

基于迭代修正方法的严格回归轨道设计

杨盛庆^{1,2}, 杜耀珂^{1,2}, 陈筠力³

(1. 上海航天控制技术研究所, 上海 201109; 2. 上海市空间智能控制技术重点实验室, 上海 201109;
3. 上海航天技术研究院, 上海 201109)

摘 要: 通过分析太阳同步回归轨道的轨道根数和星下点经度/纬度的关系, 推导了一组轨道根数的修正公式。基于高精度轨道动力学模型和升交点位置确定方法, 构造了关于轨道半长轴和轨道倾角的迭代修正方法。针对偏心率矢量的动力学系统所具有的极限环特性, 构造了平均法求其解析近似, 从而实现冻结轨道特性对偏心率和近地点幅角的迭代修正。结合迭代修正, 得到一组严格回归的轨道根数。该轨道能够重访空间目标点, 具有较高的回归精度。

关键词: 严格回归轨道; 太阳同步回归轨道; 冻结轨道; 迭代修正方法

中图分类号: V474.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2016)04-0420-07

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.04.007

Design of Strictly-Regressive Orbit Based on Iterative Adjustment Method

YANG Sheng-qing^{1,2}, DU Yao-ke^{1,2}, CHEN Jun-li³

(1. Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology, Shanghai 201109, China;
2. Shanghai Key Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Shanghai 201109, China;
3. Shanghai Academy of Spaceflight Technology, Shanghai 201109, China)

Abstract: An adjustment formulation of orbit elements of sun-synchronous regressive orbit is investigated based on relationships between orbit elements and the longitude/latitude of nadir points. By applying high precision orbit dynamic and position sampling method of ascending node, an iterative adjustment method of semi-major axis and inclination is designed. A numerical average method is proposed to seek the approximate solutions of limit cycles of eccentricity-vector dynamic system, which realizes the iterative adjustments of eccentricity and argument of perigee for the requirement of frozen orbit. By combining the iterative adjustments, the orbit elements of strictly-regressive orbit are achieved. The resulting orbit can revisit the space target with high regressive accuracy.

Key words: Strictly-regressive orbit; Sun-synchronous regressive orbit; Frozen orbit; Iterative adjustment method

0 引 言

星下点重访是地球观测卫星的一项重要功能, 严格回归轨道对重访的回归精度有较高的要求。国外的卫星项目 ERS-1/ERS-2 和 TerraSAR-X 均提出了管道控制的概念, 以实现观测卫星的严格回归。其中, ERS-1/ERS-2 设计的管道控制精度为实现管径 300 米^[1], TerraSAR-X 设计的管道控制精度为实现管径 250 米^[2]。为达到上述管道控制精度, 需要

设计高精度的轨道产品和控制方法。

严格回归轨道要求经历一个严格回归周期后, 卫星能够对空间目标点进行高精度的重访。为实现轨道的严格回归, 设计的轨道产品需要满足太阳同步回归轨道和冻结轨道的特性。其中, 依据太阳同步回归轨道特性进行优化设计, 可以实现星下点的重访^[3-4]; 依据冻结轨道特性进行优化设计, 可以实现拱线在轨道平面内的稳定, 从而保证星下点重访时轨道高度的一致性^[5]。参考文献[6-7]以升交

点变化率 $\dot{\Omega}$ 为出发点,分析了升交点分布的变化规律,得到了2阶重力势场下回归轨道的轨道根数需满足的解析关系。参考文献[8]根据球面几何关系,给出了基于2阶重力势场的回归轨道需满足的非线性方程组,并通过数值迭代算法求解该非线性方程组,得到满足回归要求的轨道根数 a, i ,但未针对冻结轨道特性提出优化设计方案。参考文献[9-10]给出了4阶重力势场情形下的轨道设计及其控制方法。参考文献[3-10]中所述的方法均只适用于低阶次重力势场环境中回归轨道的设计。参考文献[11]针对国外先进卫星项目 TerraSAR-X,介绍了一种基于数值优化的轨道设计方法和基于最优化的控制规划方法,文中提及了在轨道设计中应用迭代修正的思想。

本文基于高精度轨道动力学模型及升交点位置确定方法,提出了一种轨道根数的迭代修正方法,能够适用于高阶次重力势场环境中严格回归轨道的设计。本文依据太阳同步回归轨道的轨道根数与星下点经度/纬度的关系,推导了一组轨道根数的修正公式,并结合迭代修正的思路,构造了针对半长轴 a 和轨道倾角 i 的迭代修正方法;依据偏心率矢量的动力学特性,构造了针对偏心率 e 和近地点幅角 ω 的迭代修正方法,进而实现严格回归轨道的设计。

1 严格回归轨道的基本要求

1.1 严格回归轨道的轨道特性及其优化设计

严格回归轨道要求卫星能够实现地固系下空间目标点的高精度重访,该轨道特性可以进一步分解为对星下点的重访和星下点重访时轨道高度的一致性。根据轨道动力学原理,轨道特性与轨道根数具有如下对应关系,如表1所示。

表1 轨道特性与轨道根数的对应关系

Table 1 Relationships between orbit characters and orbit elements

轨道特性	轨道根数
太阳同步回归轨道	a, i
冻结轨道	e, ω

本文研究了针对 a, i 组合的太阳同步回归轨道的优化设计,针对 e, ω 组合的冻结轨道的优化设计。优化设计严格回归轨道时,先修正轨道面的偏差,再修正轨道面内的偏差。即先修正 a, i 组合,再修正 e, ω 组合。

1.2 基于低阶次重力势场的轨道根数预估值

给定严格回归的周期 T 和相应的轨道圈数 N ,

轨道周期 $P = \frac{T}{N}$ 。若只考虑低阶次重力势场情形, a 的预估值为^[11]

$$a_{J_1} = \left(\frac{P}{2\pi} \sqrt{GM_{\oplus}} \right)^{\frac{2}{3}};$$

$$a_{J_2} = a_{J_1} + \frac{1}{J_2 GM_{\oplus}} \left(\frac{4\dot{\Omega} a_{J_1}^3}{3R_{\oplus}} \right)^2 - \frac{J_2 R_{\oplus}^2}{a_{J_1}} \quad (1)$$

其中: GM_{\oplus} 为地球引力常数, R_{\oplus} 为地球半径;半长轴预估值的下标 J_1 表示轨道动力学只考虑二体情形,下标 J_2 表示考虑 J_2 项地球重力势场。

升交点的变化率满足

$$\frac{2\pi}{365.24 \times 86400} = \dot{\Omega} = -\frac{3}{2} \sqrt{GM_{\oplus}} J_2 \frac{R_{\oplus}^2}{a_{J_2}^{3.5}} \cos i_{J_2} \quad (2)$$

轨道倾角的预估值为

$$i_{J_2} = \arccos \left(-\frac{2}{3} \frac{\dot{\Omega} a_{J_2}^{3.5}}{\sqrt{GM_{\oplus}} J_2 R_{\oplus}^2} \right) \quad (3)$$

依据冻结轨道的要求,轨道根数 e, ω 满足^[12]

$$e = \frac{\sin i}{\cos^2 i} - \frac{2J_2 a}{J_3 R_{\oplus}}, \quad \omega = 90^\circ \quad (4)$$

由上述经验公式,可以给出低阶次重力势场情形下回归轨道的轨道根数预估值 a_0, i_0, e_0, ω_0 ,作为迭代修正方法的初始输入。

2 太阳同步回归轨道优化设计

2.1 轨道根数的修正公式

依据参考文献[13-14],星下点经纬度满足

$$\begin{cases} \lambda = f(a, i) = \Omega + \arctan(\tan u \cos i) - \\ \omega_e(t - t_0) - S_0 \\ \varphi = g(a, i) = \arcsin(\sin u \sin i) \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\omega_e = 7.2921158 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, S_0 为初始时刻格林威治的恒星时。

简记地球引力常数为 μ , 公式(5)中变量

$$\Omega \approx \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0) = \Omega_0 - \frac{3J_2 R_{\oplus}^2 \sqrt{\mu}}{2(1 - e^2)^2 a^{7/2}} \cos i (t - t_0) \quad (6)$$

升交点幅角 u 的有限项级数近似满足^[15]

$$u \approx \omega + M + \left(2e - \frac{e^3}{4} \right) \sin M + \frac{5}{4} e^2 \sin 2M + \frac{13}{12} e^3 \sin 3M \quad (7)$$

其中: $M = n(t - t_0) = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}(t - t_0)$ 。

升交点幅角 u 关于半长轴 a 的偏导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial a} &= \left(1 + \left(2e - \frac{e^3}{4} \right) \cos M + \frac{5}{2} e^2 \cos 2M + \frac{13}{4} e^3 \cos 3M \right) \\ \frac{\partial M}{\partial a} &= -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\mu}{a^5}} (t - t_0) \left(1 + \left(2e - \frac{e^3}{4} \right) \cos M + \right. \\ &\left. \frac{5}{2} e^2 \cos 2M + \frac{13}{4} e^3 \cos 3M \right) \end{aligned} \quad (8)$$

求 $f(a, i), g(a, i)$ 关于 a, i 的偏导数, 得到

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial a} = \frac{21J_2 R_\oplus^2 \sqrt{\mu}}{4(1-e^2)^2} \frac{\cos i}{a^{9/2}} (t - t_0) + \\ \frac{1}{1 + (\tan u \cos i)^2} \frac{\cos i}{(\cos u)^2} \frac{\partial u}{\partial a} \\ \frac{\partial f}{\partial i} = -\frac{3J_2 R_\oplus^2 \sqrt{\mu}}{2(1-e^2)^2} \frac{\sin i}{a^{7/2}} (t - t_0) - \\ \frac{1}{1 + (\tan u \cos i)^2} \tan u \sin i \\ \frac{\partial g}{\partial a} = \frac{\cos u \sin i}{\sqrt{1 - (\sin u \sin i)^2}} \frac{\partial u}{\partial a} \\ \frac{\partial g}{\partial i} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\sin u \sin i)^2}} \sin u \cos i \end{cases} \quad (9)$$

后文的迭代修正方法基于高精度的升交点位置确定。升交点处取值 $u = 0$, $(t - t_0)$ 取值严格回归周期 T , 轨道根数的修正公式可简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial a} = \frac{21J_2 R_\oplus^2 \sqrt{\mu}}{4(1-e^2)^2} \frac{\cos i}{a^{9/2}} T - \frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} \cos i}{a^{5/2}} \left(1 + \left(2e - \frac{e^3}{4} \right) \cdot \right. \\ \left. \cos M + \frac{5}{2} e^2 \cos 2M + \frac{13}{4} e^3 \cos 3M \right) T \\ \frac{\partial f}{\partial i} = -\frac{3J_2 R_\oplus^2 \sqrt{\mu}}{2(1-e^2)^2} \frac{\sin i}{a^{7/2}} T \\ \frac{\partial g}{\partial a} = -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} \sin i}{a^{5/2}} \left(1 + \left(2e - \frac{e^3}{4} \right) \cos M + \right. \\ \left. \frac{5}{2} e^2 \cos 2M + \frac{13}{4} e^3 \cos 3M \right) T \\ \frac{\partial g}{\partial i} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

2.2 基于轨道递推的升交点位置确定

严格回归轨道提出了对重访的时间约束和空间约束。本文以升交点作为空间目标点, 设计了升交

点及其星下点的位置确定方法, 图1为升交点位置确定的原理图。方法的具体流程如下:

1) 进行初始轨道递推, 为保证计算效率, 可选取合适的仿真步长, 记录下各仿真点的地固系下位置 $\mathbf{q}(t_i, q_0)$ 、速度 $\dot{\mathbf{q}}(t_i, q_0)$ 和惯性系下位置 $\mathbf{r}(t_i, q_0)$ 、速度 $\mathbf{v}(t_i, q_0)$;

2) 记地固系下 Z 轴坐标为 $q_z(\cdot, \cdot)$, 参考数学分析中的零点定理, 获取各升交点所处的积分段, 其判据为 $q_z(t_i, q_0)$ 与零位置 (赤道面) 之间的关系满足 $q_z(t_i, q_0) \leq 0$ 且 $q_z(t_{i+1}, q_0) > 0$;

3) 进行加密采集, 以满足零点判据的时刻 t_i 为起始历元, 以 $\mathbf{r}(t_i, q_0)$ 和 $\mathbf{v}(t_i, q_0)$ 为起始状态进行小步长的局部轨道递推, 记录下各仿真点相关数据;

4) 重复上述加密采集步骤, 末次加密采集选取满足零点判据的 $q_z(t_i, q_0)$ 和 $q_z(t_{i+1}, q_0)$ 中绝对值较小的仿真点作为升交点 (即相邻两个仿真点中更接近赤道面的点), 从而实现升交点的高精度位置确定。

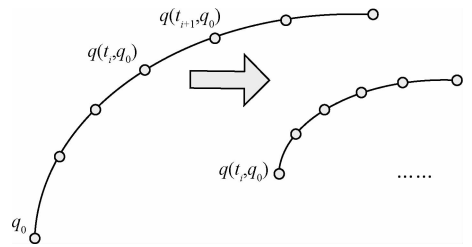


图1 升交点位置确定的原理图

Fig. 1 Position sampling method of ascending nodes

2.3 轨道根数 a, i 的迭代修正方法

利用轨道根数的修正公式, 构造迭代修正方法来实现 a, i 的优化设计, 每一步迭代得到相隔一个严格回归周期的两个升交点之间的经纬度差 $\Delta\lambda$, $\Delta\varphi$ 。

假设经纬度与轨道根数满足函数关系

$$\lambda = f(a, i), \quad \varphi = g(a, i) \quad (11)$$

经纬度的差分满足

$$\begin{cases} \Delta\lambda \\ \Delta\varphi \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial i} \\ \frac{\partial g}{\partial a} & \frac{\partial g}{\partial i} \end{bmatrix} \begin{cases} \Delta a \\ \Delta i \end{cases} \quad (12)$$

依据公式 (11 ~ 12) 的原理, 构造迭代修正算法, 具体流程如下:

1) 利用经验公式求低阶次地球重力势场环境下的预估值 a_0, i_0, e_0, ω_0 ;

2) 将初始轨道平根数转化为轨道瞬根数 \tilde{a}_0, \tilde{i}_0 , 进而转化为惯性系下初始位置 r_0 、速度 v_0 ;

3) 进行轨道递推和升交点位置确定, 获取相隔一个严格回归周期的两个升交点的地固系下坐标及升交点之间的经纬度差 $\Delta\lambda, \Delta\varphi$;

4) 依据多元函数展开的原理, 取 $\frac{\partial f}{\partial a}(a_0, i_0)$,

$\frac{\partial f}{\partial i}(a_0, i_0), \frac{\partial g}{\partial a}(a_0, i_0), \frac{\partial g}{\partial i}(a_0, i_0)$ 构成 $[f;g]$ 在 (a_0, i_0)

点处的二阶张量 $\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a}(a_0, i_0) & \frac{\partial f}{\partial i}(a_0, i_0) \\ \frac{\partial g}{\partial a}(a_0, i_0) & \frac{\partial g}{\partial i}(a_0, i_0) \end{bmatrix}$ 。进而, 由

$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a}(a_0, i_0) & \frac{\partial f}{\partial i}(a_0, i_0) \\ \frac{\partial g}{\partial a}(a_0, i_0) & \frac{\partial g}{\partial i}(a_0, i_0) \end{bmatrix}^{-1}$ 和 $\Delta\lambda, \Delta\varphi$ 得到当次迭代的

轨道根数修正量 $\Delta a, \Delta i$;

5) 利用 $\Delta a, \Delta i$ 修正 a, i , 得到新的轨道平根数 a_0, i_0 ;

6) 重复上述修正步骤, 直至满足迭代修正算法的收敛判据, 输出修正所得的轨道根数 a^*, i^* 。

3 冻结轨道的优化设计

为保持卫星在星下点重访时的轨道高度, 需要保证拱线在轨道平面内的稳定。参考文献[16]利用 Brouwer 平根数, 分析了 J2、J3 项摄动作用下冻结轨道的存在性。对于太阳同步轨道, 偏心率矢量在其变量空间的变化周期约为 4 个月^[17]。通过研究可以发现, 偏心率矢量的动力学系统具有同宿极限环, 可由“平均法”求此类极限环的解析近似^[18]。本文基于统计方法设计了轨道根数 e, ω 的迭代修正方法, 实现了轨道的冻结特性^[19-20]。

记偏心率矢量 $e_x = e \cos \omega, e_y = e \sin \omega$, 统计每个回归周期起始的 e_x, e_y 并作图。统计足够多的回归周期, 使偏心率矢量在其变量空间的轨迹闭合, 形成一个近似的“圆”。冻结轨道要求 e_x, e_y 变化幅度尽量小, 即“圆”的“半径”尽可能的小。为此, 设计迭代方法进行 e, ω 的修正: 以当前的“圆心”(均值)作为下一次迭代的 e, ω 初值。重复上述操作, 直至结果没有明显的提高。图 2 中上方为初始的 e_x, e_y 分布, 下方为经过 3 次迭代的“半径”变化过程, e_x, e_y 变化幅度明显减小。

“平均法”能够有效的优化设计出满足冻结轨道要求的轨道根数 e, ω , 由于冻结轨道基本消除了

相同纬度上轨道高度的偏差, 在此基础上再次修正 a, i , 回归的精度将进一步提高。

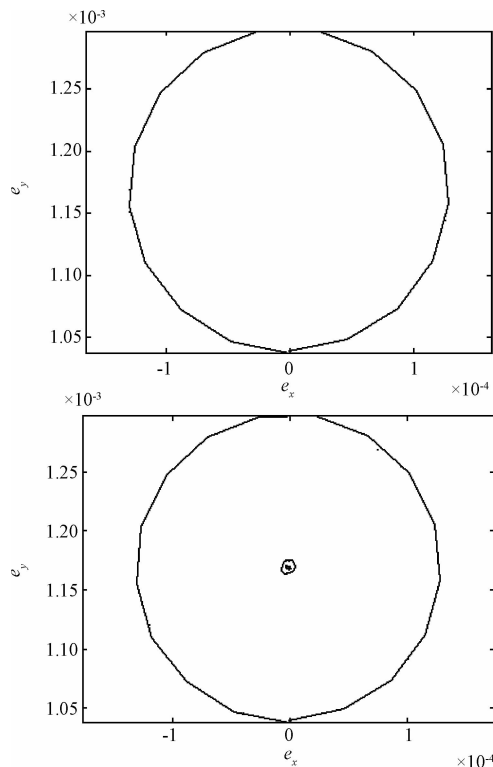


图2 偏心率矢量的迭代修正

Fig. 2 Iterative adjustment of eccentricity vector

4 数值实验

4.1 数值实验设计及仿真条件

数值实验选取 EGM2008 的 90×90 阶次重力势场模型进行轨道递推。轨道递推的起始历元为 2015 年 10 月 1 日 0 时 0 分 0 秒, 设计严格回归周期为 7 天, 对应 101 个轨道周期; 地球半径取值 6378140 米, 轨道根数的初始估计值参见表格 2, 取初始位置位于升交点附近, 即平近点角取值为近地点幅角的相反数。根据严格回归轨道的优化设计方案, 依次修正 a, i 组合、 e, ω 组合; 再针对满足冻结轨道特性的轨道根数进行一次 a, i 组合的修正, 得到一组严格回归的轨道根数。

本文中关于 a, i 的迭代修正基于 Matlab 的轨道递推模块和升交点位置确定模块; 关于 e, ω 的迭代修正需采集多个严格回归周期的 e, ω 平根数, 利用 STK 数据报告功能实现。轨道递推和 STK 数据采集的坐标系选用 J2000 惯性坐标系, 动力学模型只考虑地球重力势场作用。轨道递推的初始仿真步长取 5 秒, 每次加密采集仿真步长缩减为前一次的

1/100。升交点的位置确定进行两次加密采集,末次加密采集的仿真步长为 5.0×10^{-4} 秒。

4.2 仿真结果

表格2为数值实验中各环节修正所得的轨道平根数;表格3为严格回归轨道的实验数据记录。表格3中 $\Delta\lambda$ 和 $\Delta\varphi$ 表示相隔1个回归周期的升交点之间的经纬度差; $\Delta R = a \cdot \Delta\lambda$, 为赤道面内相应的弧段差,表明了星下点重访的精度; $\|\Delta r\|$ 为两个升交点之间的空间距离。

表格3中第1行为使用初始估计值作轨道递推得到的相隔1个回归周期的升交点间比照量,根据 ΔR 和 $\|\Delta r\|$ 可知轨道的回归精度在10公里左右,不能满足卫星的应用需求;表中第2行为经过1次 a, i

表2 各环节修正所得的轨道平根数(起始历元2015年10月1日0:0:0)

Table 2 Resulting mean orbit elements of iterative adjustments (Starting time: 2015/10/1, 0:0:0)

轨道平根数	初始估计值	太阳同步回归轨道	冻结轨道	严格回归轨道
半长轴 $a/(m)$	7121558.18	7121558.1859	7121558.1859	7121558.189454
轨道倾角 $i/(^\circ)$	98.3664	98.279849	98.279849	98.27973939
偏心率 e	0.0010376	0.0010376	0.001169110	0.001169110
升交点赤经 $\Omega/(^\circ)$	279	279	279	279
近地点幅角 $\omega/(^\circ)$	90.00	90.00	90.0691	90.0691
平近点角 $M/(^\circ)$	-90.00	-90.00	-90.0691	-90.0691

表3 回归精度统计

Table 3 Statistics of regressive accuracy

	$\Delta\lambda/(rad)$	$\Delta\varphi/(rad)$	$\Delta R/(m)$	$\ \Delta r\ /(m)$
初始估计值作轨道递推	0.001334	-3.2657×10^{-7}	9497.2126	9510.8097
太阳同步回归轨道	-5.5805×10^{-9}	3.8416×10^{-8}	-0.03974	333.5440
严格回归轨道	2.8924×10^{-9}	-1.9274×10^{-8}	0.02060	3.2745

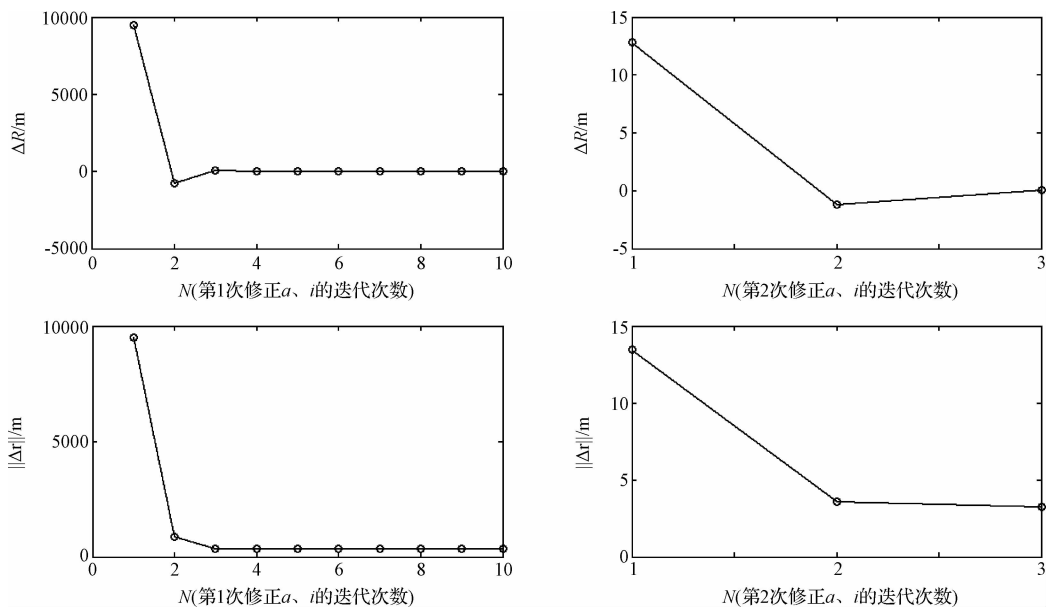


图3 轨道半长轴和轨道倾角的迭代修正

Fig. 3 Iterative adjustments of semi-major axis and inclination

修正的太阳同步回归轨道的回归精度, ΔR 减少至 -0.0397 米, $\|\Delta r\|$ 减少至 333.5440 米, 主要为轨道高度差; 表中第3行为对冻结轨道再次进行 a, i 修正得到的严格回归轨道, ΔR 减少至 0.0206 米, $\|\Delta r\|$ 减少至 3.2745 米。

图3为两次修正 a, i 的回归精度变化过程, 可以观察到本文提出的迭代修正方法具有良好的收敛性。图4中上方为初始估计轨道的 STK 仿真, 下方为严格回归轨道的 STK 仿真。图中位置1为轨道递推的初始位置, 位置2和位置103为相隔1个严格回归周期的两个升交点。经过优化设计的轨道, 其回归精度有明显的提高, 验证了优化设计方法的正确性和有效性。

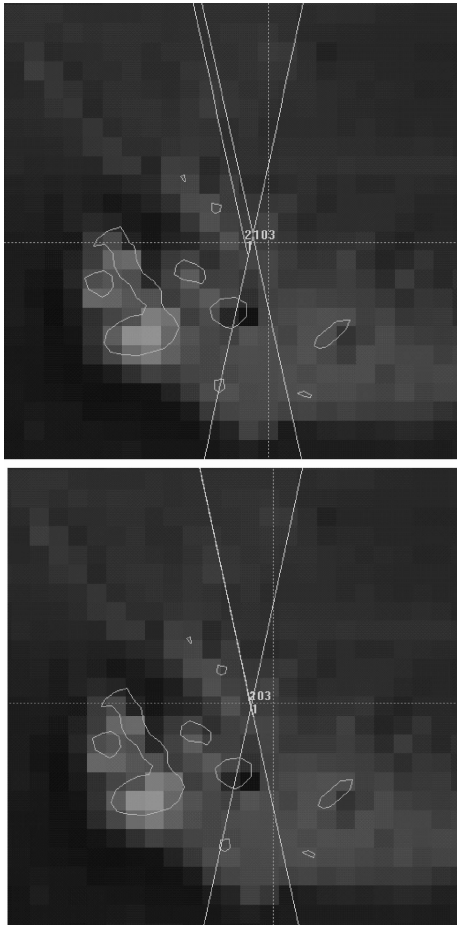


图4 回归精度的STK仿真比照

Fig.4 Comparison of regressive accuracy by STK simulations

5 结 论

本文阐述了一种研究近地卫星严格回归轨道的方法,相较传统的基于低阶次重力势场的方法,高精度的轨道动力学更贴近实际、更具应用价值。该方法依据地固系下经纬度与轨道根数的函数关系,设计了轨道根数 a, i 的迭代修正方法;依据冻结轨道的特性,设计了轨道根数 e, ω 的迭代修正方法。相较轨道根数的初始估计值,迭代修正所得的轨道根数的回归精度有明显的提高。

本文所述的方法基于轨道的动力学特性,由修正公式组成的二阶张量为轨道根数 a, i 提供了在其变量空间中合理的数值修正梯度,相较遗传算法等纯粹的数值优化方法,具有更好的收敛性;由“平均法”求解偏心率矢量动力学系统的同宿极限环的解析近似,能有效的修正轨道根数 e, ω , 从而提高轨道的冻结特性。本文设计的严格回归轨道可作为卫星管道控制的参考轨道。

参 考 文 献

- [1] Rosengren M. The orbit control of ERS-1 and ERS-2 for a very accurate tandem configuration[J]. RBCM , Special Issue, 1999 (21): 72 – 78.
- [2] Christian A, Simone D A, Eineder M. Precise ground-the-loop orbit control for low earth observation satellites [C]. The 18th International Symposium on Space Flight Dynamics, 2004: 333 – 338.
- [3] 姬学军. 太阳同步兼回归轨道的控制方法[J]. 宇航学报, 1983, 4(4): 1 – 12. [Ji Xue-jun. A control method of the sun-synchronous orbit with repeating ground trace [J]. Journal of Astronautics, 1983, 4(4): 1 – 12.]
- [4] 柴霖,袁建平,方群,等. 基于 STK 的星座设计与性能评估[J]. 宇航学报, 2003, 24(4): 421 – 423. [Chai Lin, Yuan Jian-ping, Fang Qun, et al. STK-based constellation design and performance evaluation [J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(4): 421 – 423.]
- [5] 杨维廉. 冻结轨道及其应用[J]. 宇航学报, 1990, 11(1): 23 – 32. [Yang Wei-lian. Frozen orbit with its application [J]. Journal of Astronautics, 1990, 11(1): 23 – 32.]
- [6] 陈洁,汤国建. 太阳同步卫星的轨道设计[J]. 上海航天, 2004(3): 34 – 38. [Chen Jie, Tang Guo-jian. Orbit design of sun-synchronous satellite [J]. Aerospace Shanghai, 2004(3): 34 – 38.]
- [7] 曲宏松,张叶,金光. 基于 Q 值选取的太阳同步回归轨道设计算法[J]. 光学精密工程, 2008, 16(9): 1688 – 1694. [Qu Hong-song, Zhang Ye, Jin Guang. Repeat sun-synchronous orbit design method based on Q value selection [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(9): 1688 – 1694.]
- [8] 段方,刘建业. 一类由星下点反算卫星近圆回归轨道的方法[J]. 中国空间科学技术, 2006(3): 38 – 43. [Duan Fang, Liu Jian-ye. Calculation method of a kind of near-round repeating satellite orbit using nadir point [J]. Chinese Space Science and Technology, 2006(3): 38 – 43.]
- [9] Aorpimai M, Palmer P L. Repeat-ground track orbit acquisition and maintenance for earth-observation satellites [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2007, 30(3): 654 – 659.
- [10] Vtipil S, Newman B. Determining an earth observation repeat ground track orbit for an optimization methodology [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2012, 49(1): 157 – 164.
- [11] Simone D A, Christian A, Kirschner M, et al. Generation of an optimum target trajectory for the TerraSAR-X repeat observation satellite [C]. The 18th International Symposium on Space Flight Dynamics, 2004: 1011 – 1015.
- [12] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1998.
- [13] 杨嘉墀,范剑峰. 航天器轨道动力学与控制 [M]. 北京:宇航出版社, 1995.
- [14] Oliver M, Eberhard G. 卫星轨道 – 模型、方法和应用 [M]. 王家松,祝开建,胡小工,等译. 北京:国防工业出版社, 2012.

- [15] 任莹. 人造地球卫星轨道力学[M]. 长沙:国防科技大学出版社, 1988.
- [16] 杨维廉. 基于Brouwer平根数的冻结轨道[J]. 中国空间科学技术, 1998, 5: 13 - 18. [Yang Wei-lian. Frozen orbit based on Brouwer's mean orbit elements[J]. Chinese Space Science and Technology, 1998, 5: 13 - 18.]
- [17] 杨维廉. 资源一号卫星轨道:理论与实践[J]. 航天器工程, 2001, 10(1): 30 - 43. [Yang Wei-lian. Orbit of CBERES-1: theory and practice[J]. Spacecraft Engineering, 2001, 10(1): 30 - 43.]
- [18] 成钧, 廖世俊. 具有多个极限环非线性动力系统的解析近似[J]. 力学学报, 2007, 39(5): 715 - 720. [Cheng Jun, Liao Shi-jun. Analytical approximations for nonlinear dynamic system with multiple limit cycles[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(5): 715 - 720.]
- [19] Rosengren M. Improved technique for passive eccentricity control [C]. In Proceedings of the AAS/NASA International Symposium on Orbital mechanics and mission design, 1989: 49 - 58.
- [20] Aorpimai M, Palmer P L. Analysis of frozen conditions and optimal frozen orbit insertion[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2003, 26(5): 786 - 793.

作者简介:

杨盛庆(1985 -),男,博士,工程师,主要从事卫星轨道设计、多个系统控制理论、编队路径规划及最优控制的研究。

通信地址:上海市闵行区中春路1555号院卫星部(201109)

电话:(021)24183571

E-mail: shengqing.yang@gmail.com

(编辑:张宇平)