三棱柱伸展臂超弹性铰链的力学建模与分析

杨 慧^{1,2},郭宏伟²,王 岩³,刘荣强²

(1. 安徽大学电气工程与自动化学院,合肥 230601;2. 哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家实验室,哈尔滨 150080;3. 中国电子科技集团 38 所,合肥 230031)

摘 要: 针对对向多层超弹性铰链展开状态的稳定性问题,分别基于铁木辛柯屈曲理论和欧拉梁屈曲理论建 立对向多层超弹性铰链折叠峰值力矩模型。搭建实验平台,分别对 12 种规格对向单层、双层超弹性铰链进行实验 研究,发现理论值与实验值偏差不大于7.73%,偏差均值不大于4.93%,偏差标准差不大于4.97%,验证了基于欧 拉梁屈曲理论建模的准确性。对对向多层超弹性铰链进行参数研究,发现半径、中心角、厚度和层数与屈曲力矩正 相关,而长度则是负相关的。

关键词: 三棱柱伸展臂; 超弹性铰链; 屈曲; 实验研究 中图分类号: V214.3+6 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2016)03-0275-07 DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.03.005

Mechanical Modeling and Analysis for Hyperelastic Hinge in a Triangular Prism Deployable Mast

YANG Hui^{1,2}, GUO Hong-wei², WANG Yan³, LIU Rong-qiang²

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Anhui University, Hefei 230601, China;

2. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China;

3. China Electronics Technology Group Corporation No. 38 Research Institute, Hefei 230031, China)

Abstract: Based on Timoshenko and Gere buckling theories and classic Euler beam buckling theory, two different theoretical models are established to analyze the stability of deployment status for the multi-layer equal tape-spring hinge. Twelve different single-layer and double-layer equal tape-spring hinges are tested. The relative errors of the folded peak moment between theoretical results and experimental results are no more than 7.73%, the average relative errors are no more than 4.93%, and the standard deviation is no more than 4.97%, which demonstrates the accuracy of the nonlinear mechanical model for the multi-layer equal tape-spring hinge. Parametric study shows that the greater section radius, central angle, thickness or layer number is, the greater the folded peak moment is. However, longitudinal length has a negative correlation with the folded peak moment.

Key words: Triangular prism deployment mast; Hyperelastic hinges; Buckling; Experimental research

0 引 言

可折展机构中采用的传统机械式铰接铰链 质量大、体积大及摩擦易卡死的缺点。超弹性铰 链,是一种圆柱壳体结构,能够在5%弹性应变范 围内实现180°大挠度弯曲,并依靠自身变形存储 的弹性势能实现展开,集驱动、旋转、锁定于一体,不含移动部件、不存在摩擦,并具有轻质、低能耗特点,能够解决航天器发射体积有效性问题^[1]。超弹性铰链主要存在三种结构形式:单带簧、多带簧和整体开缝式超弹性铰链。对于多带簧超弹性铰链,若带簧横截面圆弧的曲率方向相

收稿日期:2015-06-06; 修回日期:2015-09-18

基金项目:高等学校学科创新引智计划(B07018);中央高校基础研究基金(HIT. NSRIF. 2015050);机器人技术与系统国家实验室自主课题(SKLRS201401A02)

同,称为对向超弹性铰链;若圆弧的曲率方向相反,则称为背向超弹性铰链。超弹性铰链已成功 应用于移动卫星系统的波音回弹反射器^[2]和火 星快速航天器^[3]。

超弹性铰链在展开状态的稳定性直接影响到整 个可折展机构的稳定性,若超弹性铰链两端的载荷 超过屈曲临界载荷,则结构屈曲产生突然翻转而失 稳。Mansfield^[4]基于壳体大变形理论和变分法对无 限长带簧超弹性铰链弯曲进行分析,得到壳体理论 基本方程。Calladine^[5]利用弹性壳体理论对无限长 各向同性带簧超弹性铰链进行非线性力学特性分 析,建立了峰值力矩模型。Mallikarachchi 等^[6-8]通 过实验研究了双缝圆管超弹性铰链展开过程的冲 击。Yang 等^[9-10]利用实验和有限元仿真法对整体 式双缝和对向超弹性铰链的准静态力学性能分别进 行了多目标优化,以降低铰链展开的过冲、并降低 应力集中现象,提高使用次数。Kim 等^[11]提出一 种与路径相关的路径定义法,用于研究超弹性铰 链非线性展开性能。吴耀鹏^[12-13]基于能量原理 对构成超弹性铰链的复合材料进行了双稳态力 学性能研究,改进了壳结构力学模型。祝恩淳 等[14]采用非线性有限元法和实验研究了在局部 轴向压力作用下圆柱壳屈曲过程。李瑞雄等[15] 采用 ABAQUS 对由各向同性材料构成的透镜式 缠绕肋片压扁进行了数值研究。冷劲松等^[16]提 出一种可应用于空间可展开结构上的纤维增强 形状记忆复合材料,通过实验研究了具有记忆功 能超弹性铰链展开太阳能电池阵的性能。

Seffen 等^[17-19]基于有限元仿真法得到样本 点,利用单值分解法拟合出有限长带簧超弹性铰 链非线性力学特性模型。Pellegrino 等^[20]采用铁 木辛柯理论分析对向超弹性铰链屈曲特性。浙 江大学王俊等^[21-22]基于薄壳弯曲理论和最小势 能原理建立单带簧超弹性铰链展开稳定力矩模 型,向单层超弹性铰链屈曲力矩进行了有限元仿 真与实验研究。然而,对于多层超弹性铰链的临 界屈曲力矩鲜少有理论研究。

本文基于铁木辛柯屈曲理论和欧拉梁屈曲理论 分别建立对向多层超弹性铰链屈曲力矩模型。搭建 实验平台,分别对12种不同规格对向超弹性铰链进 行实验研究,验证折叠峰值力矩理论模型的准确性, 并进行参数研究。

1 对向超弹性铰链屈曲模型的建立

对向超弹性铰链展开状态的稳定性直接决定整 个三棱柱伸展臂展开状态的稳定性。以哈尔滨工业 大学设计的空间伸展臂(见图1)为研究对象,对其 中的对向多层超弹性铰链屈曲力矩进行研究。

1.1 基于经典欧拉梁屈曲理论建模

图 2 为对向多层超弹性铰链结构示意图。将对 向超弹性铰链两端力矩转化为施加在带簧横截面中 性轴上的力偶 F_e,每个带簧均绕着超弹性铰链横截 面对称轴 oo'旋转,并认为沿纵向总长度范围内均 参与受力。



图1 含超弹性铰链的2单元三棱柱伸展臂





图 2 对向超弹性铰链受力简化图 Fig. 2 Loading of the equal tape-spring hinge

基于欧拉梁屈曲理论的对向多层超弹性铰链折 叠临界屈曲载荷 F^{el}_c为

$$F_{cr}^{el} = \frac{\pi^2 E I}{l_e^2}$$
(1)

式中:l_e为带簧长度;I为横截面惯性矩。

图 3 为对向超弹性铰链横截面几何示意图。带 簧的横截面圆心至中性轴的距离 d 为

$$d = \frac{2R}{\beta} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \tag{2}$$

对向多层超弹性铰链横截面惯性矩1为

$$I = \frac{nR^3 t\beta}{2} \left[1 + \frac{\sin\beta}{\beta} - 8\left(\frac{\sin\beta/2}{\beta}\right)^2 \right]$$
(3)

式中:t为对向多层超弹性铰链单个带簧厚度;n为 带簧个数,(n=2,4,6)。

基于欧拉梁屈曲理论,折叠峰值力矩 M_e为

$$M_e^1 = F_{cr}^{e1} \cdot s_e \tag{4}$$

式中: s_e 为对向超弹性铰链横截面带簧峰点 A 和点 B 之间的距离。

将式(1)~(3)代入式(4),得到基于经典欧拉 梁屈曲理论建立的对向多层超弹性铰链折叠峰值力 矩模型为



图 3 对向超弹性铰链横截面几何示意图 Fig. 3 Section diagram of the equal tape-spring hinge

1.2 基于铁木辛柯屈曲理论建模

根据弹性稳定理论,对向多层超弹性铰链发生 弯曲时,位于内侧的带簧产生反向弯曲,处于压缩状态;外侧带簧产生对向弯曲,处于拉伸状态。结构中 处于压缩纤维的应力比拉伸纤维应力增长更快,当 压缩应力达到屈曲应力时整个铰链结构将产生屈曲 或者突然翻转。因此,对向多层超弹性铰链屈曲载 荷由处于内侧带簧决定。

采用铁木辛柯理论分析其屈曲特性,等效为简 支圆柱板受压屈曲,此时结构中压缩临界屈曲应力 σ_{α} 为

$$\sigma_{cr} = \frac{Et}{R \sqrt{3(1-\nu^2)}} \tag{6}$$

式中: E 为铰链材料弹性模量, MPa; v 为泊松比。

对向多层超弹性铰链结构中任意点应力 σ_e 为

$$\sigma_e = F_e \left(\frac{1}{A} + \frac{w_e \gamma_e}{I} \right) \tag{7}$$

式中: *F*_e 为超弹性铰链横截面载荷; A 为超弹性铰链横截面面积; *y*_e 为横截面上任意点至旋转轴的距离; *w*_e 为载荷作用点至旋转轴的距离。

基于 Bazant 结构稳定理论求得载荷作用点到 横截面旋转中心的距离 w_e为

$$w_e = e_e \cdot \sec \sqrt{\frac{F_e l_e^2}{4EI}} \tag{8}$$

式中: e_e 为对向超弹性铰链横截面带簧中性轴与对称轴之间距离。

屈曲时位于内侧带簧压缩纤维距离旋转轴的距 离 y_e 为

$$y_e = e_e + R - d \tag{9}$$

若对向超弹性铰链结构中处于压缩状态的微元 应力达到临界应力,该结构将产生屈曲,此时的临界 载荷 $F_{\alpha}^{e_2}$ 可通过式(6)~(9)得到

$$\left(\frac{1}{F_{cr}^{e^2}} \cdot \frac{nEt^2\beta}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} - 1\right) \cdot \frac{R^2}{s_e\left(\frac{s_e}{2} + d - R\right)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{l_e}{2} \cdot \sqrt{\frac{F_{cr}^{e^2}}{EI}}\right) \cdot \left[1 + \frac{\sin\beta}{\beta} - 8\left(\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\beta}\right)^2\right]} \quad (10)$$

对向超弹性铰链由水平状态开始弯曲,产生屈 曲时的折叠峰值力矩为

$$M_e^2 = F_{cr}^{e2} \cdot 2w_e \tag{11}$$

利用 Matlab 对式(10)和式(11)进行数值求解,即可 求出基于铁木辛柯屈曲理论的对向多层超弹性铰链 折叠峰值力矩。

图 4 为基于铁木辛柯屈曲理论和欧拉梁屈曲理 论建立的对向单层超弹性铰链折叠峰值力矩模型的 对比曲线。分析发现基于铁木辛柯屈曲理论推导的 对向超弹性铰链折叠峰值力矩计算值较小。

2 理论模型实验校验

为了验证超弹性铰链弯曲力矩的理论模型准确 性,搭建实验平台对弯曲力矩进行实验。图 5 是对 向和背向超弹性铰链实物图,分别加工出 12 种不同 规格的超弹性铰链。带簧片材料均为 Ni36CrTiAl, 带簧纵向长度统一为 126 mm。不同规格对向超弹 性铰链的夹持端结构和尺寸相同,夹持端外部伸出





的圆管长度为 22 mm,纵向总长度 $l_e = 170$ mm。图 6 为超弹性铰链弯曲力矩实验平台。



* 背向超弹性铰链

图 5 超弹性铰链实物图

Fig. 5 Physical maps of hyperelastic hinges



图 6 超弹性铰链弯曲力矩实验平台 Fig. 6 Test rig of folding peak moment for hyperelastic hinges

超弹性铰链一端连接刚性圆管,通过台钳固定 在精密光学平台上。在铰链自由端通过艾德堡数显 推拉力计施加垂直于铰链纵向的拉力,通过计算机 采集超弹性铰链发生屈曲时的拉力。实验中在超弹 性铰链中央固定一个钢钉,使超弹性铰链绕其旋转, 确保能够实现对称弯曲。由于发生屈曲时铰链旋转 角度较小,可以认为拉力与铰链依然垂直。因此,超 弹性铰链中间位置所承受的力矩等于拉力乘以铰链 总长度的一半。由于对铰链进行多次折叠会在中央 折叠区域引入缺陷,使结构刚度迅速下降,从而影响 折叠峰值力矩值,所以分别对每种规格的超弹性铰 链分别进行两次实验,取均值计算力矩。

为了便于区分,采用不同字母表示4种不同结构的超弹性铰链,"ES"代表对向单层,"ED"代表对向双层。通过实验结果对比发现,基于欧拉梁屈曲理论建立的模型与实验值较为接近。因此,在以下分析中选用基于欧拉梁屈曲理论建立的模型进行分析。表1是对向单层超弹性铰链展开峰值力矩理论值与实验值对比。表2是对向双层超弹性铰链折叠峰值力矩理论值与实验值对比。

根据表1中的数据,计算出对向单层超弹性铰链折叠峰值力矩实验值与理论值:偏差范围为 -6.82%~7.65%,偏差均值为2.21%,偏差标准 差为4.97%。根据表2中数据,计算出对向双层超 弹性铰链折叠峰值力矩理论值与仿真值:偏差范围 为-3.76%~7.73%,偏差均值为4.93%,偏差标 准差为3.44%。

通过对比发现,12种不同规格对向单层和双层 超弹性铰链折叠峰值力矩,理论值与实验值偏差不大 于7.73%,偏差均值不大于4.93%,偏差标准差小于 4.97%,表明基于欧拉梁屈曲理论建模的准确性。

3 参数研究

不同结构参数,使超弹性铰链具有不同的稳定性,有必要进行参数研究。以式(5)为基础,对向超 弹性铰链折叠峰值力矩的结构参数影响进行分析。 图 7 至图 11 为不同结构参数对对向超弹性铰链折 叠峰值力矩的影响曲线。



图 7 中心角屈曲力矩的影响 Fig. 7 Influence of section central angle



Fig. 9 Influence of section radius

对向单层超弹性铰链折叠峰值力矩理论值与实验值对比 表1

Table 1 Comparsion between experimental and metricited for peak moment of equal single layer hyperelastic mig	Table 1	Comparsion betwee	n experimental and	l theoretical fold	peak moment of equal	single-layer hyperelastic hing
---	---------	-------------------	--------------------	--------------------	----------------------	--------------------------------

mi 🗖	两次实验拉力 /N			折叠峰值力矩/Nmm		DE /0/
型号	1 st	2 nd	均值	理论值	实验值	RE /%
ES17814 – 75	14.5	15.2	14.85	1348.3	1262.25	-6.82
ES17814 – 85	29.1	30.2	29.65	2351.3	2520.25	6.70
ES17814 – 95	44.5	44.7	44.6	3781.2	3791	0.26
ES20514 – 75	24.3	25.2	24.75	2002.1	2103.75	4.83
ES20514 – 85	43.1	44.5	43.8	3457	3723	7.14
ES20514 – 95	61.3	60.9	61.1	5490.3	5193.5	-5.71
ES17816 – 75	17.4	17.5	17.45	1540.9	1483.25	-3.89
ES17816 – 85	32.1	33.7	32.9	2687.2	2796.5	3.91
ES17816 – 95	55.3	54.8	55.05	4321.4	4679.25	7.65
ES20516 – 75	28.5	27.4	27.95	2288.2	2375.75	3.69
ES20516 - 85	50.7	49.4	50.05	3950.8	4254.25	7.13
ES20516 – 95	76.7	73.4	75.05	6274.6	6379.25	1.64

表2 对向双层超弹性铰链折叠峰值力矩理论值与实验值对比

Table 2 Comparsion between experimental and theoretical fold peak moment of equal double-layer hyperelastic hinges

王山 日	两次实验拉力 /N			折叠峰值力矩 /Nmm		DE /0
型亏	1 st	2 nd	均值	理论值	实验值	KE / %
ED17814 - 75	34.1	33.4	33.75	2696.6	2868.75	6.01
ED17814 - 85	59.5	57.2	58.35	4702.6	4959.75	5.18
ED17814 - 95	90.1	89.8	89.95	7562.4	7645.75	1.09
ED20514 – 75	51.3	52.1	51.7	4004.2	4394.5	8.88
ED20514 - 85	87.5	86.7	87.1	6914	7403.5	6.61
ED20514 – 95	123.5	125.5	124.5	10980.6	10582.5	-3.76
ED17816 - 75	38.7	37.5	38.1	3081.8	3238.5	4.84
ED17816 - 85	68.9	67.7	68.3	5374.4	5805.5	7.43
ED17816 - 95	109.1	108.7	108.9	8642.8	9256.5	6.63
ED20516 - 75	57.3	59.4	58.35	4576.4	4959.75	7.73
ED20516 - 85	101.5	98.3	99.9	7901.6	8491.5	6.95
ED20516 - 95	148.4	151.7	150.05	12549.2	12754.25	1.61

通过分析可以看出:随着横截面半径、中心角、 间距、厚度或者层数任意一个结构参数的增大,对向 超弹性铰链折叠峰值力矩均会增大,但是折叠峰值 力矩随着长度的增大而减小。

产生以上规律的主要原因如下:(1) 横截面半 径、中心角、厚度和带簧层数的增加,均会导致横截 面面积和惯性矩增大,从而使对向超弹性铰链抵抗 外界载荷的能力增大。(2)带簧横截面间距的增 大,会使等效力偶的力臂增大,从而使折叠峰值力矩 增大。(3) 而纵向长度的增大,会使对向超弹性铰 链结构的长细比增大,抵抗外界载荷的能力下降。

折叠峰值力矩的增大会使对向超弹性铰链结构 的稳定性增大,因此,为了提高对向超弹性铰链直线 状态的稳定性,应在满足横截面几何约束的基础上, 增大横截面半径、中心角、厚度或者层数,同时要保 证纵向长度尽可能短。

4 结 论

基于铁木辛柯屈曲理论和欧拉梁屈曲理论,
 分别建立了对向多层超弹性铰链屈曲力矩模型。

 2)对12种不同规格对向单层、双层超弹性铰 链进行实验,验证了基于欧拉梁屈曲理论建立的模 型的准确性。

3)基于欧拉梁屈曲理论模型,对向多层超弹性 铰链进行参数研究,得到:横截面半径、中心角、厚 度、层数的增大引起屈曲力矩增大,而长度的增大则 会导致折叠峰值力矩下降。

参考文献

- Block J, Straybel M, Wiedemann M. Ultralight deployable booms for solar sails and other large gossamer structures in space
 [J]. Acta Astronautica, 2011, 68(7-8): 984-992.
- [2] Anon. Hughes graphite antennas installed on Mast 2 craft[N]. Space News, Nov. 1994.
- [3] Adams D S, Mobrem M. Lenticular jointed antenna deployment anomaly and resolution onboard the Mars Express Spacecraft
 [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2009, 46(2): 403 – 410.
- Mansfield E H. Large-deflexion torsion and flexure of initially curved strips [J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1973, (334): 279 - 298.
- [5] Calladine C R. Love centenary lecture: The theory of thin shell structures [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy. 1988, 202 (42): 1-9.
- [6] Mallikarachchi H M Y C, Pellegrino S. Design of ultrathin composite self-deployable booms [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2014, 51(6): 1811-1821.
- [7] Mallikarachchi H M Y C, Pellegrino S. Deployment dynamics of ultrathin composite booms with tape-spring hinges[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2014, 51(2): 604-613.
- [8] Mallikarachchi H M Y C, Pellegrino S. Quasi-static folding and deployment of ultrathin composite tape-spring hinges[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2011, 48(1): 187 - 198.
- [9] Yang H, Liu R Q, Wang Y, et al. Experiment and multiobjective optimization design of tape-spring hinges [J].

Structural and Multidisciplinary Optimization, 2015, 51(6): 1373-1384.

- [10] Yang H, Deng Z Q, Liu R Q, et al. Optimizing the qusai-static folding and deploying of thin-walled tube flexure hinges with double slots [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(2): 279-286.
- [11] Kim K W, Park Y J. Solar array deployment analysis considering path-dependent behavior of a tape spring hinge [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29 (5): 1921 – 1929.
- [12] 吴耀鹏.双稳态薄壳结构的边界效应研究[J].工程力学,
 2013,30(2):266 271. [Wu Yao-peng. Study boundary effects on bi-stable thin shell structures [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(2):266 271.]
- [13] 吴耀鹏. 基于能量原理的双稳态各向同性柱壳力学特性研究
 [J]. 应用力学学报, 2011, 28(3): 243 249. [Wu Yaopeng. Study on mechanical behavior of bi-stable isotropic cylindrical shell based on the principle of minimum strain energy
 [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28(3): 243 249.]
- [14] 祝恩淳, Calladine C R. 圆柱薄壳在局部轴向压力作用下的 屈曲[J]. 工程力学, 2003, 20(4): 168 – 170. [Zhu Enchun, Calladine C R. Buckling of the cylindrical shells under locally axial compression[J]. Engineering Mechanics, 2003, 20 (4): 168 – 170.]
- [15] 李瑞雄,陈务军,付功义,等.透镜式缠绕肋压扁缠绕过程数 值模拟分析[J]. 宇航学报, 2011, 32(1): 224 - 231. [Li Rui-xiong, Chen Wu-jun, Fu Gong-yi, et al. Numerical simulation of flatting and wrapping process of lenticular wrappedrib[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(1): 224 - 231.]
- [16] 冷劲松,兰鑫,刘彦菊,等.形状记忆聚合物复合材料机器在 空间可展开结构中的应用[J]. 宇航学报,2010,31(4):950
 -956. [Leng Jin-song, Lan Xin, Liu Yan-ju, et al. Shape

memory polymers composites and their application in deployable structures [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(4): 950 - 956.

- [17] Seffen K A, You Z, Pellegrino S. Deployment dynamics of tape springs[J] Proceedings of the Royal Society of London Series A, 1999, 455(1983): 1003 - 1048.
- [18] Seffen K A, Pellegrino S. Folding and deployment of curved tape springs[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2000, 42: 2055 - 2073.
- [19] Seffen K A, Pellegrino S. Deployment of a rigid panel by tapesprings [R]. Department of Engineering, University of Cambridge, Report CUED/D-STRUCT/TR168, 1997.
- [20] Scholer T, Pellegrino S. A bi-stable structural element [J]. Proceedings of the iMeche, Part C: Journal of Engineering Sciences, 2008, 222: 2045 – 2051.
- [21] 王俊,关富玲,周志刚.空间可展结构卷尺铰链的设计与分析[J]. 宇航学报,2007,28(3):720-726. [Wang Jun, Guan Fu-ling, Zhou Zhi-gang. Design and analysis of tape hinge for deployable structures[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28 (3):720-726.]
- [22] 王俊.可展结构新型铰链的设计与分析[D].杭州:浙江大学,2006. [Wang Jun. Design and analysis of a new type of hinge for deployable structures [D]. Hangzhou, Zhejiang University, 2006.]

作者简介:

杨 慧(1986-),女,博士,航空宇航制造工程,研究方向为宇 航空间折展机构、超弹性铰链、非线性力学分析、多目标优化设 计等。

通信地址:安徽省合肥市经开区九龙路111号(230601) 电话:(0551)63861905 E-mail: huiyang_0431@163.com

(编辑:张宇平)