

横向激励下液体大幅晃动建模分析

苗楠, 李俊峰, 王天舒
(清华大学航天航空学院, 北京 100084)

摘要: 研究部分充液球形贮箱内的液体在横向推力作用下发生大幅晃动的等效力学模型, 建模过程同时考虑平动和转动激励。建立一种新的等效模型, 首次提出液体的静平衡表面垂直于等效重力方向的假设, 将液体的大幅运动分解为跟随等效重力的整体运动和在此基础上小幅晃动, 该等效模型能够更好地模拟液体大幅晃动情形。将仿真得到的晃动力和力矩与传统等效模型及 Flow-3d 的结果进行对比, 验证了新模型的有效性和准确性。该模型可应用于探月软着陆悬停避障过程等实际工程问题中。

关键词: 液体晃动; 等效力学模型; 静平衡; 大幅晃动; 球形贮箱

中图分类号: O353.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2016)03-0268-07

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.03.004

Modeling Analysis of Large-Amplitude Liquid Sloshing Under Lateral Excitation

MIAO Nan, LI Jun-feng, WANG Tian-shu

(School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: An equivalent mechanical model for large-amplitude liquid sloshing in partially filled spherical tanks subject to lateral excitations is investigated in consideration of both translational and rotational excitations. A new equivalent mechanical model is established in this paper, and the hypothesis is first proposed that the static equilibrium liquid surface is perpendicular to the orientation of equivalent gravity. A better simulation of large-amplitude liquid sloshing is shown by decomposing large-amplitude motion of the liquid into bulk motion following the equivalent gravity and additional small-amplitude sloshing. The effectiveness and accuracy of the model are verified by comparing the sloshing forces and torques with results of the traditional equivalent model and Flow-3d. The model can be used for practical engineering problems such as hovering over moon and obstacle avoidance during lunar soft landing.

Key words: Liquid sloshing; Equivalent mechanical model; Static equilibrium; Large-amplitude sloshing; Spherical tank

0 引言

在航天器飞行的过程中, 为了满足控制系统的要求, 往往需要对液体的晃动行为进行准确地预测。本文研究适用于横向激励作用下液体发生大幅晃动时的等效力学模型。以嫦娥三号软着陆的悬停避障段为例, 此时着陆器距月面 100 ~ 30 m, 该阶段的主要特点是探测器姿态基本保持竖直, 在垂直于月面

方向存在先加速后减速的过程。此外, 由于在下降的过程中需要进行水平移动, 所以在水平方向存在多次加速 - 减速过程, 很容易引发液体燃料的横向晃动。现代的大型航天器普遍采用并联式的贮箱结构, 这种贮箱布局相对于传统的集中纵向布局来说容易产生更大的晃动力矩, 且更容易影响总体的质心位置, 因此必须考虑液体晃动的影响。

液体发生小幅横向晃动时主要的动力学表现是

液体质心相对于贮箱的水平振动,因此可以用单摆或者弹簧-质量等效力学模型来近似代替。早在30年前,王耘等^[1]就研究了平放的圆柱形贮箱内液体的晃动行为,建立了弹簧-质量等效力学模型并与试验结果进行了对比验证。王照林等^[2]和杨旦旦等^[3]分别分析了微重力和低重力环境下轴对称贮箱内的液体晃动行为并建立了等效力学模型。包光伟^[4]利用单摆模型对平放式贮箱内的晃动液体进行等效并由此研究了充液卫星的姿态稳定性。岳宝增等^[5]建立了充液柔性航天器耦合动力学模型,其中液体晃动行为由球面摆模型进行等效。在王为等^[6-7]关于液体晃动阻尼研究的基础上,李青等^[8]利用有限元方法建立了任意三维贮箱内液体晃动的等效力学模型并对其进行了验证。此外,黄华等^[9]还建立了适用于大幅液体晃动的三维质心面形式的等效模型。

等效力学模型的优点是动力学描述简单,因此为航天器的整体动力学建模及控制系统的建立带来很大方便,与计算流体动力学模型相比可大大减小计算量并提高计算效率。液体晃动的等效力学模型在航天工业中应用广泛,其有效性和准确性也得到了验证^[10]。然而,等效力学模型也存在着一些弊端^[11]:1)仅在液体小幅晃动时有效。如果晃动幅度太大,线性化特征值问题和等效力学模型的前提就不成立了。虽然单摆模型在晃动幅度较大时将呈现出非线性特性,也被成功应用于某些非线性问题的研究^[12-14],但其准确性无法保证。2)等效力学模型不能提供液体在贮箱内分布情况的信息。尽管等效模型在晃动力、晃动力矩等方面能够等效,但是无法对贮箱内液体进行定位。3)传统的等效模型在微重力环境下不再适用。在微重力状态下,液体的静平衡表面由于表面张力的作用发生弯曲、不再水平^[15-17],在液体晃动的过程中表面张力也会呈现使液体趋于保持原有形态的作用,使得等效模型参数的表达较为复杂,至今未有很好的结果。4)等效力学模型在处理高阶晃动模态时存在问题。对于二维情况,通常仅选用一个单摆或弹簧-质量块,这样只能得到第一阶晃动模态信息而忽略了高阶模态。虽然高阶晃动模态的幅值一般较小,但若出于提高模型精度的目的则应予以考虑。

月球表面的重力加速度较小,在横向激励作用

下可能会导致液体晃动幅度较大,使通常采用的基于小幅晃动假设的等效力学模型不再适用^[18]。本文建立了一种新的等效力学模型,首次提出液体的静平衡位置沿等效重力方向的假设,将液体的大幅运动分解为跟随等效重力的整体运动和在此基础上小幅晃动,使等效模型可以更好地适用于横向激励较大的情况,例如探月着陆器悬停避障阶段。该方法在允许有较大横向激励作用的同时,也考虑了航天器姿态机动对液体晃动行为的影响。本文首先描述了悬停避障段液体晃动的建模方法,然后将大幅正弦平动激励和转动激励作用下的数值仿真结果与传统等效模型以及商用CFD软件Flow-3d的仿真结果对比,验证了新模型的有效性和准确性。

1 悬停避障段液体晃动建模方法

在传统的建模方法中,液体晃动的回复力为重力,液体的静平衡表面垂直于重力方向。对于等效模型来说,晃动质量和静止质量的静平衡位置都沿重力方向。而悬停避障段液体晃动建模方法假设液体晃动过程中晃动质量和静止质量始终沿着等效重力的方向,这是本文所提出的建模方法的最大特点,也是这种建模方法与传统建模方法的最大区别。所谓等效重力,是指贮箱因受到平动激励产生的惯性力与所受重力的矢量和。液体晃动过程中,由等效重力提供回复力,可以将液体在大幅激励作用下的响应分解为跟随等效重力的整体运动和在此基础上小幅晃动。假设液体未受扰动时的液面垂直于等效重力的方向,而受扰动的液体在倾斜的液面上发生小幅波动。类似地,将等效重力加速度定义为横向激励加速度与纵向的重力加速度的矢量和,因此等效重力加速度的方向和大小都是时变的。

常用的等效力学模型有单摆模型和弹簧-质量模型两种,两种模型是等价的,并且参数之间存在简单的转换关系^[10]。这里采用单摆等效模型来模拟,原因是在重力加速度变化时,单摆等效模型中的摆长保持不变,为计算带来很大方便,而弹簧-质量模型中的等效刚度不存在这一特点。

本文的研究对象是部分充液球形贮箱,由于球形贮箱的中心对称性,无论等效重力沿哪个方向,静平衡状态时液体的形状都是相同的。液体形状决定了液体的固有频率和模态,从而决定了等效力学模

型的参数。因此单摆模型的参数在跟随等效重力变化的参考系内保持不变,用传统的等效力学模型建模方法计算一次即可。对于其它形状贮箱,例如圆柱形贮箱,重力方向沿轴向作用时液体的静平衡状态为圆柱形,但是当重力方向发生倾斜的时候,液体形态变得不规则,等效模型参数也会发生变化且计算难度较高。

通过对球形贮箱内的液体进行晃动模态分析可知,前两阶晃动模态对应的固有频率相同且模态方向互相垂直。对于单摆模型来说,前两阶单摆的质量、摆长、悬挂点位置等参数均相同,且晃动方向互相垂直。因此,可以将球形贮箱的前两阶模态等效为一个球面摆(或称为圆锥摆)^[19]。为了使推导和计算过程更为简便,本文考虑液体晃动的前两阶模态,即利用一个球面摆和一个静止质量块代替贮箱内的液体。等效模型的参数通过传统建模方法获得,采用了有限元法以提高建模精度^[20]。

由于贮箱采用并联式布局,航天器的姿态变化会对液体晃动行为产生影响。此外,由于等效重力的方向不断发生变化,球面摆的悬挂点位置和静止质量块的位置都在距球心不同长度的球面内旋转。也就是说,姿态变化导致球心在惯性系的位置发生移动,而球面摆和静止质量块绕球心的旋转依然受等效重力的影响,问题较为复杂。球面摆等效模型的参数利用传统的等效模型建立方法获得,下面给出根据球面摆等效模型计算液体对贮箱作用力和作用力矩的推导过程。

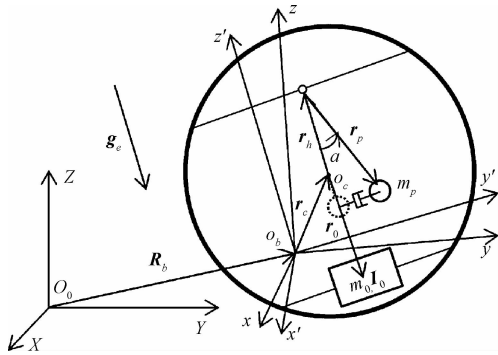


图1 等效模型示意图

Fig. 1 Equivalent mechanical model

如图1所示, O_0XYZ 为惯性坐标系, O_bxyz 为贮箱本体坐标系, $O_bx'y'z'$ 为等效重力坐标系。 R_b 为 O_b 点相对于 O_0 点的矢径, r_c 为球心 O_c 相对于 O_b 点

的矢径。球面摆悬挂点通过一个万向铰与贮箱连接, r_h 为球面摆悬挂点相对于球心 O_c 的矢径, r_p 为晃动质量 m_p 相对于球面摆悬挂点的矢径, r_0 为静止质量块质心相对于球心的矢径, m_0 和 I_0 分别为静止质量块的质量和相对于其质心的惯量张量。 g_e 为等效重力加速度矢量,需要注意的是,假设重力加速度为 g ,贮箱平动引起的惯性加速度为 a_c ,那么等效重力加速度表示为 $g_e = g + a_c$ 。

球面摆晃动质量在惯性坐标系下的加速度和速度变分分别为

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}} &= \ddot{\mathbf{R}}_b + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} \times \mathbf{r} + \\ &\dot{\boldsymbol{\omega}}_p \times \mathbf{r}_p + (\boldsymbol{\omega}_{eg} \times \boldsymbol{\omega}_p) \times \mathbf{r}_p + \\ &\boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_c) + \boldsymbol{\omega}_{eg} \times (\boldsymbol{\omega}_{eg} \times \mathbf{r}_h) + \\ &(\boldsymbol{\omega}_{eg} + \boldsymbol{\omega}_p) \times [(\boldsymbol{\omega}_{eg} + \boldsymbol{\omega}_p) \times \mathbf{r}_p] \quad (1) \end{aligned}$$

$$\delta \dot{\mathbf{R}} = \delta \dot{\mathbf{R}}_b + \delta \boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_c + \delta \boldsymbol{\omega}_{eg} \times \mathbf{r} + \delta \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_p \quad (2)$$

式中: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_h + \mathbf{r}_p$, $\boldsymbol{\omega}_b$ 定义为贮箱本体坐标系相对于惯性系转动的角速度, $\boldsymbol{\omega}_{eg}$ 为等效重力坐标系相对于惯性系转动的角速度, $\boldsymbol{\omega}_p$ 为球面摆相对于等效重力坐标系转动的角速度。类似地,静止质量块上任意一点在惯性系下的加速度和速度变分分别为

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}_0 &= \ddot{\mathbf{R}}_b + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} \times (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'_0) + \\ &\boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_c) + \boldsymbol{\omega}_{eg} \times [\boldsymbol{\omega}_{eg} \times (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'_0)] \quad (3) \end{aligned}$$

$$\delta \dot{\mathbf{R}}_0 = \delta \dot{\mathbf{R}}_b + \delta \boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_c + \delta \boldsymbol{\omega}_{eg} \times (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'_0) \quad (4)$$

式中: \mathbf{r}'_0 为该点相对于静止质量块质心的矢径。利用式(1)~(4)推导出去除贮箱平动影响以后的球面摆晃动质量和静止质量块的惯性力虚功率分别为

$$\begin{aligned} \delta P^I &= -\delta \dot{\mathbf{R}}_b \cdot (m_p \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c - \mathbf{S} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} - \mathbf{S}_p \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_p + \mathbf{Q}_I) - \\ &\delta \boldsymbol{\omega}_b \cdot \{ m_p [(\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_c) \mathbf{E} - \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c] \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_b + \\ &\mathbf{r}_c \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} \times \mathbf{S}) + \mathbf{r}_c \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_p \times \mathbf{S}_p) + \mathbf{Q}_{rb} \} - \\ &\delta \boldsymbol{\omega}_{eg} \cdot [\mathbf{S} \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c) + \mathbf{J} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} + \\ &\mathbf{r}_h \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_p \times \mathbf{S}_p) + \mathbf{J}_p \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_p + \mathbf{Q}_{reg}] - \\ &\delta \boldsymbol{\omega}_p \cdot [\mathbf{S}_p \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c) + \mathbf{S}_p \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} \times \mathbf{r}_h) + \\ &\mathbf{J}_p \cdot (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_p) + \mathbf{Q}_s] \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta P^I_0 &= -\delta \dot{\mathbf{R}}_b \cdot (m_0 \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c - \mathbf{S}_0 \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} + \mathbf{Q}_{I0}) - \\ &\delta \boldsymbol{\omega}_b \cdot \{ m_0 [(\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_c) \mathbf{E} - \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c] \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_b + \\ &\mathbf{r}_c \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} \times \mathbf{S}_0) + \mathbf{Q}_{r0} \} - \\ &\delta \boldsymbol{\omega}_{eg} \cdot [\mathbf{S}_0 \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_c) + \mathbf{J}_0 \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} + \mathbf{Q}_{reg0}] \quad (6) \end{aligned}$$

式中: \mathbf{E} 为单位并矢, V_0 表示静止质量块体积, \mathbf{S} 、

S_p 、 J 、 J_p 、 S_0 和 J_0 分别为球面摆晃动质量相对于 O_b 点的静矩、相对于球面摆悬挂点的静矩、相对于 O_b 点的惯量张量、相对于球面摆悬挂点的惯量张量,静止质量块相对于 O_b 点的静矩和相对于 O_b 点的惯量张量,分别表示为

$$\begin{cases} S = m_p r \\ S_p = m_p r_p \\ J = m_p [(r \cdot r) E - r r] \\ J_p = m_p [(r_p \cdot r_p) E - r_p r_p] \\ S_0 = m_0 r_0 \\ J_0 = m_0 [(r_0 \cdot r_0) E - r_0 r_0] + I_0 \end{cases} \quad (7)$$

式(5)中, Q_t 、 Q_{rb} 、 Q_{reg} 和 Q_s 分别代表球面摆晃动质量对应的平动耦合力、贮箱本体转动引起的耦合力、等效重力坐标系转动引起的耦合力和晃动耦合力。类似地,式(6)中的 Q_{t0} 、 Q_{rb0} 和 Q_{reg0} 分别为静止质量块对应的平动耦合力、贮箱本体转动引起的耦合力和等效重力坐标系转动引起的耦合力,其表达式分别为

$$Q_t = (\omega_{eg} \times \omega_p) \times S_p + m_p \omega_b \times (\omega_b \times r_c) + m_p \omega_{eg} \times (\omega_{eg} \times r_h) + (\omega_{eg} + \omega_p) \times [(\omega_{eg} + \omega_p) \times S_p] \quad (8)$$

$$Q_{rb} = r_c \times [(\omega_{eg} \times \omega_p) \times S_p] + m_p r_c \times [\omega_{eg} \times (\omega_{eg} \times r_h)] + \omega_b \times \{m_p [(r_c \cdot r_c) E - r_c r_c] \cdot \omega_b\} + r_c \times \{(\omega_{eg} + \omega_p) \times [(\omega_{eg} + \omega_p) \times S_p]\} \quad (9)$$

$$Q_{reg} = r_h \times [(\omega_{eg} \times \omega_p) \times S_p] + J_p \cdot (\omega_{eg} \times \omega_p) + S \times [\omega_b \times (\omega_b \times r_c)] + S \times [\omega_{eg} \times (\omega_{eg} \times r_h)] + r_h \times \{(\omega_{eg} + \omega_p) \times [(\omega_{eg} + \omega_p) \times S_p]\} + (\omega_{eg} + \omega_p) \times [J_p \cdot (\omega_{eg} + \omega_p)] \quad (10)$$

$$Q_s = S_p \times [\omega_b \times (\omega_b \times r_c)] + S_p \times [\omega_{eg} \times (\omega_{eg} \times r_h)] + J_p \cdot (\omega_{eg} \times \omega_p) + (\omega_{eg} + \omega_p) \times [J_p \cdot (\omega_{eg} + \omega_p)] \quad (11)$$

$$Q_{t0} = m_0 \omega_b \times (\omega_b \times r_c) + \omega_{eg} \times (\omega_{eg} \times S_0) \quad (12)$$

$$Q_{rb0} = \omega_b \times \{m_0 [(r_c \cdot r_c) E - r_c r_c] \cdot \omega_b\} + r_c \times [\omega_{eg} \times (\omega_{eg} \times S_0)] \quad (13)$$

$$Q_{reg0} = S_0 \times [\omega_b \times (\omega_b \times r_c)] + \omega_{eg} \times (J_0 \cdot \omega_{eg}) \quad (14)$$

根据等效重力加速度的定义,有

$$g_e = g + a_c = g - \ddot{R}_b \quad (15)$$

由式(2)和式(4),得到球面摆晃动质量和静止质量块的等效重力虚功率分别为

$$\delta P^{g_e} = m_p \delta \dot{R}_b \cdot g_e = \delta \dot{R}_b \cdot m_p g_e + \delta \omega_b \cdot (m_p r_c \times g_e) + \delta \omega_{eg} \cdot (S \times g_e) + \delta \omega_p \cdot (S_p \times g_e) \quad (16)$$

$$\delta P_0^{g_e} = \int_{V_0} \delta \dot{R}_0 \cdot g_e dm = \delta \dot{R}_b \cdot m_0 g_e + \delta \omega_b \cdot (m_0 r_c \times g_e) + \delta \omega_{eg} \cdot (S_0 \times g_e) \quad (17)$$

若考虑液体晃动阻尼,假设前两阶晃动模态阻尼比均为 ζ ,则球面摆的阻尼力虚功率为

$$\delta P^d = -2\zeta \omega m_p l_p^2 (\dot{\alpha}_1 \delta \dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 \delta \dot{\alpha}_2) \quad (18)$$

球面摆相对 $O_b x' y' z'$ 的摆角通过两次转动来刻画,即先绕 $O_b x'$ 轴转过角度 α_1 得到 $O_b x' y'' z''$,再绕 $O_b y''$ 轴转过角度 α_2 。令 p_1 和 p_2 分别为两次转动转轴的单位矢量,则有 $\omega_p = p_1 \dot{\alpha}_1 + p_2 \dot{\alpha}_2$ 。因此可以将式(18)写成

$$\delta P^d = -\delta \omega_p \cdot (C_p \cdot \omega_p) \quad (19)$$

其中

$$C_p = 2\zeta \omega m_p l_p^2 (p_1 p_1 + p_2 p_2) \quad (20)$$

令 F_t 、 F_{rb} 和 F_{reg} 分别为贮箱对液体的作用力和力矩(分别由贮箱本体和等效重力坐标系的运动引起),那么贮箱对液体的主动力虚功率可以表示为

$$\delta P^a = \delta \dot{R}_b \cdot F_t + \delta \omega_b \cdot F_{rb} + \delta \omega_{eg} \cdot F_{reg} \quad (21)$$

根据虚功率原理,有

$$\delta P^f + \delta P^{g_e} + \delta P^d + \delta P_0^f + \delta P_0^{g_e} + \delta P^a = 0 \quad (22)$$

将式(5)、(16)、(18)、(6)、(17)和(21)代入方程(22),并利用变分 $\delta \dot{R}_b$ 、 $\delta \omega_b$ 、 $\delta \omega_{eg}$ 和 $\delta \omega_p$ 的独立性分别得到系统的平动方程、贮箱本体相关转动方程、等效重力相关转动方程和液体晃动方程如下:

$$(m_p + m_0) (\dot{\omega}_b \times r_c) - (S + S_0) \times \dot{\omega}_{eg} - S_p \times \dot{\omega}_p + Q_t + Q_{t0} = (m_p + m_0) g_e + F_t \quad (23)$$

$$(m_p + m_0) \{ [(r_c \cdot r_c) E - r_c r_c] \cdot \dot{\omega}_b \} + r_c \times (\dot{\omega}_p \times S_p) + r_c \times [\dot{\omega}_{eg} \times (S + S_0)] + Q_{rb} + Q_{rb0} = (m_p + m_0) r_c \times g_e + F_{rb} \quad (24)$$

$$(S + S_0) \times (\dot{\omega}_b \times r_c) + r_h \times (\dot{\omega}_p \times S_p) + (J + J_0) \cdot \dot{\omega}_{eg} + J_p \cdot \dot{\omega}_p + Q_{reg} + Q_{reg0} = (S + S_0) \times g_e + F_{reg} \quad (25)$$

$$S_p \times (\dot{\omega}_b \times r_c) + S_p \times (\dot{\omega}_{eg} \times r_h) +$$

$$\mathbf{J}_p \cdot (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{eg} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_p) + \mathbf{C}_p \cdot \boldsymbol{\omega}_p + \mathbf{Q}_s = \mathbf{S}_p \times \mathbf{g}_e \quad (26)$$

已知等效重力加速度的变化规律,可由数值积分方法求解液体晃动方程(26),然后由方程(23)~(25)计算 \mathbf{F}_l 、 \mathbf{F}_{rb} 和 \mathbf{F}_{reg} 。根据牛顿第三定律,液体对贮箱的作用力和力矩分别为 $-\mathbf{F}_l$ 和 $-\mathbf{F}_{rb} - \mathbf{F}_{reg}$ 。其中 \mathbf{F}_{rb} 是由于贮箱本体系运动导致的力矩,而 \mathbf{F}_{reg} 是由于等效重力加速度方向的变化导致的力矩。如果贮箱本体系原点与球心重合即 $\mathbf{r}_c = \mathbf{0}$,贮箱的姿态变化不会影响等效重力坐标系的方位,也就不会影响球面摆的静平衡位置。与本体系原点不位于球心的情况相比,求解思路类似,但推导过程将大大简化。

2 数值仿真

选取液体为常温下的水,密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$,运动粘性系数 $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。选用月表重力加速度 $g = 1.623 \text{ m/s}^2$,球形贮箱半径为 0.525 m ,充液比为 20% ,本体系下球心坐标为 $(0.6187, 0.6187, 0.723) \text{ m}$ 。以 Patran 作为前处理器划分网格,网格选为十结点四面体单元,划分结果如图2所示。参考文献[10]中给出的液体晃动等效建模方法,可以得到球面摆等效模型参数如下:

- 1) 频率: $\omega = 1.9641 \text{ rad/s}$
- 2) 晃动质量: $m_p = 94.8367 \text{ kg}$
- 3) 球面摆摆长: $l_p = 0.4207 \text{ m}$
- 4) 球面摆悬挂点位置: $\mathbf{r}_h = [0 \ 0 \ 0.000001] \text{ m}$
- 5) 静止质量块质量: $m_0 = 26.3908 \text{ kg}$
- 6) 静止质量块惯量:
 $\mathbf{I}_0 = [0.0087 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.0087 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- 7) 静止质量块位置: $\mathbf{r}_0 = [0 \ 0 \ -0.003763] \text{ m}$

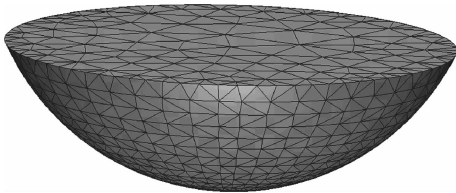


图2 液体区域网格划分

Fig. 2 Mesh of the liquid region

算例1.为了验证关于液体静平衡位置跟随等效重力变化的假设,令贮箱沿 y 轴方向受到常值推

力,加速度为 $a_y = 0.5 \text{ m/s}^2$,考察新等效模型和传统等效模型对相应球面摆摆角 α_1 的仿真结果。如图3所示,实线代表新模型中球面摆相对于等效重力坐标系的摆角,虚线代表传统模型中球面摆相对于惯性系的摆角。可以看到,新模型的摆角以 0° 为中心上下波动,而传统模型的摆角平均值与 0° 有一定的偏离,而偏离的角度恰好等于等效重力与重力方向之间的夹角。这也就说明了我们的关于液体静平衡位置与等效重力关系的假设是正确的。

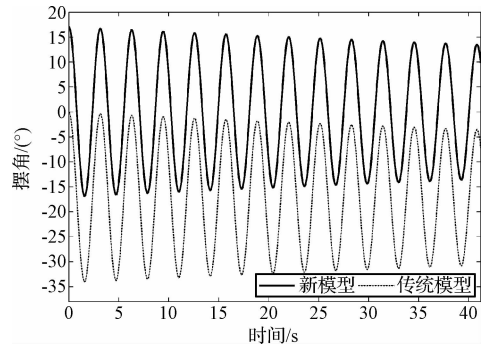


图3 常值横向推力下的球面摆摆角对比

Fig. 3 Pendulum angle comparison under constant lateral force

算例2.令贮箱沿 y 轴发生大幅平动的同时沿 x 轴转动,运动规律分别表示为 $y = 0.5 \sin(1.2566t) \text{ m}$ 和 $\theta_x = 0.2 \sin(0.6283t) \text{ rad}$ 。在这个过程中等效重力与表面张力之比介于 6149 和 6838 之间,即重力和惯性力仍占绝对的主导地位,可以不考虑表面张力的作用。此外,液体晃动的模态阻尼比随重力加速度的增大而减小,可近似表示为 $\zeta = \zeta_0 g^{-1/4}$,其中 ζ_0 为 $g = 1 \text{ m/s}^2$ 时的第一阶晃动模态阻尼比^[21]。由于该算例中等效重力加速度变化范围不大,可近似地以 $g = 1.623 \text{ m/s}^2$ 时的阻尼比 $\zeta = 0.0028$ 代替。

图4给出了新等效模型和传统等效模型的球面摆摆角对比结果。由于上述平动和转动激励都只会引起球面摆在 O_0YZ 平面内运动,因此 $\alpha_2 \equiv 0$,此处仅给出两种模型中 α_1 随时间的变化。传统模型中摆角最大达到了 112.5° ,且呈发散趋势,这种情况下线性理论显然是不成立的。而新模型中摆角保持在 30° 以内,可近似满足线性化前提。

下面给出晃动力和力矩的对比。图5和图6分别是新等效模型与 Flow-3d 仿真结果的晃动力和晃动力矩对比图。可以看到,新模型求得的力和力矩在

幅值和变化趋势上都可以和 Flow-3d 很好地吻合。

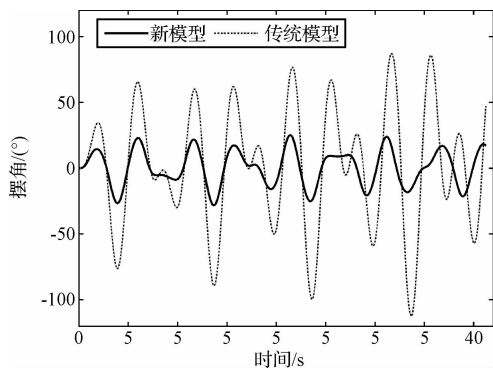


图4 球面摆摆角对比

Fig.4 Pendulum angle comparison

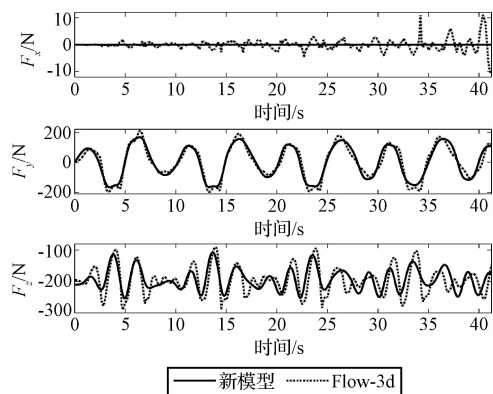


图5 晃动力对比 (新模型 vs Flow-3d)

Fig.5 Slosh force comparison (new model vs Flow-3d)

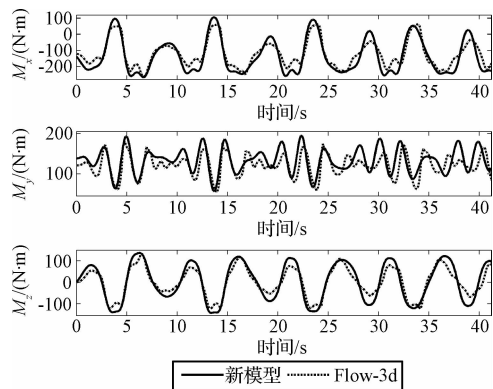


图6 晃动力矩对比 (新模型 vs Flow-3d)

Fig.6 Slosh moment comparison (new model vs Flow-3d)

为了进一步验证模型的有效性,我们将晃动力和力矩中最为关心的 F_y 和 M_x 与传统等效模型的结果进行对比,见图7和图8。在仿真初始阶段,传统模型对力和力矩的估计与 Flow-3d 的结果吻合得非常好,这是由于初始时刻液体处于静止状态,在开始的一段时间内液体晃动幅度较小。但是在 10 s 之

后,传统模型求得的力和力矩与 Flow-3d 的结果相比出现了一定的偏差,且偏差越来越大。相比之下,新模型在仿真时间历程中均能保持与 Flow-3d 的结果较好地吻合,仿真结果更为可靠。总体来说,新的等效力学模型可以对大幅横向激励下液体晃动行为进行很好地预测。

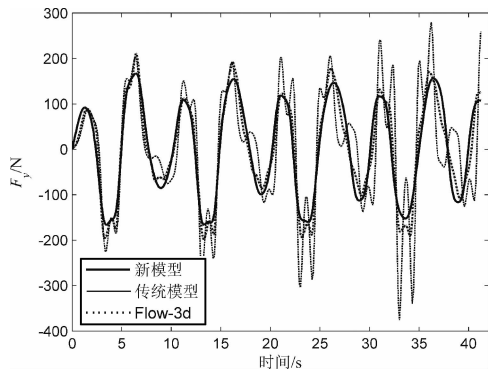


图7 晃动力对比

Fig.7 Slosh force comparison

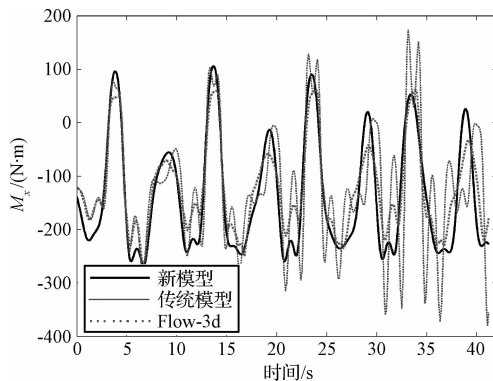


图8 晃动力矩对比

Fig.8 Slosh moment comparison

3 结论

本文提出了一种适用于横向激励下部分充液球形贮箱内液体大幅晃动的等效建模方法。该方法基于静平衡液面垂直于等效重力方向的假设,将液体的大幅运动分解为跟随等效重力的整体运动和在此基础上小幅晃动。数值算例表明本文提出的模型可以有效减小球面摆的摆角,同时能对晃动力和力矩有很好的预测,与传统模型相比仿真效果更好。虽然实际上液体位置变化存在一定的动力学滞后,但由于工程中等效重力也是连续变化的,因此仍然认为该假设可行,且算例表明该假设在晃动幅度较

大时更接近于实际情况。

参 考 文 献

- [1] 王耘, 王照林. 微重条件下平放圆柱形腔体内液体晃动问题[J]. 宇航学报, 1986, 7(4): 40-55. [Wang Yun, Wang Zhao-lin. Low-gravity sloshing liquid for cylindrical tank in horizontal state [J]. Journal of Astronautics, 1986, 7(4): 40-55.]
- [2] 王照林, 匡金炉. 微重状态下任意旋转对称容器内液体晃动特性研究[J]. 宇航学报, 1992, 3: 65-71. [Wang Zhao-lin, Kuang Jin-lu. Low-gravity sloshing in an arbitrary axisymmetric rigid tank [J]. Journal of Astronautics, 1992, 3: 65-71.]
- [3] 杨旦旦, 岳宝增. 低重环境下旋转轴对称贮箱内液体晃动研究[J]. 宇航学报, 2013, 34(7): 917-925. [Yang Dan-dan, Yue Bao-zeng. Research on sloshing in axisymmetric containers under low gravity [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(7): 917-925.]
- [4] 包光伟. 充液卫星平放式贮箱内液体晃动的等效力学模型[J]. 宇航学报, 1996, 17(1): 66-69. [Bao Guang-wei. The equivalent mechanical models of liquid slosh in off-centered containers distributed in a satellite [J]. Journal of Astronautics, 1996, 17(1): 66-69.]
- [5] 岳宝增, 祝乐梅. 携带晃动燃料柔性航天器姿态机动中的同宿环分叉研究[J]. 宇航学报, 2011, 32(5): 991-997. [Yue Bao-zeng, Zhu Le-mei. Heteroclinic bifurcations in attitude maneuver of slosh-coupled spacecraft with flexible appendage [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(5): 991-997.]
- [6] 王为, 李俊峰, 王天舒. 航天器贮箱内液体晃动阻尼研究(一): 理论研究[J]. 宇航学报, 2005, 26(6): 687-692. [Wang Wei, Li Jun-feng, Wang Tian-shu. Study on sloshing damping in a container of spacecraft (part I): theory [J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(6): 687-692.]
- [7] 王为, 李俊峰, 王天舒. 航天器贮箱内液体晃动阻尼研究(二): 数值计算[J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 177-180. [Wang Wei, Li Jun-feng, Wang Tian-shu. Study on sloshing damping in a container of spacecraft (part II): numerical method [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(2): 177-180.]
- [8] 李青, 马兴瑞, 王天舒. 非轴对称贮箱液体晃动的等效力学模型[J]. 宇航学报, 2011, 32(2): 242-249. [Li Qing, Ma Xing-rui, Wang Tian-shu. Equivalent mechanical model for liquid sloshing in non-axisymmetric tanks [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(2): 242-249.]
- [9] 黄华, 杨雷, 张焜, 等. 航天器贮箱大幅液体晃动三维质心面等效模型研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 55-59. [Huang Hua, Yang Lei, Zhang He, et al. Research on 3D constraint surface model for large amplitude liquid sloshing on spacecraft tank [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1): 55-59.]
- [10] 李青. 充液挠性系统动力学分析及在航天工程中的应用研究[D]. 北京: 清华大学, 2010. [Li Qing. Dynamic analysis of liquid-filled flexible systems and its application studies on aerospace engineering [D]. Beijing: Tsinghua University, 2010.]
- [11] Marsell B, Griffin D, Schallhorn P, et al. Integrated CFD and controls analysis interface for high accuracy liquid propellant slosh predictions [C]. 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Nashville, USA, March 8th, 2012.
- [12] Ibrahim R A. Liquid sloshing dynamics: theory and applications [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [13] Ananthkrishnan N, Verma A, Sinha N K, et al. Simplified spherical pendulum model for rotary liquid slosh [J]. Journal of the Aeronautical Society of India, 1998, 50: 129-133.
- [14] El-Sayad M A, Hanna S N, Ibrahim R A. Parametric excitation of nonlinear elastic systems involving hydrodynamic sloshing impact [J]. Nonlinear Dynamics, 1999, 18(1): 25-50.
- [15] 王照林, 刘延柱. 充液系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [16] El-Kamali M, Schotté J S, Ohayon R. Computation of the equilibrium position of a liquid with surface tension inside a tank of complex geometry and extension to sloshing dynamic cases [J]. Computational Mechanics, 2010, 46(1): 169-184.
- [17] Ibrahim R A, Pilipchuk V N, Ikeda T. Recent advances in liquid sloshing dynamics [J]. Applied Mechanics Reviews, 2001, 54: 133.
- [18] 余延生, 马兴瑞, 王本利. 用多维模态理论分析航天器贮箱液体有限幅晃动动力[J]. 宇航学报, 2007, 28(4): 981-985. [Yu Yan-sheng, Ma Xing-rui, Wang Ben-li. Calculation of liquid finite amplitude sloshing force on spacecraft tank by multidimensional modal theory [J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(4): 981-985.]
- [19] Dodge F T. The new "dynamic behavior of liquids in moving containers" [M]. San Antonio, TX: Southwest Research Inst., 2000.
- [20] Li Q, Ma X, Wang T. Equivalent mechanical model for liquid sloshing during draining [J]. Acta Astronautica, 2011, 68(1): 91-100.
- [21] 王为. 考虑毛细效应的液体小幅晃动问题研究[D]. 北京: 清华大学, 2009. [Wang Wei. Study on liquid sloshing with small amplitude considering capillary effect [D]. Beijing: Tsinghua University, 2009.]

作者简介:

苗楠(1991-),女,博士生,主要从事微重力环境下液体晃动问题的研究。

通信地址:北京市海淀区清华大学蒙民伟科技大楼北楼N-910(100084)

电话:18810645787

E-mail: miaon1991@gmail.com

(编辑:牛苗苗)