迁移现象

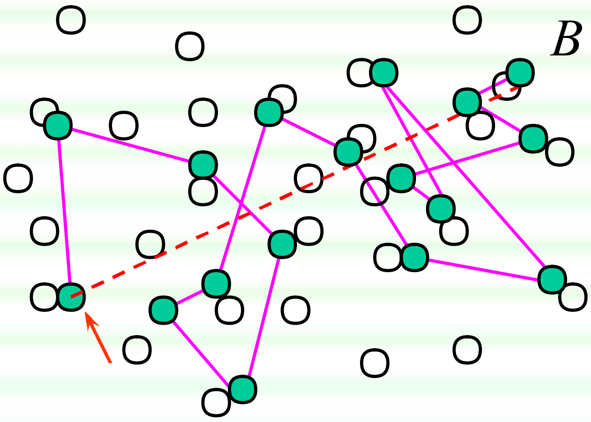
第四章 气体内的输运过程

§ 4.1 气体分子的平均自由程

发难: 分子运动论的佯谬

荷兰化学家 巴洛特 --- 扩散与 $\bar{v} \sim 10^2$ m/s 矛盾

1858年德国物理学家克劳修斯解释:



粒子走了一条**艰难曲折**的路

1. 分子的平均自由程和碰撞频率

平均自由程$\overline{\lambda}$——分子在连续两次碰撞之间所自由走过路程的平均值. 动画

平均碰撞次数$\overline{z}$——一个分子在单位时间内与其它分子碰撞的平均次数.

二者间关系 $$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{z}}$$

分子有效直径d——两个分子质心可能靠近的最短距离的统计平均值

$\overline{\lambda}$和$\overline{z}$与哪些因素有关？

2. $\bar{z}$表达式推导

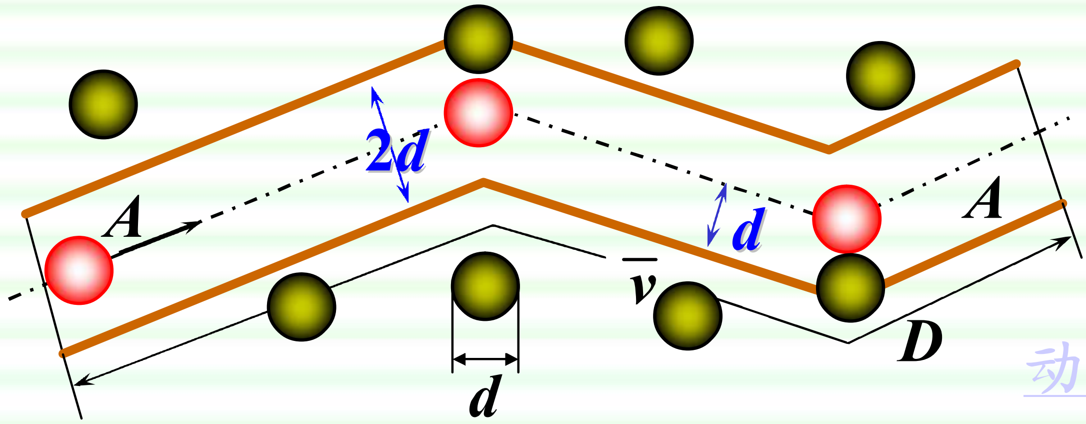
必要假设:

①同类分子,无吸引力刚性球,有效直径d.

②弹性碰撞

③设分子A以平均相对速率u运动

(即视其它分子静止)



动画

跟踪A分子 πd^2——碰撞截面σ

设分子数密度为n，圆管体积 $\pi d^2 \overline{u} \Delta t$

圆管内分子数: $n\pi d^2 \overline{u} \Delta t$

即分子A在Δt内与其它分子碰撞的次数

单位时间内平均碰撞频率为:

$$\overline{z} = \frac{n\pi d^2 \overline{u} \Delta t}{\Delta t} = n\pi d^2 \overline{u}$$

考虑其它分子运动，可证明 $\overline{u} = \sqrt{2}\overline{v}$

$$\overline{z} = n\pi d^2 \overline{u} = \sqrt{2}\pi d^2 \overline{v} n$$

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{\overline{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$ 表明:

3. $\bar{z}$　$\bar{\lambda}$　P　T之间的关系

$$p = nkT$$

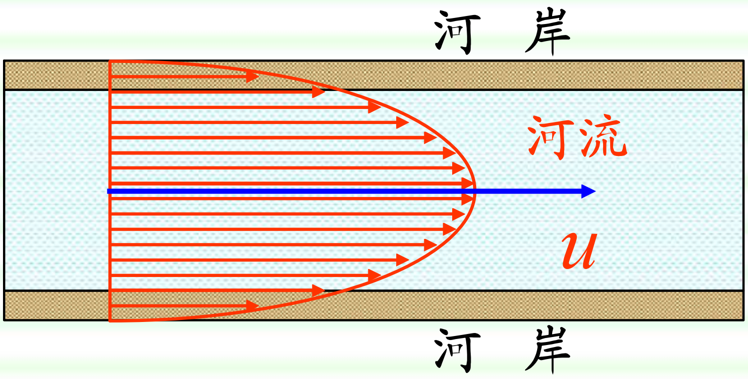
$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

$$\bar{\lambda} \propto \frac{1}{n} \qquad T = \text{常数，}\ \bar{\lambda} \propto \frac{1}{p}$$

§ 4.2 输运过程的宏观规律

输运过程(迁移现象):在不受外界干预时,系统从非平衡态向平衡态过渡的过程.输运过程有三种:粘滞现象(内摩擦)—— 分子动量迁移;
热传导现象——分子能量迁移;
扩散现 象—— 分子密度迁移;

1. 内摩擦现象的宏观规律——牛顿粘滞定律



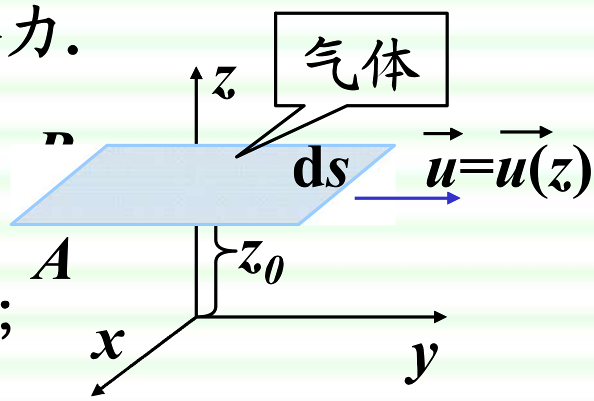
河流中水流的流速分布:

粘滞现象： 流体运动时，层与层之间有阻碍相对运动的现象。 动画

A、B沿S面互施内摩擦力.

实验证明

$$f = \eta\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}\mathrm{d}s$$



η——粘度，**粘滞系数**；

单位：Pa·S (N·S·m^{-2})

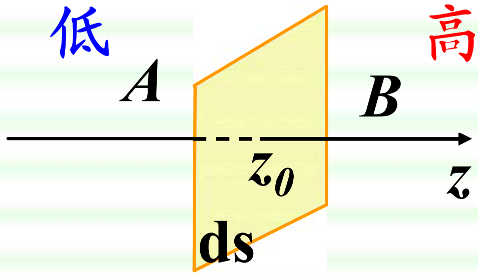
输运的定向动量：$\mathrm{d}K = -\eta\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}\mathrm{d}s\mathrm{d}t$

负号表示定向动量是沿着流速减少的方向输运.

2. 热传导现象——付里叶定律（*Fourier*）

热传导——由于物体相邻部分间的温度差引起的能量输运.

实验指出dt时间内通过ds沿z轴方向传递的热量为



$$\mathrm{d}Q = -\kappa\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0} \mathrm{d}s\mathrm{d}t$$

负号表示热量沿着温度降低的方向传递

κ——热导率(导热系数)，单位：$\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$

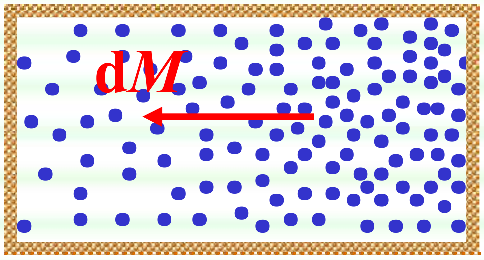
与物质的种类和状态有关

3. 单纯扩散现象——Fick定律

单纯扩散条件:

①无宏观气流

②各处温度相同



ρ 小 ρ 大

宏观规律:

实验指出dt时间内通过ds沿z轴方向输运的质量为dM

$$\mathrm{d}M = -D\left(\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0} \mathrm{d}s\mathrm{d}t$$

D——扩散系数，单位：$\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$

与气体性质及状态有关.

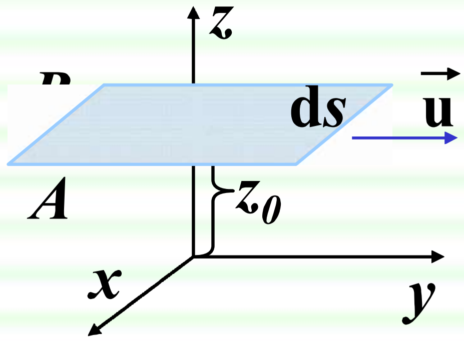
负号表示扩散总是沿着密度减少的方向进行

§4.3 输运过程的微观解释

§4.3.1 粘滞现象

内摩擦现象在微观上是分子在热运动中输运定向动量的过程.

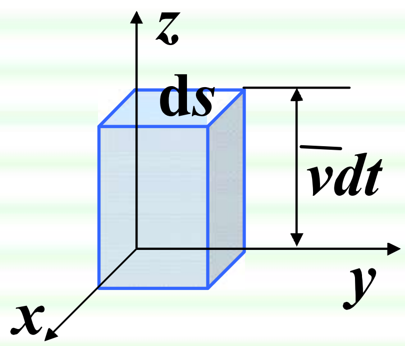
粘滞系数的推导



$\mathrm{d}K = \mathrm{d}t$内交换的分子对数 × 一对分子动量改变量

简化假设1

由A部穿过ds面向B部运动的分子,是总分子 数的1/6



简化假设2

分子以平均速率 $\bar{v}$运动

原因:

①因为 $\bar{v} >> u$ (流速)

② u平行于ds，对穿过ds不起作用,所以不计u

(1)求dt内由A部穿过ds面到B部的分子数dN

$$\mathrm{d}N = \frac{1}{6} n V_{\text{柱体}} = \frac{1}{6} n \bar{v} \mathrm{d}s\mathrm{d}t$$

交换的分子对数也是dN

简化假设3:

分子经过一次碰撞“同化”.即分子碰撞时,它就舍弃原来的定向动量,而获得受碰处的定向动量.

简化假设4:

分子最后一次碰撞处与ds面的距离为$\bar{\lambda}$

(1)求每交换一对分子输运的定向动量

$$\mathrm{d}K = (A\text{部分子的定向动量 } mu_{z_0-\bar{\lambda}}) - (B\text{部分子的定向动量 } mu_{z_0+\bar{\lambda}})$$

$$\mathrm{d}K = mu_{z_0-\bar{\lambda}} - mu_{z_0+\bar{\lambda}} = -m2\bar{\lambda}\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}$$

在dt 内沿着 z 轴正方向通过 ds 面输运的总动量

$$\mathrm{d}K = \frac{1}{6}n\bar{v}\mathrm{d}s\mathrm{d}t[-m2\bar{\lambda}(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z})_{z_0}]$$

$$= -\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z})_{z_0}\mathrm{d}s\mathrm{d}t$$

与宏观定律比较有

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}$$

即宏观量 η 正比于 ρ $\bar{v}$ $\bar{\lambda}$

η是微观量的统计平均值

§ 4.3.2 热传导

实质上是气体内部分子热运动动能的定向输运过程.

规律推导:

上述四个假设同样成立

在ΔT不大时，近似有 $n_A\bar{v}_A = n_B\bar{v}_B = n\bar{v}$

在dt内通过ds，A、B两部分交换的分子对数为

$$\frac{1}{6} n\,\bar{v}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t$$

每交换一对分子，沿z轴正方向输运的能量为（设同类分子）

$$\frac{1}{2}(t+r+2s)kT_A - \frac{1}{2}(t+r+2s)kT_B = \frac{i}{2}k(T_A - T_B)$$

dt内通过ds的总能量dQ

$$\mathrm{d}Q=\frac{1}{6}n\bar{v}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t\cdot\frac{i}{2}k(T_A-T_B)$$

又 $$T_A-T_B=-2\bar{\lambda}\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}$$

$$\mathrm{d}Q=-\frac{1}{3}n\bar{v}\bar{\lambda}\,\frac{i}{2}k\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t$$

即 $$\kappa=\frac{1}{3}n\bar{v}\bar{\lambda}\cdot\frac{i}{2}k \qquad c_v=\frac{1}{M}\frac{i}{2}Nk$$

$$\kappa=\frac{1}{3}c_v\rho\bar{v}\bar{\lambda}$$ c_v——定容比热

§4.3 3 扩散

实质上是气体内部分子质量的输运过程.

推导:

在$\mathrm{d}t$内通过$\mathrm{d}s$面沿z轴正方向输运的气体质量为

$$\mathrm{d}M = m\left(\frac{1}{6}n_A\bar{v}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t - \frac{1}{6}n_B\bar{v}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t\right)$$

$$= \frac{1}{6}\bar{v}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t(\rho_A - \rho_B)$$

$$= -\frac{1}{6}\bar{v}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t \cdot 2\bar{\lambda}\left(\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}$$

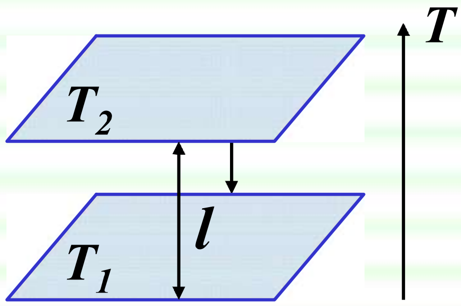
$$= -\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}\left(\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}\right)_{z_0}\mathrm{d}s\,\mathrm{d}t \Longrightarrow \boxed{D = \frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}}$$

§4.3.5 低压下的热传导和粘滞现象

热传导的两种机制

1. 常压下， $\overline{\lambda} < l$

导热是由于分子无规则运动及分子间碰撞把能量从一层输运到另一层。



2. 低压下 $\overline{\lambda} \geq l$

稀薄气体，无分子间碰撞。κ和η与压强成正比