

文章编号: 1000-4750(2016)05-0184-09

蝶撑桁架梁跨中挠度的计算方法研究

朱兰影^{1,2}, 王志军^{1,2}, 刘界鹏^{1,2}

(1. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室(重庆大学), 重庆 400045; 2. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045)

摘 要: 鉴于蝶撑桁架梁的连接件和弦管之间采用半刚性连接, 且桁架梁主要由其跨中挠度控制设计, 因此该文在试验研究的基础上, 针对此结构的跨中挠度计算方法进行了研究。通过借鉴钢-混凝土组合梁跨中挠度的分析方法, 在考虑上下弦管之间错位位移的基础上, 以桁架梁微段为受力单元, 推导出均布荷载作用下简支蝶撑桁架梁由错位位移引起的附加曲率, 继而利用共轭梁法求得桁架梁跨中挠度的计算公式, 并将公式计算值和试验及有限元分析值进行了对比。结果表明: 该计算公式计算效果理想, 可为该类型桁架梁的研究及实际工程应用提供理论依据。

关键词: 结构工程; 轻钢桁架梁; 共轭梁法; 蝶撑; 跨中挠度

中图分类号: TU392.5 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.10.0873

STUDY ON THE DEFLECTION OF BUTTERFLY-SHAPED CLIPS TRUSS GIRDERS

ZHU Lan-ying^{1,2}, WANG Zhi-jun^{1,2}, LIU Jie-peng^{1,2}

(1. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area (Chongqing University), Ministry of Education, Chongqing 400045, China;

2. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: With regard to the semi-rigid connection between the clips and upper or lower chord tube, the design of the light-gauge-steel truss girders with butterfly-shaped clips is often controlled by the mid-span deflection. This paper focused on the calculation of the deflection at the mid-span based on experimental research. The method of calculating the mid-span deflection of concrete-steel composite beam was used in this study. Also, in order to consider the slip effect between the upper and lower chord tubes of the girders, the paper took one infinitesimal section of truss girder as a basic element, and then the additional curvature of simply supported truss girders caused by the slip effect under uniformly distributed load was deduced. Then the conjugate beam method was used to calculate the mid-span deflection. The formula results were compared with the experimental and Finite Element Method results. It was shown that the analytical solution agrees well with the experimental data, and can provide theoretical basis for the study and the engineering application of the truss girders.

Key words: structural engineering; light steel truss girders; conjugate beam method; butterfly-shaped clip; mid-span deflection

蝶撑轻钢桁架梁由上下弦管及蝶形连接件(简称蝶撑)通过自攻螺钉组合而成, 主要应用在轻钢骨架住宅体系中, 如图1所示为蝶撑及其与矩管的连接形式。在以往的分析中^[1-2], 对于蝶撑轻钢桁架

梁受力性能的探讨主要集中在试验研究和有限元分析方面, 缺乏相应的理论研究和可供工程设计使用的计算方法。研究结果表明, 蝶撑桁架梁主要由其跨中挠度控制设计。

收稿日期: 2014-10-17, 修改日期: 2015-06-23

基金项目: 重庆市委创新基金项目(13C26215115161); 中央高校基本科研业务费科研项目(CDJZR 12200019, 106112014CDJZR200001)

通讯作者: 刘界鹏(1978-), 男, 山东人, 研究员, 博士, 博导, 主要从事钢结构及组合结构, 新型结构体系研究(E-mail: liujp@cqu.edu.cn).

作者简介: 朱兰影(1975-), 女, 安徽人, 讲师, 博士生, 主要从事钢结构及组合结构理论研究(E-mail: zhuly@cqu.edu.cn);

王志军(1965-), 男, 四川人, 教授, 博士, 博导, 主要从事混凝土结构及轻钢结构研究(E-mail: zjwang@cqu.edu.cn).

空腹桁架是由直腹杆和上下弦杆刚接而成的桁架,通常其跨高比较小,弦杆与腹杆的刚度比大。目前对于空腹桁架变形的简便计算方法主要有两种,一是假定上、下弦杆的反弯点在构件的中间,并根据结构等效原则,将空腹桁架等效为实腹梁,通过求解等代梁的弯曲刚度和剪切刚度的方法求得空腹桁架的变形^[3];另一种则是借鉴双肢墙的分析方法,将桁架柱(即直腹杆)沿反弯点处截断,取其切口处的剪力为多余未知力,根据桁架柱切口处沿剪力方向的相对位移等于零的变形连续条件建立空腹桁架梁的基本微分方程,通过引入边界条件求出基本方程的解,进而求出各杆件的内力^[4]。空腹桁架的变形则可以通过对上下弦杆弯曲变形和剪切变形产生的竖向位移积分求得。两种方法都是在腹杆与弦杆刚接、杆件材料及外荷载形式确定的条件下,考虑上、下弦杆和竖腹杆的截面面积及截面惯性矩、桁架的高度以及节间尺寸影响得到的。

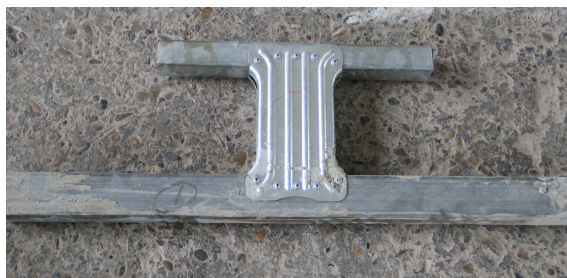


图1 蝶撑的连接形式

Fig.1 Connection forms of butterfly-shaped clip

蝶撑桁架梁虽然在形式上与空腹桁架类似,但是蝶撑与上下弦管是通过自攻螺钉连接的,其跨高比较大,一般在 15~29,且弦管的刚度小于蝶撑的刚度,两者之间的连接程度也并不是刚接,而是介于铰接与刚接之间。且利用 SAP2000 对节点刚接蝶撑桁架梁进行受力分析后发现,从端部节间到跨中节间,弦管的反弯点从跨中逐渐过渡到没有反弯点,即反弯点的位置不固定。又由于弦杆与蝶撑的刚度比小于 1,采用双肢墙的分析方法求解蝶撑由于弯曲和剪切变形引起的切口处相对水平位移时,将会使计算值偏小,进而影响蝶撑桁架梁挠度的计算精度。以蝶撑间距为 250 mm 的 4.5 m 跨桁架梁为例,正常使用阶段采用等代刚度方法计算的挠度值比实际挠度值小 18%,采用双肢墙方法计算的挠度值比实际挠度值小 57%。

在竖向荷载作用下,上、下弦管分别承受轴向压力及拉力,采用自攻螺钉连接的蝶撑和弦管之间

因此产生转角和滑移。由于蝶撑桁架梁为空腹桁架且蝶撑与矩管之间采用自攻螺钉连接,蝶撑在传递上弦管与下弦管之间的水平剪力时会产生剪切变形,从而引起上下弦管间出现错动位移,且节点的转动变形会增加上下弦管间的错动位移,上下弦管不能够共同工作,桁架梁除了有弯曲变形外,剪切变形也不能忽略,其截面应变分布不再满足平截面假定,截面曲率和挠度也随之增大,即弦管间的错动位移将导致桁架梁附加一个挠度。本文综合考虑节间弦管的反弯点不在杆件中点、蝶撑抗剪刚度较小等影响蝶撑桁架梁变形的各因素,借鉴钢-混凝土组合梁跨中挠度的计算方法^[5-10],将均布荷载下的简支桁架梁沿蝶撑中点处截断,通过对上、下弦管微段的受力分析,建立弦管间错动位移的微分方程,进而得出桁架梁附加曲率及附加挠度的计算方法,并在此基础上,进一步提出了桁架梁的蝶撑均匀分布和非均匀分布时的跨中挠度计算公式。此外,为了获得蝶撑的抗剪刚度以及蝶撑与矩管连接节点的 $M-\theta$ 关系曲线,进行了蝶撑与矩管连接性能的试验研究,并通过蝶撑桁架梁试验及有限元分析结果与理论公式计算结果的对比分析,验证了理论公式的精度和适用性。

1 跨中挠度计算公式的理论推导

1.1 基本假定

由于轻钢龙骨体系桁架梁在正常使用荷载作用下处于弹性工作阶段,在分析上、下弦管间的错动对桁架梁挠度的影响时,近似地将组合梁作为弹性体考虑,并采用如下四点假定:

- 1) 蝶撑作用按连续连杆考虑,即假定连接件上作用的轴力和剪力连续分布;
- 2) 蝶撑连接件的轴向变形忽略不计;
- 3) 蝶撑的水平剪力与上下弦管之间的相对错动位移成正比;
- 4) 桁架梁上、下弦管具有相同的曲率,即不考虑上下弦管之间的掀起。

1.2 弦管间错动位移微分方程的建立及求解

把蝶撑看作普通钢-混凝土组合梁中的剪力连接件,并假设其中心线间距为 m ,作用在连接件及上弦管底面与下弦管顶面单位长度的水平剪力为 v ,作用在上下弦管之间单位长度上的竖向力为 r 。以作用有竖向均布荷载 q 的简支梁为研究对象,如图 2 所示。由于连接件的反弯点近似在其中点处,

故把桁架梁从蝶撑中间处截开，其微段的变形模型如图3所示，其中“+”号表示内力增量。

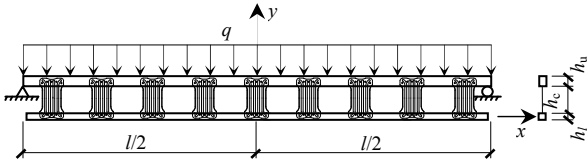


图2 蝶撑筒支梁及其截面

Fig.2 Simply supported truss girder with butterfly-shaped clips

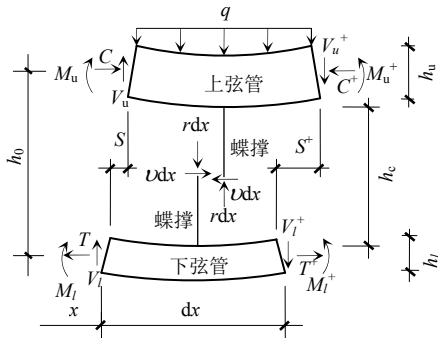


图3 微段梁变形模型

Fig.3 Deformation model of infinitesimal section

由假设3)可以得到:

$$mv = KS \tag{1}$$

式中: K 表示蝶撑的抗剪刚度; S 表示弦管错动引起的相对位移。由 $\sum X = 0$ 得:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dx} &= -v \\ \frac{dT}{dx} &= -v \end{aligned} \tag{2}$$

分别对上、下弦管单元体左侧形心取矩, 就可以得到:

$$\begin{aligned} dM_u - V_u dx - dV_u dx - q dx \frac{dx}{2} + \\ r dx \frac{dx}{2} - \frac{v(h_u + h_c)}{2} dx = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

$$dM_l - V_l dx - dV_l dx - r dx \frac{dx}{2} - \frac{v(h_l + h_c)}{2} dx = 0 \tag{4}$$

将式(3)与式(4)相加得:

$$\begin{aligned} dM_u + dM_l - (V_u + V_l) dx - dV_u dx - \\ dV_l dx - q dx \frac{dx}{2} - \frac{v}{2} (h_u + h_l + 2h_c) dx = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

对式(5)简化, 同时略去高阶微分项 $dV_u dx$ 、

$dV_l dx$ 、 $q dx \frac{dx}{2}$, 可得:

$$dM_u + dM_l - (V_u + V_l) dx - \frac{v}{2} (h_u + h_l + 2h_c) dx = 0 \tag{6}$$

式子两边同除以 dx , 并将 $V_u + V_l = qx - \frac{h_u}{2} +$

$\frac{h_l}{2} + h_c = h_0$ 代入得:

$$\frac{dM_u}{dx} + \frac{dM_l}{dx} = qx + v h_0 \tag{7}$$

式中: q 为桁架梁上弦管单位长度上作用的均布荷载, h_0 为上、下弦管轴线间的距离。由假设4)可得:

$$\phi = \frac{M_u}{EI_u} = \frac{M_l}{EI_l} \tag{8}$$

式中: ϕ 表示截面曲率; I_u 、 I_l 为上、下弦管的惯性矩。则上弦管底部应变和下弦管顶部应变分别为:

$$\begin{cases} \varepsilon_{ub} = \frac{\phi h_u}{2} - \frac{C}{EA_u} \\ \varepsilon_{lt} = \frac{T}{EA_l} - \frac{\phi h_l}{2} \end{cases} \tag{9}$$

由于上、下弦管并没有直接接触, 两管之间的净距为 h_c , 即使桁架梁弦管之间是完全组合的, 上弦管底面和下弦管顶面的应变也不相同, 存在一定的应变差, $\Delta\varepsilon = -\phi h_c$ 。所以, 上下弦管之间错动引起的相对位移应变为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s = \varepsilon_{ub} - \varepsilon_{lt} - \Delta\varepsilon = \\ \frac{\phi h_u}{2} + \frac{\phi h_l}{2} + (\phi - \Delta\phi) h_c - \frac{C}{EA_u} - \frac{T}{EA_l} = \\ \phi h_0 - \Delta\phi h_c - \frac{C}{EA_u} - \frac{T}{EA_l} \end{aligned}$$

又因为 $\Delta\phi = \varepsilon_s / h$, 所以:

$$\varepsilon_s = \phi h_0 - \frac{\varepsilon_s}{h} h_c - \frac{C}{EA_u} - \frac{T}{EA_l}$$

则 $\left(1 + \frac{h_c}{h}\right) \varepsilon_s = \phi h_0 - \frac{C}{EA_u} - \frac{T}{EA_l}$, 由此得:

$$\varepsilon_s = S' = \left(\phi h_0 - \frac{C}{EA_u} - \frac{T}{EA_l} \right) / \left(1 + \frac{h_c}{h} \right)$$

令 $\psi = 1 / \left(1 + \frac{h_c}{h} \right) = \frac{h}{h + h_c}$, 则得:

$$\varepsilon_s = S' = \psi \left(\phi h_0 - \frac{C}{EA_u} - \frac{T}{EA_l} \right) \tag{10}$$

将式(8)代入式(7), 并将式(1)、式(2)代入得:

$$\begin{cases} EI_u \frac{d\phi}{dx} + EI_l \frac{d\phi}{dx} = qx + v h_0 = qx + \frac{KSh_0}{m} \\ \frac{d\phi}{dx} = \frac{qx + \frac{KSh_0}{m}}{EI_u + EI_l} = \frac{qx + \frac{KSh_0}{m}}{EI_0} \end{cases} \tag{11}$$

式中, $I_0=I_u+I_l$ 。

对式(10)求导, 并将式(11)代入得:

$$S'' = \left(\frac{h_0^2}{EI_0 m} + \frac{1}{EA_u m} + \frac{1}{EA_l m} \right) KS + \frac{h_0 q x}{EI_0} \quad (12)$$

式中: $\alpha^2 = \psi \frac{A_1 K}{EI_0 m}$; $\beta = \frac{h_0 m}{A_1 K}$, $\frac{1}{A_0} = \frac{1}{A_u} + \frac{1}{A_l}$,

$$A_1 = h_0^2 + \frac{I_0}{A_0}.$$

求解式(12), 并将边界条件 $S(x=0)=0$, $S'(x=l/2)=0$ 代入, 便得到:

$$S = \frac{\beta q e^{\alpha l/2}}{a(1+e^{\alpha l})} e^{\alpha x} - \frac{\beta q e^{\alpha l/2}}{a(1+e^{\alpha l})} e^{-\alpha x} - \beta q x \quad (13)$$

1.3 附加曲率及附加挠度的求解

蝶撑桁架梁弦管之间错动引起的位移应变为:

$$\varepsilon_s = S' = \frac{\beta q e^{\alpha l/2}}{(1+e^{\alpha l})} e^{\alpha x} + \frac{\beta q e^{\alpha l/2}}{(1+e^{\alpha l})} e^{-\alpha x} - \beta q \quad (14)$$

根据假设 4) 可得由错动位移应变引起的附加曲率为:

$$\Delta\phi = \frac{\varepsilon_{su}}{h_u + h_c / 2} = \frac{\varepsilon_{sl}}{h_l + h_c / 2} \quad (15)$$

而 $\varepsilon_{su} + \varepsilon_{sl} = \varepsilon_s$, 则:

$$\Delta\phi = \frac{\varepsilon_s}{h} = \frac{\beta q e^{\alpha l/2} e^{\alpha x}}{(1+e^{\alpha l})h} + \frac{\beta q e^{\alpha l/2} e^{-\alpha x}}{(1+e^{\alpha l})h} - \frac{\beta q}{h} = \frac{\beta q}{h} \left[\frac{2e^{-\alpha l/2}}{(1+e^{-\alpha l})} \cdot \frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2} - 1 \right] = \gamma(2\lambda \cosh \alpha x - 1) \quad (16)$$

式中: $\gamma = \frac{\beta q}{h}$; $\lambda = \frac{e^{-\alpha l/2}}{1+e^{-\alpha l}}$; $\cosh \alpha x = \frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2}$ 。

根据材料力学^[11]的共轭梁法可知, 实梁的挠度计算从形式上可以看成是计算虚梁横截面上的虚弯矩, 即把实梁的附加曲率反号作用在虚梁上, 所求得的虚梁跨中弯矩值就是实梁跨中的附加挠度。当连接件刚度相同且沿梁全长均匀布置时, 简支梁跨中的附加挠度为:

$$\Delta f = \int_0^{l/2} \Delta\phi x dx - \frac{l}{2} \int_0^{l/2} \Delta\phi dx = \int_0^{l/2} \gamma(2\lambda \cosh \alpha x - 1) x dx - \frac{l}{2} \int_0^{l/2} \gamma(2\lambda \cosh \alpha x - 1) dx = \gamma \left(\frac{\lambda \sinh \alpha l / 2}{\alpha} - \frac{2\lambda \cosh \alpha l / 2}{\alpha^2} - \frac{l^2}{8} + \frac{\lambda}{\alpha^2} \right) - \gamma \frac{l}{2} \left(\frac{2\lambda \sinh \alpha l / 2}{\alpha} - \frac{l}{2} \right) =$$

$$\gamma \left(\frac{l^2}{8} - \frac{2\lambda \cosh \alpha l / 2}{\alpha^2} + \frac{\lambda}{\alpha^2} \right) = \gamma \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\lambda}{\alpha^2} \right) \quad (17a)$$

又因为 $\lambda \approx 0$, 所以式(17a)可简化为:

$$\Delta f = \gamma \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} \right) = \frac{\beta q}{h} \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \quad (17b)$$

把 γ 、 β 、 α^2 的表达式代入式(17a)得:

$$\Delta f = \frac{h_0 m q}{h A_1 K} \left(\frac{l^2}{8} - \frac{EI_0 m}{A_1 K} \right) = \frac{q l^2 h_0}{8 h A_1} \cdot \frac{m}{K} - \frac{q EI_0 h_0}{h A_1^2} \left(\frac{m}{K} \right)^2$$

$$\text{令 } \eta_1 = \frac{q l^2 h_0}{8 h A_1}, \quad \eta_2 = \frac{q EI_0 h_0}{h A_1^2}.$$

则可得:

$$\Delta f = \eta_1 \frac{m}{K} - \eta_2 \left(\frac{m}{K} \right)^2 \quad (17c)$$

式(17c)为蝶撑均匀布置时桁架梁跨中附加挠度的计算公式, 当梁的跨度、材料及截面尺寸一定时, Δf 公式中第二项随着 m/K 的减小以及跨度的增大其所占比例也随之减小, Δf 与 m/K 基本上是成正比的关系, 即 Δf 与 K/m 成反比。如图 4 所示蝶撑桁架梁, 设蝶撑按中部布置方式均匀分布时的跨中附加挠度为 Δf , 分段布置蝶撑的桁架梁跨中附加挠度为 $\mu \Delta f$ 。借鉴阶梯状变截面梁跨中挠度的计算方法, 采用共轭梁法计算其跨中附加挠度, 虚梁上附加曲率图的纵坐标折算时近似按照相应横截面处 $(K_1/m_1)/(K_2/m_2)$ 之间的比值考虑, 经计算其跨中附加挠度为:

$$\mu \Delta f = \gamma \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} \right) - \gamma \xi \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} + \frac{b^2}{2} - \frac{bl}{2} \right) - \gamma \xi^2 \left[\frac{(l-2b)\lambda \sinh(\alpha b)}{\alpha^2} + \frac{2\lambda \cosh(\alpha b)}{\alpha^2} \right] \quad (17d)$$

式中: $\xi = 1 - \psi_1 / \psi_2$, $\psi_1 = m_1 / K_1$, $\psi_2 = m_2 / K_2$ 。

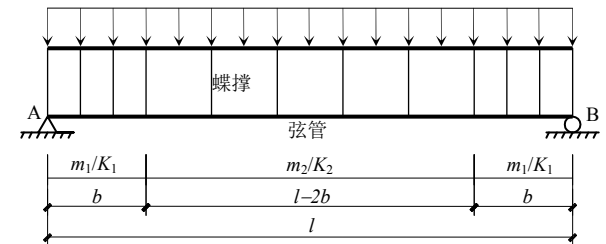


图 4 分段布置蝶撑的桁架梁

Fig.4 Truss girder with different butterfly-shaped clips in sections

1.4 跨中挠度的计算公式

由于桁架梁的挠度增大主要是由于弦管之间的相互错动位移引起的，所以简支蝶撑桁架梁的跨中挠度可以看作由两部分组成，一部分是按组合截面计算的挠度值，另一部分则为考虑上下弦管错动影响而产生的附加挠度。综上所述，蝶撑桁架梁跨中挠度的计算公式如下：

$$f = f_c + \mu \Delta f \tag{18a}$$

式中， f_c 为按组合截面计算的桁架梁跨中挠度。

2 蝶撑与矩形管半刚性连接试验

由于蝶撑和上下弦管之间的连接是通过自攻螺钉实现的，两者之间的连接并非刚接，当蝶撑受到水平剪力作用时，蝶撑和弦管之间将产生转角，以及由于螺钉孔挤压变形引起的滑动。鉴于节点连接的复杂性，为了确定弦管间错动引起的附加跨中挠度以及深入地对蝶撑桁架梁进行有限元分析，有必要通过半刚性连接件模型试验^[12-13]来研究蝶形连接件的受力性能，确定其抗剪刚度 K 以及连接节点处的 $M-\theta$ 关系曲线。

考虑到工程应用和桁架梁的破坏模式，为避免矩管先于自攻螺钉发生局部屈曲破坏以及试件在加载中发生扭转，试验构件采用厚 1.5 mm 的中型蝶撑，双面布置，其上下端分别通过 5 颗自攻螺钉与弦管相连，弦管厚度均为 1.2 mm，如图 5 所示。

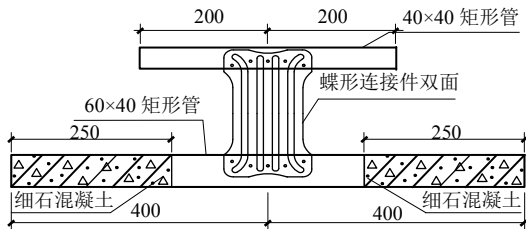


图 5 半刚性连接试件图

Fig.5 Specimen of semi-rigid connection

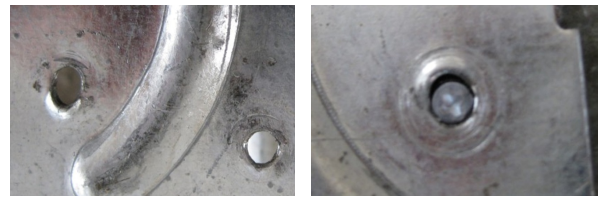
试验中采用手摇千斤顶对下弦管，也就是短管施加水平荷载，而上(长)弦管则被地脚锚栓锚住不动，试验加载装置如图 6 所示。



图 6 试验加载装置

Fig.6 Equipment of loading

试件的破坏情况及各试件的荷载-位移曲线分别如图 7、图 8 所示。



(a) 螺钉孔口处变形 (b) 自攻螺钉螺杆被剪断

图 7 试件破坏图

Fig.7 Destructive chart of specimen

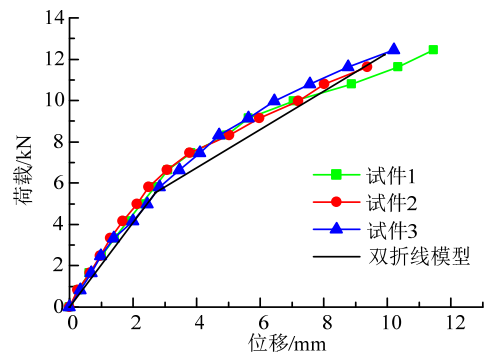


图 8 各试件荷载-位移曲线

Fig.8 Load-deflection relation of each specimen

在水平荷载作用下，蝶撑上部会产生水平位移，同时蝶撑绕着节点转动。蝶撑上部的水平位移 Δu 包含蝶撑自身的轴向及剪切变形、弯曲变形以及螺钉孔被挤压而引起的蝶撑滑动变形，同时还有下部矩管转动造成的蝶撑上部水平位移。从图 8 的试验数据可以看出，当荷载较小时，蝶撑的抗剪刚度随荷载的增大略有减小，荷载与位移之间基本上呈线性变化，随后荷载-位移曲线呈现出非线性的特征，出现转折点。为简化计算，将荷载-位移曲线简化为双折线模型，且当达到最大荷载时，下部矩管转动在蝶撑上部产生的水平位移所占比例也只有 0.01%，所以简化时忽略该部分变形的影响。由于在正常使用阶段，蝶撑所受剪力较小，计算跨中挠度时其抗剪刚度由荷载-位移曲线双折线模型的第一段确定，单撑的抗剪刚度取为双撑的一半。

3 蝶撑桁架梁试验

文献[2]中对 3 根跨度为 4.5 m，蝶撑厚度 1.5 mm，上弦矩管 60 mm×40 mm×0.8 mm，下弦矩管 40 mm×40 mm×0.8 mm 的简支桁架梁进行了竖向堆载试验，桁架梁如图 9 所示，图中单位为 mm，通过试验研究了桁架梁的受力特点、破坏模式和极限承载力。三根桁架梁的主要区别在于端部连接件

的加密个数及跨中连接件的间距。

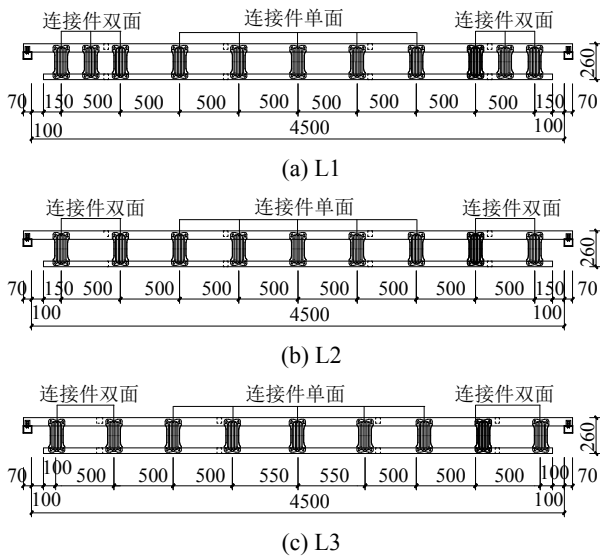


图9 桁架梁试件图 /mm

Fig.9 Diagram of truss girders

试验采用两片相同的桁架梁并联的方式进行，以避免桁架梁发生平面外失稳。桁架梁试件支座约束形式为简支，试验时一端采用三角支承，一端为辊轴支承。梁上部施加的均布荷载由袋装铁砂实现，每袋的重量是 0.2 kN，采用人工分级堆载的方式进行加载。试验主要测量了以下内容：

- 1) 跨中部位在各级荷载下的竖向位移；
- 2) 上、下弦杆及蝶撑关键部位的应变。

材性试验的试件取自用于加工桁架梁试件的矩形管，材性试件所取的样本均为平行于板材的轧制方向，试验结果见表 1。

表 1 矩形管力学性能指标测试参数值
Table 1 Test parameters for rectangular pipe mechanical properties

试件	弹性模量/MPa	屈服强度/MPa	极限抗拉强度/MPa
JXG-1	198000	427.60	472.47
JXG-2	197000	419.31	469.27
JXG-3	201000	431.20	475.65
平均值	198667	426.03	472.46
标准差	0.017	4.906	2.605

3 个桁架梁试验试件的极限荷载、破坏位置等如表 2 所示，表中 q_u 指桁架梁的极限承载力， q_s 指跨中挠度为 $l/240$ 时所对应的荷载值^[14]。试验结果表明：第 1 个蝶撑到梁端部距离的改变会影响梁破坏的位置，随着蝶撑距端部距离的减小，其左侧所受到的弯矩也随之变小，破坏位置从上弦端部转移到跨中部位；而端部蝶撑是否加密对试件破坏位置的影响不大，但会影响其承载力。

表 2 桁架梁试验与有限元分析结果的对比

Table 2 Comparison of bearing capacity and failure position between test and FE

试件	破坏位置		q_s /(N/mm)			q_u /(N/mm)		
	试验	有限元	试验	有限元	误差/(%)	试验	有限元	误差/(%)
L1	上弦	上弦	0.93	0.91	2.2	2.15	2.22	-3.2
	端部	端部						
L2	上弦	上弦	0.78	0.76	2.2	2.16	2.22	-2.8
	端部	端部						
L3	上弦	上弦	0.83	0.79	4.3	2.22	2.40	-8.1
	跨中	跨中						

4 蝶撑桁架梁的有限元分析

通常在试验数量有限的情况下，采用有限元方法对桁架梁进行数值模拟分析是比较方便、经济、有效的方法。利用 SAP2000 有限元程序^[15]对试验桁架梁进行了受力性能分析，建模中主要考虑将梁的各部件简化为杆系结构，桁架梁两端铰接点设在上弦两端，均布荷载沿上弦通长施加。钢材的应力-应变曲线采用双折线模型，具体参数是：弹性模量 199000 MPa，屈服强度 426 MPa，极限强度 472 MPa。单个蝶形连接件简化为槽形截面，截面宽 110 mm，肋板宽 12 mm，厚 1.5 mm。对于有双面连接件的部位，则考虑成两个对口布置的槽形截面，如图 10 所示。

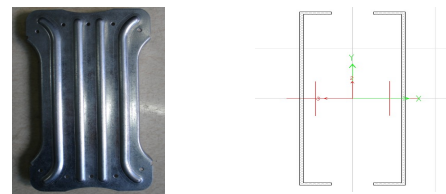


图 10 蝶撑的有限元模型

Fig.10 Finite element model of butter-fly clip

蝶撑与矩管之间的螺钉连接是通过定义节点处塑性铰的属性，即节点的 $M-\theta$ 关系，并将塑性铰属性赋予节点实现的。由第 2 节的试验数据计算节点转角时，扣除了由蝶撑弯曲变形引起的蝶撑转角，该部分变形引起的节点转角最大只有 0.00134 弧度，所占比例仅为 5.6%。同时考虑到节点部位由于下部矩管转动以及蝶撑自身的轴向及剪切变形产生的转角都很小，计算节点转角时忽略该部分的影响。进行桁架梁的有限元分析时， $M-\theta$ 关系曲线仍简化为双折线模型，如图 11 所示(实线为双面，虚线为单面)。双面连接件 $M-\theta$ 关系曲线的 3 个关键点为(0, 0)、(0.015, 1000)和(0.055, 2200)。对于只有单面的连接件的半刚性曲线，不考虑其不对称

产生扭矩的影响, 取为双面连接件的半结构, 曲线上每个点的斜率为双面连接件的 1/2, 其中 3 个关键点为(0, 0)、(0.015, 500)和(0.055, 1100)。

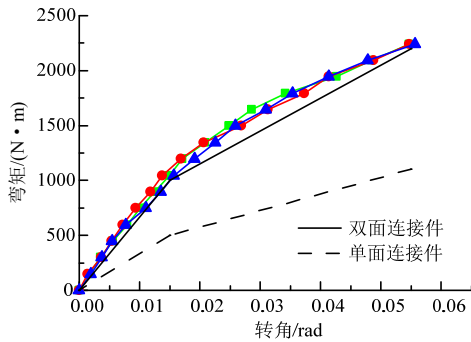


图 11 $M-\theta$ 曲线双折线模型

Fig.11 Double-broken-line model of $M-\theta$ curve

有限元分析结果与试验试件 L1、L2、L3 实测结果的对比见表 2。

由表 2 可以看出, 采用半刚性模型分析所得桁架梁极限承载力及正常使用极限状态的承载力和试验值吻合很好, 可以采用该模型进行蝶撑桁架梁的受力性能分析。

5 理论公式验证

文献[1]通过分析得出, 端部采用 2 个连接件加密, 且连接件间距及距支座的距离为 200 mm 时, 桁架梁的受力性能及经济性最好, 建议在工程中采用。当蝶撑沿梁长分段布置时, 采用式(17d)计算所得 $\mu\Delta f$ 以及 μ 的值列于表 3(a)。从中可以看出, 端部

连接件双面加密对称布置在 $l/6$ 范围内时, 其对整个蝶撑桁架梁跨中挠度的影响很小, 可以按照中部蝶撑的布置情况计算梁跨中挠度, 即对于工程常用桁架梁, 其跨中附加挠度的计算公式可以简化为:

$$f = f_c + \Delta f = f_c + \frac{\beta q}{h} \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \quad (18b)$$

有限元分析结果表明, 蝶撑所受的剪力沿梁长并不是均匀分布的, 在梁端部最大, 跨中最小。由图 8 可以看出, 上下端与矩管相连蝶撑的抗剪刚度随着所受剪力的增大而逐渐减小, 即在不同位置处蝶撑的抗剪刚度是存在差异的。考虑到矩管厚度变化不大, 连接件的抗剪刚度取值时未考虑厚度的影响, 且为简化计算, 对于单、双面蝶撑的抗剪刚度均取固定值。

由式(18b)得到的计算结果与试验和有限元分析的结果比较见表 3(a)、表 3(b)所示。其中 L1、L2、L3 为前述试验试件, 其余为有限元分析模型梁, 上下弦管间净距 160 mm。L-0.8-60-40 指弦管厚 0.8 mm, 上弦管高 60 mm, 下弦管高 40 mm, 宽度均为 40 mm 的试件, 其余试件参数含义与 L-0.8-60-40 相同。 f_c 为桁架梁达到正常使用极限状态时的跨中挠度值, 取为 $l/240$ ^[14]。表 3(a)中分段布置的梁端部采用双面连接件加密布置, 中部采用单面连接件(L10 因跨长 6 mm, 采用全长双面撑), 而表 3(b)中的所有试件均采用双面连接件, 且端部未加密。

表 3(a) 公式计算挠度和试验及有限元分析挠度的对比(分段布置)

Table 3(a) The comparison of the deflection among formulas, test and FE (layout clips in sections)

试件	l/mm	b/mm	m_1/mm	m_2/mm	$q_s/(N/mm)$	f_c/mm	$\Delta f/mm$	$\mu\Delta f/mm$	μ	f/mm	f_c/mm	$(f-f_c)/f_c(\%)$	$(f-f_c)/f_c(\%)$
L1	4500	750	250	500	0.93	7.66	13.58	12.92	0.951	21.24	18.75	<u>31.0</u>	13.3
L2	4500	750	500	500	0.78	6.43	11.39	11.10	0.975	17.81	18.75	<u>9.9</u>	-5.0
L3	4500	700	500	500	0.83	6.84	12.12	11.86	0.979	18.96	18.75	<u>16.9</u>	1.1
L1-0.8-60-40	4500	400	200	308	1.00	8.24	9.49	9.40	0.991	17.73	18.75	<u>8.1</u>	-5.5
L2-0.8-60-40	4500	400	200	411	0.92	7.55	11.27	11.16	0.990	18.82	18.75	<u>15.7</u>	0.4
L3-0.8-60-40	4500	400	200	528	0.82	6.74	12.51	12.39	0.990	19.25	18.75	<u>18.7</u>	2.7
L4-0.8-60-40	4500	400	200	616	0.73	6.01	12.69	12.57	0.990	18.71	18.75	<u>15.3</u>	-0.2
L5-0.8-60-40	4500	400	200	740	0.64	5.30	12.94	12.81	0.990	18.24	18.75	<u>11.9</u>	-2.7
L6-1.0-60-40	4500	400	200	528	0.86	6.45	12.78	12.66	0.990	19.23	18.75	<u>18.1</u>	2.5
L7-1.2-60-40	4500	400	200	528	0.87	6.08	12.55	12.44	0.991	18.64	18.75	<u>13.8</u>	-0.6
L8-0.8-40-40	4500	400	200	528	0.69	7.01	12.76	12.62	0.989	19.78	18.75	<u>23.5</u>	5.5
L9-0.8-80-40	4500	400	200	528	0.93	6.34	11.38	11.27	0.991	17.72	18.75	<u>6.7</u>	1.4
L10-0.8-60-40	6000	400	200	400	0.62	7.24	9.21	9.10	0.987	25.36	25	<u>35.5</u>	2.0
误差平均值	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<u>17.3</u>	0.6
误差均方差	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<u>8.5</u>	5.1

表 3(b) 公式计算挠度和有限元分析挠度的对比(均匀布置)
Table 3(b) Comparison of the deflection between formulas with FE (uniform distribution)

试件	l/mm	m/mm	$q_s/(\text{N}/\text{mm})$	f_c/mm	$\Delta f/\text{mm}$	f/mm	f_i/mm	$(f-f_i)/f_i(\%)$	$(f-f_i)/f_i(\%)$
L11-0.8-60-40	4500	250	1.2	9.89	7.72	17.61	18.75	-12.6	-6.1
L12-0.8-60-40	4500	500	0.9	7.42	10.96	18.38	18.75	-14.0	-2.0
L13-0.8-60-40	4500	373	1.08	8.90	10.09	18.99	18.75	-8.8	1.3
L14-0.8-60-40	4500	410	1.03	8.49	10.49	18.98	18.75	-9.1	1.2
L15-0.8-60-40	4500	586	0.84	6.92	11.76	18.68	18.75	-11.6	-0.4
L16-1.0-60-40	3000	260	2.69	4.38	7.43	11.81	12.5	-16.2	-5.6
L17-1.2-60-40	3000	325	2.40	3.91	8.00	11.91	12.5	-15.7	-4.7
L18-0.8-40-40	3000	434	2.04	3.32	8.55	11.87	12.5	-16.0	-5.0
L19-0.8-60-40	6000	200	0.71	18.49	6.69	25.18	25	-4.5	0.7
误差平均值	—	—	—	—	—	—	—	-12.1	-2.3
误差均方差	—	—	—	—	—	—	—	4.0	3.1

表 3(a)、表 3(b)中带下划线的一列为当蝶撑抗剪刚度 K 采用双折线模型计算确定时, 由式(18b)计算的跨中挠度 f 与 f_i 的相对误差, 该误差较大。这一方面是由于 K 值是由单个双面撑的抗剪刚度试验确定的, 多个蝶撑在桁架梁中共同受力时, 其受力性能与单个的有所不同; 另一方面, 为计算方便, 单、双面蝶撑的抗剪刚度没有考虑矩管厚度以及所在位置的影响, 且单面蝶撑的抗剪刚度取为双面蝶撑刚度的一半, 也会产生一定的误差。经过试算得到, 当双面蝶撑的抗剪刚度取双折线模型计算结果的 0.8 倍, 单面蝶撑的抗剪刚度取计算结果的及 1.3 倍时, f 与 f_i 的相对误差 $(f-f_i)/f_i$ 较小, 计算结果列于表 3(a)、表 3(b)中的最后一列。

从表 3 可以看出, 试件 L1 的误差较大, 这主要是因为 L1 端部采用 3 个连接件加密, 其对梁跨中挠度的影响为 4.6%, 且由于连接加密较多, 和其它桁架梁相比, 中部蝶撑所受剪力偏小, 实际的蝶撑抗剪刚度会比表 3 中的计算取值更大。其余试件的试验和有限元分析的结果都和公式吻合良好。整体误差在 10%以内, 平均误差不超过 3%, 离散性较小, 且该公式对于 3.0 m、4.5 m 和 6.0 m 的梁均适用。本文通过考虑滑移效应建立的简支蝶撑梁均布荷载下的跨中挠度计算公式简单、方便, 计算效果理想, 可以满足工程设计的使用要求。

6 结论

(1) 对于采用自攻螺钉连接的简支蝶撑桁架梁, 本文通过考虑上、下弦管之间的错位位移并利用共轭梁法推导出了其在均布荷载下跨中挠度的计算公式, 经与试验及有限元分析结果对比验证,

该公式计算结果吻合度较好, 离散性小。

(2) 单个双面蝶撑的抗剪刚度可以由试验获得, 其荷载-位移及 $M-\theta$ 曲线可以简化为双折线模型。

(3) 对于蝶撑采用分段布置或均匀布置的桁架梁, 当计算其跨中挠度采用的单、双面蝶撑的抗剪刚度忽略矩管厚度及其所在位置的影响时, 建议单、双面蝶撑的抗剪刚度取为由双折线模型计算确定值的 1.3 倍及 0.8 倍。

参考文献:

- [1] 余宾宁. 筑巢轻钢龙骨体系桁架梁试验研究及分析[D]. 重庆: 重庆大学土木工程学院, 2010.
Yu Binning. Experimental investigation and analysis on truss beam of nest light-gauge steel system [D]. Chongqing: School of Civil Engineering of Chongqing University, 2010. (in Chinese)
- [2] 王志军, 朱兰影, 余宾宁, 等. 筑巢轻钢龙骨体系桁架梁试验研究及有限元分析[J]. 工业建筑, 2011, 41(462): 111—115.
Wang Zhijun, Zhu Lanying, Yu Bingning, et al. Experimental investigation and finite element analysis of truss beam of nest light-gauge steel system [J]. Industrial Construction, 2011, 41(462): 111—115. (in Chinese)
- [3] 肖建春, 马克俭, 董石麟. 空腹网架及空腹夹层板折算剪切刚度[J]. 建筑结构, 2000, 30(4): 39—41, 54.
Xiao Jianchun, Ma Kejian, Dong Shilin. The equivalent shear strength for open web lattice grids and open web sandwich plate [J]. Building Structure, 2000, 30(4): 39—41, 54. (in Chinese)
- [4] 李玉莹, 梁书亭, 孙修礼, 等. 空腹桁架结构受力机理研究分析[J]. 工业建筑, 2006, 36(增刊): 427—430.
Li Yuying, Liang Shuting, Sun Xiuli, et al. The action mechanism of open-web truss [J]. Industrial Construction, 2006, 36(Suppl): 427—430. (in Chinese)

- [5] Newmark N M, Siess C P, Viest I M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction [J]. *Experimental Stress Analysis*, 1951, 9(1): 1—15.
- [6] 聂建国, 沈聚敏, 袁彦声. 钢-混凝土简支组合梁变形计算的一般公式[J]. *工程力学*, 1994, 11(1): 21—27.
Nie Jianguo, Shen Jumin, Yuan Yansheng. A general formula for predicting the deflection of simply supported composite steel-concrete beams with the consideration of slip effect [J]. *Engineering Mechanics*, 1994, 11(1): 21—27. (in Chinese)
- [7] 聂建国, 沈聚敏, 余志武. 考虑滑移效应的钢-混凝土组合梁变形计算的折减刚度法[J]. *土木工程学报*, 1995, 28(6): 11—17.
Nie Jianguo, Shen Jumin, Yu Zhiwu. A reduced rigidity method for calculating deformation of concrete steel-concrete beams [J]. *China Civil Engineering Journal*, 1995, 28(6): 11—17. (in Chinese)
- [8] 聂建国, 沈聚敏. 滑移效应对钢-混凝土组合梁弯曲强度的影响及其计算[J]. *土木工程学报*, 1997, 30(1): 31—36.
Nie Jianguo, Shen Jumin. Slip effect on strength of composite steel-concrete beams [J]. *China Civil Engineering Journal*, 1997, 30(1): 31—36. (in Chinese)
- [9] 樊健生, 聂建国. 负弯矩作用下考虑滑移效应的组合梁承载力分析[J]. *工程力学*, 2005, 22(3): 177—182.
Fan Jiansheng, Nie Jianguo. Effect of slips on load-carrying capacity of composite beams under negative bending [J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 22(3): 177—182. (in Chinese)
- [10] 聂建国. 钢-混凝土组合梁结构: 试验、理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
Nie Jianguo. *Steel-concrete composite beam structure: Experiment, theory and application* [M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese)
- [11] 聂建国, 李红有, 唐亮. 高强钢-混凝土组合梁受弯性能试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2009, 30(2): 64—69.
Nie Jianguo, Li Hongyou, Tang Liang. Experimental study on HSS-concrete composite beams [J]. *Journal of Building Structures*, 2009, 30(2): 64—69. (in Chinese)
- [12] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1994: 291—302.
Sun Xunfang, Fang Xiaoshu, Guan Lantai. *Mechanics of materials* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1994: 291—302. (in Chinese)
- [13] Tan S H, Rhodes J. Semi-rigid connections in cold-formed thin-walled structure [J]. *Journal of Construction Steel Research*, 1994, 28: 279—293.
- [14] 黄川, 崔佳, 龙莉萍. 自攻螺钉连接冷弯薄壁C型钢梁柱节点试验及分析[J]. *重庆建筑大学学报*, 2003, 25(5): 37—40.
Huang Chuan, Cui Jia, Long Liping. Experiment and analysis of cold-formed thin-walled C steel beam-to-column connections in self-drilling [J]. *Journal of Chongqing Jianzhu University*, 2003, 25(5): 37—40. (in Chinese)
- [15] DBJ/CT045-2008, 薄壁管桁轻钢建筑技术规程[S]. 上海: 上海市建材市场管理总站, 2008.
DBJ/CT045-2008, *Thin-walled light gauge steel tube truss technology specification* [S]. Shanghai: Building Material Market Management Station of Shanghai, 2008. (in Chinese)
- [16] 北京金土木软件技术有限公司, 中国建筑标准设计研究院. SAP2000 中文版使用指南[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006: 33—383.
Beijing Jinmu Software Technology Limited Cooperation, China Building Standard Design Research Institute. *SAP2000 Chinese brand application guidance* [M]. Beijing: People Communication Press, 2006: 33—383. (in Chinese)