§ 6.4 相对论理论的四维形式

1、学习目标

1、三维、四维空间的矢量表示

2、正交变换；

3、四维标量、矢量应满足的规律。

2.复习和思考

两个基本假设/ 间隔/ 洛仑兹坐标、速度变换/

固有长度、固有时间间隔

三维空间和一维时间构成的四维空间，这是由于相对论中空间和时间不再彼此分割。

用四维形式表示时空理论的好处：

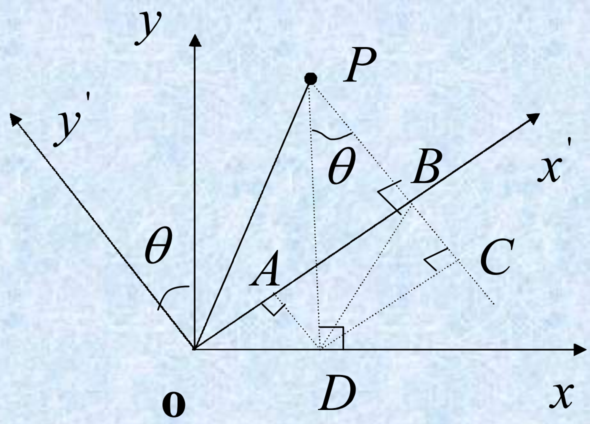
①清楚的显示出某些物理量之间内在联系；

②可以将相对论协变性明显的表示出来。

一、 三维空间的正交变换：

为便于序数四维时空变换，我们先看三维时空变换：

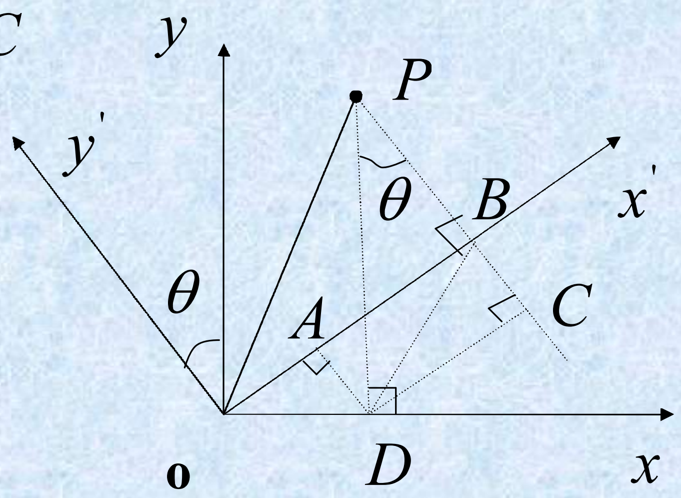
1.二维转动变换：



$$\begin{cases} x' = x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' = -x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x_1' &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ x_2' &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{aligned} \quad (1)$$

此关系推导如下：如图作辅助线（虚线）

在 ΔAOD 中 $x\cos\theta=\overline{OA}$ ，在ΔPDC中 $y\sin\theta=\overline{DC}$



$\because\ AB\ //\ DC \qquad \therefore\ \overline{AB}=\overline{DC}$

$\therefore\ \overline{OB}=\overline{OA}+\overline{AB}=\overline{OA}+\overline{DC}$

$\because\ \overline{OB}=x' \qquad \overline{OA}=x\cos\theta$

$\overline{DC}=y\sin\theta$

$\therefore\ x'=x\cos\theta+y\sin\theta$

在 ΔPDC 中 $\overline{PC}=yCOS\theta$

,

$\because\ AB\ //\ DC \qquad \therefore\ \overline{AD}=\overline{BC}=x\sin\theta$

$\because\ \overline{PB}=\overline{PC}-\overline{BC}=\overline{PC}-\overline{AD} \qquad \overline{PB}=y'$

$$\therefore \quad y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$$

$\overline{OP}$ 为平面中一长度，不随坐标变换而改变，所以：

$$\overline{OP}^2 = x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2 = \text{不变量} \qquad (2)$$

满足（2）式的二维平面的线性变换称为正交变换。

（坐标系转动属于正交变换）

2. 二维平面矢量变换：

为二维平面上任意矢量，其分量在 $\sum$ 和 $\sum'$ 中的变换为：

$$v_x' = v_x\cos\theta + v_y\sin\theta \qquad v_y' = -v_x\sin\theta + v_y\cos\theta$$

其模平方： $\boxed{|\vec{v}|^2 = v_x^{\ 2} + v_y^{\ 2} = v_x^{'2} + v_y^{'2} = \text{不变量}}$

3、三维坐标的转动变换：

$$\Sigma \quad (x_1, x_2, x_3) \qquad\qquad \Sigma' \quad (x_1^{'}, x_2^{'}, x_3^{'})$$

其线性变换有：

$$\begin{aligned} x_1^{'} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ x_2^{'} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ x_3^{'} &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{aligned} \qquad （3）$$

坐标转动时距离（ $\overline{OP}$ ）不变：

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2=x_1'^2+x_2'^2+x_3'^2=\text{不变量} \qquad \textbf{(4)}$$

满足（4）式的线性变换称为正交变换（空间转动属于此类变换），如同二维情况，系数 a_{ij} 依赖于转动角和转动轴，例如：坐标系绕 z 轴做平面转动，有：

$$x'=x\cos\theta+y\sin\theta \quad y'=-x\sin\theta+y\cos\theta \quad z'=z$$

注意：（i） （3）式的书写形式：

① $\boxed{x_i'=\sum_{j=1}^{3}a_{ij}x_j}$ $(i=1,2,3\cdots)$

② 爱因斯坦书写习惯 $x_i' = a_{ij} x_j \ (i = 1, 2, 3 \cdots)$

（ii）正交条件（4）式： $x_i' x_i' = x_i x_i =$ 不变量

（iii）正交变换下系数 a_{ij} 的限制：

$x_i' = a_{ij} x_j$ 和 $x_i' x_i' = x_i x_i$ 可得：

$$a_{ij} x_j a_{ik} x_k = x_i x_i$$

比较两边系数：由于等式两边为同一坐标系中坐标 x_i

所以： ① $\boxed{a_{ij} a_{ik} = 1}$

② $x_i x_i$ 的下脚标相同，表示等式右端指标重复求和，

于是等式左端不应为指标不重复不求和，故不能出现

$j \neq k$，这时 $a_{ij} = a_{ik} = 0$

综上所述，若引进符号 $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$

则系数 a_{ij} 的限制条件为 $\boxed{a_{ij} a_{ik} = \delta_{jk}}$ （6）

--------正交变换条件。

（iv）三维坐标转动正交变换的反变换：

$x_i' = a_{ij} x_j$ 乘上 a_{il}（由于 i 角标重复，意味对 i 求和）

$$a_{il}x_i' = a_{il}a_{ij}x_j$$

$\because$ 正交条件为 $a_{il}a_{ij} = \delta_{lj}$

$$\therefore \quad a_{il}x_i' = \delta_{lj}x_j = x_l$$

即 $x_l = a_{il}x_i'$ 为反变换 a_{il} 为反变换系数

（v）变换系数（包括反变换系数）的矩阵写法：

$$[a_{ij}] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

其转置矩阵定义为 $\tilde{a}_{ij} = a_{ji}$

其正交条件的矩阵写法为 $a\tilde{a} = I$ I 为单位矩阵

二、 三维空间内物理量按空间变换性质的分类：

1.标量：坐标系空间转动时，保持不变的物理量称为标量。

例如：质量、电荷等，数学表达式 ：

$u^{'} = u$ （ u 和 $u^{'}$ 分别为 $\sum$ 和 $\sum^{'}$ 系中的标量）

2.矢量：坐标系空间转动时，物理量的分量按坐标系坐标变换规律（$x_i^{'} = a_{ij}x_j$）去变换，则称此物理量为矢量。例如速度矢量 $\vec{v}$ ，数学表达式：$v_i^{'} = a_{ij}v_j$

2.矢量：坐标系空间转动时，物理量的分量按坐标系坐标变换规律（$x_i^{'}=a_{ij}x_j$）去变换，则称此物理量为矢量。例如速度矢量 $\vec{v}$ ，数学表达式：$v_i^{'}=a_{ij}v_j$

3.二阶张量：坐标系空间转动时，物理量的分量按

$$T_{ij}^{'}=a_{ik}a_{jl}T_{nl}$$

方式变换，则称此物理量为二阶张量。例如：电四极矩。

4.指标（角标）收缩：

两矢量标性积：

$$v_i^{'}w_i^{'}=a_{ij}v_ja_{ik}w_k=\delta_{jk}v_jw_k=v_jw_j=\text{不变量}$$

张量 $T_{ij}{}'$ 与矢量 $v_j{}'$ 的乘积:

$$T_{ij}{}' v_j{}' = a_{ik} a_{jl} T_{kl} a_{jn} v_n = a_{ik} \delta_{\ln} T_{kl} v_n = a_{ik} T_{kl} v_l$$

这里的变换关系为矢量变换关系，故 $T_{ij}{}' v_j{}'$ 为矢量。另外，这里 $T_{ij}{}'$ 的脚标 ij 和 $v_j{}'$ 的 j 脚标重复意味求和，指标收缩后只剩一个自由指标 i ，这样的量为矢量。（一阶张量）

三、 洛仑兹变换的四维形式

四维时空不变量为：

$$\boxed{x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 - c^2t'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - c^2t^2 = \text{不变量}}$$

当令 $x_4 = ict$ 有：

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \text{不变量}$$

习惯上，用拉丁字母代表1，2，3，希腊字母代表1，2，3，4

$$\therefore\ x_\mu' x_\mu' = x_\mu x_\mu = 不变量$$

其线性变换为 $x_\mu' = a_{\mu\gamma} x_\gamma$

一般洛仑兹变换满足此线性变换。

特殊洛仑兹变换（沿 x 轴方向运动的变换）的变换矩阵：

$\because$ 四维坐标变换为洛仑兹变换　又 $\because x_\mu' = a_{\mu\gamma} x_\gamma$

$\therefore$ 通过方程比较可得：

令　$x_1 = x$　$x_2 = y$　$x_3 = z$　$x_4 = ict$

由洛仑兹变换：

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\therefore \quad ict' = \frac{ic(t - \frac{v}{c^2}x)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\therefore \quad x_1' = \frac{x_1 - \frac{v}{ic}x_4}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_1 + i\beta x_4}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad x_2' = x_2$$

$$x_3' = x_3 \qquad x_4' = \frac{ict - i\frac{v}{c}x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_4 + i\beta x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

由 $x_\mu' = a_{\mu\gamma} x_\gamma$ 可有

$$\left.\begin{aligned}
x_1' &= \frac{x_1 + i\beta x_4}{\sqrt{1-\beta^2}} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 \\
x_2' &= x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 \\
x_3' &= x_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 \\
x_4' &= \frac{x_4 + i\beta x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4
\end{aligned}\right\} \mathrm{A}$$

写成矩阵形式（自己练习）：

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \qquad \text{B}$$

比较（**A**）式的系数，然后再与（**B**）a_{ij} 矩阵比较，可得：

$$a = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

逆变换矩阵为：

$$a^{-1}=\tilde{a}=\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

$\therefore \quad aa^{-1}=a\tilde{a}=I$ （单位矩阵）为正交条件。

结论：四维形式的变换应满足洛仑兹变换。

四、 四维协变量

四维形式中，惯性系的变换相当于四维空间的“转动”。

1. 四维标量： 在洛仑兹变换下（四维空间转动线性变换）保持不变的物理量称为洛仑兹标量或不变量，它在不同惯性系中取相同值，例如：真空中的光速 c 和间隔 $\mathrm{d}S^2$ 等。

标性积 $x_\mu' x_\mu' = x_\mu x_\mu$ 也是标量

注意： 三维空间的标量，在四维空间中不一定是标量，例如：质量，在三维空间内是标量，在四维空间中就不是标量，它在不同惯性系中有不同的取值。

2. 四维矢量：在洛仑兹变换下，物理量的四个分量的变换规律与坐标变换规律相同，则称此物理量为四维矢量，表达式为：$A_{\mu}' = a_{\mu\gamma} A_{\gamma}$

将特殊洛仑兹变换矩阵代入上式，可得：

$$\left.\begin{aligned} A_1' &= \gamma(A_1 + i\beta A_4) \\ A_2' &= A_2 \\ A_3' &= A_3 \\ A_4' &= \gamma(A_4 - i\beta A_1) \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{C}$$

（**C**）式与坐标变换规律 $x_{\mu}' = a_{\mu\gamma} x_{\gamma}$ 的变换规律相同。

可证明：四维矢量的标积为不变量----标量：

$$A_\mu' B_\mu' = a_{\mu\gamma} A_\gamma a_{\mu\lambda} B_\lambda = a_{\mu\gamma} a_{\mu\lambda} A_\gamma B_\lambda$$

$$\xrightarrow[a_{\mu\gamma} a_{\mu\lambda} = \delta_{\gamma\lambda}]{\text{正交变换条件}} = \delta_{\gamma\lambda} A_\gamma B_\lambda = A_\gamma B_\gamma = \text{不变量} = \text{标量}$$

若 $B_\gamma = A_\gamma$ ，则有

$$A_\gamma A_\gamma = A_\gamma^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 = \text{不变量}$$

此为四维矢量绝对值的平方。

四维矢量前三分量为空间分量，第四矢量为时间分量。

不过，由于A_4为虚数，则$A_\mu{}^2$可有

$$A_\mu{}^2 > 0 \qquad A_\mu{}^2 < 0 \qquad A_\mu{}^2 = 0$$ 三种情况

3.二阶四维张量：在洛仑兹变换下，物理量的的十六个分量的变换规律按$A_{\mu\gamma}' = a_{\mu\gamma} a_{\mu l} A_{\lambda l}$规律变换，则称此物理量为四维二阶张量。（其中$A_{4j}$和$A_{i4}$为虚数）

$A_{\mu\gamma} = A_{\gamma\mu}$ 为对称张量， $A_{\mu\gamma} = -A_{\gamma\mu}$ 为反对称张量

其中，反对称张量对角元素 $A_{\mu\mu} = 0$

说明：以上物理量（标量、矢量、张量）在洛仑兹变换下有确定的变换性质，被称为协变量。

五、 四维速度

1. 位移矢量：

三维空间中位移矢量为 $\mathrm{d}\vec{r}$ ，但在四维空间它不能再做位移矢量，因为它不含时间，不能满足 $\mathrm{d}x_{\mu}{}' = a_{\mu\gamma}\mathrm{d}x_{\gamma}$ 变换。

四维空间的位移矢量为 $\mathrm{d}x_{\mu}$ 这是因为： $x_{\mu}{}' = a_{\mu\gamma}x_{\gamma}$

对此式微分，有： $\mathrm{d}x_{\mu}{}' = a_{\mu\gamma}\mathrm{d}x_{\gamma}$ 满足矢量定义，

可以认为 $\mathrm{d}x_{\mu}$ 是四维位移矢量。

2、 四维速度矢量：

三维速度矢量为 $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$，由于 $\mathrm{d}t$ 在三维空间中是不变量，

而 $\mathrm{d}\vec{r}$ 为矢量，故可以认为 $\vec{v}$ 为矢量。

四维空间是否类推 $u_\mu = \dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t}$ 呢？ $\mathrm{d}x_\mu$ 为矢量，若 $\mathrm{d}t$ 为四维标量，则 u_μ 应为四维速度矢量。但 $\mathrm{d}t$ 在四维时空中不是标量，不同坐标系有不同的 $\mathrm{d}t$。

即：$$\mathrm{d}t = \mathrm{d}\tau \Big/ \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$ $\therefore$ $\mathrm{d}t$ 不是标量。

$\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t}$ 不是一个矢量。为此，我们需将 $\mathrm{d}t$ 代之以一个标量。原时 $\mathrm{d}\tau$ 是一个不变量，这是因为：

$$\mathrm{d}S^2 = (\mathrm{d}x_i)^2 - c^2\mathrm{d}t^2 = \text{不变量}$$

而原时是指与之保持静止坐标系上同地二事件的时间间隔，

故 $\mathrm{d}x_i = 0$ 此时： $\mathrm{d}t = \mathrm{d}\tau$

$$\boxed{\mathrm{d}S^2 = -c^2\mathrm{d}\tau^2}$$

$\because$ $\mathrm{d}S^2$ 为不变量， c为不变量 $\therefore$ $\mathrm{d}\tau$ 为不变量。

这样，可以认为 $u_\mu = \dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$ 为一矢量。

$\because$ $\mathrm{d}x_\mu$ 为四维位移矢量， $\mathrm{d}\tau$ 为时间不变量。

$$u_\mu = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$$ 定义为四维速度矢量

它满足矢量定义：$u_\mu' = a_{\mu\gamma} u_\gamma$

我们来看 u_μ 的分量：

$$u_\mu = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{\mathrm{d}x_4}{\mathrm{d}t\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \left(\gamma\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t}, \gamma\frac{\mathrm{d}x_4}{\mathrm{d}t}\right)$$

$$u_4 = \frac{\mathrm{d}x_4}{\mathrm{d}t\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{ic\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma ic \qquad \frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = v_i$$

$$\therefore \ u_\mu = (\gamma v_i, \gamma ic) = \gamma(v_i, ic)$$

式中 v_i 为粒子的速度（由于 $\mathrm{d}\tau$ 为与粒子静止坐标上时间间隔，所以 v 也式坐标相互间的速度）

证明： $u_\mu u_\mu = -c^2$

$$u_\mu u_\mu = \gamma^2 (v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2) + \gamma^2 (ic)^2$$

$$= \gamma^2 (v^2 - c^2) = \frac{v^2 - c^2}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2} = \frac{v^2 - c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$= \frac{v^2 - c^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = \frac{c^2 (v^2 - c^2)}{c^2 - v^2} = -c^2$$

3. 四维波矢量

$$\sum_{:} e^{i\phi} \qquad \phi = \vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t$$

$$\sum{}' : e^{i\phi'} \qquad \vec{k}' \cdot \vec{x}' - \omega' t' = const$$

假设:$\sum$、$\sum$'在$t = t' = 0$时重合，此时$\phi = \phi' = 0$

可以证明：$\phi = \phi' = const$

$$\therefore \vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t = \vec{k}' \cdot \vec{x}' - \omega' t' = const$$

由$x_4 = ict \Rightarrow \begin{cases} k_4 \cdot x_4 = -\omega t \\ k_4 = \dfrac{i\omega}{c} \end{cases} \Rightarrow k_\mu = (\vec{k}, i\dfrac{\omega}{c})$

$$\therefore k'_\mu x'_\mu = k_\mu x_\mu = const$$

在特殊的洛仑兹变换下，$k_{\mu}' = \alpha_{\mu\gamma} k_{\gamma}$

$$\text{即：}\begin{cases} k_1' = r(k_1 - \dfrac{v}{c^2}\omega) \\ k_2' = k_2 \\ k_3' = k_3 \\ \omega' = r(\omega - v k_1) \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} k_1' = \gamma(k_1 + i\beta k_4) \\ k_2' = k_2 \\ k_3' = k_3 \\ k_4' = \gamma(k_4 - i\beta k_1) \end{cases}$$

$$\text{若：} k_1 = \frac{\omega}{c}\cos\theta, k_1' = \frac{\omega'}{c}\cos\theta'$$

$(\vec{k}$与x成θ，$\vec{k}'$与x'成$\theta')$

$$k_1^{'} = r(k_1 - \frac{v}{c^2}\omega)$$

$$\omega^{'} = r(\omega - vk_1)$$

若： $k_1 = \frac{\omega}{c}\cos\theta, k_1^{'} = \frac{\omega^{'}}{c}\cos\theta^{'}$

$$\omega^{'} = \omega\gamma(1 - \frac{v}{c}\cos\theta)$$

$$\frac{\omega'}{c}\cos\theta' = \gamma(\frac{\omega}{c}\cos\theta - \frac{v}{c^2}\omega)$$

$$\frac{1}{c}\omega\gamma(1 - \frac{v}{c}\cos\theta)\cos\theta' = \gamma(\frac{\omega}{c}\cos\theta - \frac{v}{c^2}\omega)$$

$$\omega' = \omega\gamma(1-\frac{v}{c}\cos\theta) \Rightarrow$$ 相对论的多普勒效应 ⟶ （4）式

$$tg\theta' = \frac{\sin\theta}{r(\cos\theta - \frac{v}{c})} \Rightarrow$$ 光行差公式 $\cos'\theta = \dfrac{\cos\theta - \beta}{1-\beta\cos\theta}$

选Σ'为静止参考系，则$\omega' = \omega_0 \therefore \omega = \dfrac{\omega_0}{\gamma(1-\frac{v}{c}\cos\theta)}$

说明:1^0 $v \langle\langle c$则$\omega \cong \dfrac{\omega_0}{1-\frac{v}{c}\cos\theta}$ 多普勒效应

2^0垂直于光源方向运动,$\cos\theta = 90^0, \omega = \dfrac{\omega_0}{\gamma}$

$$\therefore \omega = \omega_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

横向多普勒效应

3^0 光行差公式，可由洛仑兹变换得到。

$$\because \begin{cases} u_x = c\cos\theta \\ u_y = c\sin\theta \end{cases} \qquad tg\theta' = \frac{u_y'}{u_x'} = \frac{u_y/\gamma}{u_x - v} = \frac{\sin\theta}{\gamma(\cos\theta - \frac{v}{c})}$$

实验：**1728**

$$\Sigma : \alpha = \pi - \theta \qquad tg\alpha' \cong \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \frac{v}{c}} \qquad v \langle\langle c$$

$$\Sigma' : \alpha' = \pi - \theta'$$

六.物理规律的协变性:

方程中的每一项属于同类协变量，在参考系变换下方程

形式不变。

如：$F_{\mu} = G_{\mu}, F_{\mu}^{'} = \alpha_{\mu\gamma}, F_{\gamma} = \alpha_{\mu\gamma}, G_{\mu} = G_{\mu}^{'}$

1^{0}在参考系变换下方程形 式不变的性质叫协变性 。

2^{0}相对性原理需求所有惯性系等价，即要求不同参考系下物理规律具有协变性。

本讲主要内容：

三维、四维空间的矢量表示

四维矢量应满足的规律

作业　　**236页：7、10**