

文章编号: 1000-4750(2016)05-0034-10

流体饱和半空间中埋置球面 P1、P2 和 SV 波源动力格林函数

巴振宁^{1,2}, 梁建文^{1,2}

(1. 天津大学土木工程系, 天津 300072; 2. 滨海土木工程结构域安全教育部重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 基于 Biot 流体饱和孔隙介质理论, 采用 Hankel 积分变换方法, 在频域内求解了流体饱和半空间中埋置球面 P1、P2 和 SV 波源的动力格林函数。首先由 Hankel 积分变换将空间域内球面波展开为波数域内柱面波的叠加; 然后在半空间表面对称位置虚拟放置一同样大小的球面波源, 这样对于球面膨胀波源(P1 和 P2 波源), 地表剪应力为零, 但存在非零正应力和孔隙水压, 对于球面剪切波源(SV 波源), 地表正应力和孔隙水压为零, 但存在非零剪应力; 最后叠加球面波源、虚拟波源和残余半空间表面应力产生的动力响应, 即可求得流体饱和半空间中埋置球面波源波数域内的动力响应, 空间域内埋置球面波源的动力格林影响函数则由 Hankel 逆变换求得。该文给出的球面波源动力格林函数, 为建立以球面 P1、P2 和 SV 波动力格林函数为基本解的间接边界元方法, 求解饱和多孔介质中三维轴对称弹性波散射问题奠定了基础。

关键词: 球面波源; 流体饱和半空间; Hankel 变换; 动力响应; 动力格林函数

中图分类号: O347.41 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.09.0817

DYNAMIC GREEN'S FUNCTIONS OF SPHERICAL P1, P2 AND SV SOURCES EMBEDDED IN A WATER-SATURATED HALF-SPACE

BA Zhen-ning^{1,2}, LIANG Jian-wen^{1,2}

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Key Laboratory of Coastal Structures in Civil Engineering and Safety of Ministry of Education, Tianjin 300072, China)

Abstract: The dynamic Green's functions of spherical dilatational source P1, P2 and SV-waves embedded in a water saturated half-space in the frequency domain are presented based on Biot's theory. Firstly, the spherical source in the space domain is expressed as the summation of cylindrical waves in the wave number domain using the Hankel transformation, and the image of the spherical source is introduced. For the dilatational source, the shear stress becomes zero with non-zero normal stress and pore pressure at the surface of the half-space, which are defined as the residual normal stress and pore pressure; while for the shear source, the normal stress and pore pressure become zero with non-zero shear stress, which is defined as the residual shear stress. Finally, the total responses in the wave number domain are obtained by adding the responses of the reversed residual stress, the residual pore pressure, the spherical source and the virtual spherical source, while the Green's functions in the space domain can be obtained by inverse Hankel transformation. The dynamic Green's functions presented in this paper can be used as the fundamental solutions for the indirect boundary element method, which is expected to contribute to solve symmetric three dimensional wave scattering problems in water saturated half-space.

Key words: spherical source; water saturated half-space; Hankel transformation; dynamic response; dynamic Green's functions

收稿日期: 2014-09-25; 修改日期: 2014-12-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(51378348)

通讯作者: 梁建文(1965—), 男, 河北人, 教授, 博士, 主要从事地震工程研究(E-mail: liang@tju.edu.cn).

作者简介: 巴振宁(1980—), 男, 山东人, 副教授, 博士, 主要从事地震工程研究(E-mail: bazhenning_001@163.com).

流体饱和孔隙介质中的动力格林影响函数研究,在岩土工程、地震工程及地球物理等领域都有着重要的应用。自 Boit^[1-2]建立了流体饱和孔隙介质波动理论后,许多学者研究了流体饱和多孔介质中荷载的动力格林影响函数问题。Bonnet^[3]以及 Cheng 等^[4]研究了全空间饱和孔隙介质的动力格林影响函数问题; Halpern 和 Christiano^[5]以及 Philippacopoulos^[6]给出了作用于饱和半空间表面以及埋置于饱和半空间内部竖向集中荷载的动力格林函数; Senjuntichai 和 Rajapakse^[7]给出了饱和半空间内部线载和流体线源的动力格林函数解析解; Jin 和 Liu^[8]采用饱和全空间中集中力动力格林函数叠加残余地表应力动力格林函数的方法给出了均匀饱和半空间中埋置水平力的动力格林函数;陈胜立等^[9-10]也给出了饱和半空间中埋置力源的三维 Lamb 问题解答;Liang 等^[11]给出了层状饱和半空间的精确动力刚度矩阵,并进一步给出了二维层状饱和半空间中线性分布斜线荷载的动力格林函数。

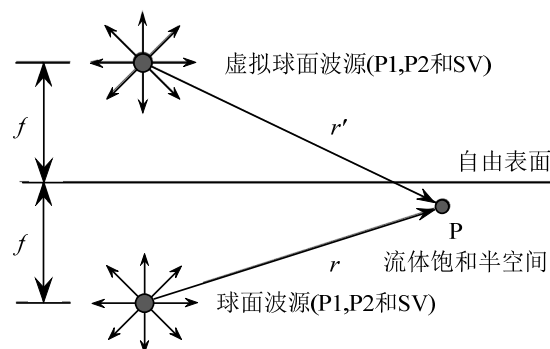
值得指出的是,以上文献给出的均是力源格林函数,对于流体饱和半空间中埋置球面(柱面)波源的动力格林函数研究较少,目前仅有少数文献给出了柱面波源的动力格林函数,而对于球面波源的动力格林函数,则尚未见报道。梁建文和刘中宪^[12-16]在弹性半空间中柱面 P 和 SV 波源(膨胀波源和剪切波源)动力格林函数^[17]的基础上,给出了流体饱和半空间中柱面 P1、P2 和 SV 波源的动力格林函数,并以给出的 P1、P2 和 SV 波源动力格林函数为基本解建立了间接边界积分方程方法(IBM),求解了流体饱和半空间中地下洞室和沉积谷地对平面波的散射问题。研究表明该 IBM 方法精度较高的同时对边界条件具有良好的适应性。因此进一步给出流体饱和半空间中球面 P1、P2 和 SV 波源动力格林函数,对于建立以球面 P1、P2 和 SV 波源动力格林函数为基本解的 IBM 方法,求解流体饱和半空间中三维轴对称弹性波的散射和土结构相互作用等工程波动问题有着重要的意义。同时求解流体饱和半空间中 P1、P2 和 SV 波源动力格林函数,也可用于模拟点震源产生的球面波在流体饱和多孔介质中的传播问题。

因此本文采用 Lamb^[18]给出方法,在频域内求解了三维轴对称情况下流体饱和半空间中埋置球面波源(球面膨胀 P1 和 P2 波源和球面剪切 SV 波源)的动力格林函数。通过本文退化结果(将流体饱和多

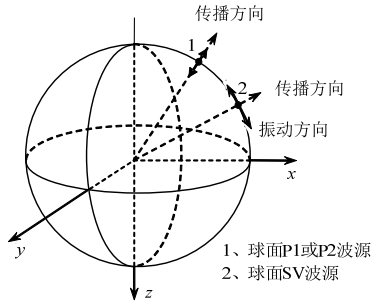
孔介质退化到单相弹性介质)与文献^[18]给出弹性半空间中结果的比较验证了本文方法的正确性。文中进行了数值计算,分析了波源振动频率和介质孔隙率等参数对动力响应的影响,并分析了饱和半空间埋置球面膨胀 P1 波源和埋置球面剪切 SV 波源动力响应的差异。

1 模型与计算方法

如图 1(a)所示,球面波源(球面膨胀 P1 波源或 P2 波源或球面剪切 SV 波源)埋置于流体饱和半空间中。饱和半空间假定为均质流体饱和多孔介质,采用 Biot 理论模拟。如图 1(b)所示,球面 P1 和 P2 波源为膨胀波源,其振动方向与球面波射线方向一致,球面 SV 波源为剪切波源,其振动方向为沿经度方向与球面波射线方向垂直。由于球面膨胀 P1 和 P2 波源以及球面剪切 SV 波源均满足轴对称条件,可按轴对称问题进行求解。为方便求解,如图 1(a)所示,首先采用 Hankel 积分变换将空间域内球面波函数展开为波数域中柱面波的叠加,并在饱和半空间自由表面对称位置,虚拟放置一同样大小的球面波源(在半空间表面镜像一个波源),这样对于球面膨胀 P1 和 P2 波源,饱和半空间表面的剪应力为零,而正应力和孔隙水压不为零,将不为零的正应力和孔隙水压定义为残余正应力和孔隙水压。对于球面剪切 SV 波源,饱和半空间表面正应力和孔隙水为零,而剪应力不为零,将不为零的剪应力定义为残余剪应力;然后叠加球面波源(膨胀 P1 波源或 P2 波源或剪切 SV 波源)和虚拟波源全空间动力响应以及反向施加饱和半空间表面残余应力产生的动力响应,即可求得饱和半空间内部球面波源(膨胀 P1 波源或 P2 波源或剪切 SV 波源)在波数域中的动力响应;球面波源空间域内动力格林函数则可由 Hankel 逆变换求得。



(a) 埋置于流体饱和半空间中球面波



(b) 球面 P1、P2 和 SV 波示意图

图 1 计算模型

Fig.1 Calculation model

1.1 Biot 饱和孔隙介质理论

采用 Biot 流体饱和和多孔介质理论来模拟饱和半空间, 位移形式表示的三维动力平衡方程^[1-2]为:

$$G\nabla^2\mathbf{U} + (\lambda^* + \mu^* + \alpha^2 M)\text{grad}(\text{div}\mathbf{U}) + \alpha M\text{grad}(\text{div}\mathbf{U}) = \rho\ddot{\mathbf{U}} + \rho_f\ddot{\mathbf{w}} \quad (1a)$$

$$\alpha M\text{grad}(\text{div}\mathbf{U}) + M\text{grad}(\text{div}\mathbf{w}) = \rho_f\ddot{\mathbf{U}} + m\ddot{\mathbf{W}} + b\dot{\mathbf{w}} \quad (1b)$$

式中: \mathbf{U} 和 \mathbf{w} 分别表示土骨架的位移矢量和流体相对于土骨架的位移矢量; $\mathbf{w} = n(\mathbf{W} - \mathbf{U})$, \mathbf{W} 为流体位移矢量; $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$ 为饱和土的总密度; ρ_s 和 ρ_f 为土骨架和流体的质量密度; n 为孔隙率; b 是反应粘性耦合的系数; $m = \rho_{22}/n^2 = (n\rho_f + \rho_a)/n^2$; ρ_a 为固相和液相的耦合质量密度; $\lambda^* = \lambda(1 + 2i\zeta)$ 和 $\mu^* = \mu(1 + 2i\zeta)$ 为土骨架的两个复拉梅常数; λ 和 μ 是拉梅常数的实部; ζ 为材料的滞洄阻尼比; α 和 M 为表征土颗粒和孔隙流体压缩性的常数。

1.2 饱和半空间中球面 P1 和 P2 波源动力格林函数

由文献[19]知, 流体饱和多孔介质中, 存在两类纵波 P1 和 P2 波, P1 波与 P2 波的传播机制不同, P2 波相对于 P1 波波速要小的多, 在饱和多孔介质中携带能量较小。但球面 P1 和 P2 波源动力格林函数的求解思路完全相同, 其区别仅在于波速不同, 因此以下求解仅给出了球面 P1 波源动力格林函数的求解过程, 对于球面 P2 波格林函数可按与球面 P1 波格林函数相同的步骤求得。设球面膨胀 P1 波源势函数形式为:

$$\phi_1^i = \frac{e^{-ik_{\alpha 1}r}}{r} \quad (2)$$

其中: $k_{\alpha 1} = \omega/c_{p1}$ 为流体饱和和孔隙介质中 P1 波的波数; c_{p1} 为饱和介质中 P1 波的波速^[19]; r 表示球面膨胀 P1 波源到计算点 P 的距离; 球面膨胀 P1 波

源埋置于半空间自由表面下 f 处, 在对称位置 $(0, 0, -f)$ 处放置一同样大小虚拟球面膨胀 P1 波源, 设其到计算位置 P 的距离为 r' , 如图 1 所示, 则球面膨胀 P1 波源和虚拟球面膨胀 P1 波源的势函数之和 ϕ_1^f 可写为:

$$\phi_1^f = \frac{e^{-ik_{\alpha 1}r}}{r} + \frac{e^{-ik_{\alpha 1}r'}}{r'} \quad (3)$$

由文献[18]知, 轴对称情况下球面波由 Hankel 变换可展开为柱面波的叠加, 如下式所示:

$$\frac{e^{-ik_{\alpha 1}r}}{r} = \int_0^\infty \frac{e^{-ik_{p1z}z}}{k_{p1z}} J_0(k\varpi) k dk \quad (4)$$

其中: ϖ 为柱坐标半径; k 为柱面坐标下径向波数; $k_{p1z} = \sqrt{k_{\alpha 1}^2 - k^2}$ 为沿 z 坐标方向的 P1 波波数, 将式(4)代入式(3)得球面膨胀 P1 和虚拟膨胀 P1 波源势函数之和在饱和半空间自由表面附近的展开式为:

$$\begin{aligned} \phi_1^f &= \frac{e^{-ik_{\alpha 1}r}}{r} + \frac{e^{-ik_{\alpha 1}r'}}{r'} = \int_0^\infty \frac{e^{-ik_{p1z}(f-z)}}{k_{p1z}} J_0(k\varpi) k dk + \\ &\int_0^\infty \frac{e^{-ik_{p1z}(z+f)}}{k_{p1z}} J_0(k\varpi) k dk = \\ &2 \int_0^\infty \frac{\cosh k_{p1z}z}{k_{p1z}} e^{-ik_{p1z}f} J_0(k\varpi) k dk \end{aligned} \quad (5)$$

柱坐标下, 流体饱和和多孔介质中土骨架位移、流体相对于土骨架位移、应力以及孔隙水压与球面波势函数之间的关系式为(设 ϕ_1 和 ϕ_2 为膨胀 P1 和 P2 波势函数, χ 为剪切 SV 波势函数):

$$U_r = \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial z} \quad (6a)$$

$$U_z = \frac{\partial \phi_1}{\partial z} + \frac{\partial \phi_2}{\partial z} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} + k_\beta^2 \chi \quad (6b)$$

$$w_r = D_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + D_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + D_3 \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial z} \quad (6c)$$

$$w_z = D_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} + D_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial z} + D_3 \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} + k_\beta^2 \chi \right) \quad (6d)$$

$$\tau_{zr} = \mu^* \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) \quad (6e)$$

$$\sigma_z = \lambda^* \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + 2\mu^* \frac{\partial U_z}{\partial z} - \alpha p_f \quad (6f)$$

$$\begin{aligned} p_f &= -M \left(\frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_r}{r} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \right) - \\ &\alpha M \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6g)$$

其中, D_1 、 D_2 和 D_3 的具体形式见文献[19], 将式(5)代入式(6), 得球面膨胀 P1 和虚拟膨胀 P1 波源在饱和半空间表面处产生的位移(包括流体相对于土骨架位移)、正应力和孔隙水压(定义为半空间表面残余正应力和孔隙水压)为:

$$U_{r0}^f = 2i \int_0^\infty \frac{e^{-ik_{p1z}f}}{k_{p1z}} J_1(k\varpi) k^2 dk, \quad U_{z0}^f = 0 \quad (7a)$$

$$w_{r0}^f = 2iD_1 \int_0^\infty \frac{e^{-ik_{p1z}f}}{k_{p1z}} J_1(k\varpi) k^2 dk, \quad w_{z0}^f = 0 \quad (7b)$$

$$\sigma_{z0}^f = 2i(\lambda^* + \alpha^2 M + \alpha MD_1) \cdot \int_0^\infty \frac{(k_{p1z}^2 + k^2)}{k_{p1z}} e^{-ik_{p1z}f} J_0(k\varpi) k dk \quad (7c)$$

$$p_{f0}^f = -2ikM(\alpha + D_1) \cdot \int_0^\infty \frac{(k_{p1z}^2 + k^2)}{k_{p2z}} e^{-ik_{p1z}f} J_0(k\varpi) k dk \quad (7d)$$

为满足饱和半空间表面的零应力边界条件和透水条件, 需将地表的残余正应力和孔隙水压反加到半空间表面。半空间表面作用残余正应力和孔隙水压时会在饱和半空间内部产生向无穷远处传播的 P1 波、P2 波和 SV 波, 设其在波数域中势函数如下式所示:

$$\tilde{\phi}_1 = a_1 \exp(-ik_{p1z}z) J_0(k\varpi) \quad (8a)$$

$$\tilde{\phi}_2 = a_2 \exp(-ik_{p2z}z) J_0(k\varpi) \quad (8b)$$

$$\tilde{\chi} = b \exp(-ik_{sz}z) J_0(k\varpi) \quad (8c)$$

其中: $k_{p2z} = \sqrt{k_{\alpha 2}^2 - k^2}$ 和 $k_{sz} = \sqrt{k_\beta^2 - k^2}$ 分别为沿 z 坐标方向的 P2 波和 S 波波数; $k_{\alpha 2} = \omega / c_{p2}$ 和 $k_\beta = \omega / c_s$ 分别为饱和介质中 P2 波波数和 S 波波数, c_{p2} 和 c_s 分别为饱和介质中 P2 和 S 波波速^[19], 上标“~”表示在波数域中的参数。将式(8)代入式(6)中, 可得由三个势函数求得的应力、孔隙水压以及流体相对于土骨架的位移。若饱和半空间表面为透水条件, 饱和半空表面的边界条件为应力为零和孔压为零, 则势函数 $\tilde{\phi}_1$ 、 $\tilde{\phi}_2$ 和 $\tilde{\chi}$ 在半空间表面产生的剪应力为零, 正应力和孔隙水压等于 $-\tilde{\sigma}_{z0}^f$ 和 $-\tilde{p}_{f0}^f$, 这样在波数域中系数 a_1 、 a_2 和 b 满足下式:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\tilde{\sigma}_{z0}^f \\ -\tilde{p}_{f0}^f \end{Bmatrix} \quad (9)$$

若饱和半空间表面为不透水条件, 饱和半空间

表面的边界条件为应力为零和流体相对于土骨架竖向位移为零(半空间表面处流体流量为零), 则势函数 $\tilde{\phi}_1$ 、 $\tilde{\phi}_2$ 和 $\tilde{\chi}$ 在半空间表面产生剪应力为零, 正应力等于 $-\tilde{\sigma}_{z0}^f$, 流体相对于土骨架竖向位移为零, 则在波数地域中系数 a_1 、 a_2 和 b 满足下式:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\tilde{\sigma}_{z0}^f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

其中:

$$\begin{cases} A_{11} = 2ik\mu^* k_{p1z}; & A_{12} = 2i\mu^* k k_{p2z} \\ A_{13} = \mu^* (k_{sz}^2 - k^2) k \\ A_{21} = -(\lambda^* + \alpha^2 M + \alpha MD_1)(k^2 + k_{p1z}^2) - 2\mu^* k_{p1z}^2 \\ A_{22} = -(\lambda^* + \alpha^2 M + \alpha MD_2)(k^2 + k_{p2z}^2) - 2\mu^* k_{p2z}^2 \\ A_{23} = -2i\mu^* k_{sz}^2 k \end{cases} \quad (11a)$$

半空间表面为透水条件时:

$$\begin{cases} A_{31} = M(\alpha + D_1)(k_{p1z}^2 + k^2) \\ A_{32} = M(\alpha + D_2)(k_{p2z}^2 + k^2); & A_{33} = 0 \end{cases} \quad (11b)$$

半空间表面为不透水条件时:

$$A_{31} = -iD_1 k_{p1z}; \quad A_{32} = -iD_2 k_{p2z}; \quad A_{33} = D_3 k^2 \quad (11c)$$

式(9)和式(10)中 $\tilde{\sigma}_{z0}^f$ 和 \tilde{p}_{f0}^f 为地表残余正应力和孔隙水压在波数域中的幅值, 由式(7)知为:

$$\tilde{\sigma}_{z0}^f = 2ik(\lambda^* + \alpha^2 M + \alpha MD_1)k(k_{p1z}^2 + k^2)e^{-ik_{p1z}f} / k_{p1z} \quad (12a)$$

$$\tilde{p}_{f0}^f = -2ikM(\alpha + D_1)(k_{p1z}^2 + k^2)ke^{-ik_{p1z}f} / k_{p1z} \quad (12b)$$

求解式(9)或式(10), 可得 P1 波、P2 波和 SV 波的幅值系数 a_1 、 a_2 和 b , 然后再由式(6), 可求得由反加地表残余正应力和孔隙水压引起的动力响应, 由于以上计算都是在波数域内进行的, 要得到反加残余正应力和孔隙水压在空间域内的动力响应, 可采用式(13)给出的 Hankel 逆变换求:

$$f(r, z) = \int_0^\infty f(k, z) \xi J_0(k\varpi) dk \quad (13)$$

其中: $f(\varpi, z)$ 为空间域内的位移、应力或孔隙水压; $f(k, z)$ 为波数域内的位移、应力或孔隙水压幅值, 对于式(13)中 Hankel 逆变换积分, 考虑到 Bessel 函数的振荡特性, 本文采用分段两点高斯积分来完成。求得饱和半空间表面残余正应力和孔隙水压产生的动力响应后, 再叠加式(3)球面膨胀 P1 和虚拟

膨胀波 P1 源的全空间动力响应, 即可求得饱和半空间中埋置球面膨胀 P1 波源的动力响应。

1.3 饱和半空间中球面 SV 波源动力格林函数

设流体饱和多孔介质中球面剪切源 SV 波源的势函数形式为:

$$\chi^i = \frac{e^{-ik_{sz}r}}{r} \quad (14)$$

与球面膨胀 P1 波源动力格林函数求解思路相同, 在饱和半空间表面对称位置虚拟放置一同样大小球面剪切 SV 波源(如图 1 所示), 则依据式(4)展开方式, 球面剪切 SV 和虚拟球面剪切 SV 波源在饱和半空间表面附近的势函数展开式为:

$$\chi^f = 2 \int_0^\infty \frac{\cosh k_{sz}z}{k_{sz}} e^{-ik_{sz}f} J_0(k\varpi) k dk \quad (15)$$

将式(15)代入式(6), 得饱和半空间表面处的位移和残余剪应力为:

$$U_{\varpi 0}^f = 0,$$

$$U_{z0}^f = -2i \int_0^\infty \frac{(k_{sz}^2 - k_\beta^2)}{k_{sz}} e^{-ik_{sz}f} J_0(k\varpi) k dk \quad (16a)$$

$$w_{\varpi 0}^f = 0,$$

$$w_{z0}^f = -2iD_3 \int_0^\infty \frac{(k_{sz}^2 - k_\beta^2)}{k_{sz}} e^{-ik_{sz}f} J_0(k\varpi) k dk \quad (16b)$$

$$\tau_{z\varpi 0}^f = -2\mu^* i \int_0^\infty \frac{(2k_{sz}^2 - k_\beta^2)}{k_{sz}} e^{-ik_{sz}f} J_1(k\varpi) k^2 dk \quad (16c)$$

同球面膨胀 P1 波源动力格林函数的求解思路相同, 将饱和半空间自由表面残余剪应力反向施加在半空间上, 当饱和半空间自由表面为透水边界条件时, 满足下式:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{\tau}_{zr0}^f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

当饱和半空间自由表面为不透水边界条件时, 满足下式:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{\tau}_{zr0}^f \\ 0 \\ -\tilde{w}_{z0}^f \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中, 式(17)和式(18)中矩阵元素同式(9)和(10), 式(17)和式(18)中 $\tilde{\tau}_{z\varpi 0}^f$ 和 \tilde{w}_{z0}^f 为地表残余剪应力和地表流体相对于土骨架竖向位移在波数域中的幅值, 由式(16)知为:

$$\tilde{\tau}_{zr0}^f = -2\mu^* i (2k_{sz}^2 - k_\beta^2) k^2 e^{-ik_{sz}f} / k_{sz} \quad (19)$$

$$\tilde{w}_{z0}^f = -2iD_3 (k_{sz}^2 - k_\beta^2) k e^{-ik_{sz}f} / k_{sz} \quad (20)$$

求解式(17)或式(18), 可得式(8)中 P1 波、P2 波和 SV 波的幅值系数 a_1 、 a_2 和 b , 然后按照与饱和半空间中埋置球面膨胀 P1 波源动力格林函数相同的求解方法, 可求得饱和半空间中埋置球面剪切 SV 波源的动力格林函数, 在此不再赘述。

2 方法验证

通过与文献[18]给出单相弹性半空间中埋置膨胀 P 波源在半空间表面处产生位移来验证本文方法的正确性, 本文方法在取饱和参数 M 、 m 、 ρ_f 、 α 和 b 趋于 0(本文实际取 10^{-3}), 可退化为单相弹性介质。图 2 给出了本文结果与文献[18]结果的比较, 均匀半空间中膨胀 P 波源埋深为 f , 泊松比为 0.25, 膨胀 P 波源无量纲振动频率 $\eta = \omega f / c_s = 1.0$ 。图 2 中 $U_{\varpi 0}$ 为径向位移, U_{z0} 为竖向位移, 连续结果为本文结果, 离散结果为文献[18]结果, 从图中可以看出本文结果与文献[18]结果非常吻合, 说明了本文方法的正确性。

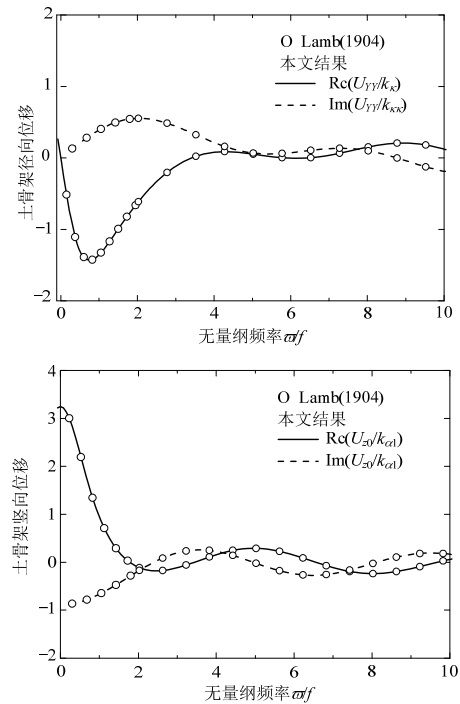


图 2 本文结果与文献[18]结果的比较

Fig.2 Comparison with results given by article ref. [18]

3 算例及分析

首先以埋置于饱和半空间中的球面膨胀 P1 波源为例, 图 3 给出了土骨架位移、孔隙水压以及应力的实部和虚部沿深度 z 的变化曲线, 饱和半空间

表面假定为不透水，饱和半空间介质采用文献[19]中给出物理参数，如表 1 中的 $n=0.3$ 所示。定义无量纲频率 $\eta = \omega f / c_s = 1.0, 3.0$ 和 5.0 ，计算位置的径向坐标取在 $r/f = 1.0$ 处，图 3 中给出的无量纲径向位移为 $\bar{U}_r = U_r / k_{\alpha 1}$ ，无量纲竖向位移为

$\bar{U}_z = U_z / k_{\alpha 1}$ ，无量纲孔隙水压 $\bar{p}_f = p_f / (\mu k_{\alpha 1}^2)$ ，无量纲剪应力为 $\bar{\tau}_{z\sigma} = \tau_{z\sigma} / (\mu k_{\alpha 1}^2)$ ，无量纲径向正应力为 $\bar{\sigma}_r = \sigma_r / (\mu k_{\alpha 1}^2)$ ，无量纲竖向正应力 $\bar{\sigma}_z = \sigma_z / (\mu k_{\alpha 1}^2)$ 。

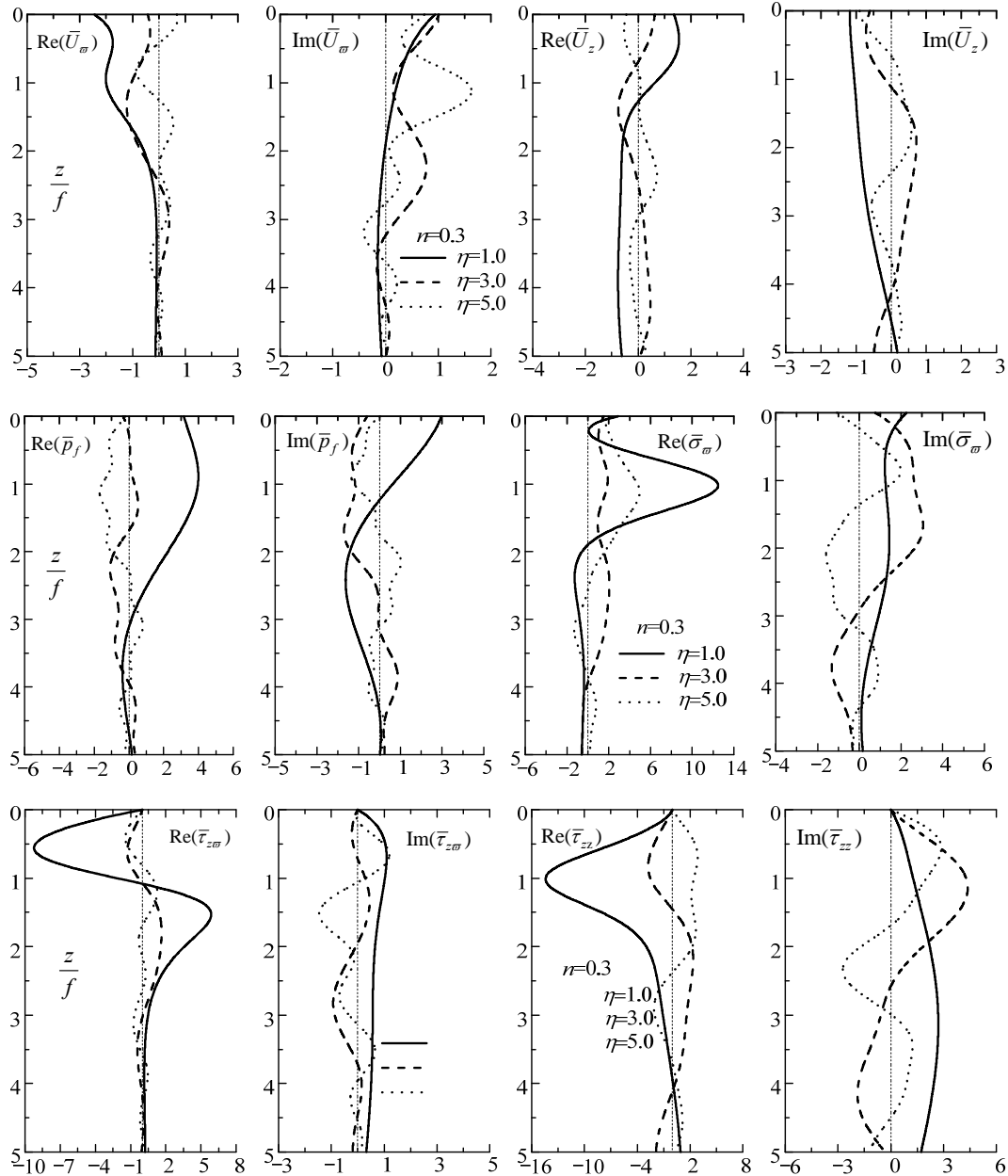


图 3 饱和半空间内部位移和应力沿深度 z 的变化(球面 P1 波源)

Fig.3 Displacements and stresses in the water saturated half-space along with depth (Spherical P1 waves)

表 1 文献[19]采用地基土物理参数

Table 1 Soil parameters used by article ref. [19]

n	μ/Pa	M/Pa	$m/(\text{kg}/\text{m}^3)$	α	$\rho_s/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\rho_f/(\text{kg}/\text{m}^3)$	b	泊松比	阻尼比
0.10	1.56×10^9	18.22×10^9	55500	0.2762	2650	1000	0	0.25	0.05
0.30	37×10^8	60.72×10^8	7222	0.8287	2650	1000	0	0.25	0.05
0.34	13.13×10^8	53.58×10^8	5796	0.9392	2650	1000	0	0.25	0.05

从图 3 可以看出, 位移、应力以及孔隙水压均随深度均出现波动, 且随着波源振动频率的增大, 动力响应振荡更为剧烈。随着球面膨胀 P1 波源振动频率的增大, 位移、应力以及孔隙水压的虚部逐渐变大, 说明频率越大, 动力响应衰减越明显。在波源作用水平面处($z=f=1.0$), 水平位移实部较大, 而竖向位移实部较小, 孔隙水压、径向正应力和竖向正应力实部较大, 而剪应力实部较小, 这是因为球面膨胀 P1 波, 其振动方向沿球半径方向, 在波源作用水平面处, 仅有水平方向位移而无竖向位移。当波源振动频率较大时, 动力响应最大值往往

不出现在离波源最近位置。从图 3 还可以看出, 由于半空间表面不透水, 地表处孔隙水压不为零。

图 4 进一步给出了饱和半空间中埋置球面波源为膨胀 P1 波源, 对应不同孔隙率($n=0.1、0.3$ 和 0.34) 时, 土骨架径向位移、竖向位移、孔隙水压、剪应力和正应力的实部和虚部随深度 z 的变化曲线, 饱和半空间表面为完全不透水状态, 对应不同孔隙率饱和半空间物理参数仍如表 1 所示, 定义无量纲振动频率 $\eta = \omega f / c_s = 2.0$, 计算位置径向取在 $r / f = 1.0$ 处, 图 4 中位移、应力和孔隙水压的无量纲方式同图 3。

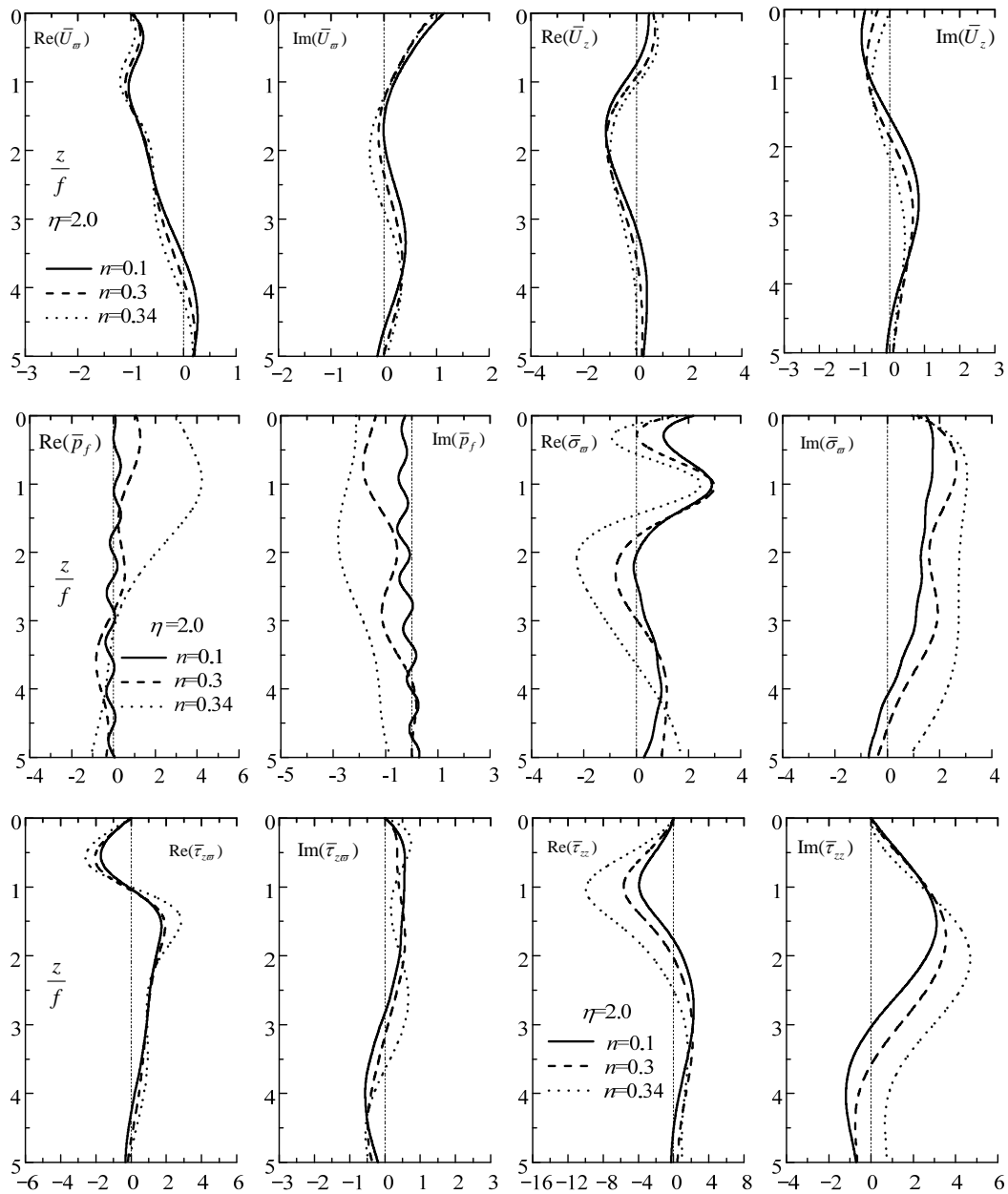


图 4 饱和半空间内部位移和应力沿深度 z 的变化(膨胀 P1 波源, 孔隙率变化)

Fig.4 Displacements and stresses in the water saturated half-space along with depth (Spherical P1 waves for different porosities)

从图 4 可以看出, 孔隙率发生变化时, 位移实部和虚部变化较小, 而孔隙水压和应力随孔隙率的变化非常明显。随孔隙率的增大, 孔隙水压实部和虚部逐渐变大(孔隙水压幅值变大), 但实部和虚部随深度变化逐渐平缓, 这是因为随着孔隙率的增大, 饱和多孔介质中流体成分所占比重增大, 饱和多孔介质整体上刚度减小, 所以幅值增大而波动平缓。径向正应力和竖向正应力受孔隙率影响显著, 整体上随着孔隙率的增大, 实部和虚部逐渐增大, 而剪应力的实部和虚部受孔隙率的影响较小。

以埋置于饱和半空间中的球面剪切 SV 波源为

例, 图 5 给出了土骨架位移、孔隙水压以及应力的实部和虚部沿深度 z 的变化曲线, 饱和半空间表面为不透水状态, 饱和半空间介质物理参数如表 1 中 $n=0.3$ 所示, 无量纲频率定义为 $\eta = \omega f / c_s = 1.0$ 、3.0 和 5.0, 计算位置径向仍取在 $r/f = 1.0$ 处, 图 5 中给出无量纲径向位移 $\bar{U}_r = U_r / k_\beta^2$, 竖向位移 $\bar{U}_z = U_z / k_\beta^2$, 孔隙水压 $\bar{p}_f = p_f / (\mu k_\beta^3)$, 剪应力 $\bar{\tau}_{zr} = \tau_{zr} / (\mu k_\beta^3)$, 径向正应力 $\bar{\sigma}_r = \sigma_r / (\mu k_\beta^3)$, 竖向正应力 $\bar{\sigma}_z = \sigma_z / (\mu k_\beta^3)$ 。

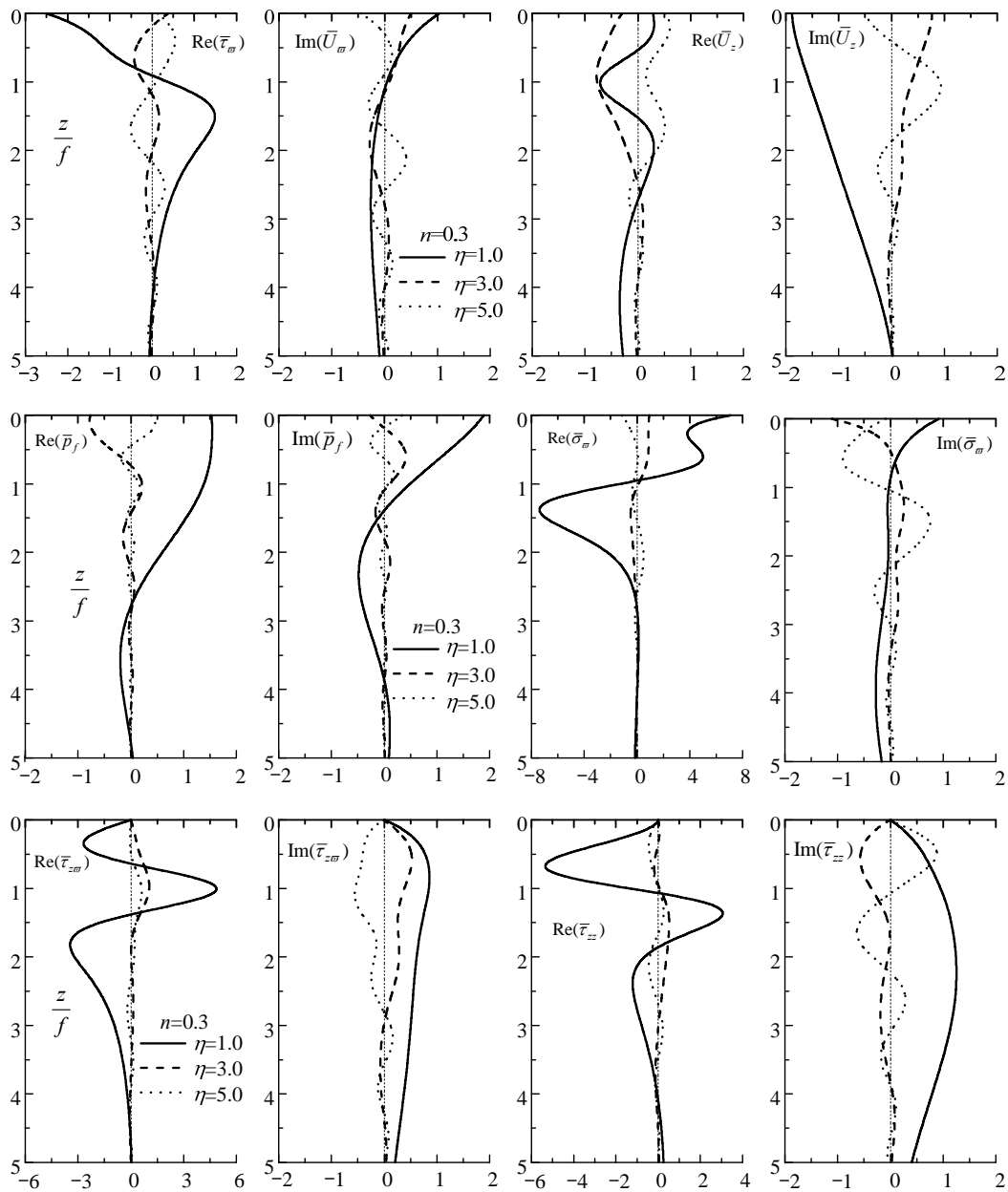


图 5 饱和半空间内部位移和应力沿深度 z 的变化(剪切 SV 波源)

Fig.5 Displacements and stresses in the water saturated half-space along with depth (Spherical SV waves)

从图 5 可以看出, 波源为球面剪切 SV 波时, 在 $z = f = 1.0$ (波源作用水平面) 处, 径向位移实部较小, 而竖向位移的实部较大, 剪应力实部较大, 而孔隙水压、径向正应力和竖向正应力实部较小, 这是因为球面剪切 SV 波振动方向沿球面经度方向, 在球面波源作用的水平面上, 只有竖向振动而无水平振动, 这与球面波源为膨胀 P1 波源情况正好相反。从图中还可以看出, 孔隙水压沿深度方向衰减明显, 且孔隙水压在幅值上, 相对于膨胀 P1 波源情况要小的多, 这是因为波源为球面剪切 SV 波源

时, 半空间内剪切波的成分比重较大, 而剪切波不能引起孔隙水压力。

图 6 进一步给出了饱和半空间中埋置球面波源为剪切 SV 波源, 对应不同孔隙率 ($n=0.1$ 、 0.3 和 0.34) 时, 土骨架位移、孔隙水压以及应力的实部和虚部沿深度 z 的变化曲线, 饱和半空间表面为不透水状态, 对应不同孔隙率饱和半空间物理参数如表 1 所示, 定义无量纲振动频率 $\eta = \omega f / c_s = 2.0$, 径向计算位置仍取在 $r/f = 1.0$ 处, 图 6 中位移、应力和孔隙水压的无量纲方式同图 5。

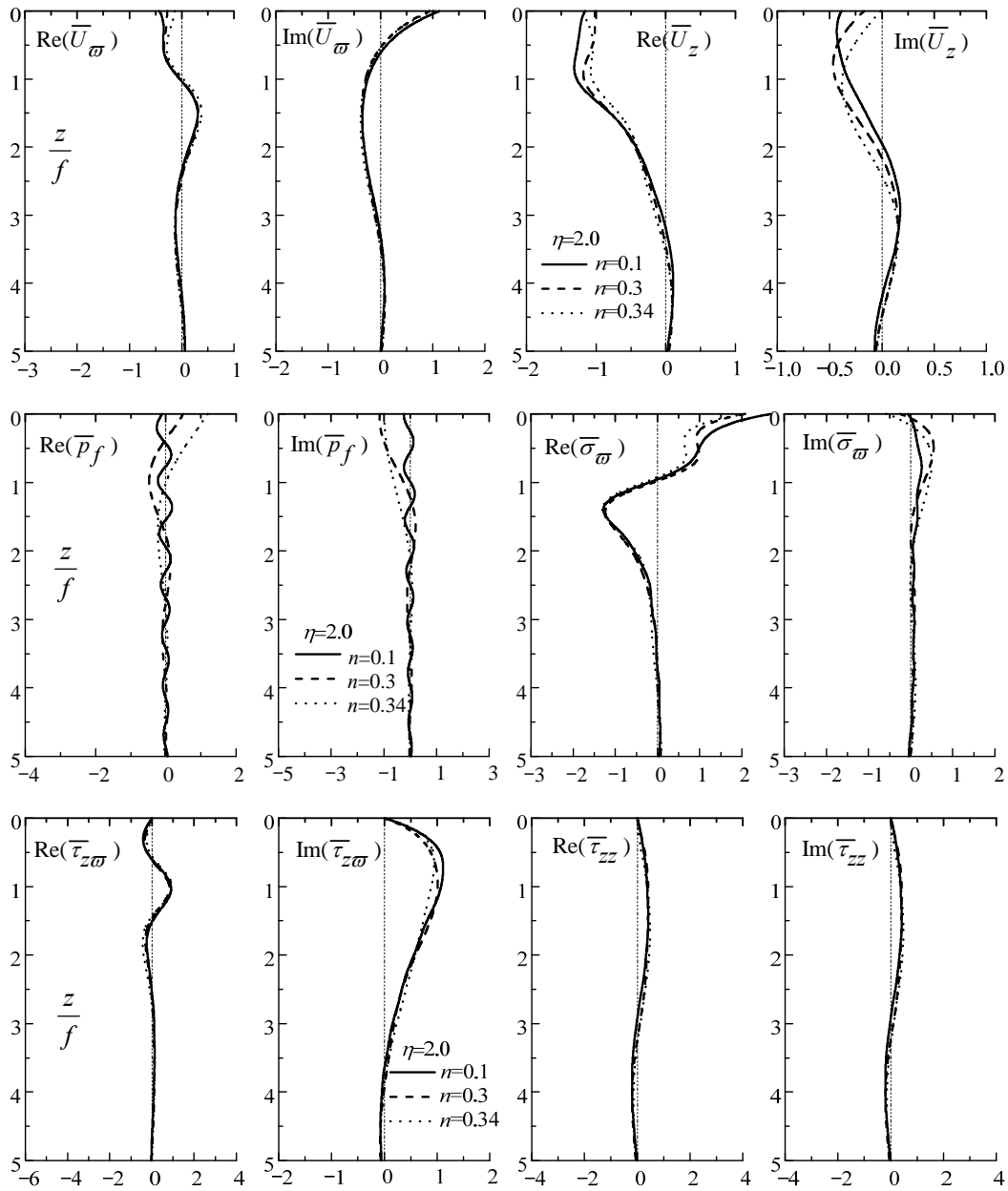


图 6 饱和半空间内部位移和应力沿深度 z 的变化(剪切 SV 波源, 孔隙率变化)

Fig.6 Displacements and stresses in the water saturated half-space along with depth (Spherical SV waves for different porosities)

4 结论

采用 Hankel 积分变换方法, 通过在半空间表面对称位置虚拟放置一同样大小的球面波源, 然后叠加两球面波源全空间动力格林函数和反加残余地表应力及孔隙水压产生动力响应的方法, 给出了流体饱和半空间中埋置球面 P1、P2 和 SV 波源的动力格林影响函数。本文给出流体饱和半空间中球面 P1、P2 和 SV 波动力格林函数, 构成了基于流体饱和多孔介质三维轴对称间接边界元方法的一组完备基本解, 为今后建立以该格林函数为基本解建立间接边界元方法, 求解流体饱和半空间中三维轴对称波动问题奠定了基础。同时本文给出的数值结果显示, 介质的孔隙率对球面 P 波的在流体饱和多孔介质中传播的影响显著大于球面 SV 波情况。

参考文献:

- [1] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 28(2): 168—178.
- [2] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 28(2): 179—191.
- [3] Bonnet G. Basic singular solution for a poroelastic medium in the dynamic range [J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 1987, 82(5): 1758—1762.
- [4] Cheng AHD, Badmus T, Beskos D E. Integral equation for dynamic poroelasticity in frequency domain with BEM solution [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1991, 117(55): 1136—1157.
- [5] Halpern M R, Christiano P. Response of poroelastic halfspace to steady-state harmonic surface tractions [J]. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 1986, 106: 609—632.
- [6] Philippacopoulos A J. Buried point source in a poroelastic half-space [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1997, 1238: 860—869.
- [7] Senjuntichai T, Rajapakse RKND. Dynamic Green's functions of homogeneous poroelastic half-plane [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1994, 120(11): 2381—2404.
- [8] Jin B, Liu H. Dynamic response of a poroelastic halfspace to horizontal buried loading [J]. *International Journal of Solid and Structure*, 2001, 38: 8053—8064.
- [9] 陈胜立, 张建民, 陈龙珠. 饱和地基中点源荷载的动力 Green 函数[J]. *岩土工程学报*, 2001, 23(4): 423—426.
- Chen Shengli, Zhang Jianmin, Chen Longzhu. Dynamic green's functions of saturated soil subjected to the internal excitation [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 23(4): 423—436. (in Chinese)
- [10] 陈胜立, 张建民, 陈龙珠. 饱和土埋置力源的三维动力 Lamb 问题解答[J]. *固体力学学报*, 2004, 25(2): 149—154.
- Chen Shengli, Zhang Jianmin, Chen Longzhu. Three dimensional Lamb's problem of saturated soil subjected to internal excitations [J]. *ACTA Mechanica Solida Sinica*, 2004, 25(2): 149—154. (in Chinese)
- [11] Liang J, You H. Green's functions for uniformly distributed loads acting on an inclined line in a poroelastic layered site [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2005, 4(2): 233—241.
- [12] 梁建文, 刘中宪. 柱面波在半空间中洞室周围的散射 [J]. *地震工程与工程振动*, 2008, 28(5): 27—37.
- Liang Jianwen, Liu Zhongxian. Scatter of cylindrical around a cavity in a half-space [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2008, 28(5): 27—37. (in Chinese)
- [13] Liang J, Liu Z. Diffraction of plane SV waves by a cavity in poroelastic half-space [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2009, 1: 29—46.
- [14] Liang J, Liu Z. Diffraction of plane P waves by a canyon of arbitrary shape in poroelastic half-space (I): Formulation [J]. *Earthquake Science*, 2009, 22(3): 215—222.
- [15] Liang J, Liu Z. Diffraction of plane P waves by a canyon of arbitrary shape in poroelastic half-space (II): Numerical results and discussion [J]. *Earthquake Science*, 2009, 22(3): 223—222.
- [16] 梁建文, 刘中宪. 平面 SV 波在饱和半空间中沉积谷地周围的散射[J]. *地震工程与工程振动*, 2010, 30(3): 12—21.
- Liang Jianwen, Liu Zhongxian. Diffraction of plane SV waves by an alluvial valley in poroelastic half-space [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2010, 30(3): 12—21. (in Chinese)
- [17] Dravinski M, Mossessian T K. Scattering of plane harmonic P, SV, and Rayleigh waves by dipping layers of arbitrary shape [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1987, 77: 212—235.
- [18] Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 1904, 203: 1—42.
- [19] Lin C H, Lee V W, Trifunac M D. The reflection of plane waves in a poroelastic half-space fluid saturated with inviscid fluid [J]. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 2005, 25: 205—223.