

高超声速远程导弹弹道解析估算与特性分析

王洁瑶¹, 江涌², 钟世勇¹, 熊灵芳¹

(1. 北京机电工程总体设计部, 北京 100854; 2. 中国长峰机电技术研究设计院, 北京 100854)

摘 要: 对于高超声速远程导弹助推-滑翔弹道, 提出一种弹道参数的解析估算方法, 该方法从能量的角度出发, 利用准平衡滑翔条件建立滑翔射程和飞行时间的解析估算公式; 在此基础上定量地分析研究升阻比、初始速度等弹道参数对滑翔射程和时间的规律; 同时在理论上分析了最小能量椭圆弹道的射程和飞行时间特性。基于推导得到的解析估算公式, 对比研究滑翔弹道和椭圆弹道的在不同条件下的射程和时间特性, 并提出这两种弹道最佳适用范围的确定准则。最后, 通过仿真分析表明, 解析估算结果与数值仿真结果的误差小于 2%, 具有较高的精度, 能够可靠、有效地分析出滑翔弹道的性能, 可为弹道方案的初步选取提供参考。

关键词: 高超声速远程导弹; 最小能量弹道; 助推-滑翔弹道; 参数估算; 滑翔距离; 飞行时间

中图分类号: TP731 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2016)04-0403-08

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.04.005

Analytical Estimation and Analysis of Trajectory Performance for Hypersonic Long-Range Missiles

WANG Jie-yao¹, JIANG Yong², ZHONG Shi-yong¹, XIONG Ling-fang¹

(1. Beijing System Design Institute of Electro-Mechanic Engineering, Beijing 100854, China;

2. Changfeng Electromechanical Technology Design Academy, Beijing 100854, China)

Abstract: An analytical method of trajectory parameter estimation is proposed for the boost-glide trajectory of hypersonic long-range missile. From the view of energy, an analytical estimation formula of gliding range and flight time is established by using the quasi-equilibrium gliding conditions. Then the effectiveness of glide trajectory parameters such as lift-drag ratio and initial velocity on range and time is studied. Moreover, the range and flight time characteristics of minimum energy elliptical trajectory are analyzed theoretically. Based on the analytical formula, the range and time characteristics of the glide trajectory and the elliptical trajectory under various conditions are compared. Also a criterion on determining the best application scope of the two trajectories is proposed. Finally, the simulation results show that the errors between the analytical estimation results and the numerical simulation results are less than 2%, indicating that the precision of the analytical estimation approach is high. As a result, the performances of glide trajectory may be analyzed reliably and effectively by use of the analytical method, and the analysis results may be provided for the preliminary selection of the trajectory scheme.

Key words: Hypersonic long-range missiles; Minimal energy trajectory; Boost-glide trajectory; Parameter estimation; Glide range; Flight time

0 引言

经典的椭圆弹道由于充分利用地球引力, 同时回避空气阻力带来的能量损耗, 具有终端速度快、打

击威力大等诸多优点。但椭圆弹道飞行轨迹相对固定, 容易测量, 越来越难以突破反导拦截系统, 战场生存能力日渐堪忧。

为了提高导弹的生存能力, 近年来, 一种运载

火箭助推-再入无动力滑翔弹道成为国内外的研究热点^[1],这种弹道结合了弹道导弹与巡航导弹的特点,大部分时间在临近空间内利用气动升力飞行,具有较强的机动能力和隐蔽性。但由于受到气动力作用,难以得到滑翔弹道的准确解析解,为弹道性能分析、参数估算、快速弹道规划和制导设计都带来了难题。

目前,针对最小能量弹道的再入解析研究已经比较成熟^[2],但针对滑翔弹道的解析研究相对较少,且由于假设条件不同,处理方法不同,得到结果也不完全一致。文献[3]研究了近似最优滑翔轨迹,通过选择不同初值进行滑翔弹道中段仿真,得到定性的弹道参数关系,但并没有推导弹道参数解析表达。文献[4]研究了有动力的跳跃滑翔弹道的近似解,针对弹道跳跃过程不同位置进行简化设计,分段推导并获得二阶近似解,但结果复杂而且并不精确。文献[5]研究了在最大升阻比条件下的准平衡滑翔弹道,认为这种飞行方式是航程较优弹道,但条件简化较多,弹道估算精度不高。

以往计算和优化滑翔弹道参数多用数值积分迭代的方法^[6],这种方法计算量大,运算时间长且无法直观地分析弹道参数对性能的影响,难以用于在线弹道规划和弹道特性的理论研究。文献[7]利用 Gauss 伪谱方法进行了滑翔弹道的快速优化,但仍难用于在线快速弹道规划。文献[8]采用间接法优化滑翔轨迹,并通过仿真结果分析了弹道参数对弹道的影响,但并没有进行深入的研究。文献[9]利用数值仿真的方法,仅分析了跳跃滑翔弹道各个飞行参数间的定性关系。

本文主要研究了无动力滑翔弹道的解析估算方法,并在理论上分析了升阻比等飞行参数对滑翔弹道性能的影响;同时与最小能量弹道进行了对比研究,确定了这两种典型弹道在不同飞行条件下的最佳适用范围;最后通过仿真校验了解析估算结果的准确性。

1 远程导弹的滑翔弹道分析

1.1 再入无动力滑翔运动方程

为了简化分析,假设地球为非旋转均质圆球。在二维平面坐标系内建立无动力滑翔导弹的质心运动方程为:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = -\frac{D}{m} - g\sin\theta \\ v\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{m} - \left(g - \frac{v^2}{(R_0 + h)}\right)\cos\theta \\ \frac{dh}{dt} = v\sin\theta \\ \frac{d\Phi}{dt} = \frac{v\cos\theta}{R_0 + h} \end{cases} \quad (1)$$

式中: v 、 θ 、 h 、 Φ 分别为导弹速度、当地速度倾角、飞行高度及射程角, R_0 为地球平均半径, m 为导弹质量, D 、 L 分别表示导弹所受气动阻力和升力,计算式分别为:

$$L = \frac{\rho v^2 S_{\text{ref}} C_L}{2}$$

$$D = \frac{\rho v^2 S_{\text{ref}} C_D}{2}$$

式中: S_{ref} 为参考面积, ρ 为大气密度。

1.2 滑翔弹道的射程解析推导与分析

滑翔弹道主要指飞行器在介于稠密大气和稀薄大气之间的高度(如 40 ~ 60 km)借助气动升力飞行的弹道。本文采用平直滑翔飞行方案,即 $\theta \approx 0$,同时根据准平衡滑翔条件,从导弹单位质量机械能耗散^[10]的角度出发,推导滑翔弹道的飞行射程。

首先建立导弹的单位质量机械能为:

$$\bar{E} = \frac{1}{2}v^2 + gh \quad (2)$$

式中: \bar{E} 为单位质量的机械能。

对 \bar{E} 求导可得:

$$\dot{\bar{E}} = v\dot{v} + g\dot{h} = -\bar{D}v \quad (3)$$

式中: $\bar{D} = D/m$ 为阻力加速度。

显然,根据式(3)可知,单位机械能随时间单调递减,因此可以将其代替时间作为微分方程的独立变量使用。

令待飞射程角为 Φ_g ,则 Φ_g 随时间的变化规律如下:

$$\dot{\Phi}_g = \frac{v\cos\theta}{h + R_0} \quad (4)$$

利用式(3)~(4)可求得滑翔射程角 Φ_h 对单位机械能 \bar{E} 的导数为:

$$\frac{d\Phi_g}{d\bar{E}} = \frac{\frac{v\cos\theta}{h + R_0}}{-\bar{D}v} = -\frac{\cos\theta}{\bar{D}(h + R_0)} \quad (5)$$

考虑到在滑翔过程中,近似满足 $\theta \approx 0$, $\dot{\theta} \approx 0$, $h \equiv h_0$, 因此可得准平衡滑翔条件为:

$$\bar{L} = g - \frac{v^2}{h_0 + R_0} \quad (6)$$

式中: $\bar{L} = \frac{L}{m}$ 为升力加速度。

因此根据式(6)可将阻力加速度表示为:

$$\tilde{D} = \frac{\bar{L}}{(L/D)} = \frac{g - v^2/(h_0 + R_0)}{(L/D)} \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)得:

$$\frac{d\Phi_g}{dE} = -\frac{(L/D)}{V_{cr}^2 - v^2} \quad (8)$$

式中: $V_{cr} = \sqrt{g(h_0 + R_0)}$, 大小约为第一宇宙速度。

对式(8)变形得:

$$d\Phi_g = -\frac{(L/D)}{V_{cr}^2 - v^2}(v dv + g dh) \quad (9)$$

由于 $dh = \sin\theta v dt$, 且 $\theta \approx 0$, 则:

$$d\Phi_g = -\frac{(L/D)}{V_{cr}^2 - v^2} v dv \quad (10)$$

对式(10)积分可得射程角为:

$$\Phi_g = \frac{(L/D)}{2} \ln\left(\frac{V_{cr}^2 - v_f^2}{V_{cr}^2 - v_0^2}\right) \quad (11)$$

式中: v_f 为终端点的飞行速度; v_0 为初始时刻飞行速度; 由式(11)可知, 导弹的初始速度、升阻比系数和自由滑翔终止速度直接影响滑翔弹道的射程角。

进一步在式(11)的基础上, 分析各个参数对滑翔射程的影响。

首先分析在固定升阻比条件下, 不同初始速度对滑翔弹道的射程影响。利用式(11)可得滑翔弹道的射程如下所示:

$$R_g = R_0 \Phi_g = \frac{(L/D)R_0}{2} \ln\left(\frac{V_{cr}^2 - v_f^2}{V_{cr}^2 - v_0^2}\right) \quad (12)$$

并得到初速度与滑翔射程的关系如图1所示。

由图1可知, 随着 v_0 逐渐变大, 滑翔射程迅速变大。引起这种射程迅速变化的原因主要有两点: 1) 在准平衡状态下, 离心力对升力的影响, 即 $\bar{L} = g - \frac{v^2}{(h_0 + R_0)}$ 。当初速度较大的时候, 所需的升力较少, 同时所受的阻力也随之减少, 飞行速度损失不大, 所以导弹的飞行射程迅速变大; 2) 飞行射程随

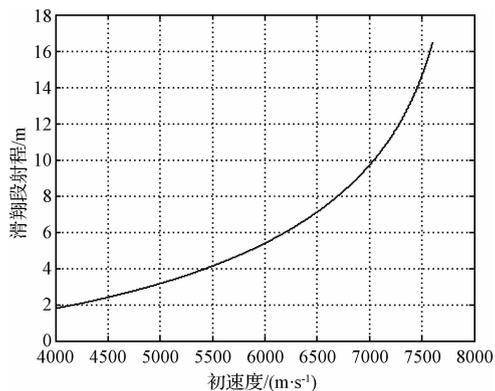


图1 初速度与滑翔射程关系图

Fig. 1 Diagram of initial velocity and gliding range

速度的平方项成正比, 若忽略离心力对飞行的影响, 即 $\bar{L} = g$, 利用能量守恒定理, 可以得到式(13)。由此可见, 初速度越大, 对弹道飞行射程影响越剧烈。

$$R_g = \frac{(L/D)(v_0^2 - v_f^2)}{2g} \quad (13)$$

其次, 由式(11)以到导弹升阻比与飞行射程角之间成正比关系, 滑翔射程随升阻比的增大而增大; 在实际飞行过程中, 可以通过两种方式增大导弹的升阻比: 1) 导弹外形采用大升阻比的升力体外形, 甚至乘波体外形, 提高导弹的可用升阻比; 2) 在飞行过程中, 采用最大升阻比指令飞行。因此, 理论分析结果与文献[11]中的结论一致: 导弹在滑翔过程中采用最大升阻比滑翔, 基本上可得到最大滑翔射程, 与最优解的误差不到1%。

综上所述, 在最大升阻比条件下的准平衡滑翔飞行是一种更优化的飞行方式。值得一提的是, 当导弹以高超声速飞行时, 最大升阻比系数变化不大, 可取为平均值^[5], 因此采用定常最大升阻比条件下的准平衡滑翔弹道射程估算是有意义的。所以之后研究中将最大升阻比 $(L/D)_{\max}$ 设定为固定值。

最后, 考虑自由滑翔终止速度 v_f 对射程的影响, 由式(12)可得:

$$R_g \Big|_{v_f}^{v_0} = \frac{(L/D)V_{cr}^2}{2g} \left[\ln\left(\frac{V_{cr}^2 - (v_f + \Delta v)^2}{V_{cr}^2 - v_0^2}\right) + \ln\left(\frac{V_{cr}^2 - v_f^2}{V_{cr}^2 - (v_f + \Delta v)^2}\right) \right] = R_g \Big|_{v_f + \Delta v}^{v_0} + R_g \Big|_{v_f}^{v_f + \Delta v} \quad (14)$$

由式(14)可知, 末速度偏差对射程的影响体现

为由 Δv 产生射程增量 $\Delta R = R_g \left| \frac{v_f + \Delta v}{v_f} \right|$ 。另外,一般导弹在进入末端瞄准段时,受到其他约束条件的限制,滑翔终止速度需控制在一定范围内,例如 $[1000, 1500]$ m/s,故可估算产生的射程变化量 $\Delta R_g \Big|_{1000}^{1500} \approx 110$ km,相对总的滑翔射程是小量。因此在之后研究中可将滑翔终止速度 v_f 设定为固定值,本文暂取 1000 m/s。

1.3 滑翔弹道的飞行时间分析

利用准平衡滑翔公式可得:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{L}{(L/D)_{\max}} = \frac{g - v^2/(h_0 + R_0)}{(L/D)_{\max}} \quad (15)$$

解式(15)的黎卡提方程可得:

$$v = V_{cr} + \frac{2V_{cr}}{2V_{cr}C_0 e^{\frac{2g}{(L/D)_{\max}V_{cr}t} - 1}} \quad (16)$$

其中,

$$C_0 = \frac{v_0 + V_{cr}}{2V_{cr}(v_0 - V_{cr})} e^{-\frac{2g}{(L/D)_{\max}V_{cr}t_0}} \quad (17)$$

令初始时间为 0,即 $t_0 = 0$,则根据确定的滑翔初速度 v_0 和末速度 v_f ,可计算得到滑翔过程花费的时间为:

$$t_g = \frac{(L/D)_{\max}V_{cr}}{2g} \left[\ln\left(\frac{V_{cr} - v_f}{V_{cr} + v_f}\right) - \ln\left(\frac{V_{cr} - v_0}{V_{cr} + v_0}\right) \right] \quad (18)$$

2 滑翔弹道与椭圆弹道的解析分析和对比

新型的助推-滑翔弹道相较于传统的椭圆弹道具有更强的隐蔽性和机动能力,但针对滑翔弹道飞行性能研究较少。通过比较分析两种弹道的初始能量对射程的影响,以及它们飞行相同射程所需要的飞行时间,可以有效地明确滑翔弹道的飞行特性,以及两种弹道最佳适用条件。

2.1 椭圆弹道分析

如图 2 所示,经典的远程椭圆弹道 $ABECD$ 可以分为三个阶段,包括起飞段 AB 、自由飞行段 BEC 和再入段 CD 。其中自由飞行段构成了椭圆弹道的绝大部分,所以本文主要针对自由飞行段部分进行分析和对比。

由于导弹在大气层外自由飞行,因此忽略气动力的影响,仅考虑二体问题,并基于非旋转的球面假设,便可得到解析形式的运动参数关系,即得到不同的分离时刻状态参数所对应的弹道飞行射程。最小

能量弹道即指在分离点能量一定的情况下,寻求合理的运动参数,以获得最大射程的椭圆弹道^[2]。

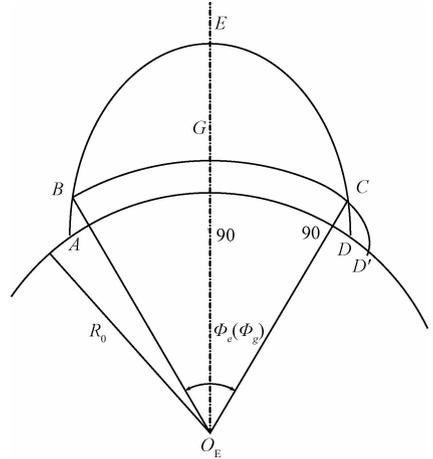


图 2 远程导弹飞行轨道示意图

Fig. 2 Diagram of long-range missile flight trajectory

2.1.1 最小能量弹道的射程

经过合理假设和简化,在确定关机能量的条件下,利用最小能量弹道的能量比公式,可以得到初始弹道倾角的解析表达式:

$$\tan^2 \theta_0 = 1 - (h_0 + R_0)v_0^2/\mu \quad (19)$$

式中: θ_0 为关机时刻的弹道倾角, h_0 为关机点高度, R_0 为平均地球半径, v_0 为分离时刻导弹速度, $\mu = G(M + m) \approx GM$ 为重力常数。

同时可得最小能量弹道的关机点弹道倾角和射程角之间的近似解析关系,即

$$\Phi_e = \pi - 4\theta_0 \quad (20)$$

式中: Φ_e 为对称弹道的射程角(定义对称弹道为导弹关机点和目标点到地球中心的距离相等)。由式(19)~(20)可得,椭圆弹道的飞行射程主要由自由段初始高度和速度决定,其中初始的飞行速度对弹道的射程影响最大,当初始速度范围为 $[4500, 7500]$ m/s 时,椭圆弹道的自由段射程大约相差 10000 km。

2.1.2 最小能量弹道的飞行时间

最小能量弹道自由段飞行时间的表达式如下:

$$t_e = 2(\sqrt{a^3/\mu})(\arccos \sqrt{1 - \tau_0} + \sqrt{\tau_0(1 - \tau_0)}) \quad (21)$$

式中:

$$a = \frac{h_0 + R_0}{2 - \tau_0}$$

$$\tau_0 = (h_0 + R_0)v_0^2/\mu$$

由式(21)可知,弹道导弹的飞行射程和飞行时间只与初始的关机状态密切相关,其中关机时速度 v_0 对后续影响最大。

2.2 两种弹道射程比较

在初始机械能相同的情况下,对两种弹道的自由段(滑翔段)射程角进行对比分析,可以有效确定这两种典型弹道的能量利用效率和飞行能力。

设定射程角对比系数 $K_\phi = \Phi_e/\Phi_g$,并将式(20)和式(11)代入可得:

$$K_\phi = \frac{\pi - 4\arctan \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{V_{cr}^2}}}{\frac{(L/D)_{\max} \ln\left(\frac{V_{cr}^2 - v_f^2}{V_{cr}^2 - v_0^2}\right)}{2}} \quad (22)$$

由式(22)可知,对比系数 K_ϕ 的参数主要包括导弹的初始速度和最大升阻比。通过分析可得在不同初始速度 v_0 和最大升阻比 $(L/D)_{\max}$ 条件下,采用不同弹道对飞行射程的影响。

图3给出了在不同最大升阻比与初速度条件下,射程角对比系数的变化规律,图中 k 表示最大升阻比 $(L/D)_{\max}$ 。

首先,在固定升阻比情况下,存在一个参考速度 v_{0ref} ,当实际初始速度 $v_0 = v_{0ref}$ 时, $K_\phi = 1$,表示滑翔弹道和最小能量弹道具有相同的飞行射程;当 $v_0 < v_{0ref}$ 时, $K_\phi > 1$ 最小能量弹道的飞行射程更远;当 $v_0 > v_{0ref}$ 时, $K_\phi < 1$,选取滑翔弹道可以获得更大的射程。例如当最大升阻比 $(L/D)_{\max} = 2$ 时,则存在参考初速度 $v_{0ref} = 6098$ m/s。另一方面说明,相对于椭圆弹道,滑翔弹道的射程对初始速度更为敏感。

综上所述,当导弹具有较大的初速度时,选取滑翔弹道对射程更加有利。

其次,在不同升阻比下,分析两种弹道的特性。需要固定初始速度 v_0 ,计算当 $K_\phi = 1$ 时的最大升阻比 $(L/D)_{\max}$ 。当导弹初始速度有较大的选取范围时,可以将初始速度的最小值 v_{0min} 设定为固定值初始速度,计算参考最大升阻比 $(L/D)_{\maxref}$ 。例如本文暂定最小初始速度 $v_{0min} = 4000$ m/s,则计算得到参考最大升阻比 $(L/D)_{\maxref} = 2.1322$ 。

由图3可得,当实际最大升阻比 $(L/D)_{\max} = 2.1322$,即 $(L/D)_{\max} = (L/D)_{\maxref}$ 时,导弹在可用的初速度范围内,都应选取滑翔弹道;当实际最大升

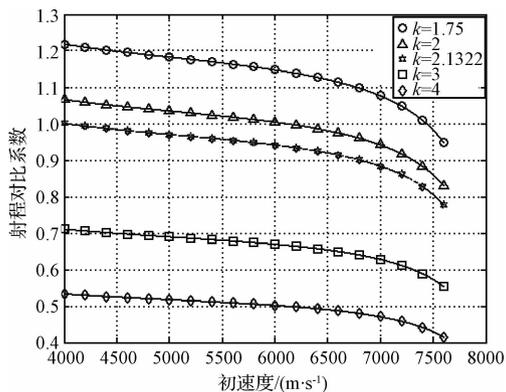


图3 最大升阻比与射程对比系数关系图
Fig. 3 Diagram of lift-drag ratio and range correlation coefficient

阻比 $(L/D)_{\max} < (L/D)_{\maxref}$ 时,导弹的弹道需根据初始速度的大小决定选取最佳方案;当 $(L/D)_{\max} > (L/D)_{\maxref}$ 时,在导弹可用的初速度范围内, K_ϕ 都小于1,说明都符合采用滑翔弹道的条件。

由此可得,当最大升阻比 $(L/D)_{\max} = 3$ 时,认为可以忽略初速度的影响,选取滑翔弹道更为合适。

2.3 两种弹道飞行时间比较

在飞行射程相同的条件下,通过飞行时间可以判断导弹快速到达的能力,同时也是突防能力的指标之一。

设时间对比系数 $K_t = t_e/t_g$,并将式(21)与式(18)代入,整理可得:

$$K_t = 4 \frac{(\sqrt{a^3/\mu}) [\arccos \sqrt{1 - \tau_e} + \sqrt{\tau_e(1 - \tau_e)}]}{\frac{(L/D)_{\max} V_{cr}}{g} \left[\ln\left(\frac{V_{cr} - v_f}{V_{cr} + v_f}\right) - \ln\left(\frac{V_{cr} - v_g}{V_{cr} + v_g}\right) \right]} \quad (23)$$

其中,

$$\begin{cases} \tau_e = 1 - \tan^2\left(\frac{\pi - \Phi}{4}\right) \\ a = \frac{(h_0 + R_0)}{2 - \tau_e} \\ v_g = \sqrt{V_{cr}^2 - (V_{cr}^2 - v_f^2) \exp\left(-\frac{2\Phi}{(L/D)_{\max}}\right)} \end{cases} \quad (24)$$

图4给出了在不同最大升阻比与射程角的条件下,时间对比系数的变化规律,图中 k 表示最大升阻比 $(L/D)_{\max}$ 。由图4可知,当升阻比较小的时候, $K_t \approx 1$,滑翔弹道和椭圆弹道的时间相差不多,但

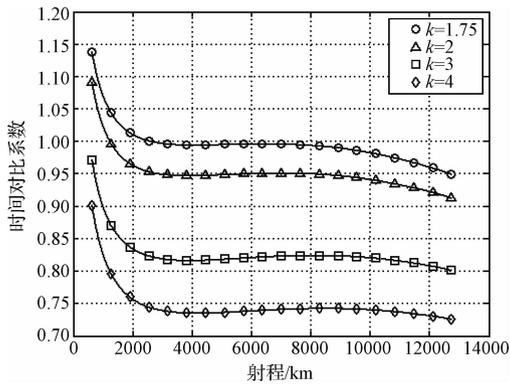


图4 最大升阻比与时间对比系数关系图

Fig.4 Diagram of lift-drag ratio and time correlation coefficient

随着升阻比的增大, $K_t < 1$, 且逐渐变小, 说明滑翔弹道需要花费更多时间。主要原因是当滑翔弹道射程固定时, 随着最大升阻比的增加, 对初速度需求反而减小, 因而虽然节省能量, 但需要花费更多时间, 并不利于快速到达。

3 仿真分析

由于在上述公式推导中进行了一些简化, 为了校验推导结果的正确性, 本文将两种弹道的射程和飞行时间解析估算结果与数值仿真结果进行对比。

首先, 在不同初速度和升阻比的条件下进行数值仿真, 与解析计算对比结果如表1所示。

表1 射程角对比系数表

Table1 The range correlation coefficient

$v_0 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$(L/D)_{\max}$	椭圆弹道射程 (仿真)/km	椭圆弹道射程 (解析)/km	滑翔弹道射程 (仿真)/km	滑翔弹道射程 (解析)/km	K_ϕ (仿真)	K_ϕ (解析)
7500	1.75	12662.14	12662.35	13922.45	13523.48	0.909477322	0.936323343
6000	1.75	5418.51	5397.98	5012.85	4840.26	1.080925023	1.115225215
4500	1.75	2524.97	2513.51	2285.29	2149.42	1.104879422	1.169389882
7500	2	12662.14	12662.35	15825.73	15455.41	0.800098725	0.819282698
6000	2	5418.51	5397.98	5696.28	5531.73	0.951236973	0.975821307
4500	2	2524.97	2513.51	2590.46	2456.48	0.974720667	1.023216147
7500	3	12662.15	12662.35	23472.05	23183.12	0.53945644	0.546188347
6000	3	5418.52	5397.98	8452.13	8297.59	0.641082553	0.65054793
4500	3	2524.97	2513.51	3759.75	3684.72	0.671579493	0.682144098
7500	4	12662.15	12662.35	31151.37	30910.83	0.406471678	0.409641216
6000	4	5418.52	5397.98	11228.26	11063.46	0.482578420	0.487910654
4500	4	2524.97	2513.51	5011.31	4912.96	0.502854481	0.511608073

由表1可知, 在高升阻比的条件下, 滑翔弹道射程估算具有很高精度, 误差小于2%。

其次, 在给定的射程条件下, 选择不同升阻比进

行数值仿真, 得到两种弹道的初速度、飞行时间和飞行时间对比系数, 并与解析结果对比, 如表2所示。

表2 飞行时间对比系数表

Table2 The time correlation coefficient

射程/km	$(L/D)_{\max}$	v_e (仿真)/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	v_e (解析)/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	v_g (仿真)/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	v_g (解析)/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	t_e (仿真)/s	t_e (解析)/s	t_g (仿真)/s	t_g (解析)/s	K_t (仿真)	K_t (解析)
4000	1.75	5393.5	5399.6	5569.5	5669.9	1182.4	1091.7	1131.0	1123.1	1.0454	0.9720
8000	1.75	6748.7	6762.2	6816.8	6878.5	1783.8	1711.2	1767.5	1761.4	1.0092	0.9715
12000	1.75	7426.0	7432.9	7355.1	7397.7	2225.3	2183.7	2333.1	2326.4	0.9537	0.9387
4000	2	5393.5	5399.6	5325.1	5416.9	1182.4	1091.7	1184.8	1179.1	0.9979	0.9259
8000	2	6748.7	6762.2	6608.0	6668.6	1783.8	1711.2	1851.1	1842.3	0.9636	0.9288

表 2(续)

射程/km	$(L/D)_{\max}$	v_e (仿真) / v_e (解析) / v_g (仿真) / v_g (解析) / $(m \cdot s^{-1})$	t_e (仿真) / t_e (解析) / t_g (仿真) / t_g (解析) / s	K_f (仿真)	K_f (解析)
12000	2	7426.0 / 7432.9 / 7206.2 / 7248.8	2225.3 / 2183.7 / 2427.8 / 2421.8	0.9166	0.907
4000	3	5393.5 / 5399.6 / 4580.8 / 4667.9	1182.4 / 1091.7 / 1381.3 / 1368.1	0.8560	0.7980
8000	3	6748.7 / 6762.2 / 5895.7 / 5955.6	1783.8 / 1711.2 / 2137.9 / 2124.6	0.8344	0.8054
12000	3	7426.0 / 7432.9 / 6624.4 / 6668.6	2225.3 / 2183.7 / 2772.8 / 2763.4	0.8025	0.7902
4000	4	5393.5 / 5399.6 / 4088.1 / 4168.6	1182.4 / 1091.7 / 1528.9 / 1518.9	0.7734	0.7187
8000	4	6748.7 / 6762.2 / 5356.3 / 5416.9	1783.8 / 1711.2 / 2369.5 / 2358.2	0.7528	0.7256
12000	4	7426.0 / 7432.9 / 6123.4 / 6171.2	2225.3 / 2183.7 / 3069.0 / 3054.9	0.7251	0.7148

对比表 2 中的数据发现,所有解析估算结果和数值仿真结果的误差不超过 2%,特别是两种弹道飞行时间估算,误差不超过 1%。

仿真结果表明,由于滑翔射程估算参数普遍比数值仿真结果小,特别是在低初速度的条件下,误差略大,主要因为推导过程中忽略了弹道倾角的微小变化,但参数的变化趋势与理论推导得到的结果基本相同。因此理论推导得到的弹道特性和弹道选取方案可以被采纳。

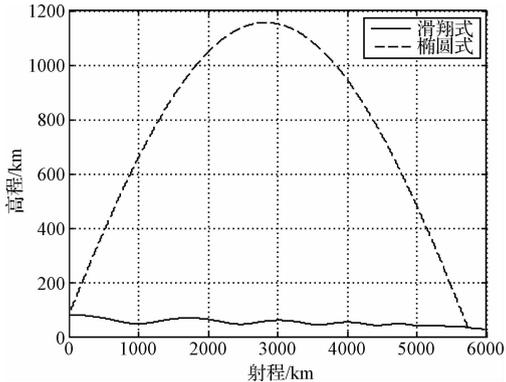


图 5 射程 - 高程关系图
Fig. 5 Diagram of range and height

特例,设初始速度 $v_0 = 6098 \text{ m/s}$,初始高度 $h_0 = 80 \text{ km}$,其中一枚用最小能量弹道飞行,初始弹道倾角 $\theta_0 = 32.255^\circ$,而另一枚采用最大升阻比滑翔,初始弹道倾角 $\theta_0 = 0^\circ$,其射程 - 高程关系如图 5 所示;并得到两种弹道的飞行时间 - 速度关系如图 6 所示。

特例中的数值仿真结果与前文最大升阻比 $(L/D)_{\max} = 2$ 的理论数据基本一致,验证了理论推导方法的正确性。

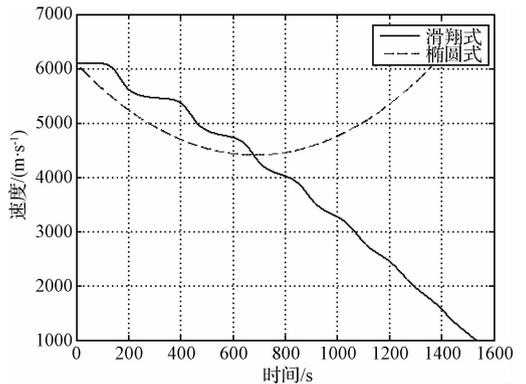


图 6 飞行时间 - 速度关系图
Fig. 6 Diagram of time and velocity

4 结论

本文采用解析方法分析和比较了传统的椭圆弹道和新型的滑翔弹道。首先,从能量角度出发,推导得到滑翔弹道在准平衡滑翔条件下,滑翔射程与飞行时间的近似解析解;并针对解析公式,分析各个参数对滑翔射程的影响;其次,分别对比两种弹道的飞行射程和飞行时间,定量地给出了远程导弹两种典型弹道的最佳适用条件;最后通过数值仿真校验在大升阻比条件下,解析结果精度误差不超过 2%。

本文通过研究结果表明,在相同能量条件下,具有大升阻比外形的导弹采用滑翔弹道可获得更大的飞行射程,而在相同飞行射程的条件下,采用最小能量弹道可以更为快速地到达目标。此外,本文研究了在最大升阻比条件下的准平衡滑翔参数变化规律,利用基于能量角度推导滑翔弹道解析方程,为滑翔弹道解析推导提供了新的思路,并且论文定量地给出了在不同条件下的远程导弹弹道选取方案,对弹道的初步设计有较大参考作用。

参 考 文 献

- [1] 李瑜,杨志红,崔乃刚. 助推-滑翔导弹弹道优化研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 66-71. [Li Yu, Yang Zhi-hong, Cui Nai-gang. A study of optimal trajectory for boost-glide missile [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 66-71.]
- [2] Siouris G M, 导弹制导与控制系统[M]. 张天光译. 北京:国防工业出版社,2010.
- [3] 雍恩米,唐国金,陈磊. 助推-滑翔式导弹中段弹道方案的初步分析[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(6):6-10. [Yong En-mi, Tang Guo-jin, Chen Lei. Schematic study of midcourse trajectory for the boost-glide missiles [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(6):6-10.]
- [4] Carter P H, Pines D J, Rudd L V. Approximate performance of periodic hypersonic cruise trajectories for global research [C]. AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Norfolk, 1998.
- [5] 李邦杰,王明海. 滑翔式远程导弹滑翔段弹道研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(6):2122-2126. [Li Bang-jie, Wang Ming-hai. Research on glide trajectory of long range glide missile [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(6):2122-2126.]
- [6] 雍恩米,陈磊,唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. 宇航学报, 2008, 29(2):7-16. [Yong En-mi, Chen Lei, Tang Guo-jin. A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(2):7-16.]
- [7] 雍恩米,唐国金,陈磊. 基于 Gauss 伪谱方法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化[J]. 宇航学报, 2008, 29(6):1766-1772. [Yong En-mi, Tang Guo-jin, Chen Lei. Rapid trajectory optimization for hypersonic reentry vehicle via Gauss pseudo spectral method [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6):1766-1772.]
- [8] Li Y Y, Zhang X M, Shi J B, et al. Trajectory optimization and analysis for reusable launch vehicle [C]. 2013 Fifth Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, Beijing, China, Jan 16-17, 2013.
- [9] Wen Y M, Wu S T, Hu N X. The analysis and design of control system for unpowered skipping-glide air vehicle in near space [C]. The 33rd Chinese Control Conference, Nanjing, China, July 28-30, 2014.
- [10] Ridder S D, Mooij E. Terminal area trajectory planning using the energy-tube concept for reusable launch vehicles [J]. Acta Astronautica, 2011, 68(7-8): 915-930.
- [11] 阮春荣[美]. 大气中飞行的最优轨迹[M]. 茅振东译. 北京:宇航出版社,1978.

作者简介:

王洁瑶(1988-),女,博士生,主要从事飞行器动力学与制导等方面的研究。

通信地址:北京142信箱206分箱1号(100854)

电话:(010)68693792

E-mail:wangjiyao_lf@sina.com

(编辑:牛苗苗)