

降低弹性波全波形反演强烈非线性 的分步反演策略

王毓玮* 董良国 黄超 刘玉柱

(同济大学海洋地质国家重点实验室,上海 200092)

王毓玮,董良国,黄超,刘玉柱. 降低弹性波全波形反演强烈非线性的分步反演策略. 石油地球物理勘探,2016,51(2):288-294.

摘要 弹性波全波形反演是一种高精度估计地下弹性参数的有效工具,然而其面临的非线性问题比声波更加突出。本文提出一种降低非线性程度的分步反演策略,用于纵、横波速度的高精度重建。首先利用基于包络的弹性波波形反演方法重建纵横波速度的背景模型;然后应用基于时间域正演的频率域弹性波全波形反演方法,利用多尺度策略进一步降低弹性波全波形反演的非线性程度,恢复模型的中、高波数成分。数值实验结果表明,当地震数据中缺少低频和大炮检距成分时,这种分步反演策略对于重建高精度纵、横波速度模型非常有效,对于提高横波速度的反演精度效果尤其明显。

关键词 弹性波 全波形反演 包络 时间域 频率域 多尺度

中图分类号:P631 文献标识码:A doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2016.02.011

1 引言

对于多分量地震数据,弹性波全波形反演(EFWI)比声波近似的全波形反演(FWI)更适宜于高精度重建地下弹性参数^[1]。在某些复杂地区,声波FWI会因为无法描述纵横波转换以及AVO效应等一些复杂的弹性波传播现象而变得不可靠^[2]。EFWI不仅可以为地震资料处理和解释提供更为准确的纵、横波速度,还可以为储层描述和油气田开发提供更丰富的弹性参数信息^[3]。然而,由于反演参数的增加、以及不同种类的多个参数的相互耦合^[4,5],EFWI的强烈非线性问题更加突出。

一般地,前人通过多尺度策略来降低时间域和频率域EFWI中的非线性程度。其中一类策略通过从数据中最低频率成分开始,逐步使用到高频成分来分别重建模型的高、低波数成分,从而缓解反演中的局部极小问题;在时间域FWI中,通过滤波的办法来实现这类多尺度策略,进而降低反演的非线

性程度^[6,7];而频率域FWI则通过从低频到高频连续反演自然地实现多尺度策略^[1,8,9]。在这类策略中,极低频的数据对于重建速度的低波数背景成分至关重要^[10]。另外与声波FWI相比,EFWI中重建横波速度需要更准确的初始模型或者要求数据中含有更低的频率成分^[1]。另一类多尺度反演策略则是通过选择不同孔径数据来降低反演的非线性程度,大炮检距数据能有效地重建速度模型的低波数成分,而小炮检距数据有利于重建高波数成分^[11-13];时间域EFWI则通过层剥离和时窗衰减的办法来分选不同时间孔径数据,实现分级多步反演策略,提高反演收敛效率^[14-16];频率域EFWI在正演计算中引入复频率,实现近似于时窗衰减的效果^[1,17]。

由于时间域和频率域反演有其各自的优势,学者们开始把两者合并到FWI中。Sirgue等^[18]在三维声波近似FWI中使用快速、高效并且易于并行化的时间域有限差分方法进行波场延拓,再通过离散傅里叶变换抽取频率域数据进行反演,该方法可以方便地使用时窗衰减降低非线性程度,而在反演时

* 上海市同济大学海洋地质国家重点实验室,200092。Email:lywwang@tongji.edu.cn

本文于2015年5月8日收到,最终修改稿于同年12月25日收到。

本项研究受国家科技重大专项(2011ZX05005-005-007HZ)与国家自然科学基金项目(41274116、41474034)联合资助。

只涉及少量频率成分数据,大大减少了计算量和存储量,同时自然地实现了从低频到高频逐步反演的多尺度策略;Etienne 等^[19]讨论了该方法拓展到弹性波情况时的计算优势;Xu 等^[20]将该方法应用到二维弹性波 FWI 中。

然而,实际地震数据中通常不含有超低频成分,一般也没有充分长的炮检距信息,使得多尺度策略不能较好地重建低波数背景成分,进而影响了上述多尺度反演策略的实际应用效果。常见办法是通过速度分析建立纵波的背景速度,通过经验公式换算横波的背景速度^[16],或者通过旅行时层析分别建立纵、横波的背景速度^[17],这需要拾取速度或者旅行时,从而增加了人力和时间消耗。近年来,有学者开始基于地震数据的某种子集来估计背景速度^[21],其中 Laplace 域波形反演^[22]通过衰减函数来简化复杂的地震数据,然后匹配加权后的波形来估计模型的低波数成分。此类方法依然需要具备大炮检距或者超低频数据,并且对于数据中初至波之前的噪声十分敏感^[23];Bozdog 等^[24]讨论了瞬时相位和包络目标函数在全球地震层析中的应用;Chi 等^[23,25]和 Wu 等^[26]在此基础上发展了声波近似下基于包络的波形反演方法,该方法可以从缺少低频成分的地震数据中提取极低频信息,使得基于地震道包络目标函数的非线性程度降低,从而降低了 FWI 对于初始模型的依赖性。

本文提出一种在数据缺少低频和大炮检距成分情况下有效的 EFWI 分步反演策略。首先利用非线性程度更低的基于包络的 EFWI 方法建立纵、横波速度的低波数背景成分,然后通过频率域 EFWI,恢复模型的中、高波数成分。在此过程中,使用时间域有限差分弹性波正演来降低对内存的需求和提高计算效率,并利用多尺度策略进一步降低 EFWI 的非线性程度,进行纵、横波速度的高精度重建。数值实验结果表明,当地震数据中缺少低频和大炮检距成分时,此分步反演策略对于重建高精度纵、横波速度非常有效,对提高横波速度的反演精度效果尤其明显。

2 理论方法

引起 EFWI 非线性问题的根本原因是多分量地震数据和地下弹性参数之间关系的复杂性。选用

不同数据子集进行分步骤、多尺度反演是降低 EFWI 强烈非线性的有效途径^[13,21]。本文提出一种有效的 EFWI 分步多尺度反演策略:

(1)把基于地震道包络的 FWI 推广到弹性波,发展了基于包络的弹性波波形反演方法(ELEFWI)。首先利用 ELEFWI 重建纵、横波速度中的低波数背景成分。

(2)以 ELEFWI 反演的纵、横波速度为背景速度(初始模型),对现有的频率成分数据采用基于时间域正演、频率域弹性波波形反演(TFEFWI)来恢复纵、横波速度中的高波数成分,完成对弹性参数的高精度重建。

2.1 FWI 基本框架

FWI 可以归结为特定泛函下最小化目标函数 J 的最优化问题,模型一般通过局部优化的方式进行迭代更新

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + \alpha \delta \mathbf{m} = \mathbf{m}^{(k)} - \alpha \mathbf{H}^{-1} \nabla_{\mathbf{m}} J \quad (1)$$

式中: α 表示迭代步长; $\nabla_{\mathbf{m}} J$ 是目标函数关于参数的梯度,可以通过伴随波场和正演波场高效计算^[27]; \mathbf{H} 是 Hessian 矩阵,其逆矩阵可以加速反演的收敛以及提高成像质量,但是直接计算它需要巨大的计算量。普遍的方法是使用 Hessian 的对角元素构成近似 Hessian,或是在拟 Newton 方法中利用迭代中的模型和梯度近似计算 Hessian 矩阵的逆。本文使用 L-BFGS (Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 方法^[28,29],它是一种稳健和高效的拟 Newton 方法,被广泛应用于求解大规模非线性问题。

2.2 基于包络的弹性波波形反演方法

ELEFWI 的 L_2 目标函数定义为

$$J_{\text{EL}} = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T [\mathbf{E}_u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - \mathbf{E}_d(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]^2 dt \quad (2)$$

式中: T 为地震记录长度; $\mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$ 和 $\mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$ 分别为震源在 \mathbf{x}_s 处、检波点在 \mathbf{x}_r 处的合成和观测的质点位移矢量波场; \mathbf{E}_u 和 \mathbf{E}_d 分别是 \mathbf{u} 和 \mathbf{d} 的矢量包络,二维情况下它们的两个分量分别为 $E_{u_j} = \sqrt{u_j^2 + \bar{u}_j^2}$ 和 $E_{d_j} = \sqrt{d_j^2 + \bar{d}_j^2}$ ($j = x, z$), 其中 \bar{u}_j 和 \bar{d}_j 分别是 u_j 和 d_j 的希尔伯特变换。

假定介质的密度已知,利用伴随状态法,可以得到上述目标函数对纵、横波速度 v_p 和 v_s 的梯度(具体推导见附录 A)

$$\nabla_{v_p} J_{EL}(\mathbf{x}) = -2\rho v_p \int_0^T \left[\frac{\partial u_x(\mathbf{x}, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_z(\mathbf{x}, t)}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial u_x^+(\mathbf{x}, T-t)}{\partial x} + \frac{\partial u_z^+(\mathbf{x}, T-t)}{\partial z} \right] dt \quad (3)$$

和

$$\nabla_{v_s} J_{EL}(\mathbf{x}) = 2\rho v_s \int_0^T \left\{ 2 \left[\frac{\partial u_x(\mathbf{x}, t)}{\partial x} \frac{\partial u_z^+(\mathbf{x}, T-t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(\mathbf{x}, t)}{\partial z} \frac{\partial u_x^+(\mathbf{x}, T-t)}{\partial x} \right] - \left[\frac{\partial u_x(\mathbf{x}, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(\mathbf{x}, t)}{\partial x} \right] \times \left[\frac{\partial u_x^+(\mathbf{x}, T-t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z^+(\mathbf{x}, T-t)}{\partial x} \right] \right\} dt \quad (4)$$

式中： \mathbf{x} 为空间位置； $\mathbf{u}^+ = (u_x^+, u_z^+)$ 为伴随波场，是震源为下式时的弹性波方程的解

$$\mathbf{f}^+(t) = \left[\frac{\mathbf{E}_u(t) - \mathbf{E}_d(t)}{\mathbf{E}_u(t)} \right] \mathbf{u}(t) - H \left[\frac{\mathbf{E}_u(t) - \mathbf{E}_d(t)}{\mathbf{E}_u(t)} \bar{\mathbf{u}}(t) \right] \quad (5)$$

其中 $H(\cdot)$ 为希尔伯特变换算子。

利用正传波场和伴随波场计算梯度后，再用式(1)更新纵、横波速度模型。

2.3 基于时间域正演的频率域弹性波波形反演方法(TFEFWI)

TFEFWI 目标函数定义为

$$J_{TF} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^T(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) \Delta \mathbf{d}^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) \quad (6)$$

式中： $\Delta \mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) = \mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) - \mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)$ 是频率域数据残差。 $\mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)$ 和 $\mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)$ 分别为震源在 \mathbf{x}_s 处、检波点在 \mathbf{x}_r 处的合成和观测的质点位移频率域矢量波场。上标“T”和“*”分别表示矩阵的转置和共轭。

如果在频率域直接求解 $\mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)$ ，则矩阵分解需要庞大的内存空间，而且也不利于并行计算。而时间域正演具有精确、高效、易于并行以及便于进行时窗处理的优点。因此，利用时间域有限差分方法进行矢量波场的时间外推，反演中所用的频率域波场则通过在时间外推过程中对离散傅里叶变换的累加来实现

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) = \sum_{t=0}^T \exp(-i\omega t) \mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) \quad (7)$$

同样利用伴随状态法，可以得到上述目标函数对 v_p 和 v_s 的梯度

$$\nabla_{v_p} J_{TE}(\mathbf{x}) = \text{Re} \left\{ -2\rho v_p \left[\frac{\partial u_x(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x} + \frac{\partial u_z(\mathbf{x}, \omega)}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial u_x^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x} + \frac{\partial u_z^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial z} \right] \right\} \quad (8)$$

和

$$\nabla_{v_s} J_{TE}(\mathbf{x}) = \text{Re} \left\{ 2\rho v_s \left[2 \left(\frac{\partial u_x(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x} \frac{\partial u_z^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(\mathbf{x}, \omega)}{\partial z} \frac{\partial u_x^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial u_x(\mathbf{x}, \omega)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x} \right) \times \left(\frac{\partial u_x^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial z} + \frac{\partial u_z^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{u}^+ = (u_x^+, u_z^+)$ 为频率域伴随波场。首先需要在时间域求取震源为

$$\Delta \mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) = \sum_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \exp(i\omega t) \Delta \mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) \quad (10)$$

的弹性波方程的解，然后同样通过式(7)计算频率域伴随波场 \mathbf{u}^+ 。

利用正传波场和伴随波场计算梯度后，同样应用式(1)更新纵横波速度模型。

应该注意的是应用 TFEFWI 恢复 v_p 和 v_s 的中、高波数成分，而模型的中、高波数成分对应了数据中较高的频率成分^[8]。随着频率成分的增加，目标函数的非线性增强，因此需要在 TFEFWI 中使用一种嵌套的多尺度策略来降低反演的非线性程度^[1]。其外层是频率组循环，实现轻微重叠的频率组连续反演；内层循环是对数据进行时窗衰减处理^[30]。

根据实验设置(数据频率成份、孔径大小)和反演模型空间分辨率的关系可知，数据的频率和孔径在控制重建模型的波数范围上具有冗余性；使用更宽频带的数据或是更宽方位角的数据都可以重建更多的波数成分^[31]。基于这种冗余性，频率域反演中只需要处理少数稀疏采样的频率成分数据就能重建模型，而时间域反演需要存储和处理所有的波场数据。因此频率域反演可以大大减少计算量。另外更重要的是，频率域 FWI 通过分层地从低频到高频进行反演，自然地定义了一种多尺度反演策略，可以有效降低反演的非线性。此外，在使用几个频率组成一个频率组同时反演的多尺度策略时，离散傅里叶变换可以在一次正演中生成任意数目的频率成分数据，而不需要对于单个频率成分分别进行正演计算，提高了计算效率。因此，TFEFWI 除了具备时间域正演的优点外，也具备了频率域反演节省计算量、自然整合多尺度策略的优势。

3 数值实验

图 1a 和图 1b 是 Marmousi2 真实的 v_p 和 v_s 模

型,实验中采用速度沿深度呈梯度变化的模型作为初始模型(图 1c 和图 1d)。共有 80 炮地震数据(炮间距为 125m),每炮在地表有 401 个检波器(道间距为 12.5m),最大炮检距为 2500m,地震数据的主频为 8Hz,并且滤掉地震数据中 5Hz 以下的频率成分。因此,缺少 5Hz 以下的低频成分、初始模型又无任何先验信息,这给常规的 EFWI 带来严峻挑战。对所有炮检距的数据进行常规时间域 EFWI 反演。经过 160 次迭代后,常规时间域 EFWI 虽然看起来恢复了小尺度变化成分,但是几何结构位置并不正确,并且存在很多假象,说明没有恢复 v_p 和 v_s 的中、高波数扰动成分,反演结果陷入了严重的局部极值,无法有效重建 v_p 和 v_s (图 2),尤其是

v_s 。这说明多分量地震数据中的低频成分对常规 EFWI 方法重建 v_p 和 v_s (特别是 v_s) 至关重要。图 3 显示了滤去 5Hz 以下频率成分的单炮记录,炮点位置在水平距离 5km 处。图 4 为对应的包络数据,图 5 为二者的频谱。比较图 5 中的频谱可以发现,虽然原始炮记录中缺少 5Hz 以下频率成分,但是其对应包络的能量主要集中在 0~6Hz 范围内,有利于在原始数据缺少低频时恢复模型的背景成分。

对上述地震数据,应用 ELEFWI 和 TFEFWI 串联的分步反演策略进行反演试验。图 6a 和图 6b 显示了 ELEFWI 经过 100 次迭代后的反演结果。ELEFWI 较好地恢复了真实模型的低波数背景成

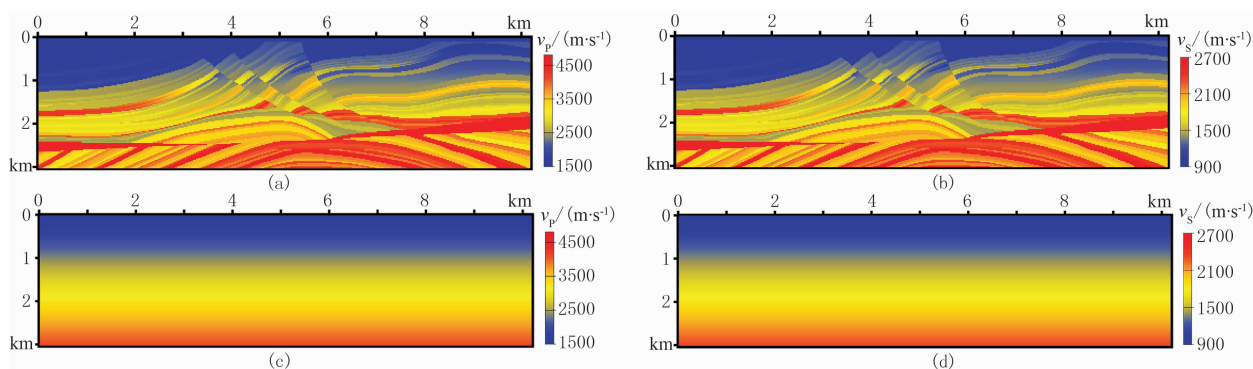


图 1 Marmousi2 模型

(a) 真实 v_p 模型; (b) 真实 v_s 模型; (c) v_p 初始梯度模型; (d) v_s 初始梯度模型

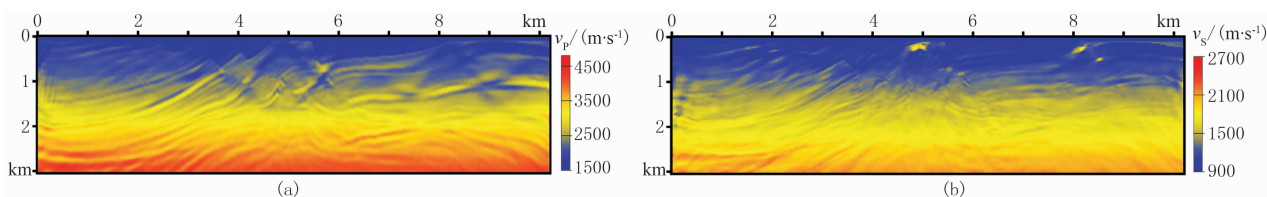


图 2 常规时间域 EFWI 160 次迭代后的反演结果

(a) v_p ; (b) v_s

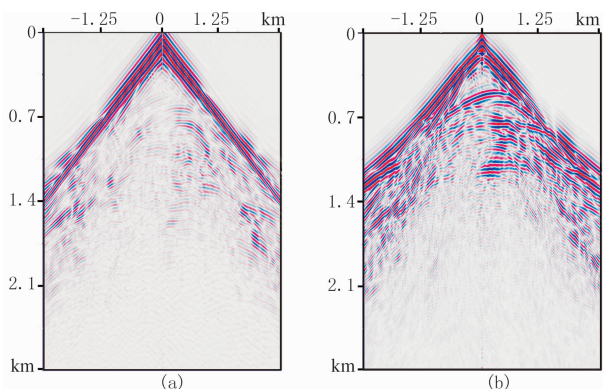


图 3 滤去 5Hz 以下频率成分的单炮地震记录

(a) 水平分量; (b) 垂直分量

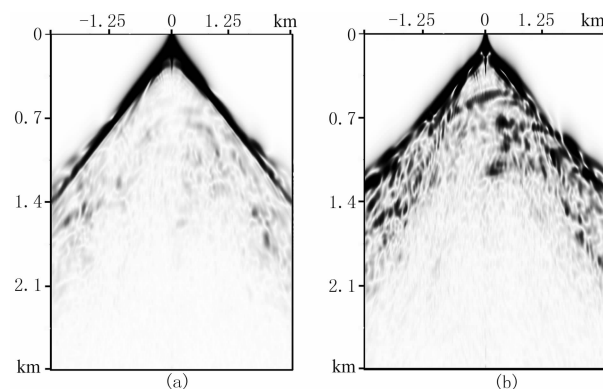


图 4 单炮地震记录对应的包络数据

(a) 水平分量; (b) 垂直分量

分,正确反映了纵横波速度模型的宏观变化趋势。以 ELEFWI 反演结果作为初始模型再进行 TFEFWI 反演。由于缺少 5Hz 以下的频率成分,因此使用 (5.2、5.6、6.2 和 7.0 Hz)、(7.0、7.5、8.0、8.5 和 9.5 Hz) 和(9.5、10.5 和 12Hz)三个频率组,每个频

率组中使用同一个时窗选择全部时间序列数据,并且最大迭代次数为 20 次(共 60 次)。TFEFWI 反演的结果(图 6c 和图 6d)无论在几何结构还是在参数定量估计方面,精度都得到了大幅度提高,其中 v_s 的改善更加明显。垂向速度曲线(图7)显示,经

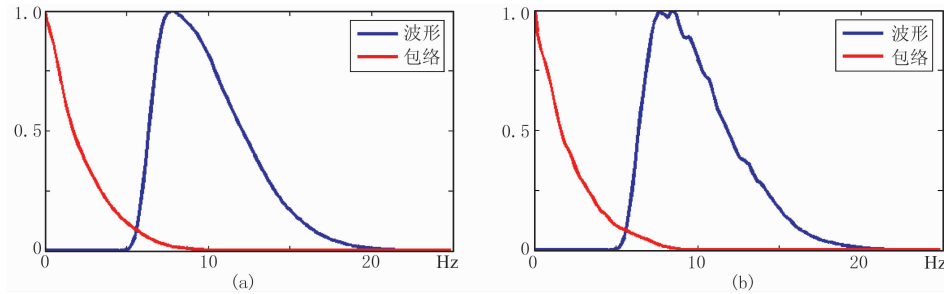


图 5 单炮地震记录及其包络的频谱
(a)水平分量; (b)垂直分量

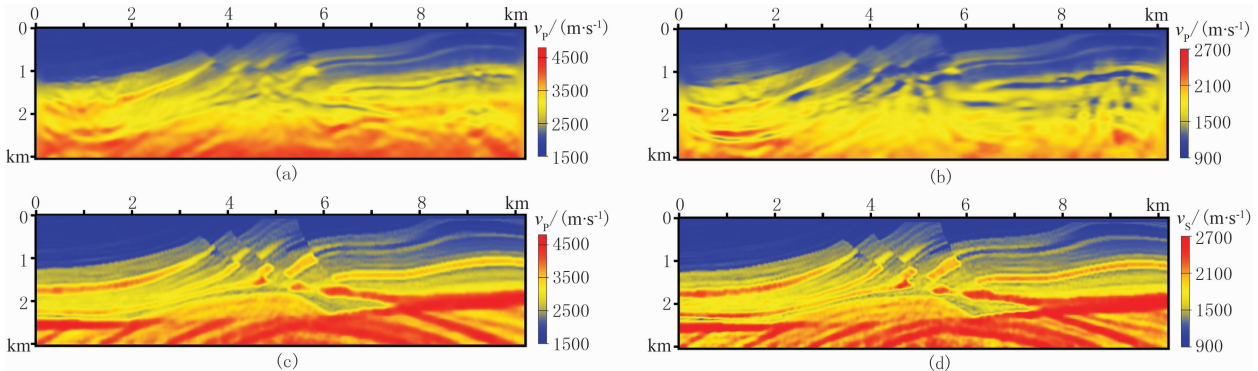


图 6 模型 ELEFWI+TFEFWI 反演效果
(a)和(b)为 ELEFWI 100 次迭代后的 v_p 和 v_s 反演结果; (c)和(d)为 TFEFWI 60 次迭代后的 v_p 和 v_s 反演结果

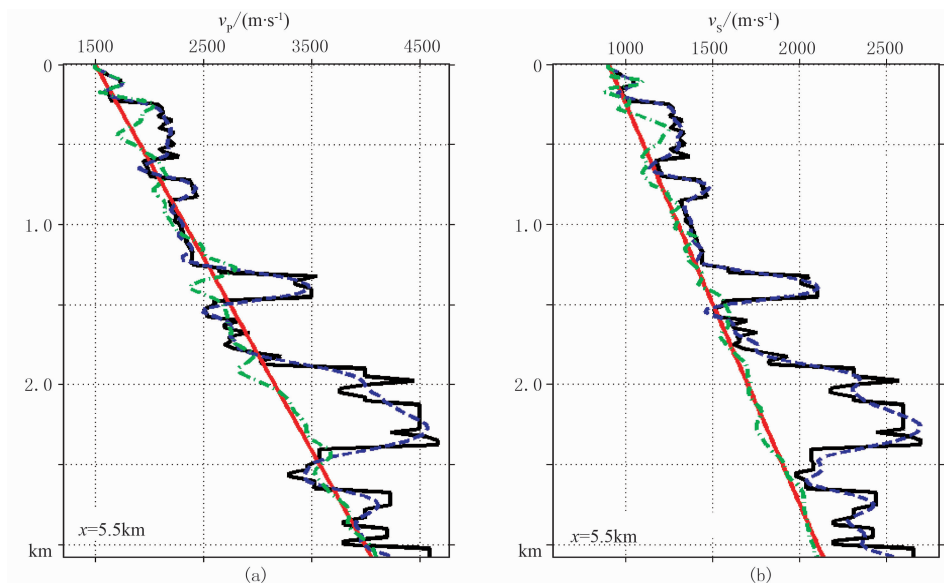


图 7 水平距离 5.5km 处的垂向速度曲线对比
(a) v_p ; (b) v_s

黑色实线、红色实线、蓝色虚线和绿色虚线分别代表真实模型、初始梯度模型、EL+TFEFWI 反演结果和常规时间域 EFWI 反演结果

过总共 160 次迭代后, ELEFWI+TFEFWI 的分步反演策略不但成功恢复了低波数背景成分,重建的中、高波数成分也比较精确,准确地恢复了真实的纵横波速度模型。数值实验说明,当数据中缺少低频成分时, ELEFWI+TFEFWI 的分步反演策略能高精度重建地下介质的纵、横波波速,尤其是横波速度。

4 结论

本文提出一种将基于包络的弹性波反演方法与利用时间域正演、频率域 EFWI 的串联分步反演策略,分别反演纵横波速度的低、高波数成分。包络算子可以从缺少低频成分的地震数据中提取超低频信息,基于包络的弹性波反演方法能降低 EFWI 的强烈非线性,有效恢复纵、横波速度的低波数背景成分。使用时间域正演、频率域 EFWI 不但具有时间域正演精确、高效、易于并行以及便于进行时窗处理的优点,同时也具备频率域反演节省计算量,自然整合多尺度策略的优势。在基于包络的弹性波反演结果基础上,利用时间域正演、频率域 EFWI 能有效恢复速度模型的中、高波数成分。数值实验说明,当多分量地震数据中缺少低频和大炮检距成分时,该分步反演策略能够有效地高精度重建地下介质的纵横波波速,尤其是横波速度。

参 考 文 献

- [1] Brossier R, Operto S, Virieux J. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 2009, 74(6):WCC105-WCC118.
- [2] Barnes C, Charara M. The domain of applicability of acoustic full-waveform inversion for marine seismic data. *Geophysics*, 2009, 74(6):WCC91-WCC103.
- [3] Tatham R, Stoffa R. v_p/v_s -a potential hydrocarbon indicator. *Geophysics*, 1976, 41(5):837-849.
- [4] Wu R S, Aki K. Scattering characteristics of elastic waves by an elastic heterogeneity. *Geophysics*, 1985, 50(4):582-595.
- [5] Tarantola A. A strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 1986, 51(10):1893-1903.
- [6] Bunks C, Salek F M, Zaleski S. Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics*, 1995, 60(5):1457-1473.
- [7] Köhn D, Nil D, Kurzman A. On the influence of model parametrization in elastic full waveform tomography. *Geophysical Journal International*, 2012, 191(1):325-345.
- [8] Sirgue L, Pratt R G. Efficient waveform inversion and imaging: A strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 2004, 69(1):231-248.
- [9] 成景旺, 吕晓春, 顾汉明等. 基于柯西分布的频率域全波形反演. *石油地球物理勘探*, 2014, 49(5):940-945. Cheng Jingwang, Lü Xiaochun, Gu Hanming et al. Full waveform inversion with Cauchy distribution in the frequency domain. *OGP*, 2014, 49(5):940-945.
- [10] Baeten G, Maag J W, Plessix R E et al. The use of low frequencies in a full-waveform inversion and impedance inversion land seismic case study. *Geophysical Prospecting*, 2013, 61(4):701-711.
- [11] Jannane M, Beydoun W, Crase E et al. Wavelengths of Earth structures that can be resolved from seismic reflection data. *Geophysics*, 1989, 4(7):906-910.
- [12] Neves F A and Singh S C. Sensitivity study of seismic reflection/refraction data. *Geophysical Journal International*, 1996, 126(2):470-476.
- [13] 董良国, 迟本鑫, 陶纪霞等. 声波全波形反演目标函数性态分析. *地球物理学报*, 2013, 56(10):3445-3460. Dong Lianguo, Chi Benxin, Tao Jixia et al. Objective function behavior in acoustic full-waveform inversion. *Chinese Journal of Geophysics*, 2013, 56(10):3445-3460.
- [14] Shipp R M and Singh S C. Two-dimensional full wavefield inversion of wide-aperture marine seismic streamer data. *Geophysical Journal International*, 2002, 151(2):325-344.
- [15] Sears T, Singh S, Barton P. Elastic full waveform inversion of multi-component OBC seismic data. *Geophysical Prospecting*, 2008, 56(6):843-862.
- [16] Sears T, Barton P, Singh S. Elastic full waveform inversion of multicomponent ocean-bottom cable seismic data: Application to Alba Field, UK North Sea. *Geophysics*, 2010, 75(6):R109-R119.
- [17] Prieux V, Brossier R, Operto S et al. Multiparameter full waveform inversion of multicomponent ocean-bottom-cable data from the Valhall field, Part 2: imaging compressive-wave and shear-wave velocities. *Geophysical Journal International*, 2013, 194(3):1665-1681.
- [18] Sirgue L, Etgen J T, Albertin U. 3D frequency domain waveform inversion using time domain finite difference methods. 70th EAGE Annual International Conference and Exhibition Extended Abstracts, 2008, F022.
- [19] Etienne V, Virieux J, Operto S et al. Computational issues and strategies related to full waveform inversion in 3D elastic media: Methodological developments. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 2010, 29:1050-1054.
- [20] Xu K, McMechan G. 2D frequency-domain elastic full-waveform inversion using time-domain modeling and a multistep-length gradient approach. *Geophysics*, 2014, 79(2):R41-R53.
- [21] 董良国, 黄超, 迟本鑫等. 基于地震数据子集的波形反演思路、方法与应用. *地球物理学报*, 2015, 58(10):

- 3735-3745.
Dong Liangguo, Huang Chao, Chi Benxin et al. Ideas, methods and applications for full waveform inversion based on subsets of seismic data. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(10):3735-3745.
- [22] Shin C, Cha Y H. Waveform inversion in the Laplace domain. Geophysical Journal International, 2008, 173(3):922-931.
- [23] Chi B X, Dong L G, Liu Y Z et al. Full waveform inversion method using envelope objective function without low frequency data. Journal of Applied Geophysics, 2014, 109:36-46.
- [24] Bozdağ E, Trampert J, Tromp J. Misfit functions for full waveform inversion based on instantaneous phase and envelope measurements. Geophysical Journal International, 2011, 185(2):845-870.
- [25] Chi B X, Dong L G, Liu Y Z. Full waveform inversion based on envelope objective function. 75th EAGE Annual International Conference and Exhibition Extended Abstracts, 2013, Tu-P04-09.
- [26] Wu R S, Luo J and Wu B. Seismic envelope inversion and modulation signal model. Geophysics, 2014, 79(3):WA13-WA24.
- [27] Plessix R E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. Geophysical Journal International, 2006, 167(2):495-503.
- [28] Nocedal J, Wright S J. Numerical Optimization. Springer-Verlag, 2006.
- [29] 苗永康. 基于 L-BFGS 算法的时间域全波形反演. 石油地球物理勘探, 2015, 50(3):469-474.
Miao Yongkang. Full waveform inversion in time domain based on limited-memory BFGS algorithm. OGP, 2015, 50(3):469-474.
- [30] Yang J Z, Liu Y Z and Dong L G. Time-windowed frequency domain full waveform inversion using phase-encoded simultaneous sources. 75th EAGE Annual International Conference and Exhibition Extended Abstracts, 2013, We-11-11.
- [31] Virieux J, Operto S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. Geophysics, 2009, 74(6):WCC1-WCC26.

附录 A 基于包络的弹性波波形反演(ELEFWI)梯度的计算

对式(2)中 ELEFWI 目标函数求关于纵、横波速度 \mathbf{v} 的梯度,有

$$\begin{aligned}
 \nabla_{\mathbf{v}} J_{\text{EL}} &= \sum_{s,r} \int_0^T [\mathbf{E}_u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - \mathbf{E}_d(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)] \frac{\partial \mathbf{E}_u}{\partial \mathbf{v}} dt \\
 &= \sum_{s,r} \int_0^T [\mathbf{E}_u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - \mathbf{E}_d(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)] \times \\
 &\quad (\mathbf{u}^2 + \bar{\mathbf{u}}^2)^{-\frac{1}{2}} \left(\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}} + \bar{\mathbf{u}} \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial \mathbf{v}} \right) dt \\
 &= \sum_{s,r} \int_0^T \left\{ \frac{\mathbf{E}_u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - \mathbf{E}_d(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)}{\mathbf{E}_u} \mathbf{u} - \right. \\
 &\quad \left. H \left[\frac{\mathbf{E}_u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - \mathbf{E}_d(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)}{\mathbf{E}_u} \bar{\mathbf{u}} \right] \right\} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}} dt \\
 &= \sum_{s,r} \int_0^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}} \mathbf{f}^+(t) dt \quad (\text{A1})
 \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{f}^+(t)$ 是式(5)定义的伴随震源。

而对常规 EFWI 的 L_2 范数目标函数求关于纵、横波速度 \mathbf{v} 的梯度

$$\nabla_{\mathbf{v}} J = \sum_{s,r} \int_0^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}} [\mathbf{u}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - \mathbf{d}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)] dt \quad (\text{A2})$$

比较式(A1)和式(A2)可知, ELEFWI 最小化地震数据包络之间的差异只改变了伴随波场的伴随震源,而对应的梯度形式与常规 EFWI 相同。因此利用常规 EFWI 的梯度形式^[7],可以得到 ELEFWI 目标函数 J_{EL} 对 v_p 和 v_s 的梯度式(3)和式(4),其中计算梯度的伴随波场是震源为 $\mathbf{f}^+(t)$ 时的弹性波方程的解。

(本文编辑:宜明理)

作者简介



王毓玮 博士研究生, 1984年生; 2006年本科毕业于同济大学地球物理专业; 2009年获得同济大学固体地球物理学专业理学硕士学位; 现为同济大学固体地球物理学专业博士研究生, 主要从事地震波传播数值模拟和全波形反演研究。