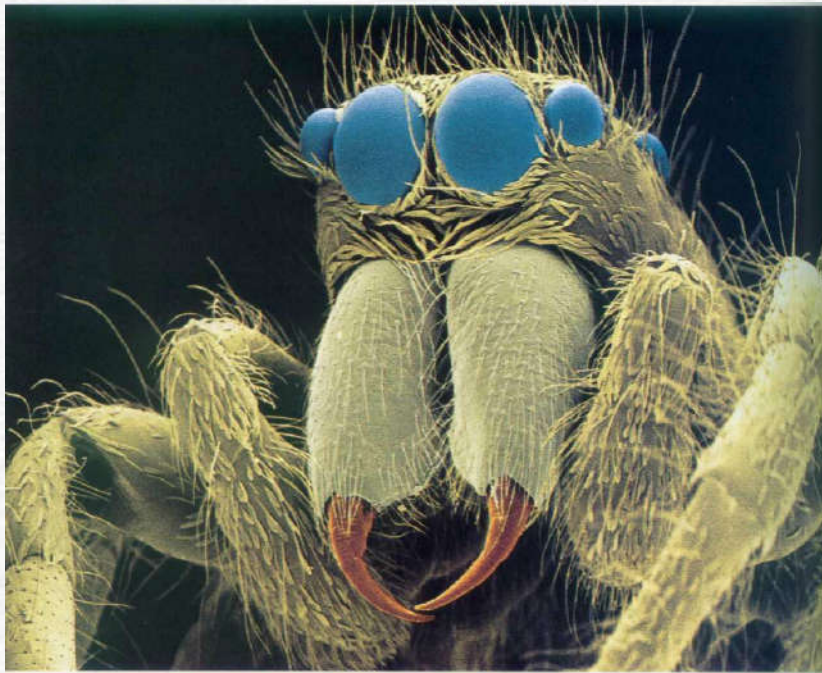
电子显微镜：电子是实物粒子，实物粒子也有波动性，其波长可以小到0.1埃以下。在几万伏高压下，长可达 10^{-3} nm，分辨率可达 10^{-1} nm，放大率高达几万倍，乃至几十万倍。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

22



用电子显微镜
观察一种
小蜘蛛
的头部

This magnified view of a zebra jumping spider was made with a scanning electron microscope, a microscope that uses electrons instead of light. An electron (like other particles of matter) can behave as a wave. The exceptional resolution of fine detail is a result of the fact that the wavelength of the electron can be made much smaller than that of light.



聊城大学

物理科学与信息工程学院



用电子显微镜
观察红血球
(假彩色)

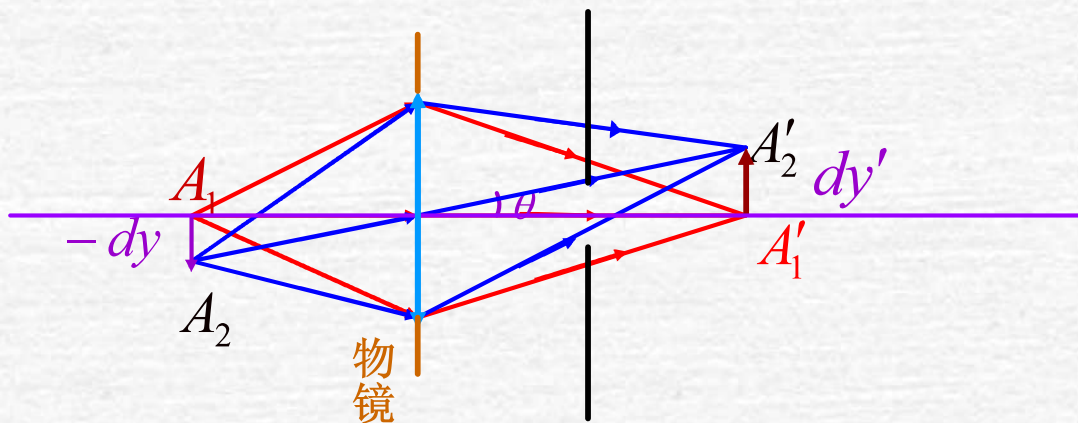


聊城大学

物理科学与信息工程学院₂₄

4 照相机的分辨本领

照相机的分辨本领由相机光圈的大小决定



若两近轴物点 A_1 、 A_2 恰可分辨, 则

$$\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{0.61\lambda}{R}$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

感光底片（位于物镜像方焦平面）上刚能分辨开的两个像点之间的线距离来表示照相机的分辨极限，则

$$\Delta y' = f' \Delta \theta' = 1.22 \frac{\lambda}{D} f' = 1.22 \frac{\lambda}{\frac{D}{f'}}$$

f' 为物镜的像方焦距， D 为照相机的光圈直径， D/f' 为照相机的相对孔径。其倒数 $F=f'/D$ 称为光圈数。

可见，要提高照相机的分辨本领，必须加大光圈的直径。

另外，实际的分辨本领还要考虑感光底片的分辨本领。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

例题 (1) 显微镜用波长为**250nm**的紫外光照射比用波长为**500nm**的可见光照射时，其分辨本领增大多少倍？

(2) 它的物镜在空气中的数值孔径为**0.75**，用紫外光时所能分辨的两条线之间的距离是多少？

(3) 用折射率为**1.56**的油浸系统时，这个最小距离为多少？

(4) 若照相机底片的感光微粒的大小约为**0.45nm**，问油浸系统紫外光显微镜的物镜横向放大率为多大时，在底片上刚好能分辨出这个最小距离？



聊城大学

物理科学与信息工程学院

27

解：（1）显微镜的分辨极限（本领）为：

$$\Delta y = \frac{0.61\lambda}{n \sin u}$$

在其他条件一样，而用不同波长的光照射时，有：

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

令 $\lambda_1 = 250\text{nm}$ ， $\lambda_2 = 500\text{nm}$ ，则 $\Delta y_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Delta y_2 = \frac{1}{2} \Delta y_2$

即用 $\lambda = 250\text{nm}$ 的紫外光时，显微镜的分辨极限是原来的一半，则分辨本领是原来的**2倍**，即分辨本领增大**1倍**。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

(2) 用紫外光照射时, $n\sin u = 0.75$, 则显微镜的分辨极限为:

$$\Delta y_1 = \frac{0.61\lambda}{n\sin u} = \frac{0.61 \times 250 \times 10^{-9}}{0.75} = 2.03 \times 10^{-7} \text{ m} \approx 0.20 \mu\text{m}$$

(3) 用紫外光照射, 并且用油浸系统时的分辨极限为:

$$\Delta y_2 = \frac{0.61\lambda}{n\sin u} = \frac{0.61 \times 250 \times 10^{-9}}{1.56 \times 0.75} = 0.13 \mu\text{m}$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

(4) 要分辨两点，至少要使两点的像分别在底片上不同的微粒上，即显微镜的物镜应将两个物点的像点之间距放大到两个微粒的中心距离。则

$$\beta = \frac{\Delta y}{\Delta y_2} = \frac{0.45 \times 10^3 \mu m}{0.13 \mu m} = 3462$$

本节结束



聊城大学

物理科学与信息工程学院