自测题 4 参考答案

一．收敛域为$|z|>0.9$ 时，$x(n)=(0.9^{n}-0.9^{-n})u(n)$

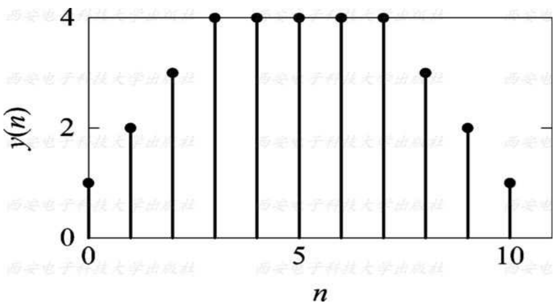
收敛域为$|z|<0.9$ 时，$x(n)=(0.9^{-n}-0.9^{n})u(-n-1)$

收敛域为 $0.9<|z|<0.9^{-1}$ 时，$x(n)=0.9^{|n|}$

二． (1)

$$y(n)=\begin{cases} n+1 & 0\le n\le 3 \\ 4 & 4\le n\le 7 \\ 11-n & 8\le n\le 10 \\ 0 & \text{其它 } n \end{cases}$$

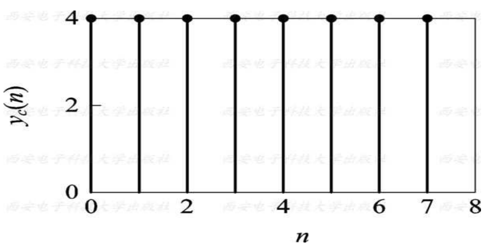
$y(n)$的波形如题二（1）解图所示。



题二（1）解图

（2） $y_c(n)=4$　　　　$n=0, 1, 2, 3, \ldots, 7$

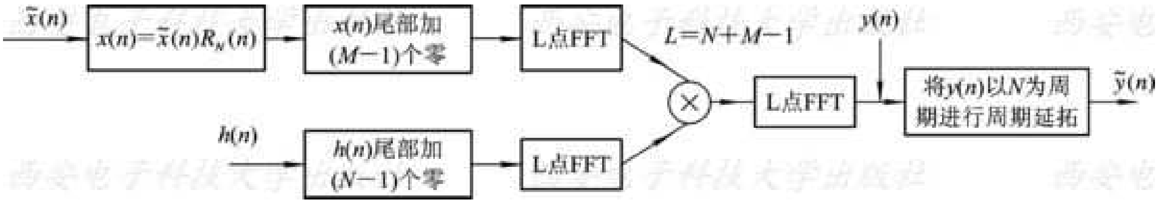
$y_c(n)$的波形如题二(2)解图所示。



题二(2)解图

三. 分析：网络输出仍是以 N 为周期的周期序列，计算时用$\tilde{x}(n)$ 的一个周期和 $h(n)$进行线性卷积，卷积结果的长度为（$N+M-1$），再以 N 为周期进行周期延拓，得到网络输出 $\tilde{y}(n)$ 。 其中计算线性卷积要用 FFT 做出。

根据以上分析计算 $\tilde{y}(n)$ 的框图如下图所示。



四．（1）$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]=\mathrm{e}^{\mathrm{j}3\omega}\dfrac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}7\omega}}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}3\omega}\dfrac{\sin\frac{7}{2}\omega}{\sin\frac{1}{2}\omega}$

(2) $x(n)$的长度为 7，将 $x(n)$以 8 为周期进行周期延拓，再取其主值区，得到

$x'(n)$={1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1; n=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

$$X(k)=\mathrm{DFT}[x'(n)]=\frac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\pi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{5}{4}k\pi}}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{1}{4}\pi k}}=\frac{-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\pi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{5}{4}k\pi}}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{1}{4}\pi k}}$$

五．（1）$x(n)=\mathrm{IDFT}[X(k)]=\left[\cos(\frac{2\pi}{N}mn)+\sin(\frac{2\pi}{N}mn)\right]R_N(n)$

（2）$\mathrm{DFT}[x_{\mathrm{e}}(n)]=X_{\mathrm{R}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\begin{cases}\dfrac{N}{2} & k=m\text{或}k=N-m\\ 0 & \text{其它}k\end{cases}$

$$\mathrm{DFT}[x_{\mathrm{o}}(n)]=\mathrm{j}X_{\mathrm{I}}(k)=\begin{cases}-\mathrm{j}\dfrac{N}{2} & k=m\\ \mathrm{j}\dfrac{N}{2} & k=N-m\\ 0 & \text{其它}k\end{cases}$$

(3) 因为 $x(n)$是实序列， $X_{\mathrm{e}}(k)=X(k)$, $X_{\mathrm{o}}(k)=0$

六．（1）$h_{\mathrm{d}}(n)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{\omega_{\mathrm{c}}}^{2\pi-\omega_{\mathrm{c}}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\alpha}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n}\mathrm{d}\omega=\dfrac{-1}{\pi n}\sin(\omega_{\mathrm{c}}(n-\alpha))$ ， $\alpha=\dfrac{N-1}{2}$

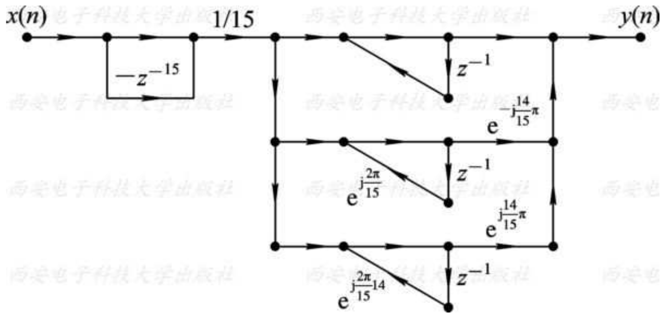
(2) $h(n)=h_{\mathrm{d}}(n)R_N(n)$

七．(1) $H_k=\begin{cases}1 & k=0,1,14\\ 0 & k=2\sim 13\end{cases}$

$$\theta_k=\begin{cases}-\dfrac{N-1}{N}\pi k=-\dfrac{14}{15}\pi k & 0\le k\le 7\\ \dfrac{N-1}{N}\pi(N-k)=\dfrac{14}{15}(15-k)\pi & 8\le k\le 14\end{cases}$$

$$H_{\mathrm{d}}(k)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{14}{15}\pi k} & k=0,1\\ 0 & 2\le k\le 13\\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{14}{15}(15-k)\pi} & k=14\end{cases}$$

(2) 频率采样结构如题七（2）解图所示。

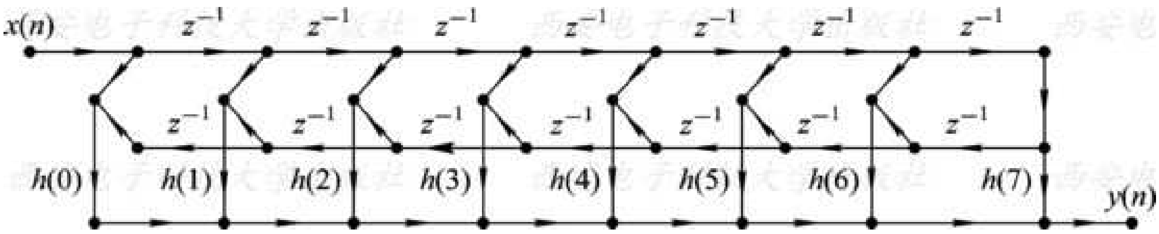


题七（2）解图

（3） $h(n)=\mathrm{IDFT}[H_{\mathrm{d}}(k)]=\dfrac{1}{15}(1+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{15}(n-7)}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{15}(n-7)})$

$$=\frac{1}{15}\left\{1+2\cos[\frac{2\pi}{15}(n-7)]\right\}$$

直接型结构图如题七（3）解图所示。



题七（3）解图

八． (1)为了精确地求出题中三个信号的频率，采样频率和截取的信号长度要分别满足采样定理和三个周期信号的周期的整数倍长度。另外，还要满足 FFT 要求变换长度为 2 的整数次幂的条件。

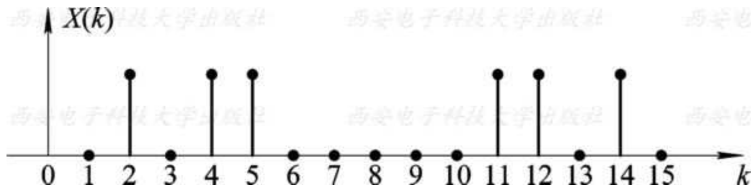
① f_s=32 Hz, N=16。这样 x_1(t)一周期取 8 点，共取 2 个周期；$x_2(t)$一周期取 4 点，共取 4 个周期；$x_3(t)$一周期取 3.2 点，共取 5 个周期。或者 N 取 16 的整数倍也可，但最少为 16。

② f_s=64 Hz, N=32。这样 $x_1(t)$一周期取 16 点，共取 2 个周期；$x_2(t)$一周期取 8 点，共取 4 个周期；$x_3(t)$一周期取 6.4 点，共取 5 个周期。

或者 N 取 32 的整数倍也可，但最少为 32。

以此类推，采样频率可以取 32 Hz 的整数倍，但最小为 32 Hz。为了使计算点数最少，该题选用 f_s=32 Hz, N=16。

(2) $|X(k)|\sim k$ 曲线如题八（2）解图所示。



题八（2）解图

图中，峰值坐标 k=2，14 对应 x_1（t）；峰值坐标 k=4， 12 对应 x_2（t）；峰值坐标 k=5，11 对应 x_3（t）。