

文章编号: 1000-4750(2016)05-0089-08

混凝土I型裂缝扩展准则比较研究

王瑾瑾, 董伟, 王强, 吴智敏, 曲秀华

(大连理工大学海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁, 大连 116024)

摘要: 针对混凝土I型裂缝扩展问题, 分别采用以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则、最大拉应力准则以及裂尖处应力强度因子为零的裂缝扩展准则, 数值模拟了强度等级C20、C40、C60、C80和C100的混凝土三点弯曲梁裂缝扩展全过程, 获取了试件的荷载-裂缝口张开位移(*P-CMOD*)曲线并与试验结果进行了比较。结果表明, 三种准则中以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则计算得到的峰值荷载及*P-CMOD*全曲线与试验结果差别最小。随着混凝土强度等级的提高, 最大拉应力准则以及裂尖处应力强度因子为零的裂缝扩展准则计算出的*P-CMOD*曲线与试验结果相比均有较为明显的偏离, 但以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则计算结果与试验曲线更为吻合。试验与计算结果表明, 以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则更适用于不同强度混凝土材料的断裂分析。

关键词: 混凝土; 裂缝扩展准则; 强度等级; *P-CMOD*曲线; 数值模拟

中图分类号: TU528 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.01.0089

A COMPARATIVE STUDY ON PROPAGATION CRITERION OF CONCRETE MODE I CRACK

WANG Cui-jin, DONG Wei, WANG Qiang, WU Zhi-min, QU Xiu-hua

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: In order to analyze the propagation of concrete mode I crack, three crack propagation criteria, which are characterized by the initial fracture toughness, maximum tensile stress and nil stress intensity factor at the tip of the crack, are introduced to derive the load-crack mouth opening displacement curves (*P-CMOD*) of three-point bending beams. The *P-CMOD* curves are compared with the experimental results of concrete with varied strength including C20, C40, C60, C80 and C100. The results indicate that the peak load and the *P-CMOD* curves calculated using the crack propagation criterion characterized by initial fracture toughness have best matched with the experimental ones. With the increasing of concrete strength, the *P-CMOD* curves calculated by the crack propagation criteria characterized by maximum tensile stress and nil stress intensity factor at the tip of the crack show an obvious deviation from the experimental curves; while the *P-CMOD* curves calculated by the crack propagation criterion characterized by initial fracture toughness are close to the experimental results. It is indicated that the crack propagation criterion characterized by initial fracture toughness is more suitable to analyze the fracture process of concrete beams with different strength.

Key words: concrete; crack propagation criterion; strength grade; *P-CMOD* curves; numerical simulation

收稿日期: 2014-01-24; 修改日期: 2016-01-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(51478084, 51421064, 51478083)

通讯作者: 董伟(1978—), 男, 盘锦人, 副教授, 博士, 硕导, 从事混凝土断裂力学研究(E-mail: dongwei@dlut.edu.cn).

作者简介: 王瑾瑾(1990—), 女, 太原人, 硕士生, 从事混凝土断裂力学研究(E-mail: wtq818@163.com);

王强(1988—), 男(蒙族), 赤峰人, 硕士生, 从事混凝土断裂力学研究(E-mail: dutwq@sina.com);

吴智敏(1963—), 男, 仙居人, 教授, 博士, 博导, 从事混凝土断裂力学及混凝土结构加固理论研究(E-mail: wuzhimin@dlut.edu.cn);

曲秀华(1961—), 女, 大连人, 工程师, 学士, 从事混凝土断裂试验研究(E-mail: quxiuhua2013@163.com).

在混凝土断裂过程分析中, 一个准确且适用范围广的裂缝扩展准则对裂缝扩展全过程的分析至关重要。龙渝川和张楚汉等^[1]分别采用弥散裂缝模型^[2]和分离裂缝模型^[3]并应用最大拉应力准则模拟了混凝土 I 型和 I-II 复合型断裂, 发现这两种方法的计算结果基本一致。顾嘉丰等^[4]对水工混凝土采用弥散型裂缝模型进行开裂分析时的开裂判据进行了研究, 得到了数值模拟中破坏所对应的等效塑性应变。Carpinteri 和 Massabó^[5]针对水泥基材料的 I 型断裂提出了用应力强度因子表征的裂缝扩展准则, 该准则认为裂缝处于临界状态时, 其裂尖的应力强度因子为零, 即裂缝尖端由外力引起的应力强度因子 K_I^P 与粘聚力引起的应力强度因子 K_I^σ 之差 $K_I \geq 0$ 时裂缝开始扩展。Bittencourt 和 Ingraffea 等^[6]也推荐采用该裂缝扩展准则来分析裂缝扩展全过程。Ooi 和 Yang^[7-9]、Yang 和 Deeks^[10]、Moës 和 Belytschko^[11]分别应用此准则对钢筋混凝土、素混凝土 I 型裂缝、复合型裂缝扩展进行了分析, 计算结果与试验吻合良好。然而混凝土作为一种半脆性材料, 其裂缝尖端仍存在一定的奇异性, 其断裂破坏过程则需经历裂缝起裂、稳定扩展和失稳扩展三个阶段。对此, 徐世烺和赵国藩^[12]提出了双 K 断裂准则, 起裂断裂韧度 K_{IC}^{ini} 、失稳韧度 K_{IC}^{un} 为该模型的两个参数。众多研究表明, 双 K 断裂参数是反应混凝土材料内在属性的固有参数。但是双 K 断裂准则中两个参数并不独立, 且准则并未考虑失稳后的裂缝扩展过程。对此吴智敏和董伟等^[13-14]将起裂韧度 K_{IC}^{ini} 作为材料参数, 提出了 I 型裂缝扩展准则与 I-II 复合型裂缝扩展准则。其中, I 型裂缝扩展准则认为当裂尖处外荷载引起的应力强度因子 K_I^P 与粘聚力产生的强度因子 K_I^σ 之差大于起裂韧度 K_{IC}^{ini} 时, 裂缝开始扩展。Dong 和 Wu 等^[15-16]采用该扩展准则计算了三点弯曲梁及无限大板的 P - $CMOD$ 曲线, 计算结果与试验结果吻合良好。另外, 董伟等^[17]根据该准则利用 ANSYS 有限元软件计算了全级配混凝土 I 型裂缝扩展的 P - $CMOD$ 曲线、临界裂缝长度及双 K 断裂韧度并与试验进行了比较, 二者吻合良好。

综上所述, 目前国内外学者分别采用三种裂缝扩展准则所计算的结果与试验结果均吻合良好。值得指出的是, 这些研究多针对于普通强度

等级混凝土, 并未涉及混凝土强度等级较高的情况。为此, 本文分别采用最大拉应力准则、裂尖处应力强度因子为零的裂缝扩展准则以及以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则, 计算了不同强度等级混凝土的三点弯曲梁荷载-裂缝口张开位移曲线, 并与试验结果进行比较, 在此基础上, 讨论了三种准则的适用性。

1 裂缝扩展准则

1.1 最大拉应力准则($\sigma_t = f_t$ 准则)

$\sigma_t = f_t$ 准则可简单地表述为, 当裂尖最大主应力大于混凝土单轴抗拉强度 f_t 时, 裂缝开始扩展, 开裂后裂缝间粘聚力则由裂缝位移来控制, 当达到临界裂缝位移时, 粘聚力降为零。

在最大拉应力准则的数值计算时, 本文利用了有限元软件 ABAQUS 当中的塑性损伤模型。ABAQUS 中的塑性损伤模型作为一种弹塑性断裂模型被广泛应用于混凝土结构的计算。该模型可概括为方程:

$$\sigma = (1-d)\bar{\sigma} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma} = D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \in \{\bar{\sigma} | F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \leq 0\} \quad (2)$$

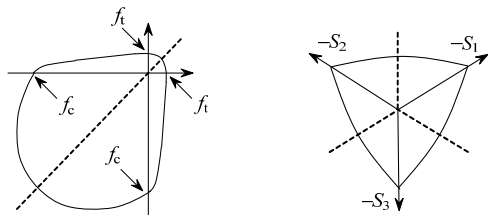
$$\dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl} = h(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (4)$$

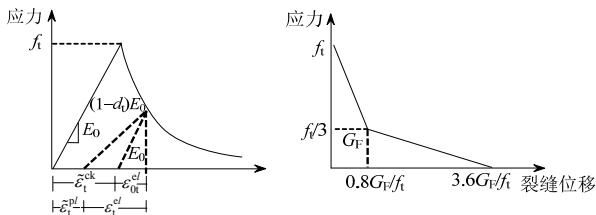
式(1)为存在损伤时的有效应力, σ 为 Cauchy 应力; $\bar{\sigma}$ 为有效应力; d 为损伤变量。式(2)定义了有效应力与弹性应变的关系, D_0^{el} 为材料的无损刚度; ε 为总应变; ε^{pl} 为塑性应变; $\tilde{\varepsilon}^{pl}$ 为等效塑性应变; $F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl})$ 为屈服函数。式(3)为硬化参数的演化, 其中 $\dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl}$ 为等效塑性应变率; $h(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl})$ 为硬化函数; $\dot{\varepsilon}^{pl}$ 为塑性流动。式(4)定义了流动法则, G 为塑性势; $\dot{\lambda}$ 为非负的流动因子; 流动法则采用基于 Drucker-Prager^[18]流动面的非关联流动法则。在处理素混凝土断裂问题时, 裂缝的起裂与扩展在塑性理论中被表述为当屈服函数 $F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) < 0$ 时, 材料处于弹性段。当屈服函数 $F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) = 0$ 时, 混凝土开裂, 本构方程进入软化段。进入软化段后, 微裂纹的增长则由不断增大的硬化变量来描述。由式(3)可知, 硬化变量由 $\bar{\sigma}$ 和 $\tilde{\varepsilon}^{pl}$ 控制, 这里:

$$\tilde{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \\ \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \end{bmatrix} \quad (5)$$

对素混凝土 I 型张拉裂缝而言, 未裂混凝土通常是线弹性的, 因此单轴受压塑性应变 $\tilde{\varepsilon}_c^p = 0$, 屈服面将主要由 $\tilde{\varepsilon}_t^p$ 来控制。 $\tilde{\varepsilon}_t^p$ 为混凝土单轴受拉塑性应变, 在不考虑损伤的情况下 $\tilde{\varepsilon}_t^p = \tilde{\varepsilon}_t^{ck}$, $\tilde{\varepsilon}_t^{ck}$ 为裂缝应变, 如图 1(c)所示。为避免网格敏感性, 需采用如图 1(d)所示的应力-裂缝位移的关系定义混凝土软化特性。再将裂缝位移处理为塑性应变, 就得到了与单元尺寸无关的应力-应变软化曲线, 计算过程中若单元裂缝位移达到临界值时需删除单元。



(a) 平面应力状态下的屈服面 (b) 偏平面上的屈服面



(c) 单轴受拉本构关系 (d) 偏平面上的屈服面

图 1 塑性损伤模型单轴受拉本构曲线及屈服面

Fig.1 The constitutive curve and yield surface of concrete damage plasticity mode under uniaxial tension condition

1.2 裂尖处应力强度因子为零的裂缝扩展准则

($K_I = K_I^P - K_I^\sigma = 0$ 准则)

Dugdale-Barenblatt 模型^[19-20]认为对于弹塑性材料裂尖塑性区内复杂的作用力可以整合为一个作用在裂缝两侧的粘聚力。若将物理裂尖移至塑性区边缘, 由于粘聚力的作用, 数学裂尖处应力奇异性消失, 因而该点处应力强度因子为零。Hillerborg 等^[21]采用 D-B 模型的概念, 将裂尖前端的微裂损伤区(如图 2 所示)集成为一条虚拟的裂缝。在虚拟裂缝上, 作用有随张开位移增大而减小的粘聚力, 直至位移达到一定值, 粘聚力降为零, 形成宏观裂缝。虚拟裂尖应力分布如图 3 所示。由图 3 可知, 裂尖处应力值为混凝土抗拉强度 f_t , 虚拟裂缝尖端应力已无奇异性, 所以虚拟裂尖处应力强度因子 $K_I = K_I^P - K_I^\sigma = 0$ 。这里 K_I^P 为由外荷载引起的应力强度因子, K_I^σ 为粘聚力在虚拟裂尖处引起的应力强度因子。当

$K_I = K_I^P - K_I^\sigma > 0$ 时, 表明外荷载张开裂缝的能力大于粘聚力闭合裂缝的能力, 裂缝向前扩展。

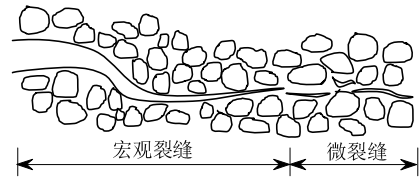


图 2 实际裂缝扩展

Fig.2 The true crack of concrete

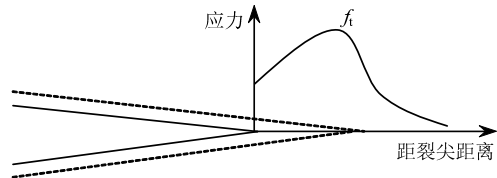


图 3 虚拟裂缝裂尖应力分布

Fig.3 The stress distribution of fictitious crack

1.3 以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则

($K_I = K_I^P - K_I^\sigma = K_{IC}^{ini}$ 准则)

众多试验证明, 混凝土结构的裂缝扩展存在起裂、稳定扩展及失稳扩展三个状态。据此, 徐世焱提出了双 K 断裂准则。该准则采用两个控制参数 K_{IC}^{ini} 和 K_{IC}^{un} 来描述混凝土结构的断裂过程。 K_{IC}^{ini} 为起裂断裂韧度, 即裂缝起裂时在裂尖处由外荷载引起的应力强度因子, 此时对应于起裂荷载 P_{ini} 、裂缝初始缝长 a_0 。 K_{IC}^{un} 为失稳断裂韧度, 即荷载达到最大值时, 临界有效裂缝尖端处由外荷载引起的应力强度因子, 此时对应于最大荷载 P_{max} 、临界有效缝长 a_c 。

根据双 K 断裂理论, 吴智敏、董伟等^[13-17]提出了以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则。该准则认为, 若将裂缝的每一次扩展都当做是裂缝尖端区域混凝土的一次起裂过程, 则整个裂缝扩展过程可以看作是由若干次起裂过程所组成, 判定起裂与否的标准就是起裂韧度。因此, 裂缝扩展准则可由下述公式表述:

- 1) 当 $K_I^P - K_I^\sigma < K_{IC}^{ini}$ 时, 裂缝不扩展;
- 2) 当 $K_I^P - K_I^\sigma = K_{IC}^{ini}$ 时, 裂缝处于临界状态;
- 3) 当 $K_I^P - K_I^\sigma > K_{IC}^{ini}$ 时, 裂缝向前扩展。

2 裂缝扩展分析

最大拉应力准则计算($\sigma_t = f_t$ 准则)裂缝扩展时, 结合弥散裂缝模型, 假定单元的最大主应力超过其抗拉强度时, 会在垂直于最大主应力的方向形成无数条平行的微裂纹, 当某一单元发生开

裂, 只需调整其材料的本构关系, 而无须重新划分网络。根据弥散裂缝模型的主要思想, 本文利用 ABAQUS 当中自带的混凝土塑性损伤模型进行了数值实现。为了得到对位移较精确的结果, 有限元模型采用 CPS8R(八节点四边形二次平面应力减缩积分单元)单元, 单元模型如图 4 所示。该单元在每条边上有中间结点, 采用二次插值。减缩积分单元比普通的完全积分单元在每个方向少用一个积分点, 对位移的求解结果较为精确且在网格存在较大变形时分析精度也不会受到大的影响。

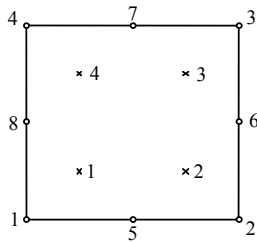


图 4 单元 CPS8R 示意图

Fig.4 Element CPS8R

对于裂尖应力强度因子为零的裂缝扩展准则和以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则, 本文根据上文论述原理使用 FORTRAN 语言编译了相关程序进行计算, 其中采用位移外推法计算了裂缝尖端应力强度因子。所谓位移外推法, 就是先利用数值方法求得裂缝尖端附近区域的位移场, 再利用位移场的表达式得到节点的应力强度因子, 之后通过数值方法外推获得裂缝尖端的应力强度因子。对于 I 型裂缝(张开型)问题, 应力强度因子 K_I 可以利用裂缝尖端区域($r \rightarrow 0$)的裂纹表面位移表示, 公式如下:

$$K_I = \frac{2G}{\kappa(\kappa+1)} \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \nu \quad (6)$$

式中: G 为剪切弹性模量; ν 为裂缝张开方向的位移; κ 与泊松比 μ 有关。

$$\kappa = \begin{cases} 3 - 4\mu & , \text{平面应变} \\ (3 - \mu) / (1 + \mu) & , \text{平面应力} \end{cases} \quad (7)$$

在利用 FORTRAN 程序计算时, 具体计算步骤如下: 1) 首先需假设裂缝扩展长度 Δa 并使荷载从零开始递增; 2) 根据试件变形利用位移外推法得出裂尖应力强度因子 K_I^P 和 K_I^σ ; 3) 判断 $K_I^P - K_I^\sigma$ 是否大于 0 或者 K_{Ic}^{ini} 确定裂纹是否向前扩展; 4) 重复以上步骤直至裂纹扩展至试件边界结束。

3 不同裂缝扩展准则计算的 P - $CMOD$ 曲线

3.1 试验概况

本文采用强度等级为 C20、C40、C60、C80、C100 的混凝土试件进行了三点弯曲梁的断裂试验, 试件几何尺寸见图 5。其中, 试件跨度 $S=480$ mm, 高度 $D=120$ mm, 厚度 $B=60$ mm, 初始缝长 $a_0=36$ mm。

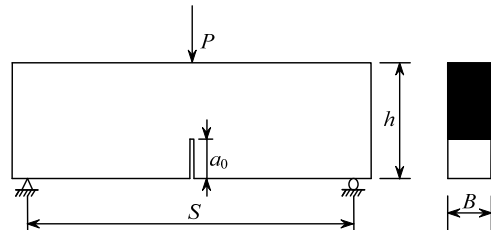


图 5 三点弯曲梁

Fig.5 Three-point bending beams

浇筑混凝土所用材料为大连小野田生产的 42.5[#]和 52.5[#]普通硅酸盐水泥; C100 级混凝土采用石英砂, 其余强度等级试件采用大连产优质河砂; C100 级混凝土采用最大粒径为 16 mm 的花岗岩, 其余强度等级试件采用最大粒径为 20 mm 的石灰岩; 粉煤灰采用 I 级粉煤灰, 并采用上海埃肯公司生产硅灰及西卡 3301E 型高效减水剂; 缓凝剂为阿拉丁试剂公司生产的葡萄糖酸钠。混凝土配合比具体见表 1。试验所用混凝土力学参数见表 2。所有数据均通过试验测得, 其中, 断裂能和起裂韧度通过三点弯曲梁试验测得, 表中所列数据为一组三个试件所测数据平均值。

表 1 混凝土配合比

Table 1 The proportions of concrete mix

类别	水泥型号	材料用量/(kg/m ³)								水胶比
		水泥	砂	石子	水	粉煤灰	硅灰	减水剂	缓凝剂	
C20	42.5	336	692	1177	195	—	—	—	—	0.67
C40	42.5	446	593	1102	214	—	—	—	—	0.48
C60	52.5	390	631	1226	142	61	—	6.3	—	0.35
C80	52.5	420	495	1155	144	120	60	13.4	0.3	0.24
C100	52.5	420	495	1155	138	120	60	9.0	0.3	0.23

表 2 试验材料参数

Table 2 The material parameters of concrete

类别	立方体		弹性模量 E/GPa	断裂能 G _F /(N·m ⁻¹)	起裂初度/ K _{IC} ⁱⁿⁱ /(MPa·m ^{1/2})
	抗压强度/ f _{ck,cube} /MPa	抗拉强度/ f _{ctm} /MPa			
C20	32.8	3.05	29.9	117.1	0.46
C40	48.9	3.74	33.2	126.4	0.62
C60	69.9	4.43	35.7	128.7	0.63
C80	84.1	5.01	38.1	135.6	0.67
C100	115.8	5.71	41.4	147.5	0.92

3.2 试验结果与数值结果对比

在上述计算结果的基础上，本文分别采用三种裂缝扩展准则，计算了混凝土强度等级为 C20、C40、C60、C80、C100 的三点弯曲梁试件的 P-CMOD 曲线。算例所用三点弯曲梁的尺寸如图 5 所示，各项力学参数见表 2，软化本构关系选用 Petersson^[22]双线性软化曲线，见图 1(d)。

上述工况下，将三种准则的计算结果进行对比，如图 6~图 8 及表 3 所示。图中绘有三条试验曲线和两条计算曲线，试验曲线为三点弯曲梁试验实测值，计算曲线各项参数采用的是试验参数平均值。

本文统计了各强度等级下 K_I=0 准则、σ_t=f_t 准则以及 K_I=K_{IC}ⁱⁿⁱ 准则与试验结果最大荷载相对差别。公式如下：

$$\delta = \frac{|P_{\max}^1 - P_{\max}^2|}{P_{\max}^2} \times 100\% \quad (8)$$

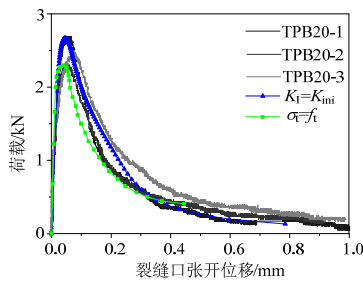
其中：P_{max}¹ 指数值计算的峰值荷载；P_{max}² 指试验实测峰值荷载平均值。所有数据见表 3。

从图 6~图 8 可以看出各强度等级混凝土的 P-CMOD 曲线在线性部分三种准则计算结果是基本一致的，但进入到非线性部分，由 σ_t=f_t 准则及 K_I=0 准则所预测的 P-CMOD 曲线在峰值荷载处均低于试验平均值，而 K_I=K_{IC}ⁱⁿⁱ 准则的预测值则(除去 TPB100 组外)普遍高于试验平均值。同时，利用 K_I=K_{IC}ⁱⁿⁱ 准则计算得到的峰值荷载与试验平均值更为接近，相对差值均小于 10%；利用 K_I=0 准则以及 σ_t=f_t 准则计算所得峰值荷载与试验平均值相对差别较大，除 TPB20 组外均在 10%以上，最大可以达到 23%。由此可以得出结论，以起裂初度为参数的裂缝扩展准则更适合不同强度混凝土材料的断裂分析。

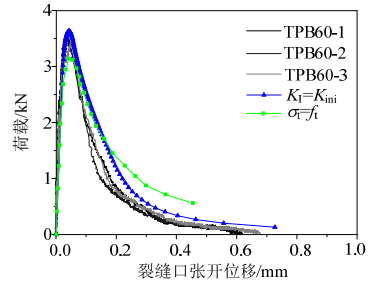
表 3 峰值荷载比较

Table 3 The comparison of peak load

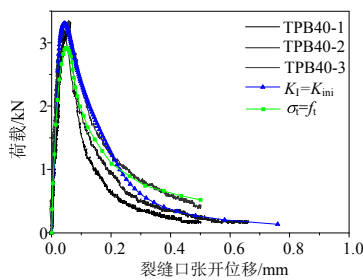
类别	峰值荷载实测值/kN			峰值荷载 平均值/kN	K _I =K _{IC} ⁱⁿⁱ 计算值	相对差值/ (%)	K _I =0 计算值	相对差值/ (%)	σ _t =f _t 计算值	相对差值/ (%)
	试件 1	试件 2	试件 3							
TPB20	2.698	2.298	2.469	2.485	2.667	7.32	2.261	-9.01	2.296	-7.61
TPB40	3.300	3.202	3.346	3.283	3.305	0.67	2.682	-18.32	2.920	-11.06
TPB60	3.469	3.545	3.462	3.501	3.631	3.71	3.742	-15.97	3.137	-10.40
TPB80	4.043	3.716	3.667	3.806	3.953	3.86	3.302	-13.20	3.341	-12.22
TPB100	4.767	4.840	4.669	4.761	4.268	-10.35	3.654	-23.25	3.728	-21.70



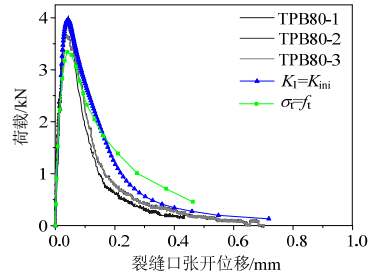
(a)



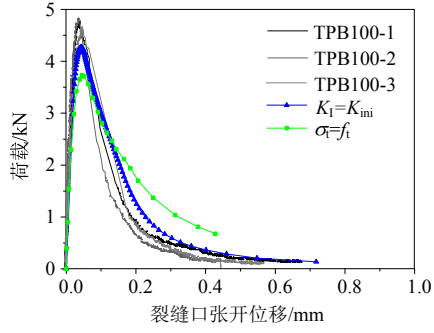
(c)



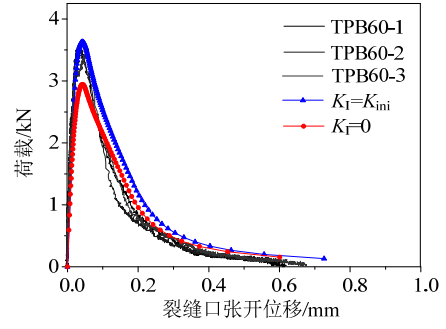
(b)



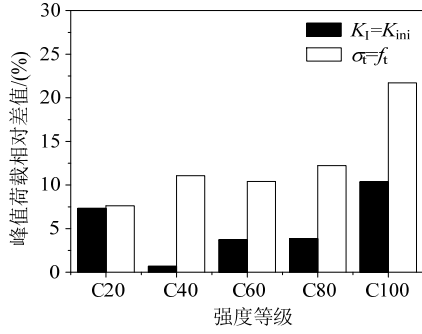
(d)



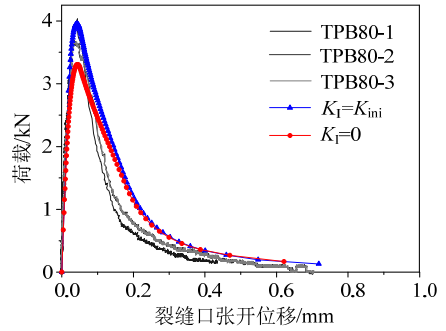
(e)



(c)



(f)

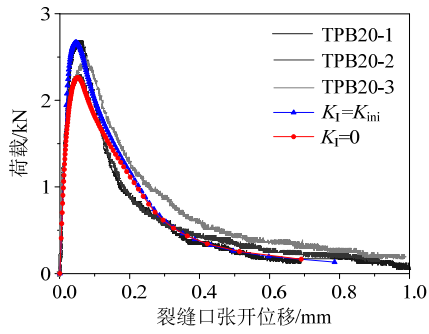


(d)

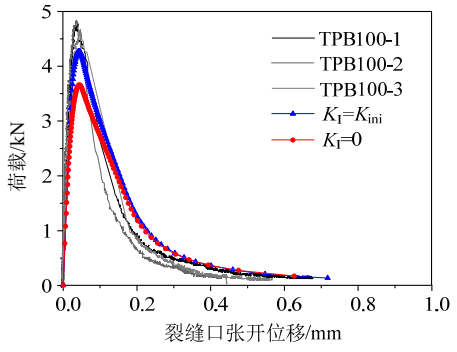
注：图中 TPBaa-b 含义为：TPB 指三点弯曲梁试件；aa 指对应强度等级；b 指试件编号

图 6 $K_1 = K_{ic}^{ini}$ 准则、 $\sigma_t = f_t$ 准则与试验结果对比

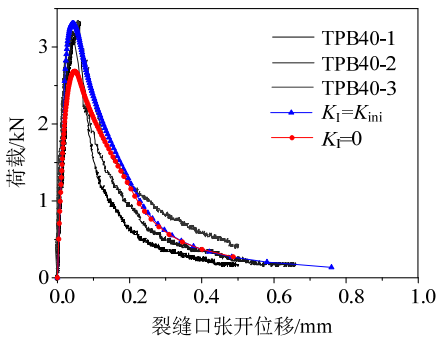
Fig.6 The comparison of the results using $K_1 = K_{ic}^{ini}$ criterion, $\sigma_t = f_t$ criterion and experimental result



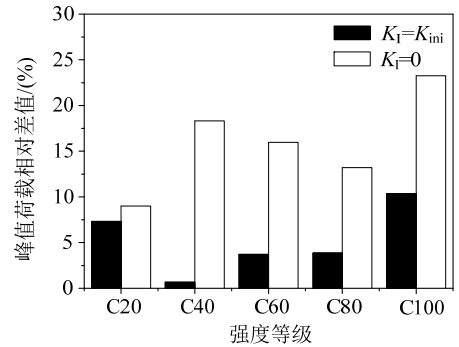
(a)



(e)



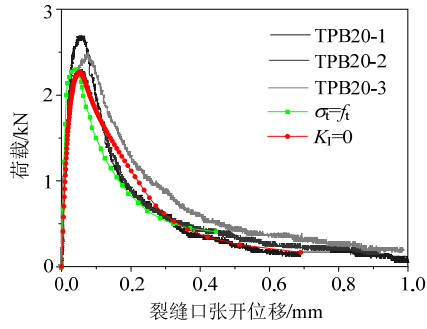
(b)



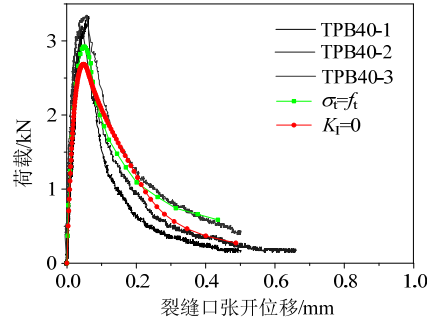
(f)

图 7 $K_1 = K_{ic}^{ini}$ 准则、 $K_1 = 0$ 准则与试验结果对比

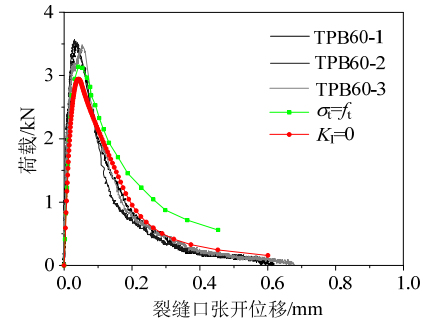
Fig.7 The comparison of the results using $K_1 = K_{ic}^{ini}$ criterion, $K_1 = 0$ criterion and experimental result



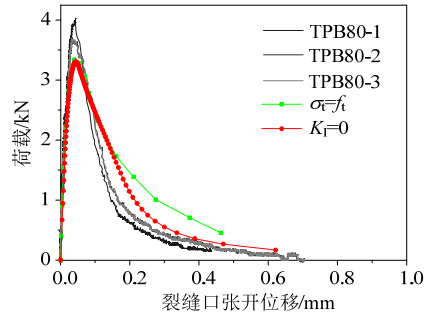
(a)



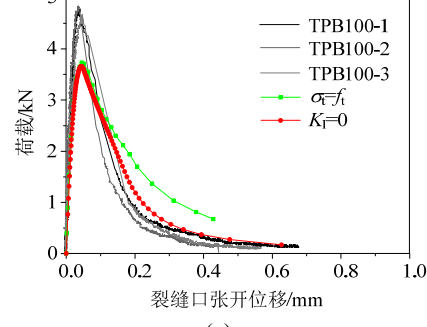
(b)



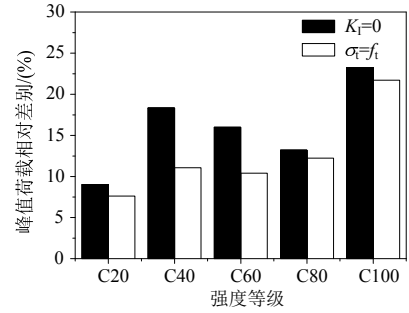
(c)



(d)



(e)



(f)

图8 $K_I=0$ 准则、 $\sigma_t=f_t$ 准则与试验结果对比

Fig.8 The comparison of the results using $K_I=0$ criterion, $\sigma_t=f_t$ criterion and experimental result

3.3 讨论

对于纯脆性材料，裂尖应力场是存在奇异性的，且裂缝间没有粘聚力，因此由粘聚力产生的应力强度因子 $K_I^\sigma = 0$ 。那么，当外荷载引起的应力强度因子与粘聚力引起的应力强度因子之差 $K_I^P - K_I^\sigma = K_I^P = K_{IC}$ 时，裂缝开裂并失稳扩展， K_{IC} 为断裂韧度即失稳韧度。而对于纯塑性材料，由于材料屈服应力的限制，应力不能趋向于无穷，塑性区的内力可以由粘聚力来表示。若将裂缝尖端移至塑性区边缘，由于应力没有奇异性，因此可认为裂缝的稳定条件为 $K_I = 0$ ，即 $K_I^P - K_I^\sigma = 0$ ，此时，粘聚力引起的应力强度因子 $K_I^\sigma = K_I^P \neq 0$ 。对于混凝土这种材料来讲，较长的亚临界扩展以及裂缝间存在的粘聚力导致了其不能等同于纯脆性材料，但是 Shah 和 Ouyang^[23] 的研究结果又表明若假设裂缝尖端奇异性消失将导致计算得到的裂缝轮廓不同于实际测得的裂缝形态。由此可知 $K_I^P - K_I^\sigma$ 的值既不等于零也不等于混凝土材料的断裂韧度 K_{IC} ，而是介于两者之间的一个数。 $K_I^P - K_I^\sigma = K_{IC}^{ini}$ 准则很好的反映了这个情况，这一点从本文计算结果与试验结果的对比中也可以看出。反观 $K_I=0$ 准则及 $\sigma_t=f_t$ 准则均认为裂尖应力没有奇异性，因而两种准则的计算结果基本相同，且预测的最大荷载较试验值偏低。由于低强度等级混凝土的力学性能表现出一定的塑性，其起裂韧度值较低，因而采用 $K_I=0$ 准则、 $\sigma_t=f_t$ 准则及 $K_I=K_{IC}^{ini}$ 准则的计算值与试验值相对差别基本一致。但是，随着混凝土强度等级的提高，混凝土脆性变大，裂尖奇异性增大，若仍采用 $K_I=0$ 准则和 $\sigma_t=f_t$ 准则计算，则计算结果将明显低于 $K_I=K_{IC}^{ini}$ 准则的计算值，同时也

会进一步远离试验曲线。而利用 $K_I = K_{IC}^{ini}$ 准则计算所得的结果在更大程度上体现了混凝土的脆性, 因此与试验结果最为接近。

4 结论

本文分别采用最大拉应力准则($\sigma_t = f_t$ 准则)、裂尖处应力强度因子为零的裂缝扩展准则($K_I = K_I^P - K_I^\sigma = 0$ 准则)以及以起裂韧度为参数的裂缝扩展准则($K_I = K_I^P - K_I^\sigma = K_{IC}^{ini}$ 准则), 计算了不同强度等级混凝土三点弯曲梁试件的荷载-裂缝口张开位移曲线(P - $CMOD$ 曲线), 并与试验结果对比后得到如下结论:

(1) 利用 $K_I = K_{IC}^{ini}$ 准则计算得到的峰值荷载与试验平均值最为接近, 相对差值均小于 10%, 而由 $\sigma_t = f_t$ 准则及 $K_I = 0$ 准则所预测的最大荷载则与试验值相差较大, 除去 C20 一组外, 其余强度等级下数值结果与试验结果的相对差别均大于 10%。

(2) 不同准则计算的 P - $CMOD$ 全曲线与试验曲线相比上升段基本吻合, 下降段差别较大。 $K_I = K_{IC}^{ini}$ 准则所预测的曲线下降段与试验曲线最为吻合, $K_I = 0$ 准则所预测的 P - $CMOD$ 曲线最为饱满, 同时也与试验曲线相差最大, 而由 $\sigma_t = f_t$ 准则所预测的曲线则介于两者之间。

(3) 对于强度等级为 C20 的混凝土, 利用三种准则计算出的 P - $CMOD$ 曲线准确度相差不大。而对于 C40 以上的混凝土, 随着混凝土强度等级的提高, 混凝土的脆性变大, 最大拉应力准则以及裂尖处应力强度因子为零的裂缝扩展准则计算出的 P - $CMOD$ 曲线与试验结果相比均有较为明显的偏离, 而 $K_I = K_{IC}^{ini}$ 准则计算出的结果与试验结果相对差别最小, 说明该准则更适用于不同强度混凝土的断裂分析。

参考文献:

- [1] 龙渝川, 张楚汉, 周元德. 基于弥散与分离裂缝模型的混凝土开裂比较研究[J]. 工程力学, 2008, 25(3): 80—84. Long Yuchuan, Zhang Chuhan, Zhou Yuande. A comparative study for concrete fracture analysis using smeared and discrete crack model [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(3): 80—84. (in Chinese)
- [2] Rashid Y. Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels [J]. Nuclear Engineering and Design, 1968, 6(4): 334—344.
- [3] Ngo D, Scordelis A. Finite element analysis of reinforced

- concrete beams [J]. Journal of the American Concrete Institute, 1966, 64(2): 152—163
- [4] 顾嘉丰, 任青文. 水工混凝土弥散型裂缝数值模型开裂判据的研究 [J]. 工程力学, 2015, 32(6): 84—91. Gu Jiafeng, Ren Qingwen. Study on hydraulic concrete cracking criterion in smeared crack numerical model [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(6): 84—91. (in Chinese)
- [5] Carpinteri A, Massabó R. Reversal in failure scaling transition of fibrous composites [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1997, 123(2): 107—114.
- [6] Bittencourt T N, Ingraffea A R, Llorca J. Simulation of arbitrary cohesive crack propagation [M]// Bazant Z P. Fracture Mechanics of Concrete Structures. Oxfordshire: Taylor & Francis Group, 1992: 339—350.
- [7] Ooi E T, Yang Z J. Modelling crack propagation in reinforced concrete using a hybrid finite element-scaled boundary finite element method [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(2): 252—263.
- [8] Ooi E, Yang Z. A hybrid finite element-scaled boundary finite element method for crack propagation modelling [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 199(17/18/19/20): 1178—1192.
- [9] Ooi E, Yang Z. Modelling multiple cohesive crack propagation using a finite element-scaled boundary finite element coupled method [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2009, 33(7): 915—929.
- [10] Yang Z, Deeks A. Fully-automatic modelling of cohesive crack growth using a finite element-scaled boundary finite element coupled method [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2007, 74(16): 2547—2573.
- [11] Moës N, Belytschko T. Extended finite element method for cohesive crack growth [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(7): 813—833.
- [12] 徐世焱, 赵国藩. 混凝土结构裂缝扩展的双 K 断裂准则 [J]. 土木工程学报, 1992, 25(2): 32—38. Xu Shilang, Zhao Guofan. Double K criterion for crack growth of concrete structures [J]. China Civil Engineering Society, 1992, 25(2): 32—38. (in Chinese)
- [13] 吴智敏, 董伟, 刘康, 杨树桐. 混凝土 I 型裂缝扩展准则及裂缝扩展全过程的数值模拟 [J]. 水利学报, 2007, 38(12): 1453—1459. Wu Zhimin, Dong Wei, Liu Kang, Yang Shutong. Mode I crack propagation criterion of concrete and numerical simulation on complete process of cracking [J]. Journal of Hydraulic Engineer, 2007, 38(12): 1453—1459. (in Chinese)
- [14] 吴智敏, 董伟, 许青. 混凝土 I-II 复合型裂缝扩展准则及扩展全过程的数值模拟 [J]. 水利学报, 2009, 40(2): 180—187. Wu Zhimin, Dong Wei, Xu Qing. Propagation criterion for mixed mode I-II crack propagation and numerical simulation of the whole propagation process [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 40(2): 180—187. (in Chinese)

(参考文献[15]—[23]转第 105 页)

- (in Chinese)
- [4] 崔鸿超, 王桂云, 王暉, 等. 钢结构梁、柱节点在反复循环荷载作用下的试验研究[J]. 建筑结构学报, 1990, 11(1): 52—60.
Cui Hongchao, Wang Guiyun, Wang Wei, et al. A study on beam-column joints of steel frames under cyclic loading [J]. Journal of Building Structures, 1990, 11(1): 52—60. (in Chinese)
- [5] 薛建阳, 吴占景, 隋龔, 等. 仿古建筑钢结构双梁-柱边节点抗震性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2015, 36(3): 80—89.
Xue Jianyang, Wu Zhanjing, Sui Yan, et al. Experimental study on seismic performance of steel double-beams column exterior joints in antique style building [J]. Journal of Building Structures, 2015, 36(3): 80—89. (in Chinese)
- [6] 李诚. 营造法式[M]. 上海: 商务印书馆, 1932.
Li, Jie. Building standards of the song dynasty [M]. Shanghai: Commercial Press, 1932. (in Chinese)
- [7] 田永复. 中国仿古建筑构造精解[M]. 北京: 化学工业出版社, 2012: 67—68.
Tian Yongfu. Chinese ancient building explained [M]. Beijing: Chemical industry Press, 2012: 67—68. (in Chinese)
- [8] 陈绍蕃. 钢结构设计原理[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 426—441.
Chen Shaofan. Principles of steel structure design [M]. Beijing: Science Press, 2005: 426—441. (in Chinese)
- [9] 薛建阳, 马辉, 陈宗平, 等. 型钢再生混凝土柱保护层厚度力学分析[J]. 工程力学, 2013, 30(5): 202—206.
Xue Jianyang, Ma Hui, Chen Zongping, et al. Mechanics analysis on the cover thickness of steel reinforced recycled concrete column [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(5): 202—206. (in Chinese)
- [10] 石永久, 熊俊, 王元清. 钢框架梁柱节点焊缝损伤性能研究 II: 理论分析和有限元模拟[J]. 建筑结构学报, 2012, 33(3): 56—61.
Shi Yongjiu, Xiong Jun, Wang Yuanqing. Study on damage behavior of weld of beam-to-column connection in steel frame II: theoretical analysis and finite element simulation [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(3): 56—61. (in Chinese)

(上接第 96 页)

- [15] Dong W, Wu Z, Zhou X. Calculating crack extension resistance of concrete based on a new crack propagation criterion [J]. Construction and Building Materials, 2013, 38(1): 879—889.
- [16] Dong W, Zhou X, Wu Z. On fracture process zone and crack extension resistance of concrete based on initial fracture toughness [J]. Construction and Building Materials, 2013, 49(12): 352—363.
- [17] 董伟, 肖魁, 何化南, 吴智敏. 全级配混凝土 I 型裂缝扩展全过程数值模拟[J]. 工程力学, 2013, 30(4): 228—234. Dong Wei, Xiao Kui, He Huanan, Wu Zhimin. Numerical simulation on complete process of model I crack propagation of fully-graded concrete [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(4): 228—234. (in Chinese)
- [18] Drucker D C, Prager W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1952, 10(2): 157—165.
- [19] Dugdale D S. Yielding of steel sheets containing slits [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1960, 8(2): 100—104.
- [20] Barenblatt G I. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks [J]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1959, 23(3): 622—636.
- [21] Hillerborg A, Modéer M, Petersson P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773—781.
- [22] Petersson P E. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials [R]. TVBM-1006, Lund: Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, 1981.
- [23] Shah S P, Ouyang C. Toughening mechanisms in quasi-brittle materials [J]. Transactions of the ASME, 1993, 115(3): 300—307.