

Menter 转捩模型在高超声速流动模拟中的改进及验证

张毅锋, 何 琨, 张益荣, 毛枚良, 陈坚强

(中国空气动力研究与发展中心计算空气动力研究所, 绵阳 621000)

摘 要: 通过压力梯度参数和湍流普朗特数的修正, 对 Menter 等构造的低速经验关系式转捩模型进行了改进, 将基于局部信息的 Menter 转捩模型用于高超声速流动转捩数值模拟。在多个高超声速尖锥转捩流动模拟中, 对改进后模型的可靠性进行了检验, 算例考核了不同壁面温度、来流湍流度、流向压力梯度等多种流动条件。结果表明, 数值计算和风洞试验的壁面温度、温度恢复因子和热流等符合得较好, 修正后模型较好地模拟了转捩起始位置和转捩区长度, 在高超声速边界层转捩预测中具有一定潜力。

关键词: 高超声速流动; 转捩模型; 数值模拟; 尖锥

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2016)04-0397-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.04.004

Improvement and Validation of Menter's Transition Model for Hypersonic Flow Simulation

ZHANG Yi-feng, HE Kun, ZHANG Yi-rong, MAO Mei-liang, CHEN Jian-qiang

(Computational Aerodynamics Institute of China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: The Menter's local correlation-based transition model is investigated for numerical simulations of hypersonic boundary layer flows in this paper. By modifying pressure gradient parameter in the transition model and turbulent Prandtl number, the low speed transition model is corrected and applied to simulate hypersonic transition flows. The improved model is validated in several cases of hypersonic sharp cone flows under various conditions, involving different wall temperature, free stream turbulence intensity and pressure gradient in stream direction. The computational results are compared with wind tunnel experimental data relating to surface temperature, recover factor and heat transfer distribution. For all test cases, the onset and length of transition region are well predicted, and good agreements with measured data are observed. These results demonstrate that the improved model has potential as a predictive tool for hypersonic boundary layer transition flow.

Key words: Hypersonic flow; Transition model; Numerical simulation; Sharp cone

0 引 言

在高超声速流动中, 湍流状态下的热流和摩阻远大于层流, 最大峰值会相差数倍, 这对高超飞行器的热防护和气动力特性带来较大影响, 因而高超声速边界层转捩预测在航天飞机、高速导弹、超燃冲压一体机、临近空间和再入飞行器等高超声速飞行器设计中占有重要地位。边界层转捩过程受诸多因素

影响, 比如来流 Ma 数、 Re 数、湍流度、压力梯度、流动分离、粗糙度、横流、热传导等。高超声速流动涉及的因素更多, 包括: 强激波、强逆压梯度、强压缩效应、高阶模态不稳定波等, 这些因素相互作用使得高超声速流动转捩过程变得异常复杂, 模型构造十分困难, 极大地增加了转捩预测的难度。

高超声速流动转捩数值模拟方法主要有 DNS、LES 和 RANS, 前两种方法因计算量庞大难以用于

工程实际,目前采用转捩模型的 RANS 方法依然是工程实践中的主要数值模拟手段。基于雷诺平均 (RANS) 的转捩模型,是根据转捩流动的统计特性建立物理模型来描述转捩过程,其中基于层流脉动动能和间歇因子的转捩模式在近年获得了较大发展。例如,McDaniel 等^[1]、Papp 等^[2]、符松等^[3]、杨云军等^[4]等分别根据流动稳定性理论,构造了 T-S 波、第 2 模式波、横流不稳定波以及 Bypass 转捩模式,对平板、尖锥、钝锥等高超声速转捩流动进行了数值模拟,取得了与实验值很接近的计算结果。基于层流脉动理论的这类转捩模型,在对层流脉动进行模化时往往需要一些非局部计算,例如边界层厚度,而且部分模型系数需要根据具体流动条件调整,这给转捩模型在现代并行 CFD 中的应用造成较多困难,也给工程应用带来不确定性。

Menter 等在 2002 年提出了一种完全避免非局部信息的低速流动转捩模型 $\gamma - Re_\theta$ ^[5-6],该模型没有考虑转捩过程的流动机理,而是依据风洞实验数据将局部湍流度和压力梯度等物理量与转捩动量厚度雷诺数相关联,根据局部涡量雷诺数和临界动量厚度雷诺数的比值判断转捩。该模型是严格意义上的基于局部信息的转捩模型,与现代 CFD 方法完全兼容,可以方便地融于一般数值模拟软件中,目前已有多项研究尝试将该模型用于高超声速流动转捩模拟^[7-11]。例如,Martin 等^[7]构造了 $\gamma - Re_\theta$ 模型中的两个关键经验公式,对马赫数 $Ma 8$ 双楔进行了数值模拟,取得了较好的计算结果。Gary 等^[8]对 $\gamma - Re_\theta$ 模型中压力梯度参数进行了研究,对马赫数 $Ma 8$ 尖锥进行了计算,研究了湍流度和网格间距对模拟结果的影响。张晓东等^[9]对 $\gamma - Re_\theta$ 模型的转捩动量厚度雷诺数进行了修正,在高超声速双楔平板算例中进行了验证。孔维萱等^[10]通过马赫数 $Ma 3 \sim 7$ 范围内圆锥流动的计算,对 $\gamma - Re_\theta$ 模型在高速流动转捩模拟中的能力进行了评价。刘周等^[11]对 $\gamma - Re_\theta$ 模型进行了标定和验证,并对超声速尖锥流动进行了计算。我们基于 CARDIC 自主研发的高超声速数值模拟软件平台 Chant-2.0,对 $\gamma - Re_\theta$ 模型进行了初步研究^[12],通过低速不可压平板算例重新标定了临界动量厚度雷诺数和转捩区长度的经验关系式,初步建立了 $\gamma - Re_\theta$ 模型数值模拟方法。

本文将在前期研究^[12]的基础上,对低速流动中

标定过的 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型做进一步改进,通过压力梯度参数修正和湍流普朗特数修正,使得该模型适用于高超声速流动转捩模拟。选择尖锥外形(头部半径为零)和典型高超声速转捩风洞实验,对多种流动条件下的高超声速尖锥转捩进行数值模拟验证,包含绝热/等温壁、不同来流湍流度和压力梯度等。根据数值计算与风洞实验的壁面温度、恢复因子和热流的对比结果,检验改进后模型在高超流动模拟中的准确性、可靠性,探讨具有工程实用价值的高超转捩模型,希望能为工程实践中的高超声速转捩预测提供一条技术途径。

1 数值方法

1.1 控制方程

采用有限体积法求解雷诺平均 Navier-Stokes (RANS) 方程,无粘通量由 AUSM 格式计算,二阶精度 MUSCL 格式离散,Minmod 限制器和 Van-Leer 限制器结合构成的混合限制器捕捉激波间断,粘性通量采用二阶中心差分格式离散,时间推进采用 LU-SGS 隐式方法,湍流模型为两方程 $k - \omega$ SST 模型。

1.2 转捩模型

$\gamma - Re_\theta$ 转捩模型包含两个运输方程:间歇因子 γ 方程和当地转捩起点动量厚度雷诺数 \bar{Re}_{θ_t} 方程。 γ 表示流动处于湍流和层流的时间比例, γ 方程用来触发当地转捩, \bar{Re}_{θ_t} 方程用来捕捉湍流强度的非局部影响和避免经验关系式中所用物理量带来的非局部计算, \bar{Re}_{θ_t} 方程是 $\gamma - Re_\theta$ 模型的核心,它起到将经验公式和间歇因子方程中转捩起点标准相联接的作用。运输方程的无量纲形式如下:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma + E_\gamma + \frac{1}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{Re}_{\theta_t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \bar{Re}_{\theta_t})}{\partial x_j} = P_{\theta_t} + \frac{1}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta_t} \left(\mu + \mu_t \right) \frac{\partial \bar{Re}_{\theta_t}}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

源项及系数具体见文献^[6]。

$\gamma - Re_\theta$ 模型和 $k - \omega$ SST 湍流模型的结合,是通过有效间歇因子与湍动能方程生成项和耗散项的作用来实现,转捩模型的效果最终由涡粘系数来实现。

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re_\infty} \bar{P}_k - \bar{D}_k + \frac{1}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\bar{P}_k = \gamma_{eff} P_k, \quad \bar{D}_k = \min(\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1.0) D_k$$

其中: P_k 、 D_k 、 γ_{eff} 为 SST 模型中原来的生成项、耗散项和有效间歇因子。

边界条件: 物面, γ 和 \bar{Re}_{θ} 的法向通量为零; 自由流入口, $\gamma = 1$, \bar{Re}_{θ} 通过 Re_{θ} 经验公式计算, 取 $\lambda_\theta = 0$; 出口外插。

2 模型修正

2.1 压力梯度参数修正

高超声速流动比低速流动复杂得多, 其中激波、熵层、边界层增厚等都会影响边界层转捩过程, 其中由于边界层厚度变化带来的流向压力梯度变化对流动转捩具有一定的影响, 因为转捩对流向压力梯度的变化比较敏感。

由于高速流动和低速流动的边界层特性差异较大, 直接将低速算例中标定的 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型用于高超流动转捩模拟是不合适的。比如, 转捩模型中所用到的 Re_{θ} 经验公式包含了流向压力梯度的信息, 在高超声速条件下马赫数对压力梯度和速度梯度之间的关系有影响, 因此转捩模型中需要适当考虑高马赫数效应。我们根据可压缩流动边界层理论, 分析了压力梯度参数 λ_θ 与速度梯度、动量厚度以及马赫数的关系, 近似得到了与 Gray 等^[8] 类似的压力梯度参数的马赫数修正:

$$\lambda'_\theta = \lambda_\theta \left(1 + \frac{\gamma' - 1}{2} M_e^2 \right) \quad (4)$$

γ' 为比热比, M_e 为边界层外缘马赫数, 实际使用中 M_e 取 M_∞ , 该方法已经在高超算例中进行了初步验证, 下面将采用这一修正方法在大范围算例中检验压力梯度参数修正方法的有效性。

2.2 湍流普朗特数修正

湍流普朗特数 Pr_t 表征湍流脉动引起的动量交换量与热交换量之比, 计算中 Pr_t 通常设为常数, 一般取 0.8 ~ 1.0。如果 Pr_t 为常数, 那么就相当于湍流热边界层和速度边界层具有同样的衰减, 这与实际物理过程不符, 而且在计算对 Pr_t 数具有很强依赖性的物理量时, 例如温度恢复因子, Pr_t 为常数的

假设不合适。Pramod 等^[13] 在 $M_\infty = 6$ 的平板 DNS 模拟中发现, 离开壁面后 Pr_t 数在边界层中的分布近似为线性减小。20 世纪 70 年代, Cebeci 构造了 Pr_t 数在边界层中变化的经验公式^[14]。Warren 等^[15] 根据 Cebeci 可变 Pr_t 数方法, 假设温度长度尺度和粘性耗散长度尺度具有相类似的形式, 建立了涡扩散模型来模拟雷诺热通量, 该方法暗含了可变湍流普朗特数:

$$Pr_t = \frac{l_\mu}{l_T} \quad (5)$$

l_μ 为湍流粘性长度尺度, l_T 为温度长度尺度, Pr_t 数最终表示为:

$$Pr_t = \frac{C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{ky}}{C_2 v}\right) \right]}{C_3 \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{ky}}{C_4 v}\right) \right]} \quad (6)$$

其中: k 为湍动能, y 为壁面距离, v 为运动粘性系数。 $C_1 = (0.3)^{-\frac{2}{3}} \kappa$, $C_2 = 70.0 \sqrt{T_w/T_{aw}}$, $C_3 = 3.12$, $C_4 = 92.0$, $\kappa = 0.41$, C_2 考虑了等温冷壁条件, 这些系数是 Warren 等通过和实验数据比对得到的。

我们在 RANS 方程中采用式(6)来计算变化的 Pr_t 数, 通过几个典型算例初步模拟了 Pr_t 数变化对壁面温度、恢复因子、壁面热流和高超声速转捩过程的影响。计算中 Pr_t 为常数时, 若没有特别说明则取 $Pr_t = 0.90$ 。

3 算例与结果分析

选取典型高超声速尖锥转捩风洞实验进行数值模拟, 尖锥半锥角 $\theta = 5^\circ, 7^\circ$, 流动条件: 来流马赫数 $M_\infty = 3.5 \sim 8$, 来流湍流度 $Tu_\infty = 0.1\%、1\%$, 来流雷诺数 $Re_\infty = (6.6 \times 10^6 \sim 7.8 \times 10^7)/m$, 攻角 $\alpha = 0^\circ$ 。在较大流动范围内, 对改进后 $\gamma - Re_\theta$ 模型在高超声速边界层转捩模拟中的预测能力进行了考核和验证, 并对边界层转捩特性进行简要分析。

3.1 Chen M 3.5 尖锥

Chen 等^[16] 在 NASA 兰利研究中心低湍流度风洞中进行了半锥角 5° 的尖锥转捩实验, 来流马赫数 $M_\infty = 3.5$, 来流温度 $T_\infty = 92.3K$, 来流湍流度 $Tu_\infty = 0.1\%$, 来流雷诺数 $Re_\infty = 5.89 \times 10^7/m、7.8 \times 10^7/m$ 。采用三维计算, 网格规模: $145 \times 201 \times 31$ (流向 \times 法向 \times 周向)。入口边界指定为来流参数, 湍

动能根据来流湍流速度计算,出口边界外插得到,壁面为绝热壁条件。按照 $M_\infty > 4.5$ 来讲,本算例不属于高超声速流动范畴,但由于高超声速低湍流度风洞实验稀少,而该实验湍流度低且给出了壁面温度恢复因子,有利于考核评价转捩模型的修正方法,这是选择本算例的原因。

图1给出了尖锥表面温度恢复因子 r 沿流向的分布。图1(a)为雷诺数 $Re_\infty = 5.89 \times 10^7/m$ 条件下,压力梯度参数修正和湍流普朗特数变化 ($Pr_t = 0.88 \sim 0.90$) 对转捩位置和温度恢复因子预测的影响。首先可以看到,从层流转捩到湍流后温度恢复因子明显增大,说明湍流区热通量增大,壁温上升。压力梯度参数 λ_θ 修正前后 ($Pr_t = 0.90$) 的比较,可以看到修正前预测的转捩位置比实验靠后,修正后转捩位置和转捩区长度与实验结果符合较好,但在转捩前出现恢复因子突然下跌现象,这与文献[11]中 $\gamma - Re_\theta$ 模型的计算结果相似。温度恢复因子对湍流普朗特数十分敏感, Pr_t 数仅仅变化 0.01 就引起恢复因子的明显改变,但对转捩位置影响很小。 Pr_t 数为常数时,所有计算都出现湍流区恢复因子缓慢增大的趋势,这与实验结果不符。增加了湍流普朗特数修正后,温度恢复因子在层流区略有增大,并且出现缓慢增大的趋势,而在湍流区沿流向缓慢减小,转捩后出现了峰值,在转捩区和湍流区与实验结果符合得很好。图1(b)给出了来流雷诺数 $Re_\infty = 7.8 \times 10^7/m$ 条件下的计算结果,与图1(a)类似,在转捩区和湍流区与实验符合得较好。总体上讲,经过修正的转捩模型较好地再现了实验中的转捩位置和湍流区。

由于湍流普朗特数修正式(6)包含湍动能 k 的影响,转捩前湍动能已经开始增长,而且 $\gamma - Re_\theta$ 模型中的间歇因子在转捩前有个逐渐增长过程,并不为零,尽管它们与湍流区和转捩区的量值相比很小,但是在实际计算中层流区还是会受到湍流粘性系数和湍流普朗特数变化的影响,例如图1中对常数湍流普朗特数进行变化时 ($Pr_t = 0.88 \sim 0.90$),层流区的恢复因子也会出现一些变化,而湍流普朗特数修正进一步放大了对层流区恢复因子的影响。在压力梯度参数和湍流普朗特数修正前后,都出现转捩前温度恢复因子突然减小的现象,说明这不是由两个修正方法引起,可能与转捩模型设计有关,具体原因

还需要进一步探讨,文献[11]认为该现象与转捩模型的关联函数有关。下一步将对转捩模型构造函数做进一步研究,探讨间歇因子的计算对转捩前物理量的影响,以便解决计算中层流区出现的问题。

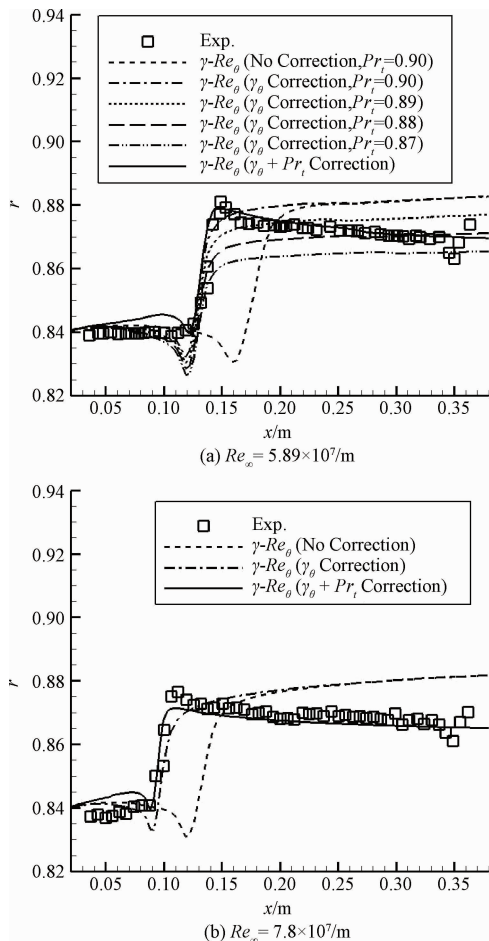


图1 壁面温度恢复因子

Fig.1 Temperature recovery factor along cone surface

3.2 Lachowicz M 6 尖锥

本算例为 Lachowicz 等在 NASA 兰利研究中心 Mach 6 低湍流度风洞中进行的转捩实验^[17]。实验模型为半锥角 5° 带裙尾的尖锥 (Flared cone, FC), 头部至其后 10 英寸 (25.4 cm) 处为尖锥, 10 至 20 英寸处为曲率半径 93.07 英寸的尾裙。来流马赫数 $M_\infty = 5.91$, 来流雷诺数 $Re_\infty = 9.348 \times 10^6/m$, 来流温度 $T_\infty = 56.2$ K, 绝热壁条件, 来流湍流度取 $Tu_\infty = 0.1\%$, 三维计算网格: $151 \times 151 \times 31$ 。

图2流场云图中给出了 x 方向速度 U (上部)、壁面温度和涡粘性 (下部) 分布。可以看到, 随着流动从层流转捩到湍流, 边界层厚度逐渐增加, 涡粘性逐渐增大和壁面温度逐渐升高。图3为壁面温度

T_w 与来流总温 T_0 之比沿流向的变化。压力梯度参数修正前,数值模拟预测不出转捩,修正后有转捩,但是转捩后的壁面温度和实验相比偏低,而且转捩前壁面温度略有下降,这与上节中温度恢复因子下降现象类似。增加湍流普朗特数修正后,转捩区和湍流区壁温明显升高,与实验值更加接近。

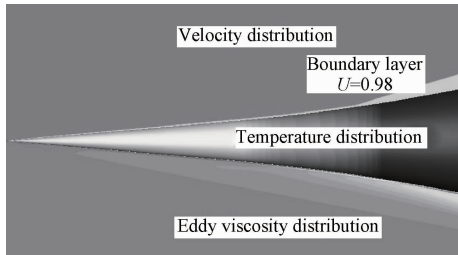


图2 流场速度、涡粘性和壁面温度分布

Fig. 2 Contours of velocity, eddy viscosity and temperature

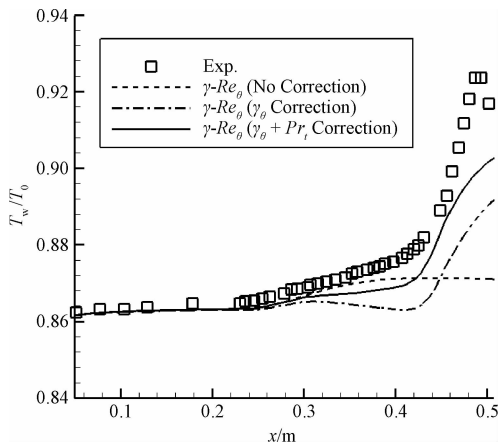


图3 壁面温度分布

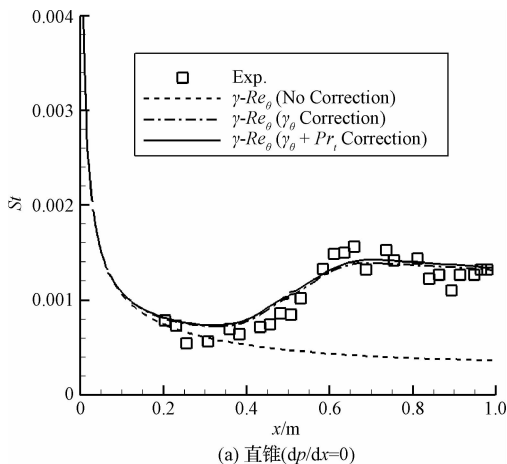
Fig. 3 Wall temperature distribution along cone surface

3.3 Kimmel M 8 尖锥

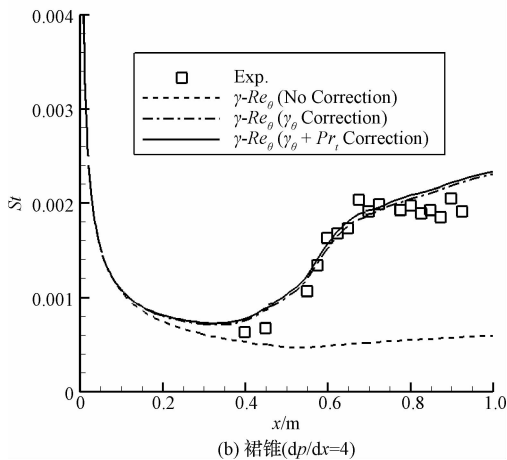
该算例为 Kimmel 在 AEDC B 常规风洞中进行的高超声速尖锥转捩实验^[18],模型为半锥角 7° 的直锥 (straight cone, SC) 和裙锥。直锥代表零压梯度流动,名义流向压力梯度 $dp/dx = 0$,裙锥代表逆压梯度流动, $dp/dx = 4$ 。来流马赫数 $M_\infty = 7.93$,来流雷诺数 $Re_\infty = 6.6 \times 10^6/m$,来流温度 $T_\infty = 53.18 \text{ K}$,等温壁 $T_w = 303.24 \text{ K}$ 。计算时取来流湍流度 $Tu_\infty = 1\%$ 。计算网格: $145 \times 201 \times 31$ 。

图4分别为直锥和裙锥的壁面热流 St 数分布。从图4(a)直锥的计算结果,可以看到压力梯度参数修正后模拟出了流动的转捩,转捩起始位置和转捩区大小与试验结果接近。变 Pr_t 数修正后,湍流区

计算热流值略有增大,对转捩位置几乎没有影响。修正后模型计算的壁面热流值在层流、转捩和湍流区与实验数据都符合得很好,基本上再现了风洞实验结果。图4(b)裙锥的结果与图4(a)直锥相类似,不同之处是裙锥湍流区计算值和风洞实验结果差异较大,计算热流在湍流区沿流向呈逐渐增大的趋势,而风洞实验热流在湍流区变化较小或略有下降。Kimmel 在文献[18]中指出,高超声速可压流中,逆压梯度相对于零压梯度会使热流在流向的减小更加缓慢,而强逆压梯度会使热流增大,风洞实验在裙锥湍流区的热流偏小可能是测量误差所致,计算预测裙锥湍流区热流增长更合理些。



(a) 直锥($dp/dx=0$)



(b) 裙锥($dp/dx=4$)

图4 尖锥壁面热流分布

Fig. 4 Heat transfer distribution along sharp cone surface

4 结束语

通过压力梯度参数和湍流普朗特数的修正,对低速 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型的改进和提高进行了有益的尝试,在一系列高超声速尖锥边界层转捩算例中进

行了考核,计算结果表明:

- 1) 压力梯度参数对转捩位置的影响较大,高马赫数修正提高了高超声速边界层转捩位置的预测能力;
- 2) 湍流普朗特数对绝热壁面温度影响较大,对转捩位置的影响很小,湍流普朗特数修正可以提高壁面转捩和湍流区的温度、恢复因子的预测精度;
- 3) 改进后转捩模型取得了与风洞实验数据符合较好的计算结果,复现了高超声速尖锥实验中转捩起始位置和转捩区长度。

参 考 文 献

- [1] McDaniel R D, Nantie R P, Hassan H A. Transition onset prediction for high-speed flow [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2000, 37(3): 304 - 309.
- [2] Papp J L, Dash S M. Modeling hypersonic laminar to turbulent transitional flows for 3D geometries using two-equation onset and intermittency transport models [C]. AIAA 2012 - 0449. 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Nashville, Tennessee, USA, January 9 - 12, 2012.
- [3] 符松, 王亮. 基于雷诺平均方法的高超音速边界层转捩模拟 [J]. *中国科学, G 辑*, 2009, 39(4): 617 - 626. [Fu Song, Wang Liang. Modelling flow transition in a hypersonic boundary layer with Reynolds-Averaged Navier-Stokes approach [J]. *Science in China Series G*, 2009, 39(4): 617 - 626.]
- [4] 杨云军, 马汉东, 周伟江. 高超声速流动转捩的数值研究 [J]. *宇航学报*, 2006, 27(1): 85 - 88. [Yang Yun-jun, Ma Han-dong, Zhou Wei-jiang. Numerical research on supersonic flow transition [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(1): 85 - 88.]
- [5] Menter F R, Langtry R B, Likki S R, et al. A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128: 413 - 422.
- [6] Langtry R B, Menter F R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamic codes [J]. *AIAA Journal*, 2009, 47(12): 2894 - 2906.
- [7] Martin K, Marek B, Josef B. Modeling of transition effects in hypersonic intake flows using a correlation-based intermittency model [C]. AIAA Paper 2008 - 2598. 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Dayton, USA, April 28 - May 1, 2008.
- [8] Gary C, Robert N, Kshiti D N, et al. Validation and assessment of turbulence transition models [C]. AIAA Paper 2009 - 1141. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, Florida, USA, January 5 - 8, 2009.
- [9] 张晓东, 高正红. 关于补充 Langtry 的转捩模型经验修正式

- 的数值探讨 [J]. *应用数学和力学*, 2010, 31: 544 - 552. [Zhang Xiao-dong, Gao Zheng-hong. Numerical discuss to complete empirical correlation in Langtry's transition model [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, 31: 544 - 552.]
- [10] 孔维萱, 阎超, 赵瑞. $\gamma - Re_{\theta}$ 模式应用于高速边界层转捩的研究 [J]. *空气动力学学报*, 2013, 31(1): 120 - 126. [Kong Wei-xuan, Yan Chao, Zhao Rui. $\gamma - Re_{\theta}$ model research for high-speed boundary layer transition [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2013, 31(1): 120 - 126.]
 - [11] 刘周, 龚安龙, 杨云军, 等. 基于 $\gamma - Re_{\theta}$ 转捩模型的尖锥超声速流动转捩模拟 [C], 第十七届全国高超声速气动/热学术交流会, 贵阳, 2013 年 11 月 15 - 17 日. [Liu Zhou, Gong An-long, Yang Yun-jun, et al. Supersonic flow transition simulations of sharp cone using transition model [C]. 17th National Hypersonic Aerodynamics/heat Symposium Proceedings, Guiyang, November 15 - 17, 2013.]
 - [12] 张毅锋, 雷净, 张益荣, 等. 高超声速数值模拟平台转捩模型的标定 [J]. *空气动力学学报*, 2015, 33(1): 42 - 47. [Zhang Yi-feng, Lei Jing, Zhang Yi-rong, et al. Calibration of transition model for hypersonic numerical simulation platform [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2015, 33(1): 42 - 47.]
 - [13] Pramod K S, Graham V C. DNS of transition to turbulence in a Mach 6 boundary layer [C]. 43rd AIAA Thermophysics Conference, New Orleans, Louisiana, USA, June 25 - 28, 2012.
 - [14] Cebeci T. A model for eddy conductivity and turbulent Prandtl number [J]. *Journal of Heat Transfer*, 1973, 95(2): 227 - 233.
 - [15] Warren E S, Harris J E, Hassan H A. Transition model for high-speed flow [J]. *AIAA Journal*, 1995, 33(8): 1391 - 1397.
 - [16] Chen F J, Malik M R, Beckwith I E. Boundary-layer transition on a cone and flat plate at Mach 3.5 [J]. *AIAA Journal*, 1989, 27(6): 687 - 693.
 - [17] Lachowicz J T, Chokani N, Wilkinson S P. Boundary-layer stability measurements in a hypersonic quiet tunnel [J]. *AIAA Journal*, 1996, 34(12): 2496 - 2500.
 - [18] Kimmel R. The effect of pressure gradients on transition zone length in hypersonic boundary layers [R]. Flight Dynamics Directorate Wright Laboratory, December 1993, Tech. Rep. WL-TR - 94 - 3012.

作者简介:

张毅锋(1975 -), 男, 博士, 副研究员, 主要从事高超声速流动数值模拟和高精度数值方法等方面的研究。

通信地址: 四川省绵阳市二环路南段 6 号 13 信箱 09 分信箱 (621000)

电话: (0816)2463302

E-mail: zyf 63867@163.com