压强公式

第二章 气体分子运动论的基本概念

§2.1 物质的微观模型

1. 宏观物体是由大量微观粒子组成的.气体是彼此有很大间距的分子集合.
2. 组成物质的分子处于永不停息的无规则运动状态，其激烈程度与T有关.
3. 分子间有相互作用力，除了碰撞的瞬间外，极为微小.

§2.2 理想气体的压强

§2.2.1 理想气体微观模型

1. 分子本身的线度不计;
2. 分子间除碰撞瞬间外，无相互作用;
3. 分子间和器壁间碰撞是完全弹性的.

§2.2.2 统计物理的基本思想

1. 宏观量是微观量的统计平均值.

2. 解决问题的一般思路

从单个粒子的行为出发

大量粒子的行为--- 统计规律

统计的方法

例如:微观认为宏观量P是大量粒子碰壁的平均作用力.

模式: 假设 结论 验证 修正 理论

§2.2.3 统计假设

1.平衡态时分子按位置的分布是均匀的，分子数密度各处一致.

$$n=\frac{N}{V}=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}V}$$

2. 由于碰撞,分子可以有各种不同的速度,速度取向各方向等概率.

$$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2} \qquad \overline{v^2}=\overline{v_x^2}+\overline{v_y^2}+\overline{v_z^2}$$

$$\therefore \quad \overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}=\frac{1}{3}\overline{v^2}$$ (只对大量分子)

§2.2.2 理想气体压强公式的推导

求平衡态下器壁所受压强

气体：N个同类分子，分子质量m，不计重力，分子具有各种可能的速度.

将分子按速度分组：

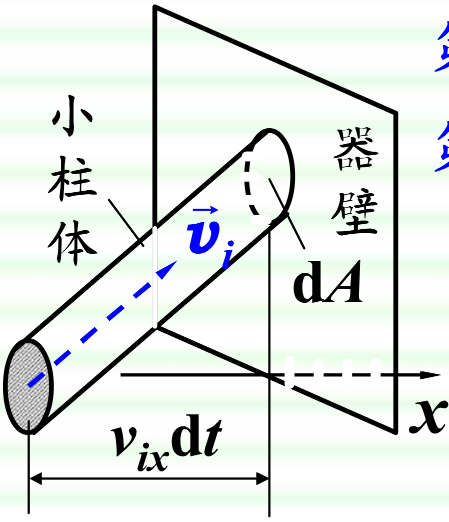
（认为组内有大小相等、方向一致的速度）

$$v_1 \text{——} v_1 + \mathrm{d}v_1 \quad v_2 \text{——} v_2 + \mathrm{d}v_2 \quad \cdots v_i \text{——} v_i + \mathrm{d}v_i \quad \cdots$$

$$n_1 \qquad\qquad n_2 \qquad\qquad n_i$$

则 $$n = \sum_i n_i$$

推导: 取器壁上小面元dA（>>分子截面面积）



第1步: 一个分子对dA冲量: $2mv_{ix}$

第2步: dt内所有 $\vec{v}_i$分子对dA冲量:

$$\mathrm{d}I_i = (2mv_{ix})(n_i v_{ix}\mathrm{d}t\mathrm{d}A)$$

$$= 2\, n_i m v_{ix}^2\, \mathrm{d}t\, \mathrm{d}A$$

第3步: dt内所有分子对dA冲量:

$$\mathrm{d}I = \sum_{(v_{ix}>0)} \mathrm{d}I_i = \frac{1}{2}\sum_i \mathrm{d}I_i = \sum_i n_i m v_{ix}^2\, \mathrm{d}t\, \mathrm{d}A$$

（v_{iy}和v_{iz}可取任意值）

1.一个分子在一次碰撞中对器壁dA的作用

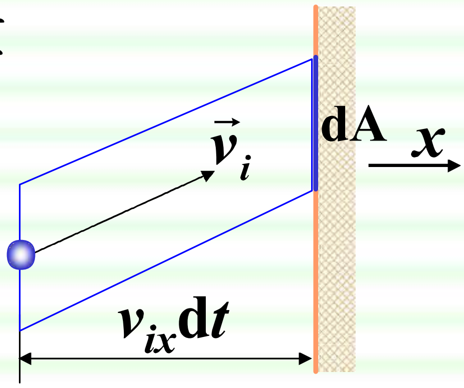
速度为$\vec{v}_i$的分子与dA碰撞

一次动量的增量

$$-mv_{ix}-mv_{ixz}=-2mv_{ix}$$

即分子一次碰撞施于

器壁的冲量 $2mv_{ix}$



2. dt 时间内所有分子施于dA的总冲量dI

①具有速度v_i的分子在dt内对dA的作用

$$n_i v_{ix}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}A\cdot(2mv_{ix})$$

②dt内,能与dA相碰的所有分子施于dA的总冲量

$$\mathrm{d}I=\sum_{v_i>0}2mn_i v_{ix}^2\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}A$$

③等几率假设：$v_{ix} > 0$ 和 $v_{ix} < 0$的分子数相等各占一半。

即 $$\sum_{v_{ix}>0} \to \frac{1}{2}\sum_i$$

从而 $$\mathrm{d}I = \sum_i mn_i v_{ix}^2 \mathrm{d}t\mathrm{d}A$$

3. 压强 $$p = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t\mathrm{d}A} = m\sum_i n_i v_{ix}^2$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{\sum_i n_i} = \frac{1}{n}\sum_i n_i v_{ix}^2$$

$$p = nm\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n(\frac{1}{2}m\overline{v^2})$$

第4步： $$p=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}A}=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}A}=\sum_i n_i m v_{ix}^2=\sum_i \frac{N_i}{V} m v_{ix}^2$$

$$=\frac{N}{V} m \frac{\sum N_i v_{ix}^2}{N}=nm\overline{v_x^2}=\frac{1}{3}nm\overline{v^2}$$

$$=\frac{2}{3}n\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}m\overline{v^2}}$$ ——分子平均平动动能

$$\boxed{p=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}}$$ ——理想气体压强公式

§2.3 温度的微观解释

§2.3.1 温度的微观解释

$$p=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon} \qquad pV=\frac{M}{\mu}RT$$

$$n=\frac{N}{V} \qquad N=\frac{M}{\mu}N_A$$

$$\Longrightarrow \qquad \bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T=\frac{3}{2}kT$$

$$k\equiv\frac{R}{N_A}=1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J\cdot K^{-1}}$$ ——玻尔兹曼常数

气体分子平均平动动能

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \propto \sqrt{T}$$

在0^0C时气体分子的方均根速率 *P57*

气体种类	方均根速率 (m.s^{-1})	摩尔质量 (10^{-3} kg.mol^{-1})
O_2	4.61×10^2	32.0
N_2	4.93×10^2	28.0
H_2	1.84×10^3	2.02
CO_2	3.93×10^2	44.0
H_2O	6.15×10^2	18.0

§2.3.2 对理想气体定律的推证

1. 阿伏伽德罗定律

$$p=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}=\frac{2}{3}n(\frac{3}{2}kT)=nkT$$

$$\boxed{p=nkT}$$ ——理想气体状态方程

$$n=\frac{p}{kT}$$

即在p、T相同时，各种气体在相同的体积内所含的分子数相等.

在标准状态下

$$n=\frac{p_0}{kT_0}=2.69\times10^{25}\ \text{m}^{-3}$$ 洛喜密脱数

2. 道尔顿分压定律

混合气体T同，则 $\bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2 = \cdots = \bar{\varepsilon}_i$

单位体积内混合气体的总分子数$n = \sum_i n_i$

$$p = \frac{2}{3}(n_1 + n_2 + \cdots + n_i)\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}n_1\bar{\varepsilon} + \frac{2}{3}n_2\bar{\varepsilon} + \cdots$$

即 $p = p_1 + p_2 + \cdots\cdots$

例：(P70,2-14)

解：设标准状态下单位体积内分子数n

单位体积内，具有速度v_i的分子数n_i

在$\mathrm{d}t$时间内与$\mathrm{d}A$器壁相碰的分子数为

$$n_i v_{ix}\mathrm{d}t\mathrm{d}A$$

则第i组分子单位时间与单位面积器壁碰撞次数为　$n_i v_{ix}$

所有分子单位时间与单位面积器壁碰撞次数为

$$D=\sum_{v_x>0} n_i v_{ix}=\frac{1}{2}\sum_i n_i v_{ix}=\frac{n}{2}\frac{\sum n_i v_{ix}}{\sum n_i}=\frac{1}{2}n\overline{v}_x$$

$$=\frac{1}{2}n\sqrt{\overline{v_x^2}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}n\sqrt{\overline{v^2}} \qquad \sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$$D=\frac{1}{2\sqrt{3}}n\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{3}}2.69\times10^{25}\times\sqrt{\frac{3\times8.31\times273}{32\times10^{-3}}}$$

$$=3.58\times10^{27}\ \text{s}^{-1}$$