

# 第5章 地基的变形计算

## 教学提示

建筑物的建造使地基中的应力状态发生变化，因此引起地基变形，出现基础沉降；由于建筑物荷载的不均匀沉降和地基的压缩性不同，会引起基础的不均匀沉降。严重时建筑物也会开裂、扭曲、倾斜，甚至倒塌破坏。因此可以说地基的变形计算是非常重要的。

## 教学要求

本章重点让学生了解土的压缩性、地基沉降的弹性力学公式、如何用分层总和法及规范方法计算地基最终沉降量、土的应力历史对地基沉降的影响及地基沉降与时间的关系。



## 5.1 基本概念

➤建筑物通过基础将荷载传给地基，地基土体在外荷载的作用下，内部将会产生应力和变形，从而引起建筑物的基础的下沉。

➤正常情况下，随着时间的推移沉降会趋于稳定，如果工程完工后经过相当长的时间仍未稳定，则会影响建筑物的正常使用，特别是有较大的不均匀沉降时，将会对建筑物的构件产生附加应力，影响其安全使用，严重时建筑物也会开裂、扭曲、倾斜，甚至倒塌破坏。

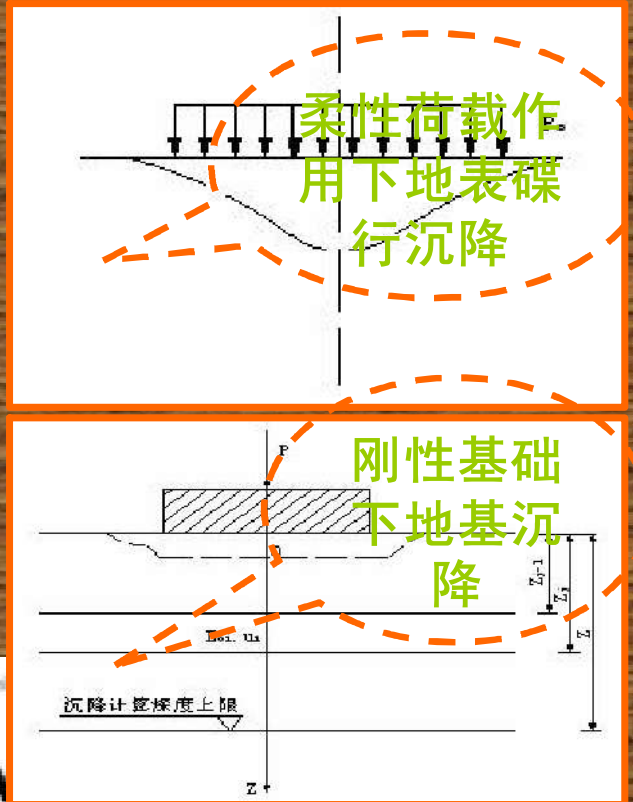
➤本因此在设计时有必要预先计算其可能发生的沉降量，特别是在软土地基等特殊条件下或建造某些只允许很小沉降的建筑物时，更应如此。

➤本章主要介绍地基沉降计算方法及地基沉降与时间的关系。



## 5.2 地基沉降的弹性力学公式

- 地基沉降量可以用弹性力学的方法进行计算，下面分别介绍柔性荷载及刚性荷载下的沉降计算。
- 1. 柔性荷载下地基的沉降
- 2. 刚性基础下的沉降计算



## 地基沉降的弹性力学公式

## 1. 柔性荷载下地基的沉降

布西奈斯克 (Boussinesq) 给出了在弹性半空间表面作用一个竖向集中力时，半空间内任意点处引起的应力和位移的弹性力学解答，地基内任意一点的竖向位移为：

$$\omega = \frac{(1+\mu)}{2\pi E} \left[ \frac{z^2}{R^3} + 2(1-\mu) \frac{1}{R} \right] \quad (5-1)$$

对式(5-1)取 $z=0$ ，即可得到地表距集中荷载作用点的任一点的沉降：

$$s = \omega(x, y, 0) = \frac{P(1-\mu^2)}{\pi E_0 r} \quad (5-2)$$

式中：

$E_0$ 为土的变形模量，kPa；  
 $\mu$ 为土的泊松比。



## 5.2 地基沉降的弹性力学公式

对于局部荷载作用在地基表面的沉降，可利用上式根据叠加原理积分求得。

如图5-1所示，设荷载面A内 $N(\xi, \eta)$ 点处微面积 $d\xi d\eta$ 上的分布荷载为 $p_0(\xi, \eta)$ ，则该微面积上的分布荷载可由集中力 $P = p_0(\xi, \eta)d\xi d\eta$ 代替。

这样地基表面上与N点距离为 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ 的点 $M(x, y)$ 的沉降 $s(x, y, 0)$ 可由式(5-2)积分求得：

1. 对式(5-1)积分求得地基沉降计算

$$s(x, y, 0) = \frac{1-\mu^2}{\pi E_0} \iint_A \frac{p_0(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} \quad (5-3)$$

(a) 任意分布 (b) 矩形分布

## 5.2 地基沉降的弹性力学公式

对于均布矩形荷载，分布荷载强度为一常数，其角点下的沉降根据上式积分得到：

$$s = \frac{1-\mu^2}{\pi E_0} \left[ \ln \frac{b + \sqrt{l^2 + b^2}}{l} + b \ln \frac{1 + \sqrt{l^2 + b^2}}{b} \right] p_0 \quad (5-4)$$

令：

$$\delta_c = \frac{1-\mu^2}{\pi E_0} \left[ \ln \frac{b + \sqrt{l^2 + b^2}}{l} + b \ln \frac{1 + \sqrt{l^2 + b^2}}{b} \right], \text{ 则}$$

$$s = \delta_c p_0 \quad (5-5)$$

以  $m = l/b$  代入上式，则有

$$s = \frac{b(1-\mu^2)}{\pi E_0} \left[ m \ln \frac{1 + \sqrt{1+m^2}}{m} + \ln(m + \sqrt{1+m^2}) \right] p_0 \quad (5-6)$$

## 地基沉降的弹性力学公式

令：

$$\omega_c = \frac{1}{\pi} \left[ m \ln \frac{1 + \sqrt{1 + m^2}}{m} + \ln(m + \sqrt{1 + m^2}) \right]$$

$\omega_c$  称为角点沉降影响系数，上式可改写为

$$s = \frac{1 - \mu^2}{E_0} \omega_c b p_0 \quad (5-7)$$

由上式，类似求附加应力时的角点法，可以求得矩形荷载作用下地面任意点的沉降。

对矩形荷载中心点处的地面的沉降，由角点法可得：

$$s = \frac{1 - \mu^2}{E_0} \omega_0 b p_0 \quad (5-8)$$

$\omega_0$

中心沉降影响系数， $\omega_0 = 2\omega_c$

## 2. 刚性基础下的沉降计算

## 的弹性力学公式

以上计算的是柔性分布荷载下地基的沉降，柔性分布荷载作用下地面沉降呈一碟形，如图5-2；

实际上，基础是有一定抗弯刚度的，基础下地基沉降要受到基础抗弯刚度的约束，当荷载偏心不致使基底拉应力区而与地基脱离时，基底沉降与基础底面形状(基础受弯变形后)相同。

如图5-3所示，在中心荷载作用下，基础沉降可近似为柔性荷载下基底范围内沉降平均值。

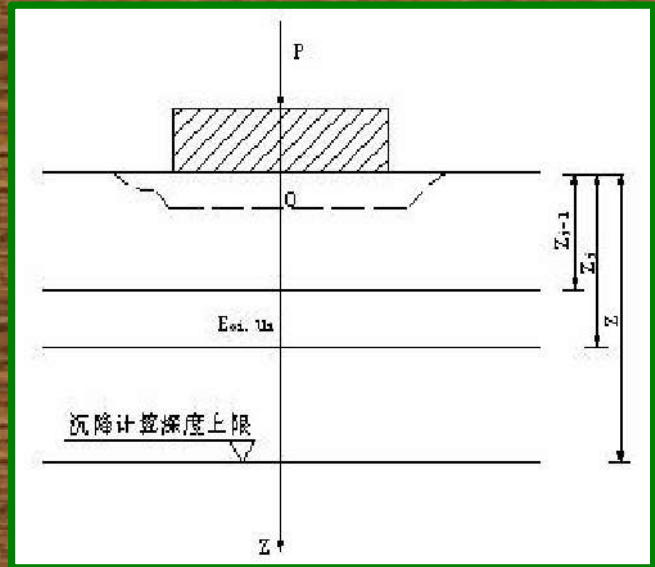


图5.3 刚性基础下地基沉降



平均值如下

5.2 地基沉降的弹性力学公式

$$s = \frac{\iint_A s(x, y) dx dy}{A}$$

(5-9)

式中A——基础底面积， $m^2$ 

对均布矩形荷载，上式为：

$$s = \frac{1 - \mu^2}{E_0} \omega_m b p_0$$

(5-10)

 $\omega_m$ 

—— 平均沉降影响系数；

 $b$ 

—— 矩形基础宽度，m

可将(5-7) (5-8) (5-9) 写成统一形式: **地基沉降的弹性力学公式**

$$s = \frac{1-\mu^2}{E_0} \omega b p_0 \quad (5-11)$$

式中,  $b$  —— 矩形荷载(基础)的宽度或圆形荷载(基础)的直径;

$\omega$  —— 沉降影响系数, 按基础刚度、底面形状及计算点位置而定, 由表5-1查得。

表5-1 沉降系数值

荷载形状 计算位置		圆形	方形	矩形										
				1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	100.0
柔性基础	$\omega_c$	0.64	0.56	0.68	0.77	0.89	0.98	1.05	1.11	1.16	1.20	1.24	1.27	2.00
	$\omega_0$	1.12	1.12	1.36	1.53	1.78	1.96	2.10	2.22	2.32	2.40	2.48	2.54	4.01
	$\omega_w$	0.85	0.95	1.15	1.30	1.52	1.70	1.83	1.96	2.04	2.12	2.19	2.25	3.70
刚性基础	$\omega_r$	0.79	0.88	1.08	1.22	1.44	1.61	1.72	1.84	1.95	2.02	2.10	2.12	3.40

## 5.3 地基最终沉降量的简化计算方法

- 地基最终沉降量是指地基在建筑物附加荷载作用下变形稳定后的沉降量。
  - 最终沉降量对土木工程的设计、施工具有重要意义。
- 计算地基最终沉降量的方法有很多，本节主要介绍两种常用的方法：
    - ① 分层总和法
    - ② 地基规范法。

分层总和法是在地基沉降计算范围内将地基划分为若干分层，分别计算出各层的沉降量进而求其总和的方法。

### 1. 基本假定

分层总和法计算地基沉降量有下列假定：

- (1) 荷载作用下，地基土只发生竖向压缩变形，不发生侧向膨胀变形。这样在沉降计算时就可以采用完全侧限条件下的压缩性指标计算地基的沉降量。
- (2) 由于第一条假定使计算出的沉降量偏小，为弥补这一缺陷，采用基底中心点下的附加应力计算地基变形量。

将基础下的土层按以下原则分为若干分层

### 2. 沉降量的计算

- ①天然土层的分界面及地下水面为分层面；

## 5.3.1 分层总和法 计算方法

②因附加应力 $\sigma_z$ 沿深度是非线性变化的,为避免产生较大的误差,同一类土层中分层厚度应小于基础宽度的0.4倍或取1~2m。

分层总和法的计算是建立在侧限压缩试验所得的压缩曲线基础上的。计算时,假定土体在自重应力作用下已完成固结,压缩变形由附加应力引起。

对于如图5-4所示的地基及应力分布,分别计算基础中心点下地基各个土层的变形量 $\Delta s_i$ 。

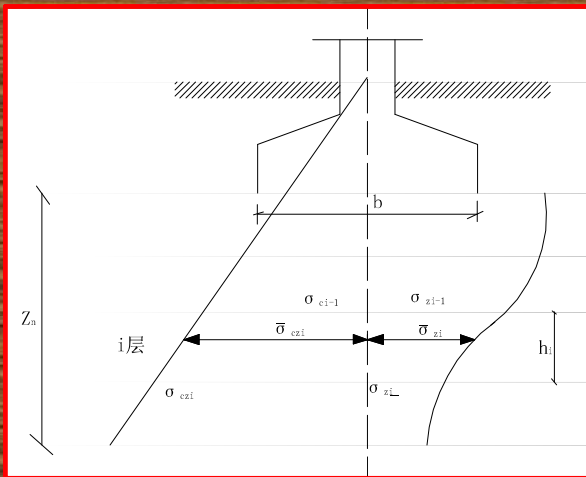


图5.4 分层总法计算地基沉降

基础的最终沉降量 $s$ 等于各 $\Delta s_i$ 的总和，为：  
 $s = \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i h_i$

$$s = \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i h_i$$

(5-12)

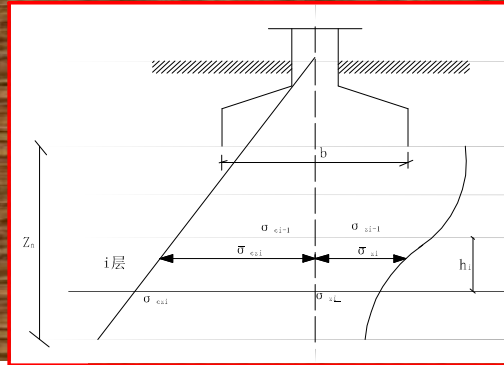
式中：

- $s$ —地基的最终沉降量；
- $\Delta s_i$ —第 $i$ 分层土的压缩量；
- $\varepsilon_i$ —第 $i$ 分层土的压缩应变；
- $h_i$ —第 $i$ 分层土的厚度mm；
- $n$ —土层的分层数目。

由于，

$$\varepsilon_i = \frac{e_{1i} - e_{2i}}{1 + e_{1i}} = \frac{\alpha_i (p_{2i} - p_{1i})}{1 + e_{1i}}$$

(5-13)



所以:

## 5.3.1 分层总和法 计算方法

$$s = \frac{e_{1i} - e_{2i}}{1 + e_{1i}} h_i = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i (p_{2i} - p_{1i})}{1 + e_{1i}} h_i \quad (5-14)$$

式中:

$e_{1i}$  — 第  $i$  分层土在平均自重应力  $p_{1i} = \frac{\sigma_{c(i-1)} + \sigma_{ci}}{2}$  作用下, 压缩稳定时的孔隙比;

$e_{2i}$  — 第  $i$  分层土在平均自重应力  $p_{1i}$  与平均附加应力  $\Delta p_i = \frac{\sigma_{z(i-1)} + \sigma_{zi}}{2}$  之和  $p_{2i}$  作用下, 压缩稳定时的孔隙比;

当采用压缩模量  $E_{si}$  时, 最终沉降量为:

$$s = \sum_{i=1}^n \frac{p_{2i} - p_{1i}}{E_{si}} h_i = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta p_i}{E_{si}} h_i \quad (5-15)$$

利用分层总和法计算地基最终沉降量，必须确定地基沉降计算深度并在沉降计算深度内进行分层。

由于荷载作用下的附加应力逐渐减小，在一定深度处，附加应力已经很小，它所产生的压缩变形可以忽略不计。

因此在工程上取基底下满足下列条件的深度作为沉降计算深度：

$$\sigma_z = 0.2\sigma_c \quad (5-16)$$

式中：

$\sigma_z$  — 计算深度处的附加应力；

$\sigma_c$  — 计算深度处的自重应力。

如在该深度下存在较软的高压缩层时，计算深度还应增大，直至满足：

$$\sigma_z = 0.1\sigma_c$$



【例5.1】某矩形基础底面尺寸 $4\text{m} \times 4\text{m}$ ，自重应力和附加应力分布图如图5-5所示，第1、第2层土的天然孔隙比为0.97，压缩系数为0.3。第3、第4层土的天然孔隙比为0.90，压缩系数为0.2，计算基础中点的沉降量。

【解】(a) 确定沉降深度 $z$

取 $z = 6.4\text{m}$ ，得

$\sigma_c = 85\text{kPa}$ ,  $\sigma_z = 16\text{kPa}$ ,  $\sigma_z < 0.2\sigma_c$ ，满足要求。

(b) 地基沉降计算，见下表5-2

土层编号	土层厚度 (m)	土的压缩系数 ( $\text{Mpa}^{-1}$ )	孔隙比	压缩模量 (Mpa)	平均附加应力 (kPa)	沉降量 $\Delta/s_i$ (mm)
1	1.60	0.3	0.97	6.57	$\frac{94 + 84}{2} = 89.0$	21.67
2	1.60	0.3	0.97	6.57	$\frac{84 + 57}{2} = 70.5$	17.17
3	1.60	0.2	0.90	9.50	$\frac{57 + 32}{2} = 44.5$	7.49
4	1.60	0.2	0.90	9.50	$\frac{32 + 16}{2} = 24.0$	4.04

5.3 地基最终沉降量的简化计算方法

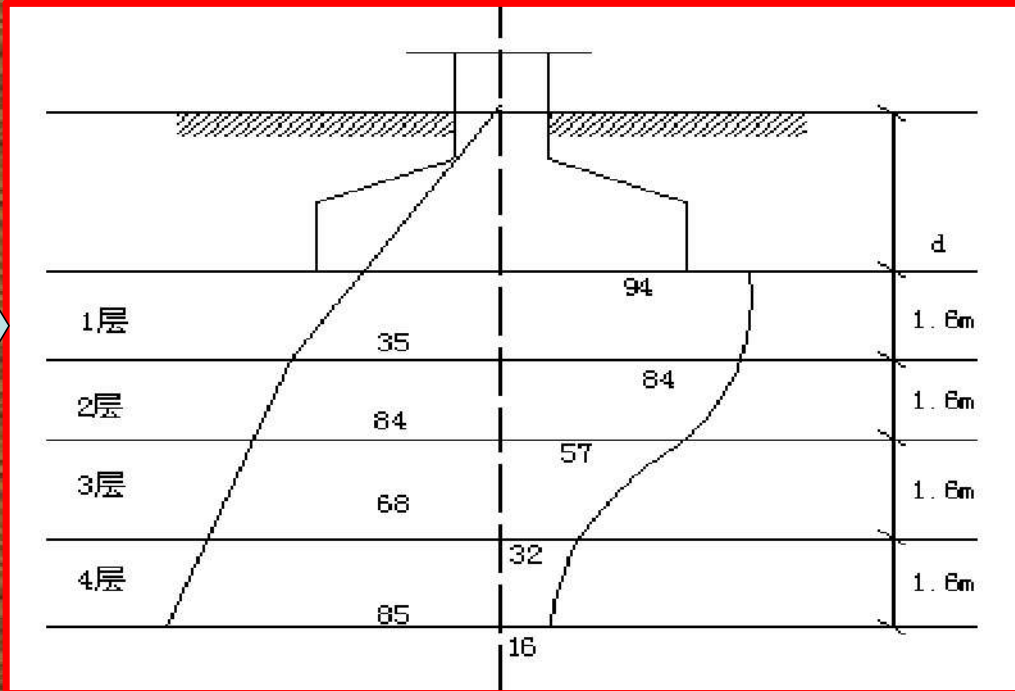
5.3.1 分层总和法

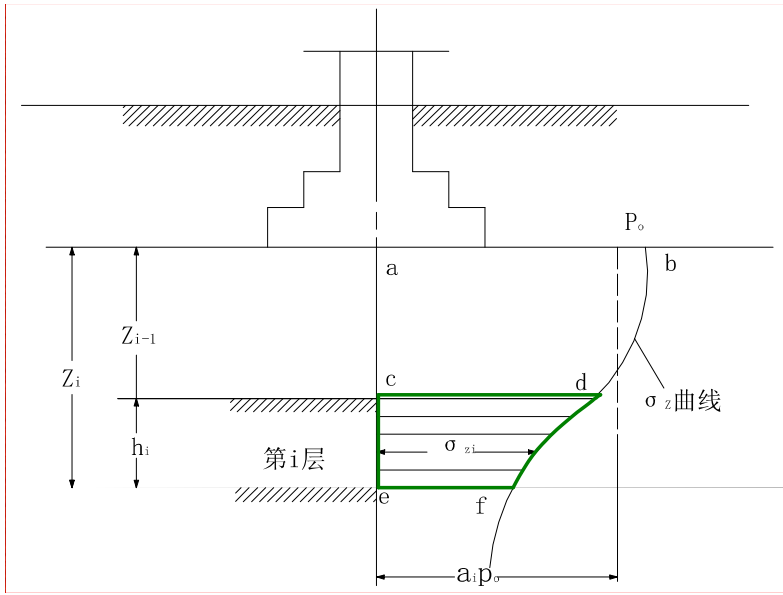
5.3 地基最终沉降量 5.3.1 分层总和法 计算方法

(c) 基础中点最终沉降量

$$s = \sum_{i=1}^n \Delta s_i = 21.67 + 17.17 + 7.49 + 4.04 = 50.37(mm)$$

图5.5 例5.1计算图





## 5.3 地基最终沉降量的简化计算方法

## 5.3.2 按规范法计算

上述式中  $\bar{\alpha}_i, \bar{\alpha}_{i-1}$  —— 竖向平均附加应力系数。

由式(5-15)、以及上述两式得

$$s' = \sum_{i=1}^n \Delta s'_i = \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}) \quad (5-20)$$

式中： $s'$  按分层总和法计算出的地基最终沉降量。

引入沉降计算经验系数  $\psi_s$  得

$$s = \psi_s s' = \psi_s \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}) \quad (5-21)$$

表5-3 沉降计算经验系数  $\psi_s$

基底附加压力	$\bar{E}_s / M$	2.5	4.0	7.0	15.0	20.0
$p_0 \geq f_{ak}$		1.4	1.3	1.0	0.4	2.0
$p_0 \leq 0.75 f_{ak}$		1.1	1.0	0.7	0.4	0.2

式中： $S$ —按分层总和法计算出的地基最终沉降量。**计算方法**

$\psi_s$ —沉降计算经验系数，根据地区沉降观测资料及经验确定，无地区经验时可采用表5-3的数值。

$n$ —地基变形计算深度范围内所划分的土层数；

$p_0$ —对于荷载效应准永久组合时的基础底面处的附加应力；

$E_{si}$ —基础底面第*i*层土的压缩模量(Mpa)，应取土的自重应力至土的自重应力与附加应力之和的压力段计算；

$z_i, z_{i-1}$ —基础底面至第*i*层土、第*i*-1层土底面的距离；

$\bar{\alpha}_i, \bar{\alpha}_{i-1}$ —基础底面至第*i*层土、第*i*-1层土底面范围内平均附加应力系数，对于均布矩形基础按角点法查表5-4可得。

$\bar{E}_s$ —为变形计算深度范围内压缩模量的当量值，应按下式计算：

$$\bar{E}_s = \frac{\sum A_i}{\sum \frac{A_i}{E_{si}}}$$

式中： $A_i$ —第层附加应力系数沿土层厚度的积分值。

注：表  
5.3中

地基变形计算深度Z应满足下式要求：

$$\Delta s'_n \leq 0.025 \sum_{i=1}^n \Delta s'_i \quad (5-22)$$

式中： $\Delta s'_i$ —在计算深度范围内，第*i*层土的计算变形值；

$\Delta s'_n$ —在计算深度Z处向上取厚度为  $\Delta z$  的土层计算变形值， $\Delta z$  按表5-5确定。

如确定的计算深度下部仍有较软土层时，应继续计算。

表5-5  $\Delta z$  值

$b/m$	$b \leq 2$	$2 < b \leq 4$	$4 < b \leq 8$	$8 < b$
$\Delta z/m$	0.3	0.6	0.8	1.0

当无相邻荷载影响、基础宽度在1~30m范围内时，基础中点的地基变形计算深度也可按下列简化公式计算：

$$z = b(2.5 - 0.4 \ln b) \quad (5-23)$$

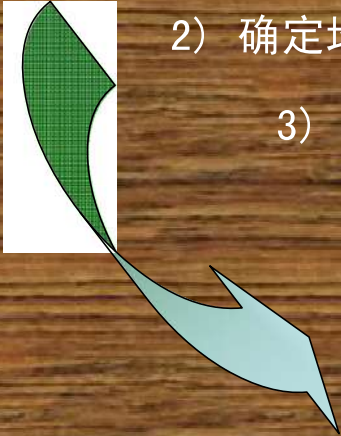
式中： $b$ —基础宽度(m)。

## 5.3.2 按规范法计算

在计算范围内存在基岩时， $Z$ 可取至基岩表面，当存在较厚的坚硬粘性土层，其孔隙比小于0.5、压缩模量大于50Mpa，或存在较厚的密实砂卵石层，其压缩模量大于80Mpa， $Z$ 可取至该层土表面。

规范法计算地基最终沉降量按下列步骤进行：

- 1) 确定分层厚度。
- 2) 确定地基变形计算深度。
- 3) 确定各层土的压缩模量。
- 4) 计算各层土的压缩变形量。
- 5) 确定沉降计算经验系数。
- 6) 计算地基的最终沉降量。



【例5.2】某独立柱基底面尺寸为 $2.5\text{m} \times 2.5\text{m}$ ，基础面附加压力 $F = 1562.5\text{kN}$ ，基础自重和覆土基础埋深 $d = 2\text{m}$ ，其余数据如图5-7所示，计算地基的变形时取荷载效应的准永久组合，为使计算简单并偏于安全，基底附加压力采用对应荷载标准值的数值：

$$F_k = \frac{F}{1.25} = \frac{1562.5}{1.25} = 1250(\text{kN})$$

1.25为假定恒载与活载的比值时荷载设计值与标准值之比。

基础底面压力

$$p = \frac{F_k + G_k}{A} = \frac{1250 + 250}{2.5 \times 2.5} = 240(\text{kPa})$$

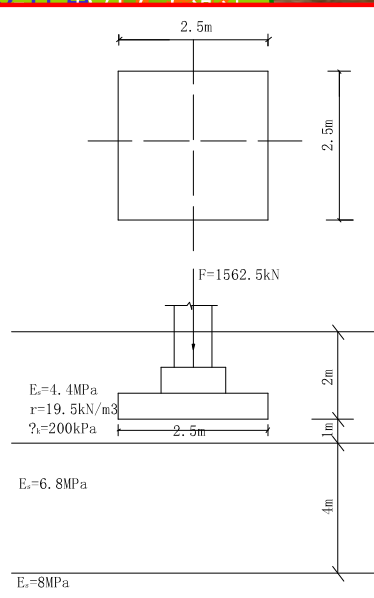


图5.7 例 5.2图



基底附加压力:

$$p_0 = p - \gamma d = 240 - 19.5 \times 2 = 201 (\text{kPa})$$

(b) 确定沉降计算深度

$$z = l(2.5 - 0.4 \ln l/b) = 2.8(2.5 - 0.4 \ln 2.5) = 5.3 (\text{m})$$

取  $z = 5.4 \text{m}$

(c) 计算地基沉降计算深度范围内土层压缩量(见表5-6)

表5-6

$z/m$	$l/b$	$z/b$	$\bar{\alpha}_i$	$z_i \bar{\alpha}_i$	$z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}$	$E_{si}$	$\Delta s'_i$	$s'_i = \sum \Delta s'_i$
0	1.0	0						
1.0	1.0	0.8	0.9384	0.9384	0.9384	4.4	42.87	42.87
5.0	1.0	4.0	0.4456	2.2280	1.2896	6.8	38.12	80.99
5.4	1.0	4.32	0.4201	2.2685	0.0405	8.0	1.02	82.01

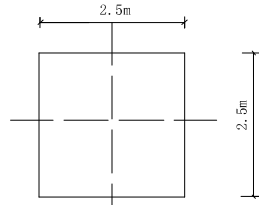


图5.7 例 5.2图

$E_s = 8 \text{MPa}$

(d) 确定基础最终沉降量

确定沉降计算深度范围内压缩模量:

$$\bar{E}_s = \frac{\sum A_i}{\sum \frac{A_i}{E_{si}}} = \frac{0.9384 + 1.2896 + 0.0405}{\frac{0.9384}{4.4} + \frac{1.2896}{6.8} + \frac{0.0405}{8}} = 5.56(\text{MPa})$$

由表5.3查得,

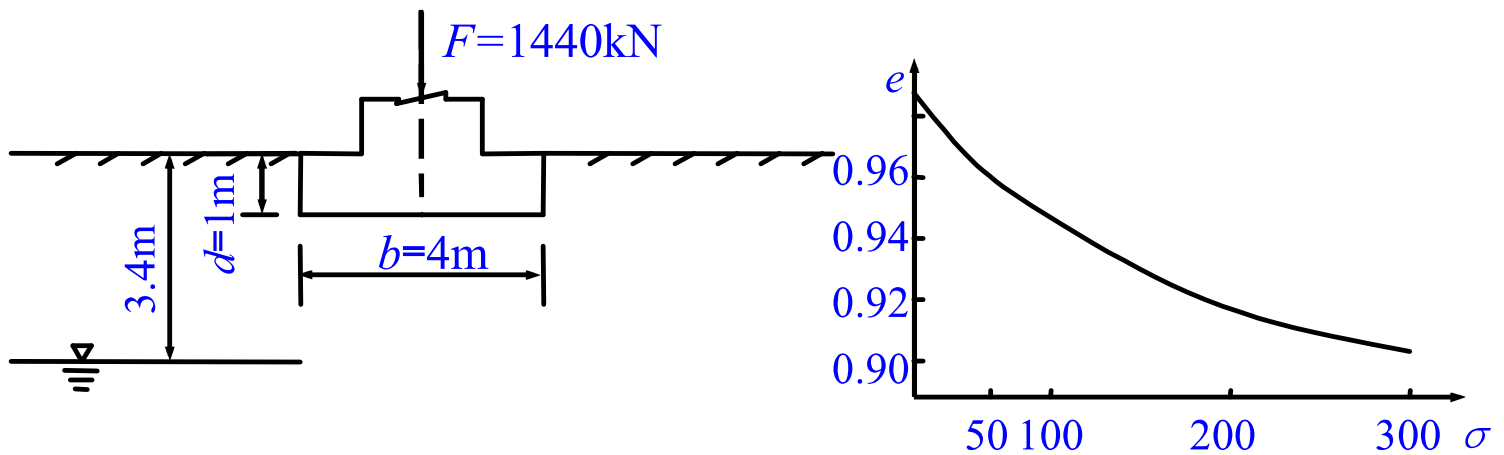
$$\psi_s = 1 + \frac{7 - 5.56}{7 - 4} (1.3 - 1) = 1.14$$

则最终沉降量为

$$s = \psi_s s' = 1.14 \times 82.01 = 93.49(\text{mm})$$

## 例题2

- **【例】** 某厂房柱下单独方形基础，已知基础底面积尺寸为 $4\text{m} \times 4\text{m}$ ，埋深 $d = 1.0\text{m}$ ，地基为粉质粘土，地下水位距天然地面 $3.4\text{m}$ 。上部荷重传至基础顶面 $F = 1440\text{kN}$ ，土的天然重度 $\gamma = 16.0\text{kN/m}^3$ ，饱和重度 $\gamma_{sat} = 17.2\text{kN/m}^3$ ，有关计算资料如下图。试分别用分层总和法和规范法计算基础最终沉降（已知 $f_k = 94\text{kPa}$ ）



• 【解答】

■ A. 分层总和法计算

1. 计算分层厚度

每层厚度  $h_i < 0.4b = 1.6\text{m}$ , 地下水水位以上分两层, 各 1.2m, 地下水水位以下按 1.6m

2. 计算地基土的自重应力

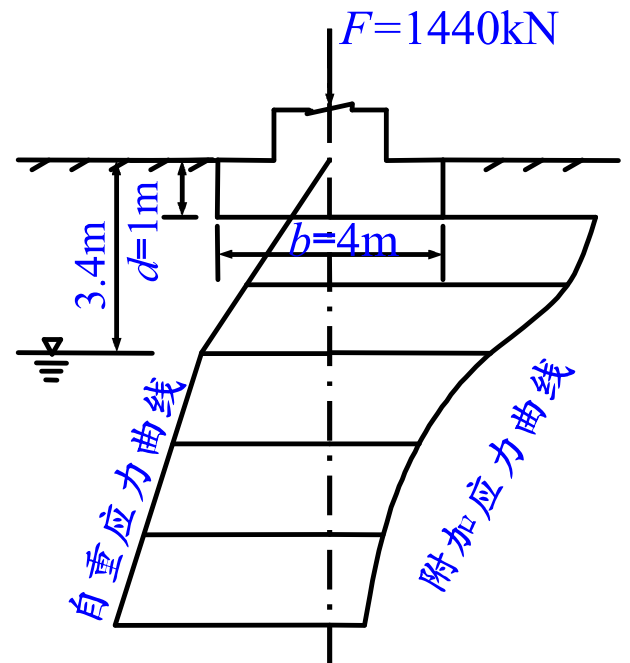
自重应力从天然地面起算,  $z$  的取值从基底面起算

$z(\text{m})$	0	1.2	2.4	4.0	5.6	7.2
$\sigma_c(\text{kPa})$	16	35.2	54.4	65.9	77.4	89.0

3. 计算基底压力

$$G = \gamma_G A d = 320\text{kN}$$

$$p = \frac{F + G}{A} = 110\text{kPa}$$



4. 计算基底附加压力

$$p_0 = p - \gamma d = 94\text{kPa}$$

## 5. 计算基础中点下地基中附加应力

用角点法计算，过基底中点将荷载面四等分，计算边长  $l=b=2\text{m}$ ， $\sigma_z=4K_c p_0$ ， $K_c$  由表确定

$z(\text{m})$	$z/b$	$K_c$	$\sigma_z(\text{kPa})$	$\sigma_c(\text{kPa})$	$\sigma_z / \sigma_c$	$z_n(\text{m})$
0	0	0.2500	94.0	16		
1.2	0.6	0.2229	83.8	35.2		
2.4	1.2	0.1516	57.0	54.4		
4.0	2.0	0.0840	31.6	65.9		
5.6	2.8	0.0502	18.9	77.4	0.24	
7.2	3.6	0.0326	12.3	89.0	0.14	7.2

## 6. 确定沉降计算深度 $z_n$

根据  $\sigma_z = 0.2 \sigma_c$  的确定原则，由计算结果，取  $z_n = 7.2\text{m}$

## 7. 最终沉降计算

根据  $e-\sigma$  曲线，计算各层的沉降量

$z(m)$	$\sigma_c$ (kPa)	$\sigma_z$ (kPa)	$h$ (mm)	$\overline{\sigma_c}$ (kPa)	$\overline{\sigma_z}$ (kPa)	$\overline{\sigma_z} + \overline{\sigma_c}$ (kPa)	$e_1$	$e_2$	$\frac{e_{1i} - e_{2i}}{1 + e_{1i}}$	$s_i$ (mm)
0	16	94.0								
1.2	35.2	83.8	1200	25.6	88.9	114.5	0.970	0.937	0.0618	20.2
2.4	54.4	57.0	1600	44.8	70.4	115.2	0.960	0.936	0.0122	14.6
4.0	65.9	31.6	1600	60.2	44.3	104.5	0.954	0.940	0.0072	11.5
5.6	77.4	18.9	1600	71.7	25.3	97.0	0.948	0.942	0.0031	5.0
7.2	89.0	12.3	1600	83.2	15.6	98.8	0.944	0.940	0.0021	3.4

按分层总和法求得基础最终沉降量为  $s = \sum s_i = 54.7\text{mm}$

### ■ B. 《规范》法计算

1.  $\sigma_c$ 、 $\sigma_z$ 分布及 $p_0$ 计算值见分层总和法计算过程

2. 确定沉降计算深度

3. 确定各层 $E_{si}$

$$z_n = b(2.5 - 0.4 \ln b) = 7.8\text{m}$$

4. 根据计算尺寸，查表得到平均附加应力系数

$$E_{si} = \frac{1 + e_{1i}}{e_{1i} - e_{2i}} (p_{2i} - p_{1i})$$

### 5. 列表计算各层沉降量 $\Delta s_i$

$z(m)$	$l/b$	$z/b$	$\bar{\alpha}$	$\bar{\alpha}z$ (m)	$\bar{\alpha}_i z_i - \bar{\alpha}_{i-1} z_{i-1}$ (m)	$E_{si}$ (kPa)	$e_2$	$\Delta s'_i$ (mm)	$s'$ (mm)
0	1	0	0.2500	0					
1.2		0.6	0.2423	0.2908	0.2908	5292	0.937	20.7	
2.4		1.2	0.2149	0.5158	0.2250	5771	0.936	14.7	
4.0		2.0	0.1746	0.6984	0.1826	6153	0.940	11.2	
5.6		2.8	0.1433	0.8025	0.1041	8161	0.942	4.8	
7.2		3.6	0.1205	0.8676	0.0651	7429	0.940	3.3	54.7
7.8		3.9	0.1136	0.8861	0.0185	7448		0.9	55.6

根据计算表所示  $\Delta z=0.6m$ ,  $\Delta s'_n=0.9mm < 0.025 \Sigma s'_i=55.6mm$

### 6. 沉降修正系数 $\varphi_s$

→ → 满足规范要求

根据  $\bar{E}_s=6.0MPa$ ,  $f_k=p_0$ , 查表得到  $\varphi_s=1.1$

### 7. 基础最终沉降量

$$s = \varphi_s s' = 61.2mm$$

## 5.4 土的应力历史对地基沉降的影响

应力历史是指土在形成的地质年代中经受应力变化的情况。

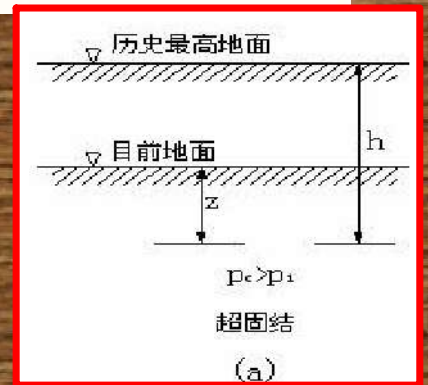
粘性土在形成及存在过程中所经受的地质作用和应力变化不同，压缩过程及固结状态也不同，而土体的加荷与卸荷，对粘性土压缩性的影响十分显著。

天然土层在历史上所承受过的最大固结压力称为土的先(前)期固结压力  $p_c$ 。定义超固结比  $OCR = p_c / p_1$  (即  $p_1 = \gamma z$  为上覆压力)。

根据OCR可将天然土层划分为三种固结状态。

(1) 超固结状态( $OCR > 1$ )(如图5-8a所示):

这一状态是指天然土层在地质历史上受到过的固结压力  $p_c$  大于目前的上覆压力  $p_1$ 。





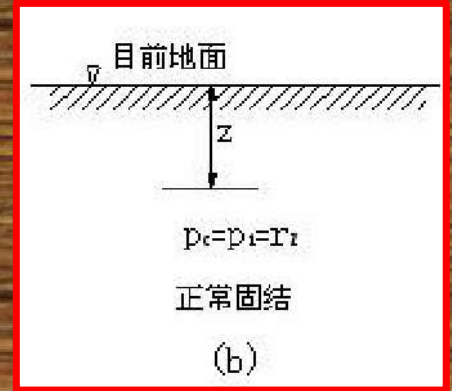
## 5.4 土的应力历史对地基沉降的影响

上覆压力  $p_c$  由减小至  $p_1$ ，可能是由于地面上的水冲刷将其上部的一部分土体剥蚀掉，或古冰川下的土层曾经受过冰荷载（荷载强度为  $p_c$ ）的压缩，后遇气候转暖，冰川融化以致上覆压力减小等。

(2) 正常固结状态 ( $OCR=1$ ) (如图5-8b所示)：

这一状态是指土层在历史上最大固结压力  $p_c$  作用下压缩稳定，沉积后土层厚度无大变化，也没有受到其他荷载的继续作用，即  $p_c = p_1 = \gamma z$ 。

大多数建筑物场地土层均属于这类正常固结状态的土。



(3) 欠固结土 ( $OCR < 1$ ) (如图5-8c所示)：

这一状态是指土层历史上曾在  $p_{ci}$  作用下压缩稳定，固结完成。

以后由于某种原因使土层继续沉积或加载，形成目前大于  $p_{ci}$  的自重压力  $\gamma z$ ，但因时间不长， $\gamma z$  作用下的压缩固结还没完成，还在继续压缩中。因此这种固结状态的土层  $p_c = p_i = \gamma z$ ，称为欠固结土。

通常新沉积的粘性土或人工填土属于欠固结土。图5-8c中虚线表示将来固结后的地表，低于目前的地面。

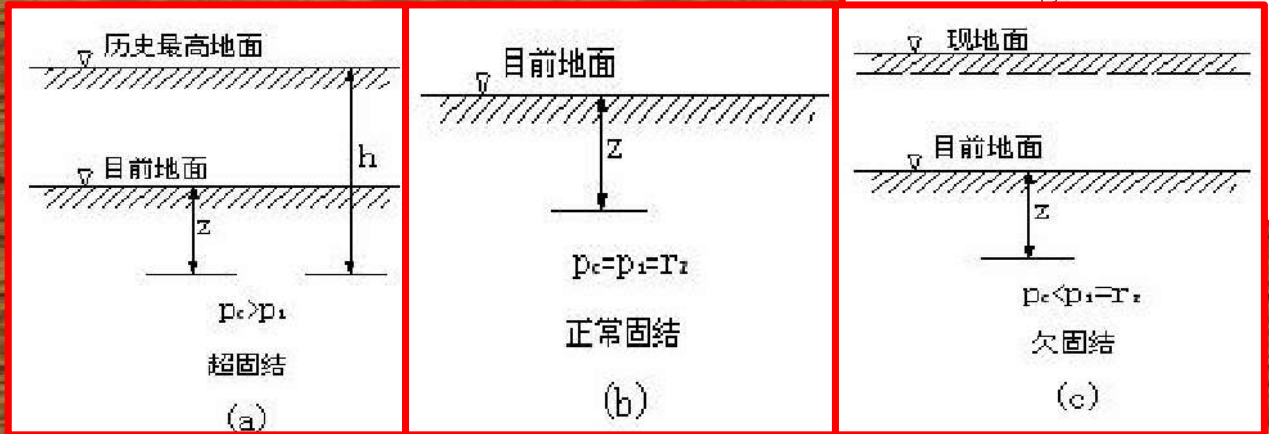
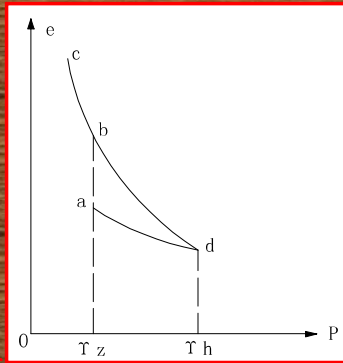


图5.8 天然土层的三种固结状态

若上述三个状态的土层为同一种土，在目前地下深度  $Z$  处，土的自重应力都等于  $P_0 = \gamma Z$ ，但是三者压缩曲线上却不是同一点，如图5-9所示。

- 超固结土层相当于回弹曲线上的a点，正常固结土相当于现场原始压缩曲线上的b点，欠固结土层则相当于原始压缩曲线上的c点。
- 三种状态下土的压缩性大不相同。

图5.9 压轴曲线与回弹曲线



## 5.4 土的应力历史对地基沉降的影响

确定前期固结压力  $P_c$  的方法很多，应用最广的方法是美国学者卡萨格兰德 (A. Casagrande, 1936) 建议的经验作图法。具体步骤如下 (如图5-10)

1) 1. 从  $e - \lg p$  曲线上找出曲率半径最小的一点A，过A作平行线A1和切线A2；

2. 作  $\angle 1A2$  的平分线A3，与曲线  $e - \lg p$  中的直线段的延长线交于B点；

3. B点所对应的有效应力就是前期固结压力。

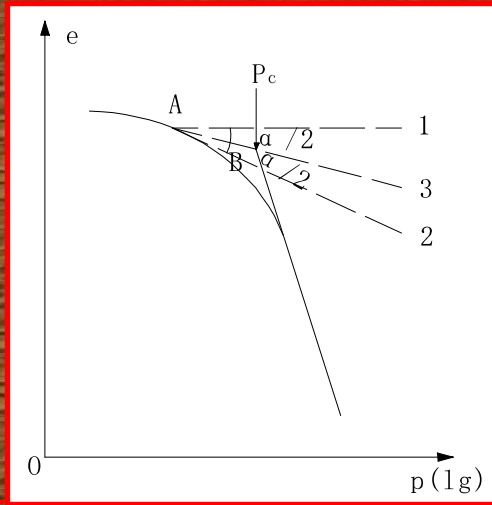
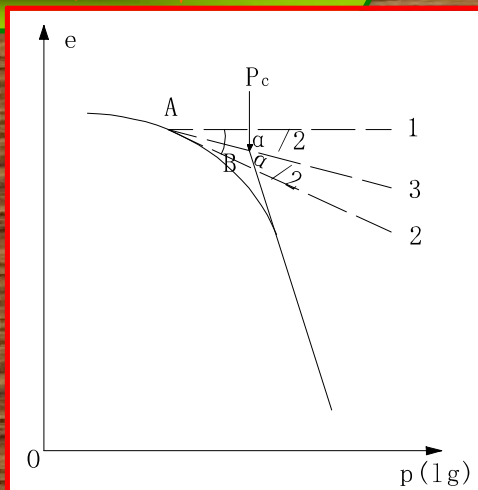


图5.10 前期固结应力确定

显见，该法适用于 $e-\lg p$ 曲线曲率变化明显的土层，否则A点难以确定，此外， $e-\lg p$ 曲线的曲率随轴坐标的比例的变化而改变，目前尚无统一的坐标比例，且人为因素影响很大，所得 $p_c$ 值不一定准确。

因此，确定 $p_c$ 时，一般还应结合场地的地形、地貌等形成历史的调查资料加以综合判断。

关于这方面的问题还有待进一步研究。



土木工程中，在进行建筑物、构筑物等工程设计时，是根据室内压缩试验结果的  $e-p$  压缩曲线进行地基沉降计算的。

由于取原状土和制备试样过程中，不可避免地会对土样产生一定的扰动，致使室内试验的压缩曲线与现场土的压缩特性之间发生差别，因此必须加以修正，使地基沉降计算更为合理。

### 1. 正常固结土现场原始压缩曲线

试样的前期固结应力  $P_c$  一旦确定，就可以通过  $P_c$  与试样现有固结应力  $P_0$  的比较，来判定试样是正常固结的，超固结的，还是欠固结的。

然后再依据室内压缩曲线的特征，来推求现场压缩曲线。

若  $P_c$  等于  $P_0$ ，则试样是正常固结的，它的现场压缩曲线可推求如下：



## 5.4 | 5.4.2 现场原始压缩曲线 | 影响

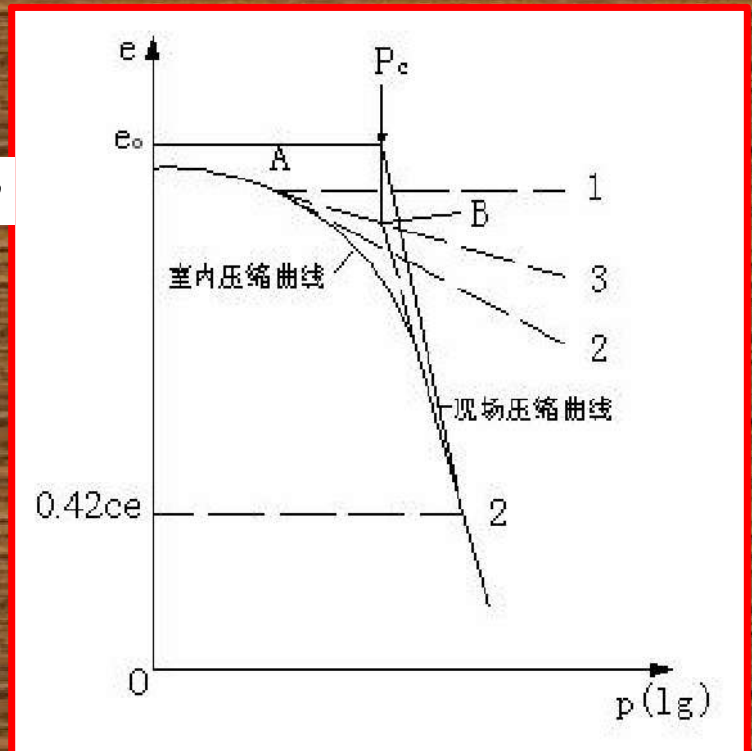
一般可假定取样过程中试样不发生体积变化，即试样的初始孔隙比  $e_0$  就是它的原位孔隙比

于是可根据前面章节介绍的方法求出  $e_0$

再由  $e_0$  和  $p_c$  值，在  $e - \lg p$  坐标上定出b点，此即试样在现场压缩的起点

然后从纵坐标  $0.42e_0$  处作一水平线交室内压缩曲线与c点，作b点和c点之间的连线即为所求的现场压缩曲线，如图(5-11)

图5.11 正常固结土现场压缩曲线的推求



## 2. 超固结土现场原始压缩曲线影响

若  $p_c$  大于  $p_0$ ，则试样是超常固结的。由于超固结土由前期固结应力减至  $p_c$  现有有效应力  $p_0$  期间曾在原位经历了回弹。

因此，当超固结土后来受到外荷引起的附加应力  $\Delta p$  时，它将开始沿着现场再压缩曲线压缩。

如果  $\Delta p$  较大，超过  $(p_c - p_0)$ ，它才会沿现场压缩曲线压缩。

为了推求这条现场压缩曲线，应改变压缩试验的程序，并在试验过程中随时绘制  $e - \lg p$  曲线，待压缩出现急剧转折之后，立即逐级卸荷至  $p_0$ ，让回弹稳定，再分级加荷。

于是可求得图(5-12)中的曲线  $Adfc$ ，以备推求超固结土的现场压缩曲线之用。



步骤如下:

- 1) 按上述方法确定前期固结应力  $p_c$  的位置线和 c 点的位置;
- 2) 按试样在原位的现有有效应力  $p_0$  和孔隙比  $e_0$  定出 b' 点, 此即试样在原位压缩的起点。
- 3) 假定现场再压缩) 按上述方法确定前期固结应力  $p_c$  的位置线和 c 点的位置; 曲线与室内回弹-再压缩曲线构成的回滞环的割线 df 相平行, 过 b' 点作 df 线的平行线交  $p_c$  的位置线于 b 点, b'b 线即为现场压缩曲线。

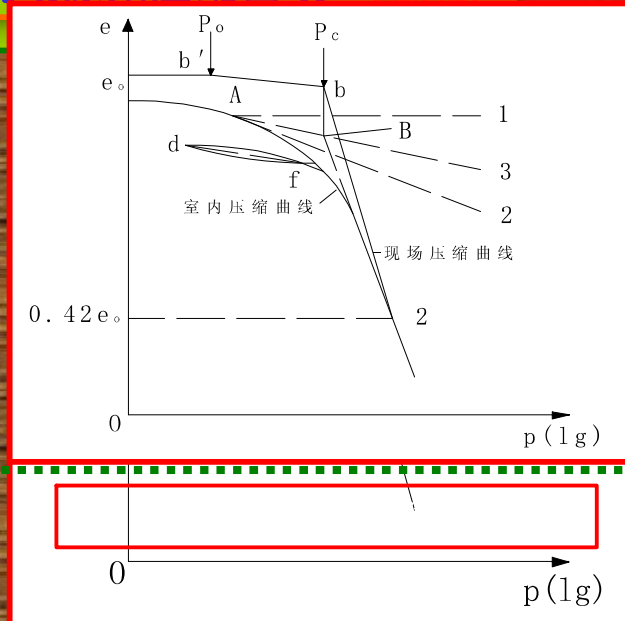


图 5.4.2 固结土在自重应力作用下的压缩曲线。因土体固结过程中土体自重应力作用下的压缩曲线不稳定, 只能近似地按正常固结土的方法, 求现场原始压缩曲线。

5.4.3 考虑应力历史影响的地基最终沉降量计算  
 考虑应力历史影响的地基最终沉降量的计算方法仍为分层总和法，只是将土的压缩性指标改为从原始压缩曲线  $e - \lg p$  确定即可。

下面将分别介绍正常固结土、超固结土和欠固结土的沉降计算方法。

### 1. 正常固结土 ( $p_c = p_0$ ) 的沉降计算

计算正常固结土的沉降时，由原始压缩曲线确定压缩指数  $C_c$  后，按下列公式计算最终沉降量

$$s = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta e_i}{1 + e_{0i}} h_i = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{1 + e_{0i}} (C_{ci} \lg \frac{p_{1i} + \Delta p_i}{p_{1i}}) \quad (5-24)$$

式中：

$\Delta e_i$  为由原始压缩曲线确定的第层土的孔隙比的变化；

$\Delta p_i$  为第  $i$  层土附加应力的平均值 (有效应力增量)；

$p_{1i}$ 为第  $i$  层土自重应力的平均值； $e_{0i}$ 为第层为第  $i$  层土的初始孔隙比； $C_{ci}$ 为从原始压缩曲线确定的第层  $i$  土的压缩指数。2. 超固结土 ( $p_c > p_0$ ) 的沉降计算

计算超固结土的沉降时，由原始压缩曲线和原始再压缩曲线分别确定土的压缩指数  $C_c$  和回弹指数  $C_e$ 。

对于超固结土的沉降计算，应该区分两种情况：

第一种情况：当  $\Delta p > (p_c - p_0)$  时，各分层的总固结沉降量

$$s_n = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{1 + e_{0i}} \left( C_{ei} \lg \frac{p_{ci}}{p_{1i}} + C_{ci} \lg \frac{p_{1i} + \Delta p_i}{p_{ci}} \right) \quad (5-25)$$

## 5.4 土的应力历史对地基沉降的影响

## 5.4.3 考虑应力历史影响的地基最终沉降量计算

式中：

$n$ 为分层计算沉降时，压缩土层中有效应力增量  $\Delta p > (p_c - p_0)$  的分层数；

$p_{ci}$ 为第  $i$  层土的先期固结压力。

第二种情况：当  $\Delta p \leq (p_c - p_0)$  时，则分层土的孔隙比  $\Delta e$  只沿着再压缩曲线发生，相应的各分层的总固结沉降量

$$s_m = \sum_{i=1}^m \frac{h_i}{1 + e_{0i}} C_{ei} \lg \frac{p_{1i} + \Delta p_i}{p_{1i}} \quad (5-26)$$

式中：

$m$ 为分层计算沉降时，压缩土层中有效应力增量  $\Delta p \leq (p_c - p_0)$  的分层数。

总沉降为以上两部分之和，即

$$S = S_n + S_m \quad (5-27)$$

3. 欠固结土 ( $p_c < p_0$ ) 的沉降计算

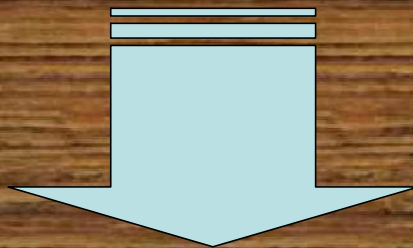
欠固结土的沉降量  
包括两部分

由附加应力产生的沉降。

由土的自重应力作用继续固结引起的沉降；

$$s = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{1 + e_{0i}} C_{ei} \lg \frac{p_{1i} + \Delta p_i}{p_{ci}} \quad (5-28)$$

式中： $p_{ci}$  为第*i*层土的实际有效应力，小于土的自重应力  $p_{1i}$ 。



单向固结是指土中的孔隙水只沿竖向方向渗流，同时土的固体颗粒也只沿一个方向位移，而在土的水平方向无渗流、无位移。

此种条件相当于荷载分布面很广阔，且靠近地表的薄层粘性土的渗流固结情况。

在天然土层中，常遇到厚度不大的饱和软粘土层，当受到较大的均布荷载作用时，只要底面或顶面有透水矿层，则孔隙水主要沿竖向发生，可认为是单向固结情况。

### 1. 单向固结理论的基本假定

为了分析固结过程，作如下假定：

- (1) 土是均质、各向同性和完全饱和的。
- (2) 土粒和孔隙水是不可压缩的。
- (3) 水的渗出和土的压缩只沿竖向发生，水平方向不排水，不发生压缩。
- (4) 水的渗流服从达西定律，且渗透系数 $k$ 保持不变
- (5) 在固结过程中，压缩系数保持不变。
- (6) 外荷载一次骤然施加。

## 2. 单向固结微分方程的建立

## 5.5 饱和土的单向固结理论

设厚度为 $H$ 的饱和粘土层，顶面是透水层，底面是不透水 and 不可压缩层。

假设该饱和土层在自重应力作用下的固结已经完成，现在顶面受到一次骤然施加的无限均布荷载  $p_0$  作用。

由于土层深度远小于荷载面积，故土中附加应力图形可近似地看作矩形分布，即附加应力不随深度变化，而孔隙水压力  $u$  和有效应力  $\sigma'$  均为深度  $z$  和时间  $t$  的函数。

现从饱和土层顶面下深度 $z$ 为处取一微单元体进行分析。

设微元体断面为  $dx dy$ ，厚度为  $dz$ ，令  $V_s = 1$ 。

由于渗流自下而上进行，设在外荷施加后某时刻流入单元体的水量为  $Q + \frac{\partial Q}{\partial z} dz$ ，流出单元体的水量为  $Q$ ，所以在  $dt$  时间内流经该单元体的水量变化为

$$\left(Q + \frac{\partial Q}{\partial z} dz\right) dt - Q dt = \frac{\partial Q}{\partial z} dz dt \quad \text{结理论} \quad (5-29a)$$

而由  $Q = vA = v dx dy$  得  $\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} dx dy$

式中： $v$  为单元体底面的流速， $v + \frac{\partial v}{\partial z} dz$  为单元体顶面的流速。

根据达西定律  $v = ki$  则有  $v = k \frac{\partial h}{\partial z}$

式中： $h$  为孔隙水压力的水头， $u = \gamma_w h$ ，即  $h = \frac{u}{\gamma_w}$ ，因此

$$v = k \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}$$

求偏导

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$



## 5.5 饱和土的单向固结理论

代入式(5-29a)得

$$\Delta Q = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz dt \quad (5-29b)$$

而孔隙体积的压缩量

$$\Delta V = dV_v = d(nV) = d\left(\frac{e}{1+e} dx dy dz\right)$$

运用土颗粒体积不可压缩的假定条件, 即  $\frac{1}{1+e}$  为常量, 则

$$\Delta V = \frac{de}{1+e} dx dy dz \quad (5-29c)$$

因

$$\frac{de}{d\sigma'} = -a, de = -ad\sigma'_z = -ad(\sigma_z - u) = adu = a \frac{\partial u}{\partial t} dt$$

## 5.5 饱和土的单向固结理论

代入(c)式得

$$\Delta V = \frac{a}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} dx dy dz dt \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (5-29d)$$

对饱和土体，dt时间内， $\Delta Q = \Delta V$ ，故由式(5-29b)和式(5-29d)可得到

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz dt = \frac{a}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} dx dy dz dt$$

化简后得

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left( \frac{k}{\gamma_w} \frac{1+e}{a} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (5-30)$$

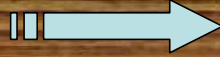
式(5-30)是一个抛物型方程，用它可求解热传导问题和渗流问题。

式中： $C_v = \frac{k(1+e_m)}{\gamma_w a}$  为土的竖向固结系数， $cm^2/年$ ，其中  $e_m$  为土层固结过程中的平均孔隙比。

### 3. 单向固结微分方程解答

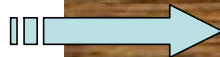
根据图5-13的初始条件和边界条件

当  $t=0$  且  $0 \leq z \leq H$  时，



$$u = \sigma_z$$

当  $0 < t < \infty$  且  $z = H$  时，



$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

当  $t = \infty$  且  $0 \leq z \leq H$  时，



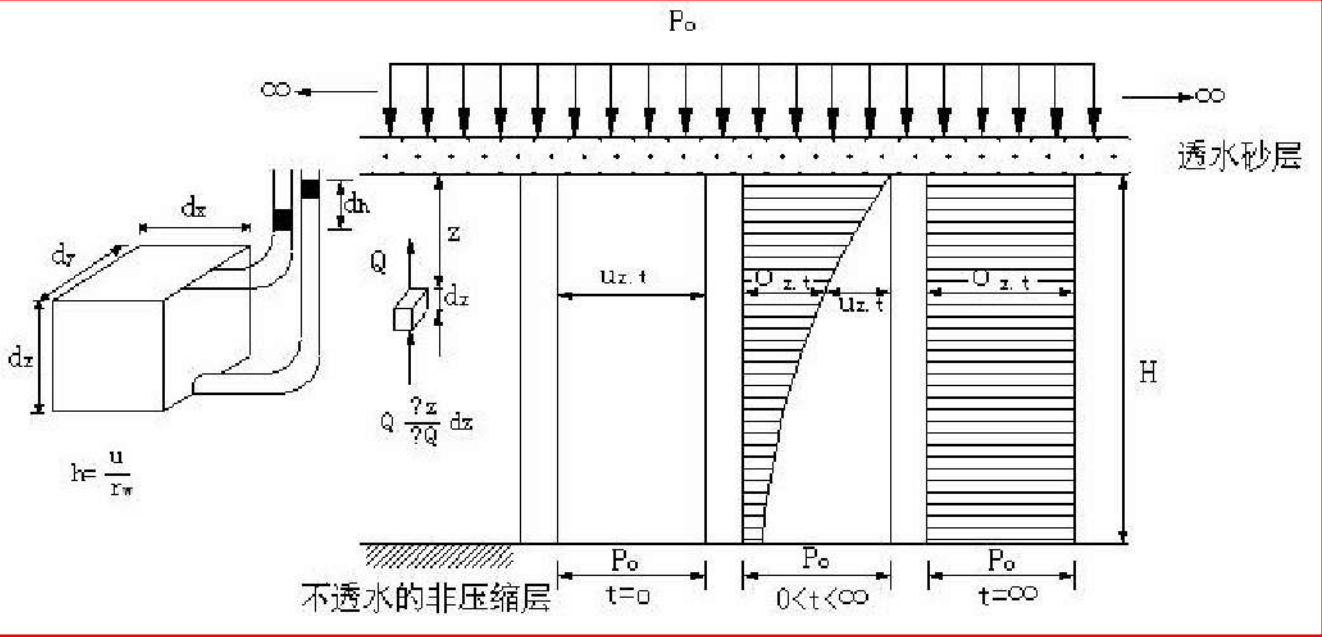
$$u = 0$$

应用傅里叶级数，可求得公式(5-30)的解为

$$u = \frac{4\sigma_z}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi z}{2H} e^{-m^2 \frac{\pi^2}{4} T_v}$$

(5-31)

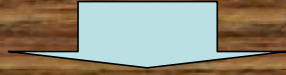
图5.13 饱和土层的固结过程



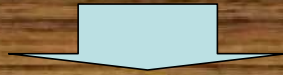
式中： $m$ 为奇数正整数，即1, 3, 5, ... $m$ ； $H$ 为土层最大排水距离，如为双面排水， $H$ 为排水距离厚度的一半，若为单面排水， $H$ 为土层的总厚度； $T_v$ 为时间因子，

$$T_v = \frac{C_v}{H^2} t = \frac{k(1+e)t}{\alpha \gamma_w H^2}$$

在实际工程中，有时不仅需要知道地基的最终沉降量，同时需要预计建筑物在施工期间和使用期间的地基沉降量、地基沉降过程，即沉降与时间的关系，以便控制施工速度或考虑保证建筑物正常使用的安全措施，如考虑预留建筑物有关部分之间的净空问题，连接方法及施工顺序等。



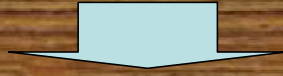
对发生裂缝、倾斜等事故的建筑物，更需要了解地基当时的沉降与今后沉降的发展，即沉降与时间的关系，作为事故处理方案的重要依据，有时地基加固处理方案如堆载预压等，也需要考虑地基变形与时间的关系。



如前所述，饱和土的沉降过程主要是土中孔隙水的挤出过程，即饱和土的压缩变形是在外荷载作用下使得充满于孔隙中的水逐渐被挤出，固体颗粒压密的过程。



因此，土颗粒很细，孔隙也很细，使孔隙中的水通过弯弯曲曲的细小孔隙中排出，必然要经历相当长的时间 $t$ 。



时间的长短取决于土层排水的距离、土粒粒径与孔隙的大小，土层的渗透系数、荷载大小和压缩系数的高低等因素。



不同土质的地基，在施工期间完成的沉降量不同，碎石土和砂土压缩性小，渗透性大，变形经历的时间很短，因此施工结束时，地基沉降已全部或基本完成；



粘性土完成固结所需要的时间比较长。在厚层的饱和软粘土中，固结变形需要经过几年甚至几十年时间才能完成，下面将讨论饱和土的变形与时间的关系。

## 5.6 地基沉降与时间的关系

## 5.6.1 地基沉降与时间关系的理论计算法

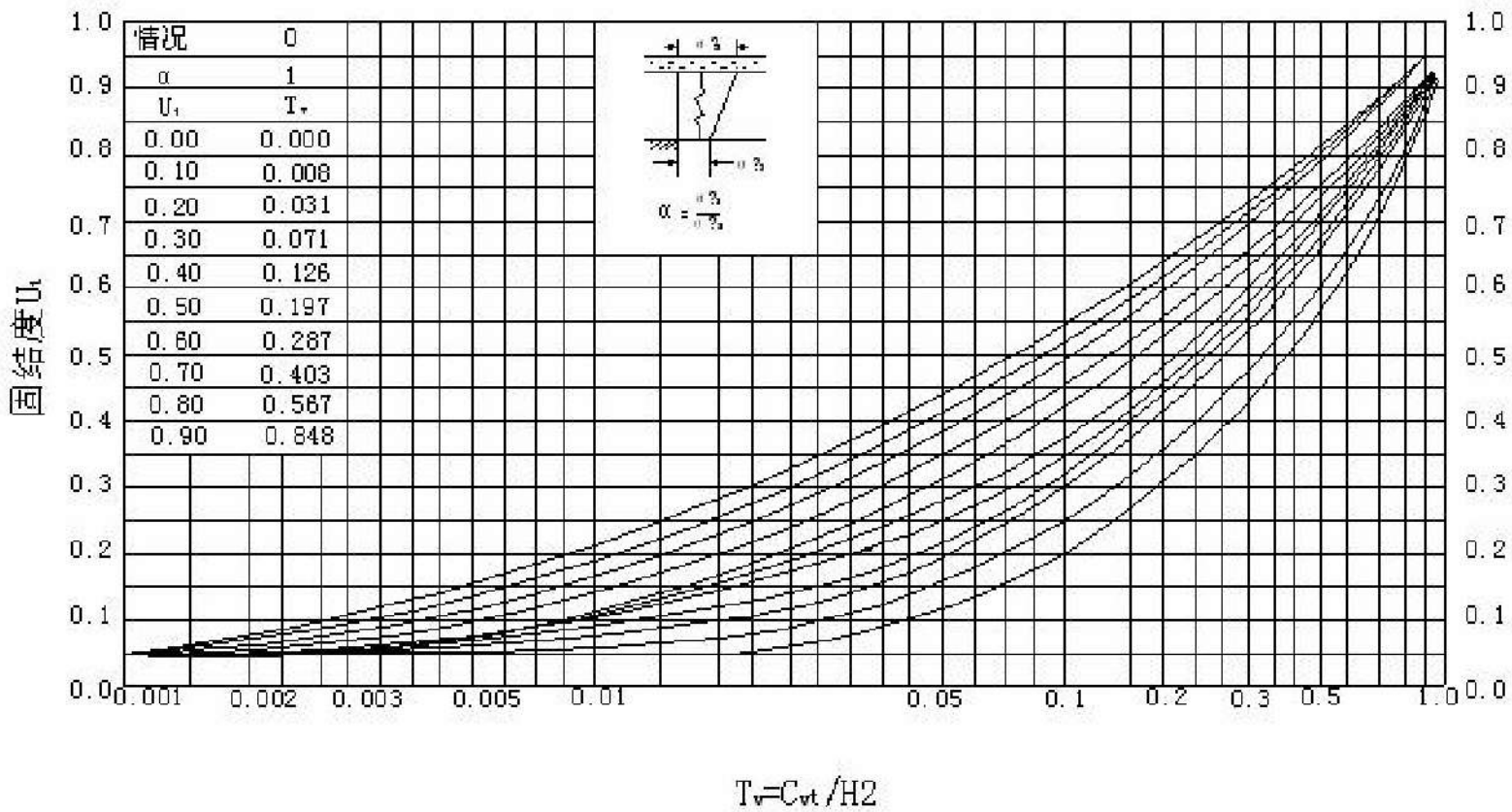


图5.14 固结度与时间因子的关系图

## 2. 当土层达到一定变形时所需时间

已知地基的最终变形，求土层达到一定变形时所需时间

先求出土层的固结度，再从一曲线查出相应的时间系数，即可按下式求出相应的时间。

$$t = \frac{H^2 T_v}{C_v}$$

(5-34)

【例5.3】如图5-15在一个不透水的非压缩岩层上，覆盖一厚10m的饱和粘土层，其上面作用有条形均布荷载，在土层中引起的附加应力呈梯形分布， $\sigma_{z0} = 240kPa$ ， $\sigma_{z1} = 160kPa$ ，已知该土层的平均孔隙比  $e_1 = 0.8$ ，压缩系数  $a = 0.00025(1/kPa)$ ，渗透系数  $k = 6.4 \times 10^{-8} cm/s$

试计算：

- (1) 加荷一年后地基的沉降；
- (2) 加荷多长时间，地基的固结度=75%。



解：(1) 求一年后地基的沉降

土层中的平均附加应力为

$$\sigma = \frac{\sigma_{z0} + \sigma_{z1}}{2} = \frac{240 + 160}{2} = 200 \text{ kPa}$$

土层的最终沉降量

$$S = \frac{a}{1 + e_1} \sigma_z H = \frac{0.0025}{1 + 0.8} \times 200 \times 1000 = 27.8 \text{ cm}$$

土层的固结系数

$$C_v = \frac{k(1 + e_1)}{\gamma_w a} = \frac{6.4 \times 10^{-8} (1 + 0.8)}{10 \times 0.00025 \times 0.01} = 4.61 \times 10^{-3} \text{ cm}^2 / \text{s}$$

经一年时间的固结系数：

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2} = \frac{4.61 \times 10^{-3} \times 86400 \times 365}{1000^2} = 0.145$$

又  $\alpha = \frac{\sigma_{z0}}{\sigma_{z1}} = \frac{240}{160} = 1.5$  由图5-14查得  $U_t = 0.45$ ，按  $s_t = U_t s$  计算加荷一年后的地基沉降量

$$s_t = U_t s = 0.45 \times 27.8 = 12.5 \text{ cm}$$

(2) 求  $U_t = 0.75$  时所需要的时间

$$\text{由 } \alpha = \frac{\sigma_{z0}}{\sigma_{z1}} = \frac{240}{160} = 1.5 \text{ ,}$$

$U_t = 0.75$ ，查图5-14

$$\text{得 } T_v = 0.47 \text{ 。}$$

按公式计算所需时间

$$t = \frac{H^2 T_v}{C_v} = \frac{1000^2 \times 0.47}{0.61 \times 10^{-3}} \times \frac{1}{86400 \times 365} = 3.23 \text{ 年}$$

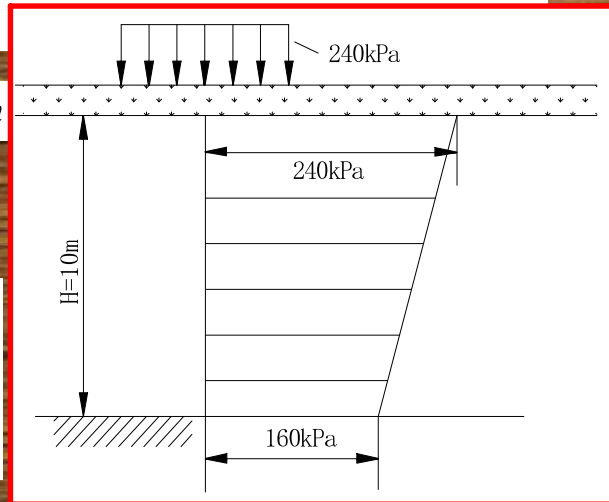


图5.15

## 5.6. (5.6 地基沉降与时间的关系) 算法

上述固结理论，由于作了各种简化假设，很多情况计算与实际有出入。为此国内外曾建议用经验公式来估算地基沉降与时间的关系。

根据建筑物的沉降观测资料，多数情况下可用双曲线式或对数曲线式表示地基沉降与时间的关系。

## 1. 双曲线式

$$s_t = \frac{t}{a+t} s \quad \longrightarrow \quad (5-35)$$

式中： $a$  为经验参数，待定。

为确定公式中的系数，根据实测沉降观测的，任取两组已知数据和值，代入上式得：

## 5.6 地基沉降与时间的关系

## 5.6.2 地基沉降与时间关系的经验估算法

## 5.6 地基沉降与时间的关系 算法

$$s_{t_1} = \frac{t_1}{a+t_1} s$$

$$s_{t_2} = \frac{t_2}{a+t_2} s$$

(5-36)

将与带入式(5-35)，即可推算任意时的沉降量。

解此联立方程组，可得

$$s = \frac{t_2 - t_1}{\frac{t_2}{s_{t_2}} - \frac{t_1}{s_{t_1}}}$$

(5-37)

为消除沉降观测资料可能产生的偶然误差，通常将曲线的后段全部观测值和都加以利用，分别计算出值，绘制与个关系曲线。

(5-38)

此曲线的后段往往近似为直线，则此直线的斜率即为，如图5.16所示。

$$a = \frac{t_1}{s_{t_1}} s - t_1 = \frac{t_2}{s_{t_2}} s - t_2$$



5.6 地基沉降与时间的关系

5.6.2 地基沉降与时间关系的经验估算法

5.6 地基沉降与时间的关系

$$\left. \begin{aligned} s_{t_1} &= \frac{t_1}{a+t_1} s \\ s_{t_2} &= \frac{t_2}{a+t_2} s \end{aligned} \right\}$$

(5-36)

解此联立方程组，可得

$$s = \frac{t_2 - t_1}{\frac{t_2}{s_{t_2}} - \frac{t_1}{s_{t_1}}}$$

(5-37)

(5-38)

$$a = \frac{t_1}{s_{t_1}} s - t_1 = \frac{t_2}{s_{t_2}} s - t_2$$

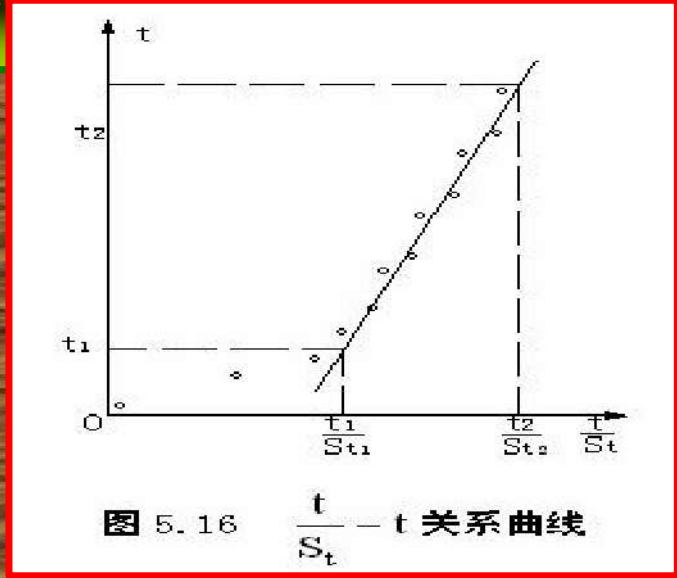


图 5.16  $\frac{t}{S_t} - t$  关系曲线

此曲线的后段往往近似为直线，则此直线的斜率即为，如图 5.16 所示。



# 第5章 结束！

请进入“[第6章 地基承载力理论](#)”