

第六章 光的衍射

(Diffraction of light)

§ 6.5 夫琅禾费圆孔衍射和圆环衍射

Fraunhofer Round Hole Diffraction and Annular Aperture Diffraction

大多数光学仪器中所用透镜的边缘通常都是圆形的，所用的光阑也是圆形的，而且大多数是通过平行光和近似平行光成像的。所以对夫郎禾费圆孔衍射进行研究对分析几何光学仪器的成像有着十分重要的意义。

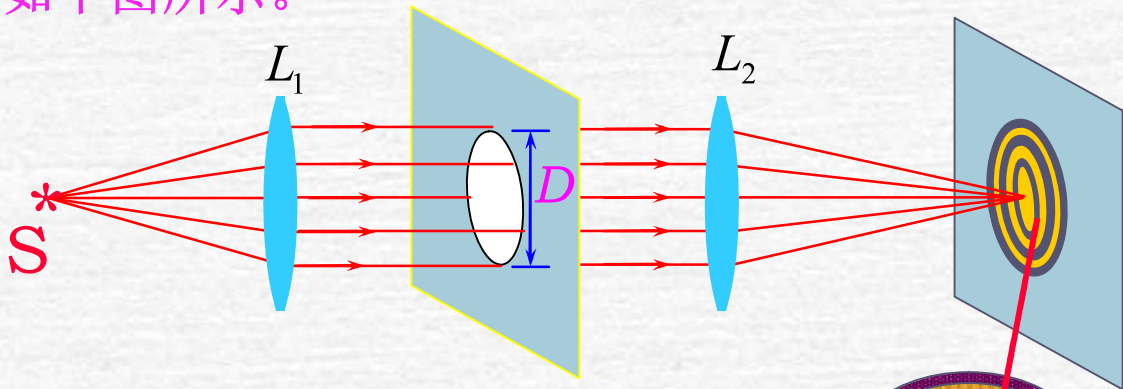


聊城大学

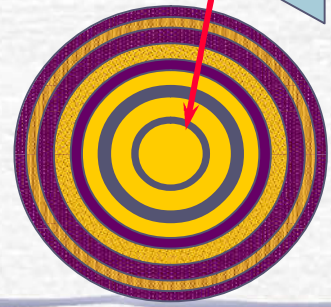
物理科学与信息工程学院

一、夫郎禾费圆孔衍射

夫郎禾费衍射属于远场衍射。夫郎禾费圆孔衍射装置图如下图所示。



衍射图样的中央是一个亮斑。外围有一系列明暗相间的同心圆环。各亮环的强度由中央向外边缘逐渐变小。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

根据惠更斯—菲涅耳原理，采用积分法可以推导在平行光垂直入射时，夫琅禾费圆孔衍射的光强分布公式，由于推导过程较繁琐，因此在此只给出结果。

$$I_P = A_0^2 \left[1 - \frac{1}{2} m^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{m^2}{2!} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{m^3}{3!} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{m^4}{4!} \right)^2 + \dots \right]^2$$

其中 $m = \frac{\pi R \sin \theta}{\lambda}$ R 为衍射孔的半径

若用一阶贝塞尔函数符号表示。
则有：

$$I_P = I_0 \left[\frac{J_1(2m)}{m} \right]^2.$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

以 $\sin\theta$ 为横坐标，以 I_p/I_0 为纵坐标，则光强分布用曲线表示为。

由光强分布公式可得：

中央最大值的位置为：

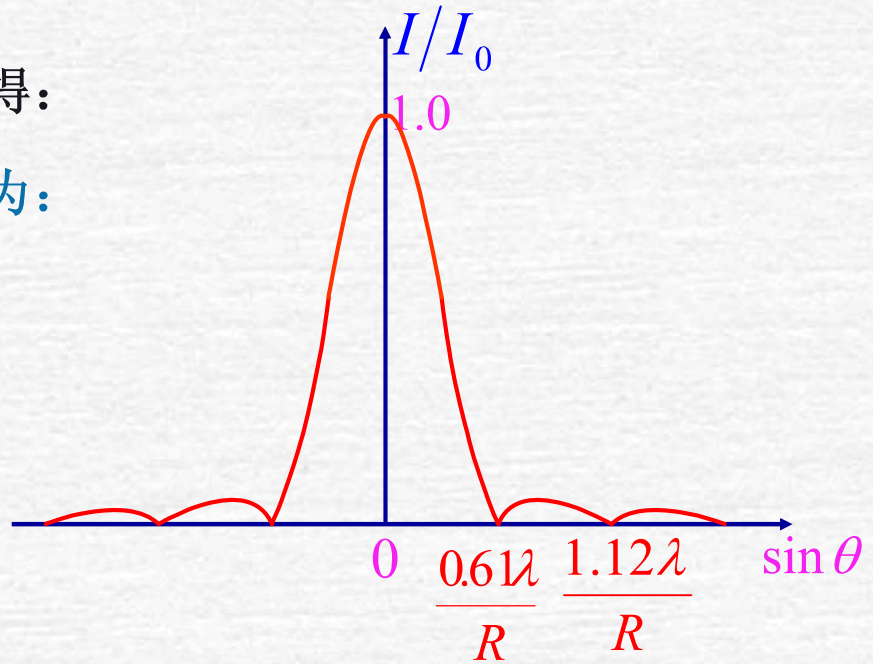
$$\sin\theta_0 = 0$$

最小值的位置为：

$$\sin\theta_1 = 0.610 \frac{\lambda}{R}$$

$$\sin\theta_2 = 1.116 \frac{\lambda}{R}$$

$$\sin\theta_3 = 1.619 \frac{\lambda}{R}$$



夫琅和费圆孔衍射光强分布曲线



聊城大学

物理科学与信息工程学院

次最大值位置为： $\sin \theta_{10} = 0.819 \frac{\lambda}{R}$

$$\sin \theta_{20} = 1.333 \frac{\lambda}{R}$$

$$\sin \theta_{30} = 1.847 \frac{\lambda}{R}$$

最大与次最大值的相对强度为：

$$I_0 = A_0^2 = I_0 \quad I_1 = A_1^2 = 0.0175 I_0$$

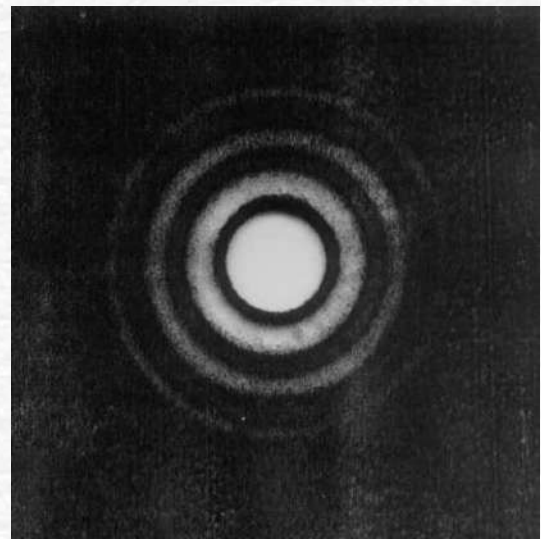
$$I_2 = A_2^2 = 0.0042 I_0 \quad I_3 = A_3^2 = 0.0016 I_0$$



聊城大学

物理科学与信息工程学院

夫琅和费圆孔衍射图样中央是一很亮的圆斑,集中了衍射光能量的83.8%,通常称为艾里斑.因为夫琅和费圆孔衍射的光强分布,首先由英国天文学家艾里(S. G. Airy, 1801-1892)导出的。它的中心是点光源的几何光学像。



圆孔的夫琅和费衍射 照片



聊城大学

物理科学与信息工程学院

艾里斑的半
角宽度为：

$$\Delta\theta_1 \approx \sin\theta_1$$

$$= 0.61 \frac{\lambda}{R} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

若透镜 L_2 的焦距为 f' 则艾里斑的线半径为：

$$\Delta L = f' \text{tg}\theta_1 \approx f' \sin\theta_1 \approx f' \Delta\theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D} f'$$

艾里斑的半径大小与衍射孔的直径成反比。

当 $\lambda/D \ll 1$ 时（即衍射孔比较大时），衍射现象可以忽略，艾里斑消失，就变成了直线传播。

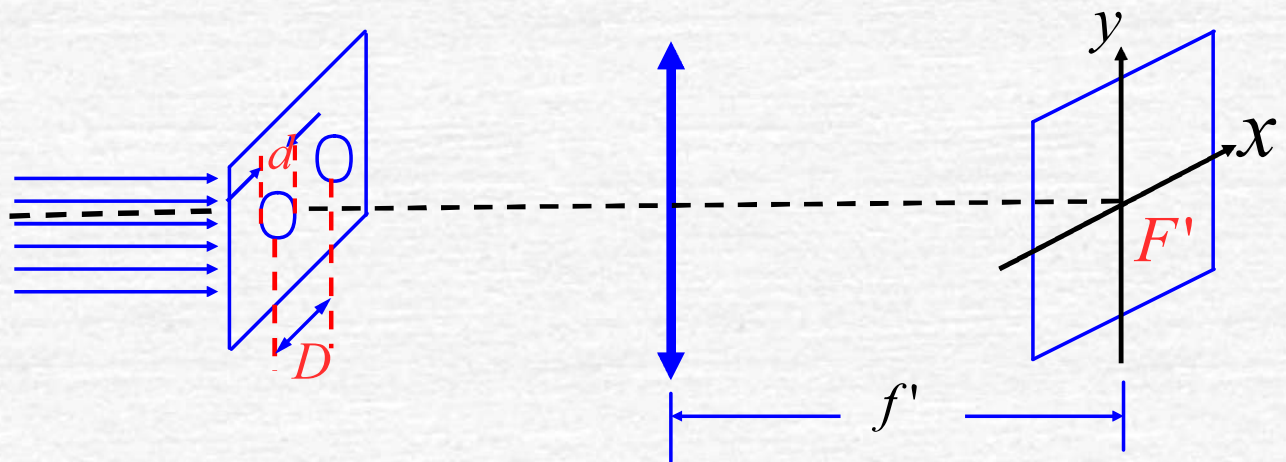
λ 愈大或 D 愈小，衍射现象愈显著。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

例题：如图，经准直的光束垂直投射到一光屏上，屏上开有两个直径均为 d ，中心间距为 D 的圆孔，且满足 $D > d$ ，试分析夫琅禾费衍射图样。



解：圆孔的衍射图样只取决于圆孔的直径，而与圆孔的位置是否偏离透镜主轴无关。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

根据几何光学的知识，凡是平行于主轴的任何光线，经透镜折射后，都将会聚于主焦点，或者说从波面上所有点发出的次波，经过透镜而到达焦点 F' 都有相同的光程。

因此中央最大值的位置是在透镜的主轴上，而和圆孔的位置无关。直径完全相同的两个圆孔并排时，由它们产生的两个衍射图样也完全相同，而且完全重合。圆孔衍射图样如图。

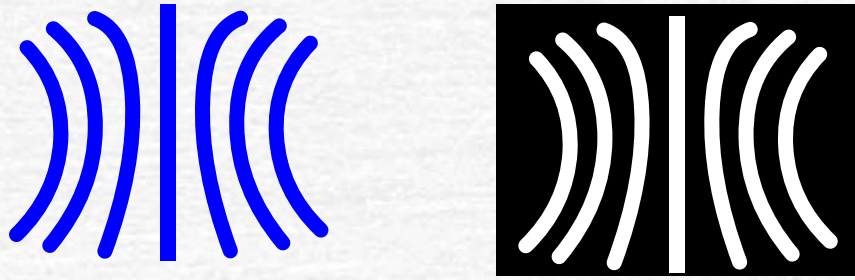
另一方面，两个圆孔的光波之间还会产生干涉，因此整个衍射图样是受单圆孔衍射调制的杨氏干涉条纹。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

杨氏双孔干涉的条纹形状应为双曲线族：



由夫琅禾费圆孔衍射，艾里斑的半线宽度为：

$$\Delta l = 1.22 \frac{\lambda}{d} f'$$

由杨氏双孔干涉的条纹间距为： $\Delta y = \frac{\lambda}{D} f'$

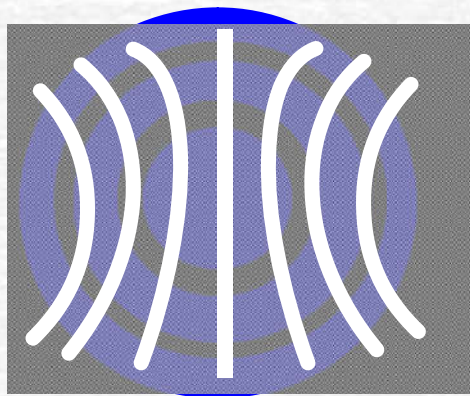
由于 $D > d$ ，因此 $\Delta y < \Delta l$ ，即艾里斑内至少有一对杨氏干涉暗条纹。



聊城大学

物理科学与信息工程学院

衍射图样与干涉图样叠加的结果应为：



例2 He-Ne激光器沿着管轴发射定向光束，其出射窗的直径（即内部毛细管的直径）约为1mm，求激光束的衍射发散角，并求10千米处的光斑半径.



聊城大学

物理科学与信息工程学院

解：沿管轴发射定向光束，即为平行光，可以认为属于夫郎禾费衍射。

He—Ne激光波长为 $\lambda=632.8\text{nm}$ ，由于出射窗口的限制，其衍射角半径即衍射发散角为：

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \frac{632.8 \times 10^{-9}}{1 \times 10^{-3}} = 7.7 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 2.7'$$

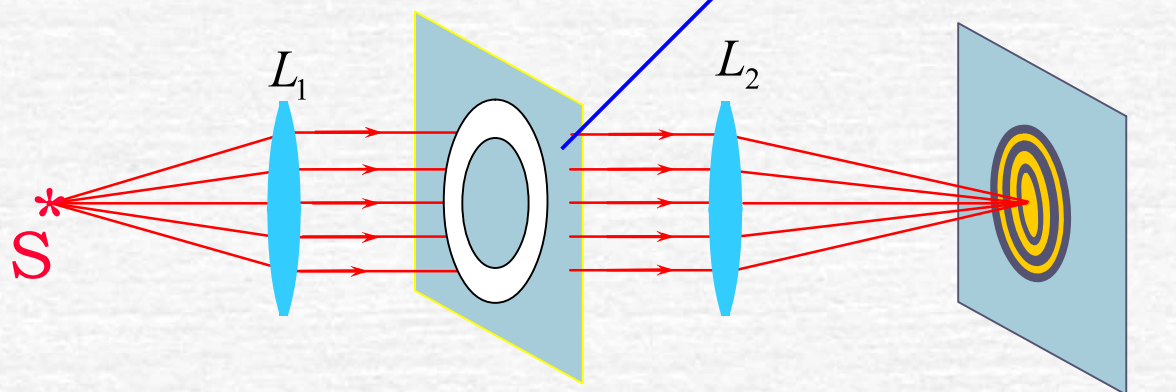
在10千米处的光斑半径为：

$$\Delta r = l \text{tg} \Delta\theta \approx l \Delta\theta = 10 \times 10^3 \times 7.7 \times 10^{-4} = 7.7 \text{ 米}$$

由此可见，由于衍射效应，截面有限而且绝对平行的光束是并不存在的，由于光波波长很短，在通常情况下，衍射发散角很小，不过在激光通讯或激光测距等远程装置中，即使很小的发散角也会造成很大的光斑，所以在设计时要特别加以考虑。

二、圆环的夫琅禾费衍射

实验装置如下图所示



聊城大学

物理科学与信息工程学院

本节结束