原子核物理

主讲：龚学余　尹陈艳

开课单位：核科学技术学院

适用教材：原子核物理（修订版）

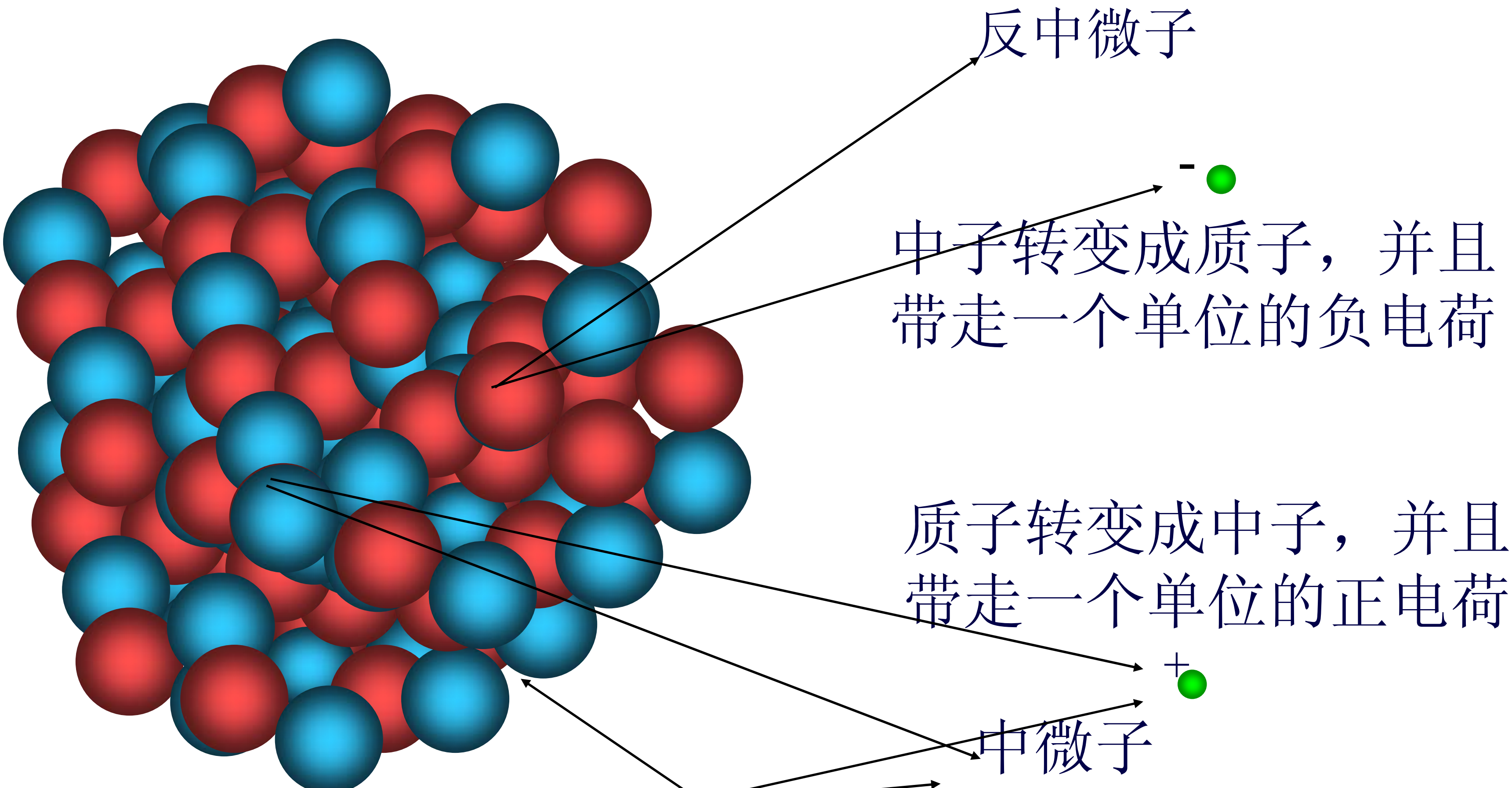
2010-9-17

第六章　β衰变

返回主界面

基本衰变——β衰变

发生原因：母核中子或质子过多



三种子体分享衰变能——因此电子具有连续能量

基本衰变——β衰变（动画）

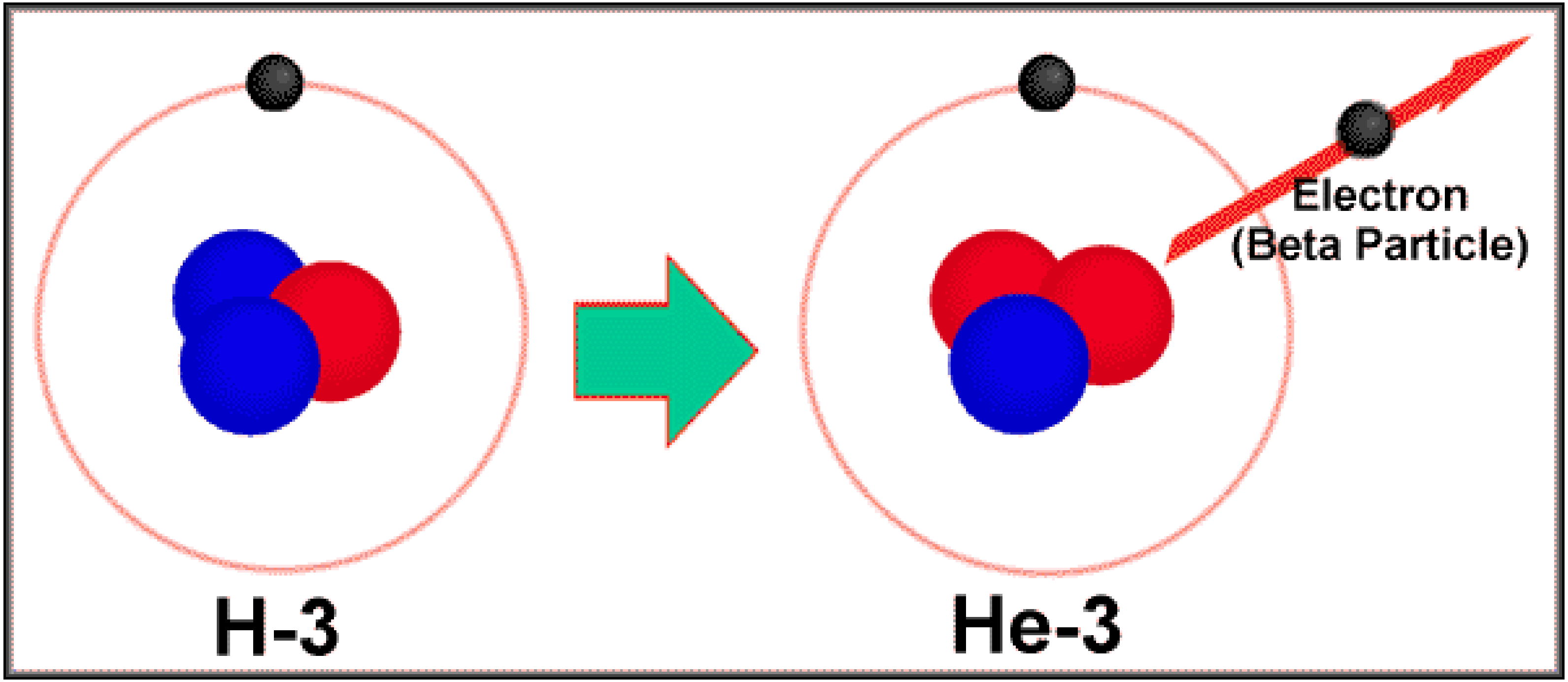
1、β 衰变

指原子核自发地放射出一个β粒子或者俘获一个轨道电子而发生的转变。

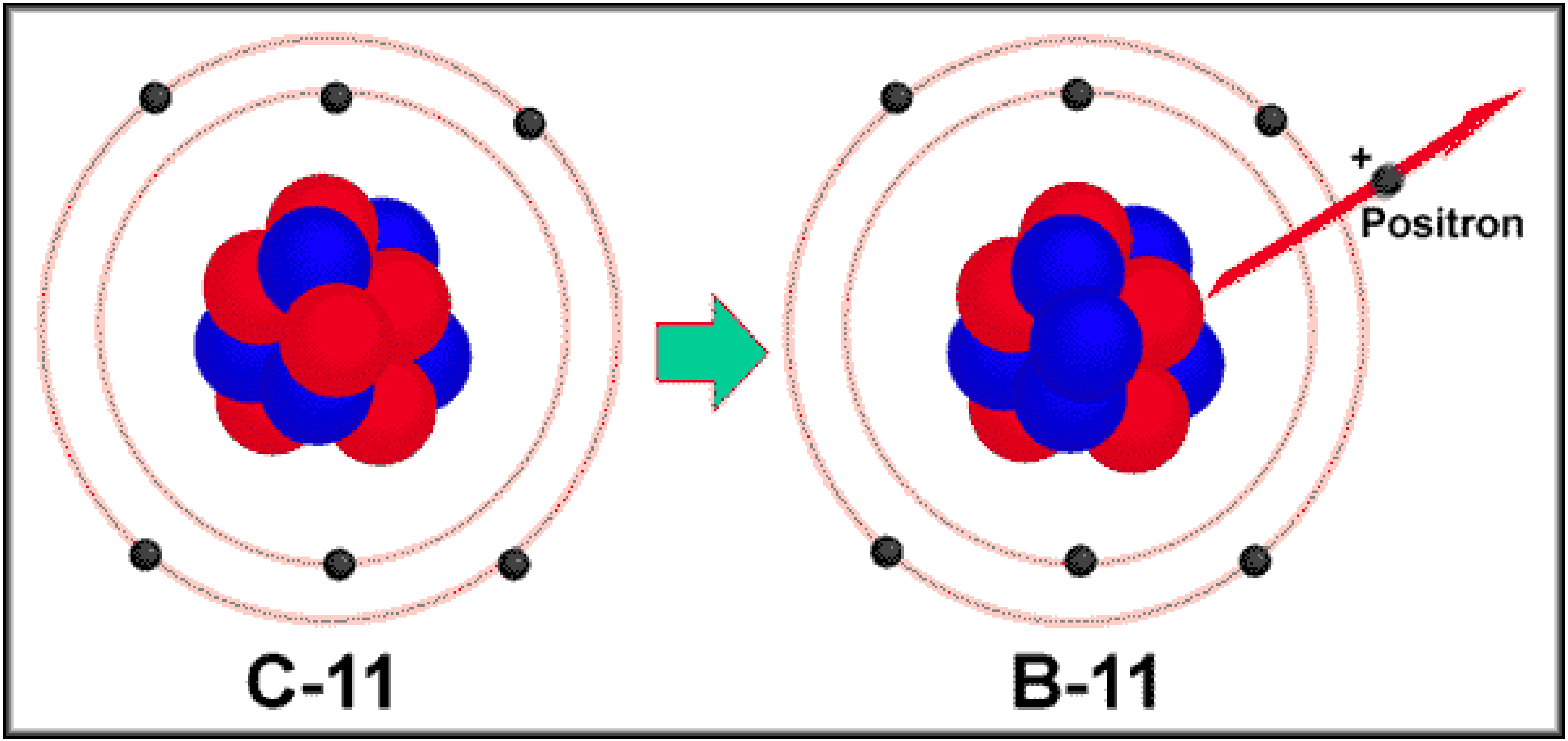
$$\beta\ \text{粒子}\begin{cases}\text{电子} & \beta^{-}\text{衰变}\\ \text{正电子} & \beta^{+}\text{衰变}\end{cases}$$

轨道电子俘获（**EC**）是原子核从核外的电子壳层中俘获一个轨道电子。

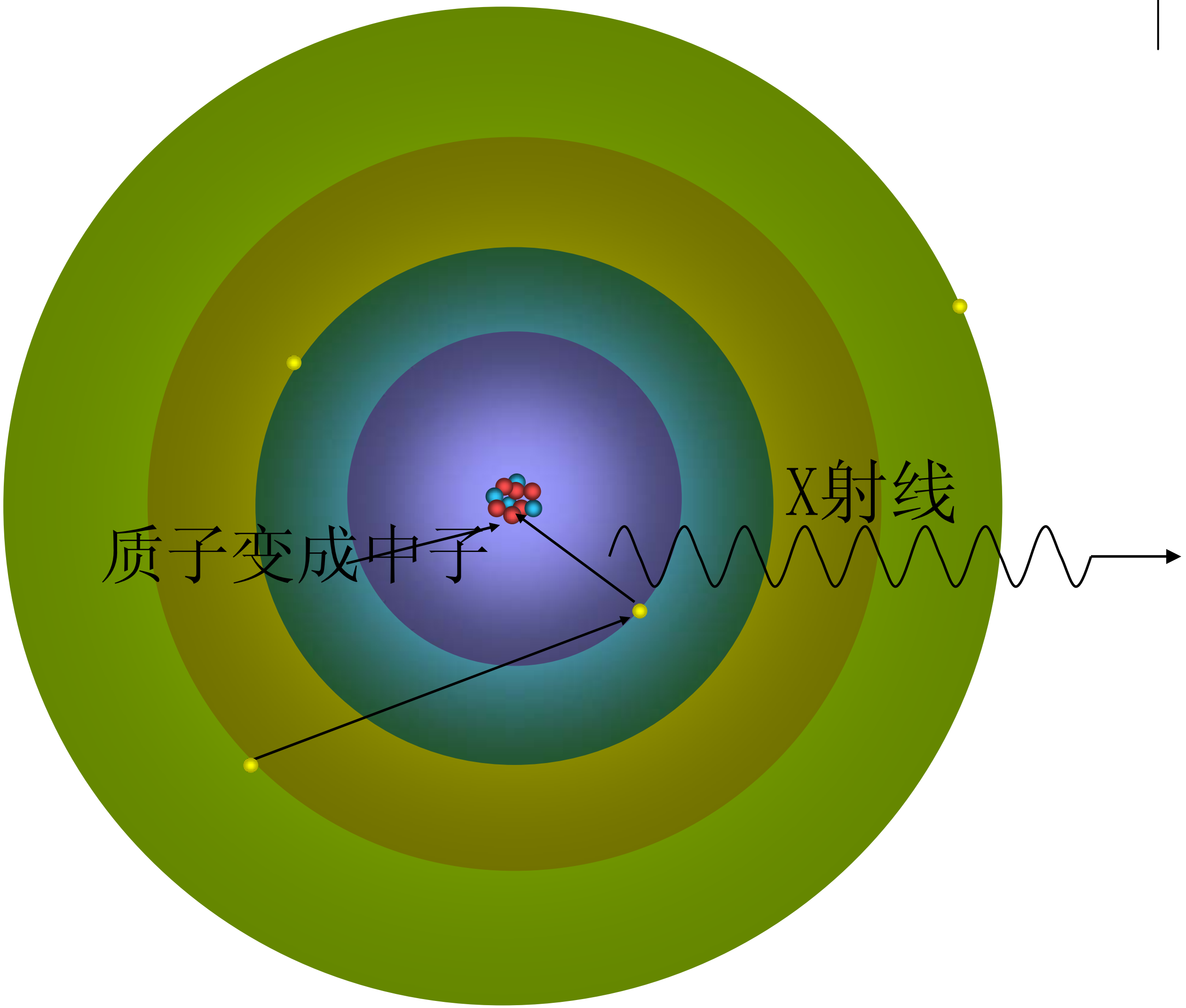
β-衰变——$^3H \rightarrow\ ^3He$



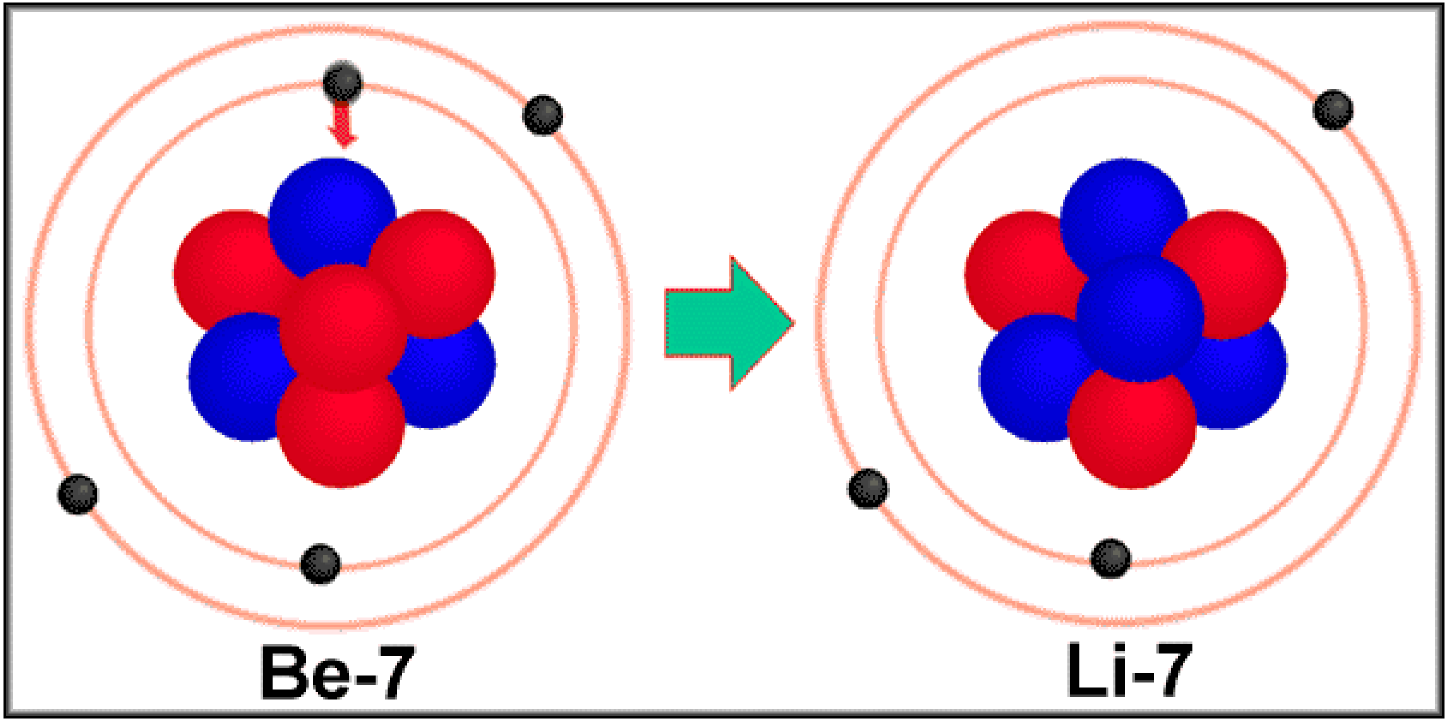
β^+衰变——$^{11}C \rightarrow {}^{11}B$



电子俘获



电子俘获——$^{7}Be \rightarrow\ ^{7}Li$



2、β 衰变的半衰期和能量

$T_{1/2}$: 10^{-2} s ~ 10^{18} a

E_d: 几十keV ~ 几MeV

3、β 衰变必须考虑相对论

总能量： $E^2 = c^2 p^2 + m_e^2 c^4$

动能： $T = E - m_e c^2 = \sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2$

动量： $p = mv$

4、β 能谱测量—— β 磁谱仪

基本原理与α 磁谱仪相同。

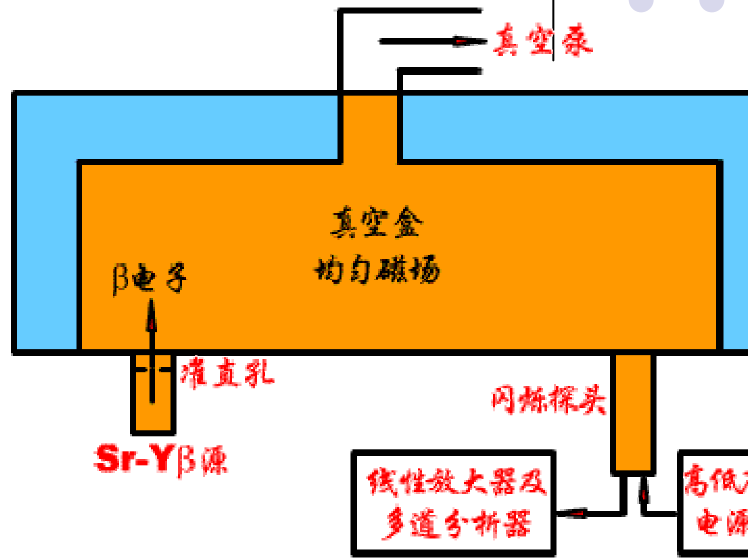
磁场中发生偏转： $\dfrac{mv^2}{\rho} = qvB$

$$p = mv = eB\rho$$

β 粒子的动能：

$$T = E - m_e c^2 = \sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2$$

$$= \left[c^2 e^2 (B\rho)^2 + m_e^2 c^4\right]^{1/2} - m_e c^2$$



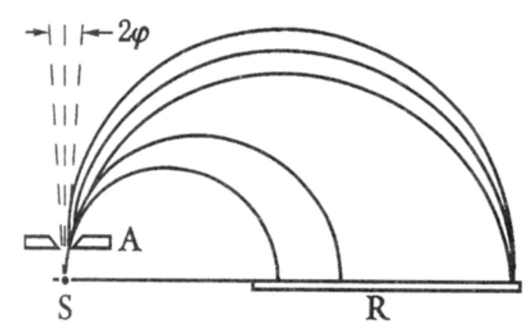


图 5-1 半圆谱仪的工作原理图

一、β 谱的特点及其“解释”

1、β 谱的特点

实验指出，α 谱(如右图) 和 γ 谱都是分立谱，这正反映了原子核能级的量子特性，表明原子核的能量状态是分立的。

而 β 谱不同，不是分立谱。

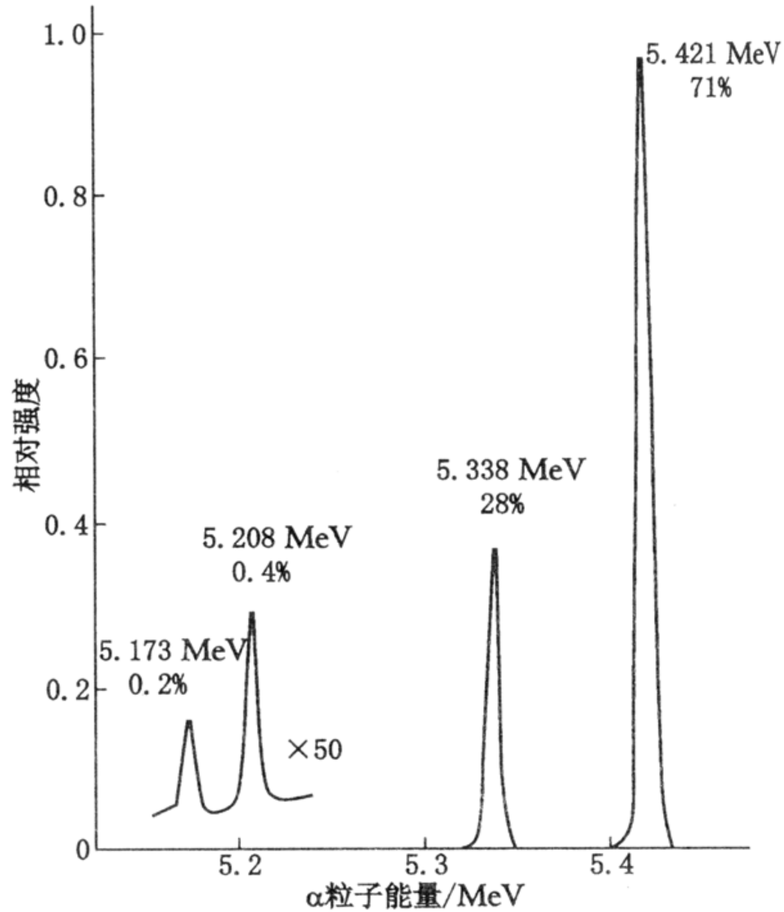
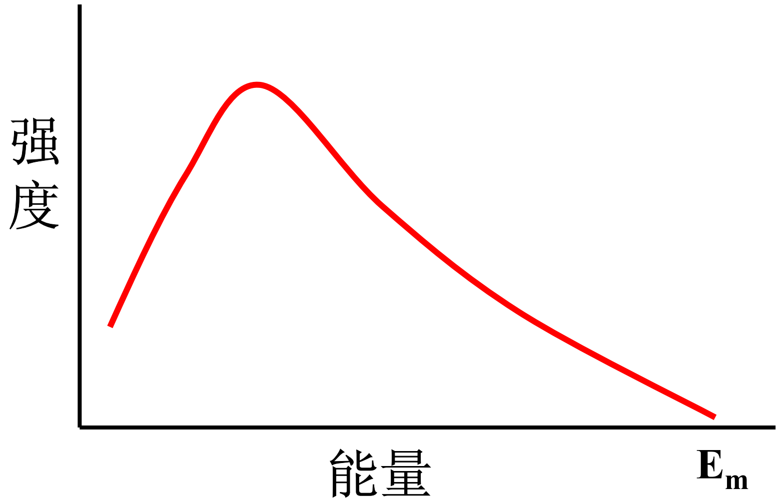


图 5-3 ^{228}Th 的 α 能谱

[引自 F Asaro et al., Phys. Rev., **92**, 1495(1953).]



β 能谱的特点：

a、β 射线的能量连续分布，即β 谱是一个连续谱;

b、有一个确定的最大能量值，且 $E_m \approx E_d = \Delta mc^2$

c、分布曲线有一个极大值。

β粒子能量的连续分布，这一现象在早期是很难理解的。

（1）与核能级的量子化相矛盾

一般认为微观粒子的能量是量子化的。大量的事实证明，核衰变过程中放出的α射线和γ射线的能量是分立的（即量子化），这正反映了原子核能级的量子特性。

那么分立的能态间通过发射β粒子实现转变时，β射线能量不应当是连续的。

（2）与能量守恒相矛盾

$E_m = E_d$时

$$E_1 = 2.25 + 8.95 = 11.20MeV$$

$$E_2 = 6.21 + 1.80 + 2.61 + 0.58$$
$$= 11.20MeV$$

满足能量守恒定律。

但若$E_\beta < E_d$呢？

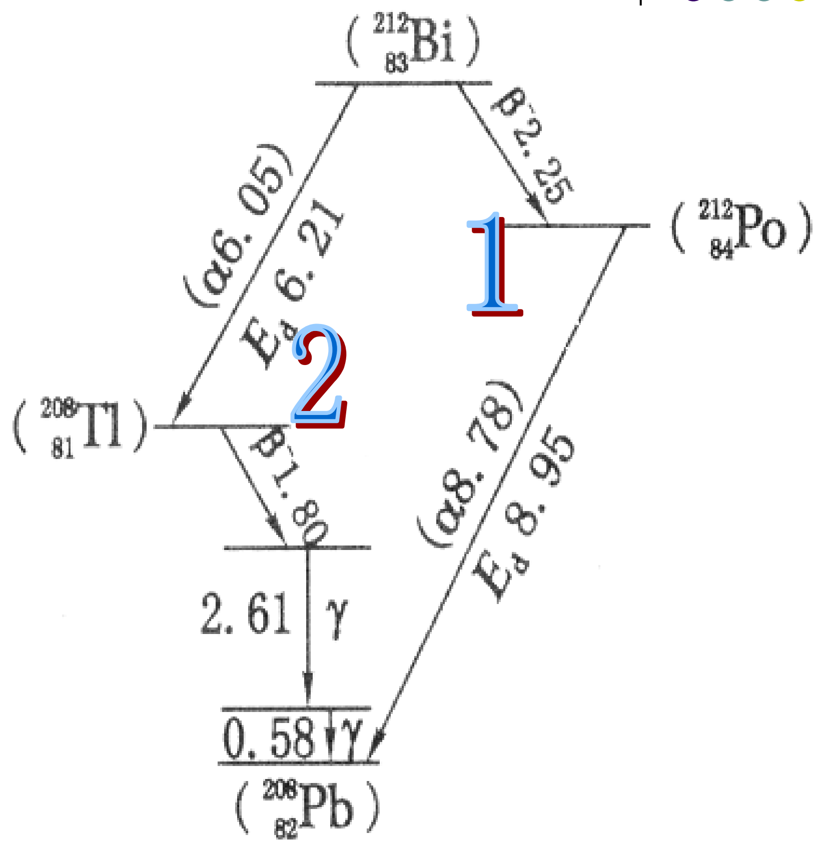


图 6-2　ThC 分支衰变链

（3）与动量守恒相矛盾

云室中观测到子核和β 粒子不在一条直线上运动。

如： $^{6}He \rightarrow {}^{6}Li + \beta^{-}$

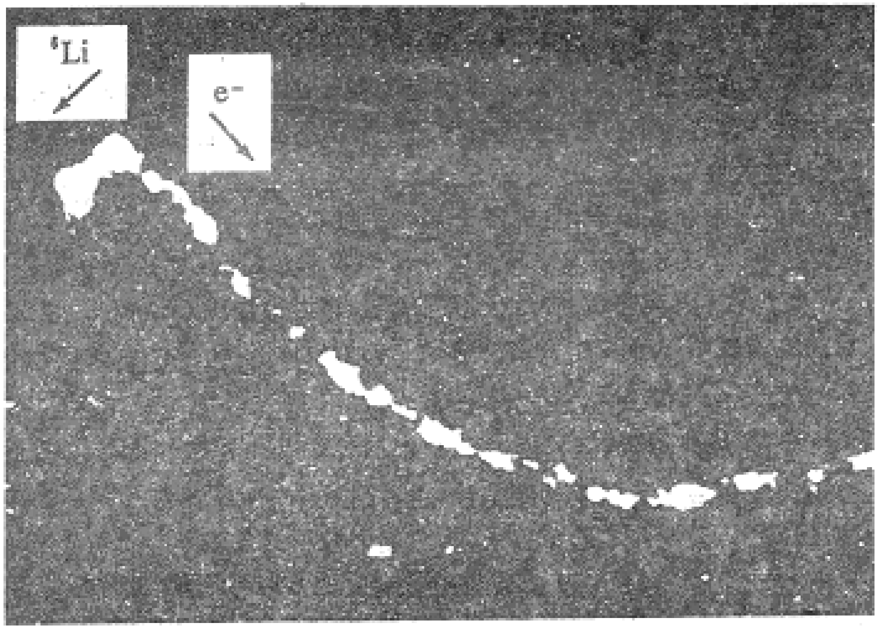


图 6.3 ^{6}He 的 β 衰变径迹照片

[取自 W. E. Meyerhof, Elements of Nuclear Physics, p148]

（4）与角动量守恒相矛盾

$$^{3}H \to {}^{3}He + e^{-}$$

自旋:　　1/2　　1/2　　1/2

而$^{3}\boldsymbol{He}$与$\boldsymbol{e}^{-}$的相对运动轨道角动量 $\boldsymbol{l_f}$ 只能是整数;

则衰变后总角动量 $\vec{J_f} = \vec{I_f} + \vec{S} + \vec{l_f}$ 必为整数。

衰变前$\boldsymbol{I_i}$= 1/2，故衰变前后角动量不相等。

2、初期对连续谱的解释

（1）每次衰变发射两个β 粒子，能量可以任意分配。

事实：β衰变中核电荷仅改变一个单位。

（2）衰变到子核不同的激发态，激发态间隔非常小。则　应得到连续的β谱和γ谱。

事实：γ谱是分立谱，而不是连续谱；

且有些β衰变不产生γ，如 $^{3}H \rightarrow {}^{3}He + \beta^{-}$

（3）所有β粒子以E_m从核内发射出来，β能量损失于周围物质中，有的损失多些，有的损失少些。

量热实验：把^{210}Bi源放在厚壁量热器中，则β粒子的全部动能被量热器吸收，并转换成热能。

实验测得每次衰变的平均能量为**0.337 MeV**。

与 $\overline{E_\beta} = 0.331MeV$ 相符合，

而与 $E_m = 1.170MeV$ 相差甚大。

二、泡利中微子假说

1、泡利中微子假说

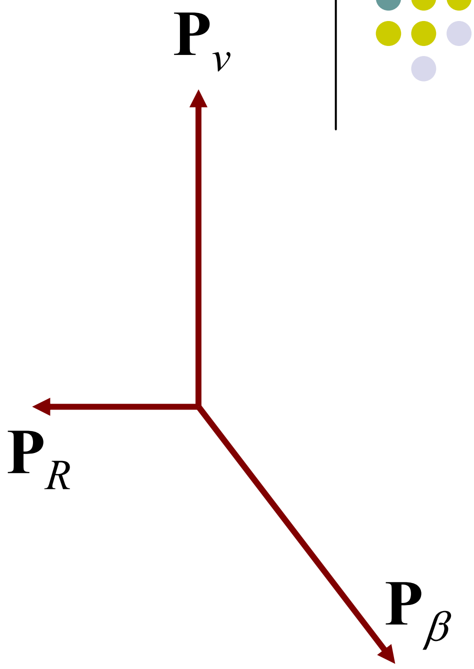
1930年，泡利提出在β衰变中，发射β粒子的同时还放出中微子。他认为中微子不带电，自旋为1/2，静止质量几乎为零，用ν表示。

2、解释β 谱

（1）能量，动量守恒

$$E_d = E_R + E_\beta + E_\nu$$

$$\overline{P_R} + \overline{P_\beta} + \overline{P_\nu} = 0$$



讨论两种极端情况：

a、子核R与中微子ν运动方向在一条直线，即 $\overline{P_\nu} = -\overline{P_R}$

此时 $\overline{P_\beta} = 0$ $\boxed{E_\beta = 0}$

$$E_d = E_R + E_\nu$$

b、子核*R* 与β粒子运动方向在一条直线上，即$P_\nu=0$，$E_\nu=0$ 时

$$\overrightarrow{P_\beta} = -\overrightarrow{P_R}$$

$$E_R = \frac{P_R^{\ 2}}{2m_R} = \frac{P_\beta^{\ 2}}{2m_R}$$

又根据相对论效应

$$p_\beta^{\ 2} = \frac{m^2c^4 - m_e^{\ 2}c^4}{c^2} = \frac{\left(E_\beta + m_e c^2\right)^2 - m_e^{\ 2}c^4}{c^2}$$

$$= \frac{\left(E_\beta + 2m_e c^2\right)E_\beta}{c^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_R = \frac{E_\beta\left(E_\beta + 2m_e c^2\right)}{2m_R c^2}}$$

$$
\begin{aligned}
E_d &= E_\beta + E_R + 0 \\
&= E_\beta + \frac{E_\beta\left(E_\beta + 2m_e c^2\right)}{2m_R c^2} \\
&= E_\beta\left(1 + \frac{E_\beta}{2m_R c^2} + \frac{m_e}{m_R}\right) \\
&\approx E_\beta \qquad\qquad (\because \quad m_R >> m_e)
\end{aligned}
$$

一般情况介于a、b两种极端情况之间，由此可得到$E_\beta = 0$至E_m的连续分布，即得到了最大能量为E_m的β连续谱。

中微子不带电，而且质量和磁矩都几乎为零，与周围物质作用弱。在量热实验中，不可能测量到它，它的能量不被记录下来。

（2）角动量守恒

$$^{3}H \rightarrow {}^{3}He + \beta^{-} + \overline{\nu}$$

^{3}H，^{3}He，β^{-}的自旋均为1/2，又$I_{\nu} = 1/2$，可满足角动量守恒。

（3）核能级量子化

三、中微子的性质

1、静止质量（m_ν）

实验表明，中微子的静止能量的上限为**15 *e*V**，在β衰变理论中，可视为**0**。因此，它的速度与光速相同，能量与动量之间的关系为:

$$E_\nu = cP_\nu$$

2、电荷 $q_\nu = 0$

由于β衰变的母子体是相邻的同量异位素，又只放出一个β粒子或吸收一个轨道电子，为保持电荷守恒，中微子的电荷应为零。

3、自旋 $I_\nu = 1/2$

这样理解：β衰变中，质量数*A*不变，则母子核的自旋同为整数或半整数，而β粒子的自旋为**1/2**，保持角动量守恒，中微子的自旋必为半整数。而且实验表明，只能是**1/2**。

例如：

$$^{14}O \rightarrow {}^{14}N^* + \beta^+ + \nu$$

0　　0　　1/2

按照角动量守恒，ν的自旋只能为**1/2**。

4、$I_\nu = 1/2$，是费米子，服从费米统计。

β衰变中，母、子核的质量数不变，则母核和子核的统计性相同。因电子是费米子，为保持统计性守恒，中微子必为费米子。

5、磁矩 μ_ν

实验上没有测得中微子的磁矩。从实验精度估计，其上限不超过$10^{-6}\ \mu_N$。

6、螺旋性（helicity）

理论和实验表明：

有一类中微子的自旋方向和动量方向相同。而另一类中微子的自旋方向和动量方向相反。为了表示这种性质引入另一个物理量——螺旋性。

$$\wp = \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{\left|\vec{P}\right| \left|\vec{\sigma}\right|}$$

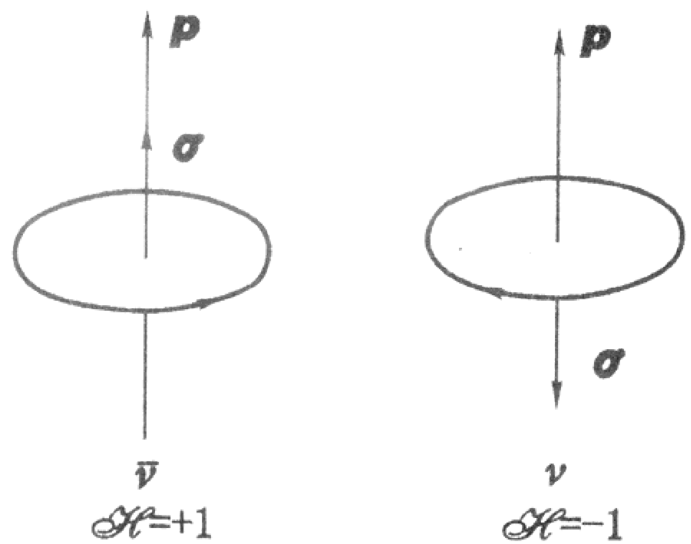


图 6-4　中微子的螺旋性

$\wp=+1$，称为反中微子，用$\bar{\nu}$表示，

其自旋方向与动量方向 相同，右旋粒子

$\wp=-1$，称为中微子，用ν表示，

其自旋方向与动量方向相反，左旋粒子

$\bar{\nu}$ 和 ν 互为粒子和反粒子。

实验表明，β^-衰变，放出反中微子 $\bar{\nu}$；

β^+衰变和轨道俘获，放出中微子ν。

四、中微子存在的实验证明

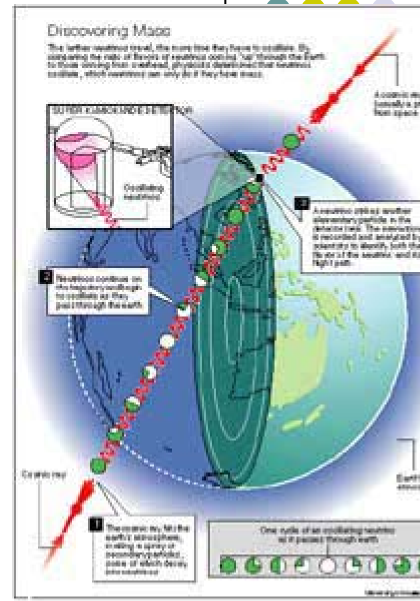
中微子假说的提出，解释了当时的大量实验现象，但是中微子是否存在，最终由实验来证明。由于中微子与物质的作用几率非常小，直接观测中微子是相当困难的。

ν与物质作用截面： $\sigma \sim 10^{-44}\,\mathrm{cm}^2$

普通物质密度： $n \sim 10^{23}\,\mathrm{cm}^{-3}$

ν 在物质中平均自由程:

$$\bar{l}=\frac{1}{n\sigma}\sim\frac{1}{10^{-44}\cdot 10^{23}}\sim 10^{21}\,cm=10^{16}\,km$$



地球直径: **D ~ 1.3 × 10⁴ *km*。**

$$\frac{\bar{l}}{D}\sim\frac{10^{16}}{10^{4}}=10^{12}$$

也就是说，中微子可以多次穿过地球而不与地球发生相互作用。

图 1（a）中微子通信"写意"—入地有门

1、间接证明

a、测量β粒子与反冲核的角度关系。

基本思想：若β衰变时只发射β粒子，根据动量守恒，则只能在反冲核的反方向才能测到β粒子；若β衰变时还发射中微子，则在其它方向上也能探测到β粒子。

实验结果指出，β粒子和反冲核的方向不是恰恰相反，这表明一定有第三个粒子放出。

进一步测量β粒子和反冲核的动量或能量，可求出第三个粒子动量和能量，从而求出它的质量。该方法测得其的静止质量几乎为零。

b、利用K 俘获测量反冲核的能量。

该方法是我国核物理学家王淦昌于1942年提出的。他提出研究^{7}Be核的K俘获来证实中微子存在的建议。

因为在轨道电子俘获中，终态只有两个粒子（反冲核和中微子），所以它们的能量都是单一的。测得反冲核的动能，即可间接判断中微子是否存在。

$$^{7}Be + e_K^- \rightarrow {}^{7}Li + \nu + 0.86MeV$$

理论上: $E_\nu \approx E_d = 0.86MeV$

反冲核能量: $E_R = \dfrac{P_R^2}{2m_R} = \dfrac{P_\nu^2}{2m_R}$

$$= \frac{E_\nu^2}{2m_R c^2} \approx \frac{E_d^2}{2m_R c^2}$$

$$= 56.3eV$$

在四十年代的旧中国要测量这样低的能量是不可能的。王淦昌只得将建议发表于物理评论。不久，阿仑（**J. S. Allen**）根据其建议进行了实验，得到了中微子存在的间接证据。

2、直接证明

由于中微子与物质的作用是极弱的，因此，直接探测中微子需要庞大而又高灵敏度的设备。

（1）实验原理： 中子衰变： $n \rightarrow P + \beta^{-} + \overline{\nu}$

逆过程： $P + \overline{\nu} \rightarrow n + e^{+}$

若测到同时产生的中子$\boldsymbol{n}$和正电子$\boldsymbol{e}^{+}$，则直接证明了中微子的存在。

（2）实验要求：

① 强大的反中微子流和大体积的质子靶;

② 需要高效率和高灵敏的探测器。

（3）采取的办法：

① 采用高通量的反应堆，产生反中微子流（β^-衰变中产生），可达10^{13}/s．cm^2;

② 两个$CdCl_2$质子靶，容积各达200升;

③ 在两个质子靶两边共放三个闪烁探测器，每个装闪烁液1400 L;

各用110个12.7cm（5英寸）光电倍增管探测闪光。

④ 整个装置经屏蔽后放在**15m** 深的地下室，以降低本底;

⑤ 用符合法测量。

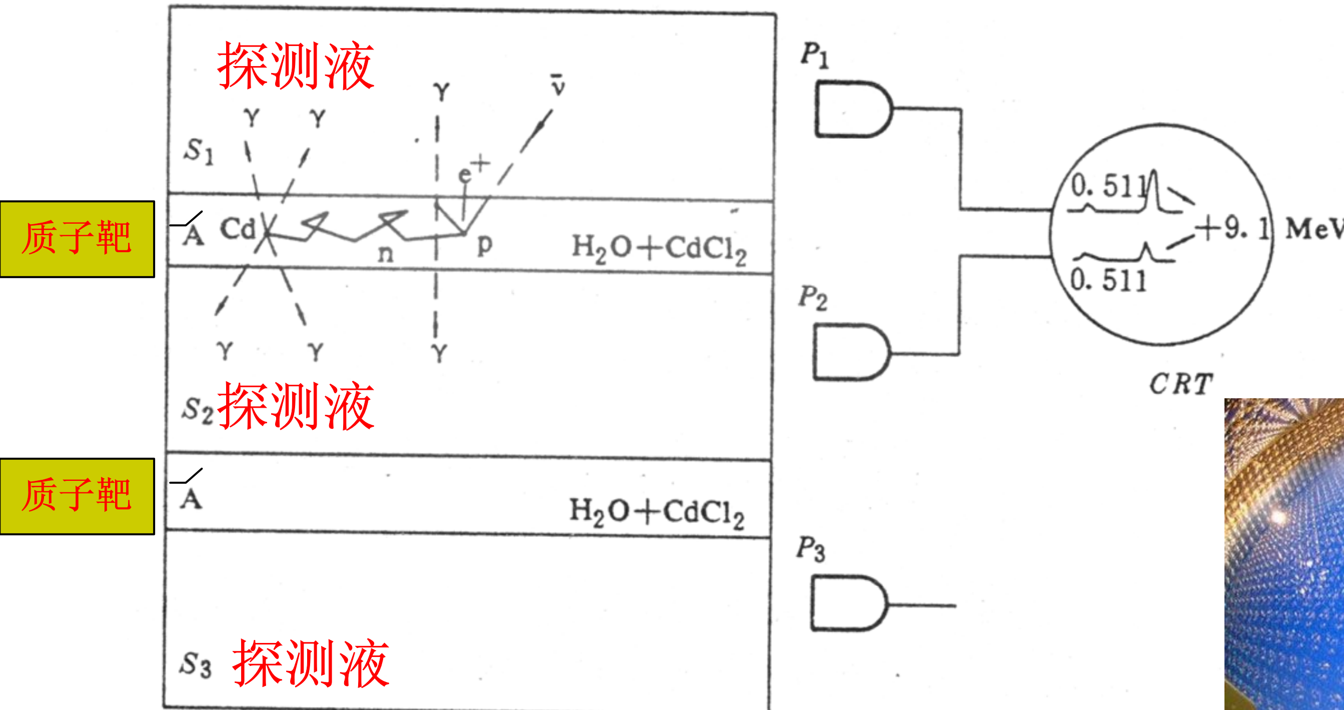
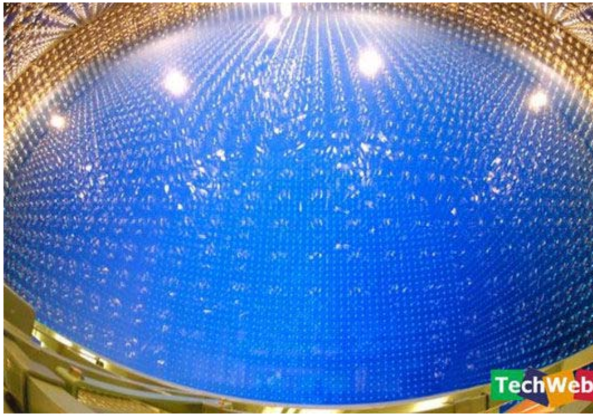


图 6.5 中微子探测示意图

A,靶;S,闪烁液;P,光电倍加管。[取自 C. L. Cowan and F. Reines 的论文]



壮观的中微子实验

（4）证明中微子存在

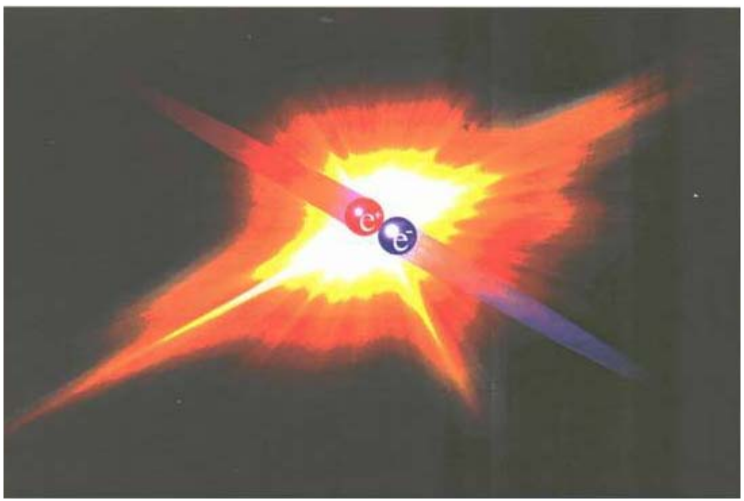
$$\bar{\nu} + P \rightarrow n + e^{+}$$

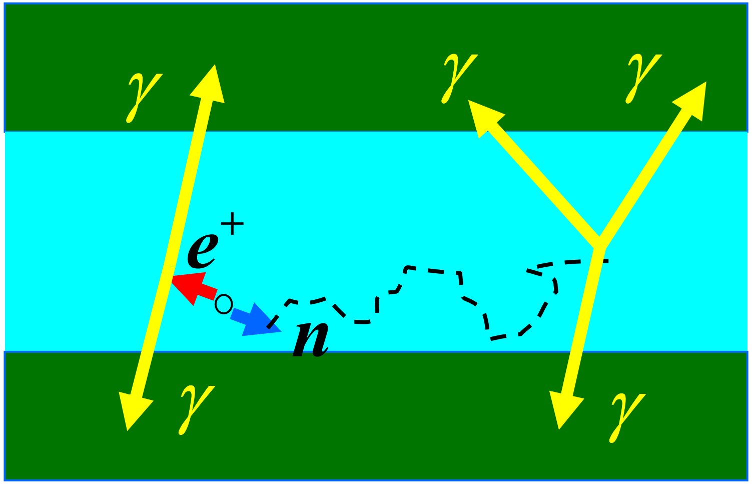
$$e^{+} + e^{-} \rightarrow 2\gamma$$

（γ 能量各0.511 MeV，被记录时间约为10^{-9}s）

$$n + {}^{113}Cd \rightarrow {}^{114}Cd + \gamma$$

（γ 总能量为9.1 MeV，时间约为10^{-5}s）





信号被转化后，从荧光屏上可观察到一对同时产生的能量为**0.511 MeV**脉冲，再过**10^{-5}s**后，又观察到总能量为**9.1MeV**的脉冲。

在能量上和时间关系上有这种特点的脉冲信号，只能由e^+和n产生，令人信服地证明了反中微子$\bar{\nu}$与**p**发生了作用，证实了$\bar{\nu}$的存在。

（5） $\bar{\nu}$ 和p 的作用截面

$$\sigma_{\exp} = \frac{R}{3600\varepsilon_{\beta}\varepsilon_{n}N\varphi}$$

$$R = {(36\pm4)}\big/{h}$$

N，靶中质子数，$N = 8.3\times10^{28}$；

ε_{β},探测β^{+}粒子效率，$\varepsilon_{\beta} \approx 0.85\pm0.05$;

ε_{n}，探测中子效率，$\varepsilon_{n} \approx 0.10\pm0.05$;

φ，反中微子通量，$\varphi \sim {1.3\times10^{13}}\big/{s\cdot cm^{2}}$

$$\sigma_{\exp} = (1.10\pm0.26)\times10^{-43}cm^{2}$$

理论估算截面： $\sigma_{th} = (1.07\pm0.07)\times10^{-43}cm^{2}$

五、中微子与反中微子不同的实验验证

原理如下：

正过程：$^{37}Ar+e_k^- \rightarrow ^{37}Cl+\nu$

逆过程：$\nu+^{37}Cl\rightarrow ^{37}Ar+e^-$

如果ν与 $\bar{\nu}$ 相同，则有：

$$\bar{\nu}+^{37}Cl\rightarrow ^{37}Ar+e^-$$

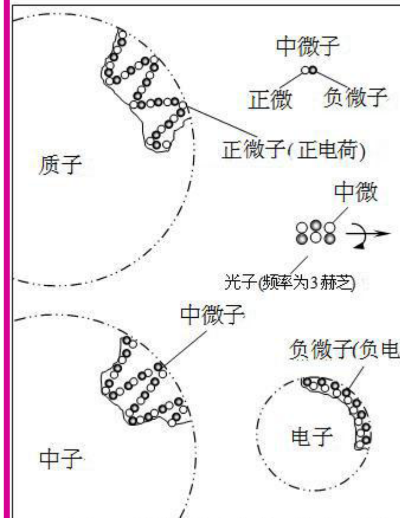


图 4 几个稳定的基本粒子的微观结构

然而，实验结果得到的 $\bar{\nu}$ 与^{37}Cl的作用截面$\sigma < 0.9\times10^{-45}\text{cm}^2$，远远小于$10^{-43}\text{cm}^2$。

由此可以确定ν与 $\bar{\nu}$ 不相同。

一、轻子数和轻子数守恒定律

1、轻子： 静止质量比核子的静止质量轻得多的粒子。

例如： 电子，正电子，$\bar{\nu}$ 和ν

共同特点： 自旋均为1/2，为费米子；
只参加电磁相互作用和弱相互作用。

2、轻子数

正轻子的 $L = +1$　　如： 电子，中微子

反轻子的 $L = -1$　　如： 正电子，反中微子

轻子以外的其它粒子的轻子数 $L = 0$。

3、轻子数守恒

在核衰变、核反应过程中轻子数的代数和不变。

$$^{3}H \rightarrow {}^{3}He + \beta^{-} + \bar{\nu}$$

$$L = \quad 0 \qquad\qquad 0 \quad +1 \quad -1$$

β衰变过程中的守恒定律：

电荷守恒，质量数守恒，角动量守恒，

能量守恒， 动量守恒，轻子数守恒。

β⁻ 衰变

β⁺ 衰变

1、β⁻ 衰变

① 形式:
$$_Z^AX \rightarrow _{Z+1}^{\ A}Y + \beta^- + \bar{\nu}$$

② 净过程（本质）：
$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}$$

③ 衰变能:

$$E_d(\beta^-) = [m_X(Z,A) - m_Y(Z+1,A) - m_e]c^2$$

若以原子质量表示，并忽略电子结合能的差异，则

$$E_d\left(\beta^-\right)=\left[M_X(Z,A)-Zm_e-M_Y(Z+1,A)+(Z+1)m_e-m_e\right]c^2$$
$$=\left[M_X(Z,A)-M_Y(Z+1,A)\right]c^2$$

用质量过剩表示

$$E_d\left(\beta^-\right)=\Delta(Z,A)-\Delta(Z+1,A)$$

例如： $${}^3H\rightarrow{}^3He+\beta^-+\overline{\nu}$$

$$E_d\left(\beta^-\right)=\Delta(1,3)-\Delta(2,3)=14.950-14.931=0.019\quad MeV$$

④ 衰变条件： $E_d(\beta^-)>0$，即$M_X>M_Y$。

2、β⁺ 衰变

① 形式: $^{A}_{Z}X \to ^{A}_{Z-1}Y + \beta^+ + \nu$

② 净过程（本质）: $p \to n + \beta^+ + \nu$

③ 衰变能:

$$E_d(\beta^+) = [m_X(Z,A) - m_Y(Z-1,A) - m_e]c^2$$
$$= [M_X(Z,A) - Zm_e - M_Y(Z-1,A) + (Z-1)m_e - m_e]c^2$$
$$= [M_X(Z,A) - M_Y(Z-1,A) - 2m_e]c^2$$

用质量过剩表示

$$E_d(\beta^+) = \Delta(Z,A) - \Delta(Z-1,A) - 2m_e c^2$$

④ 衰变条件： $E_d(\beta^+) > 0$，即$M_X - M_Y > 2m_e$。

例如：

$$^{11}_{6}C \to {}^{11}_{5}B + e^+ + \nu$$

$$\begin{aligned} E_d(\beta^+) &= \Delta(6,11) - \Delta(5,11) - 2m_e c^2 \\ &= 10.650 - 8.668 - 1.022 \\ &= 0.96 \quad MeV \end{aligned}$$

因此，^{11}C 可以产生β^+衰变。

3、轨道电子俘获（用EC，ε 表示）

① 形式: $${}_{Z}^{A}X+e^{-}\rightarrow{}_{Z-1}^{A}Y+\nu$$

② 净过程（本质）: $$p+e^{-}\rightarrow n+\nu$$

③ 衰变能:

$$E_d(EC)=\left[m_X(Z,A)+m_e-m_Y(Z-1,A)\right]c^2-W_i$$
$$=\left[M_X(Z,A)-Zm_e+m_e-M_Y(Z-1,A)+(Z-1)m_e\right]c^2-W_i$$
$$=\left[M_X(Z,A)-M_Y(Z-1,A)\right]c^2-W_i$$

用质量过剩表示 $$E_d(EC)=\Delta(Z,A)-\Delta(Z-1,A)-W_i$$

式中，W_i 是子核原子的第i 层电子的结合能。

④ 衰变条件：$E_d(EC)>0$，即$M_X-M_Y>W_i/c^2$ 。

例如：

$$^7Be+e_K^-\rightarrow{}^7Li+\nu$$

$$\begin{aligned}E_d&=\Delta(4,7)-\Delta(3,7)-W_i\\&=15.769-14.908-55\times10^{-6}\\&\approx0.861\quad MeV\end{aligned}$$

由于K层电子最靠近原子核，因而K俘获的概率最大。但是当$W_K/c^2>M_X-M_Y>W_L/c^2$时，显然K俘获不可能发生，而L俘获的概率成为最大了。如^{202}Pb。

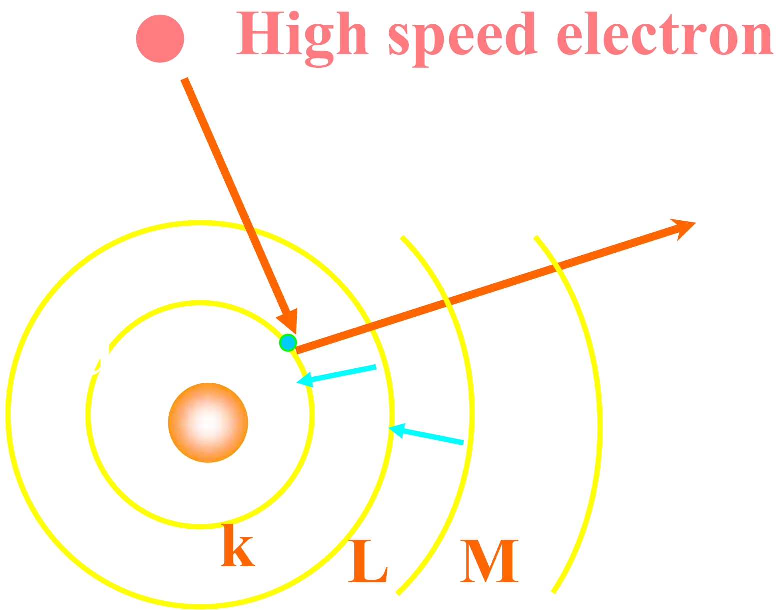
注意：

1）当原子核发生轨道电子俘获后，子核原子的内壳层留下空位，整个电子壳层将重新排列。外层电子填充内层空位，将伴随发射<u>特征X射线</u>或者<u>俄歇电子</u>。

这一点在实验上很重要。因为轨道电子俘获本身不发射β粒子，只发射中微子，而后者在实验上很难测到。因此，一般是通过探测伴随粒子来记录轨道电子俘获。

（1）特征X射线的产生过程

高速电子进入靶物质后，其动能被靶原子内壳层电子获得，一部分用来脱离原子核束缚作功（逸出功）；另一部分变成逸出后电子的动能。



当电子逸出后，原子内壳层就出现了空位，外壳层电子将向内壳层填充，辐射的电磁波（X射线）由两能级差确定

① 特征X射线： 外层电子填充内层空位，多余能量以X射线形式放出，不同核素其X射线能量不同，故称为特征X射线，也称标识X射线。

*K*俘获后，如*L*层电子来填空位，发射的X射线的能量为：

$$h\nu = W_k - W_L$$

② **俄歇效应：** 外层电子填充内层空位，多余能量不发射X射线，而把能量交给另一个同壳层电子，使之发射出来成为自由电子，该电子称为俄歇电子。

若发射俄歇电子，则它的能量：

$$E_{eL} = h\nu - W_L = W_k - 2W_L$$

2）β^+ 衰变条件： $M_X - M_Y > 2m_e$

EC衰变条件： $M_X - M_Y > W_i/c^2$

而$2m_e c^2 > W_i$，故**能发生β^+ 衰变的原子核可以发生轨道电子俘获**。反之，能发生EC 的原子核不一定能发生β^+衰变。

另外，若E_d同时满足上述三个条件（和三种β衰变能量要求），则这三种衰变均可能发生。

三、双β 衰变

β 衰变除了上述常见的三种类型外，还存在一种非常稀少的“双β 衰变”。

双β 衰变：原子核自发地放出两个电子或两个正电子，或发射一个正电子同时又俘获一个轨道电子，或俘获两个轨道电子的过程。如下式：

$$\left.\begin{aligned}
{}_{Z}^{A}X &\xrightarrow{2\beta^-} {}_{Z+2}^{A}Y \\
{}_{Z}^{A}X &\xrightarrow{2\beta^+} {}_{Z-2}^{A}Y \\
{}_{Z}^{A}X &\xrightarrow{\beta^+\varepsilon} {}_{Z-2}^{A}Y \\
{}_{Z}^{A}X &\xrightarrow{2\varepsilon} {}_{Z-2}^{A}Y
\end{aligned}\right\}$$

在上列任一过程中，原子核的电荷数改变2。其发生的概率要比单β衰变的概率小得多，它只有在原子核的单β衰变在能量上被禁戒或由于母子核的角动量差很大时才能被观察到，只能在一些偶偶核中发生。

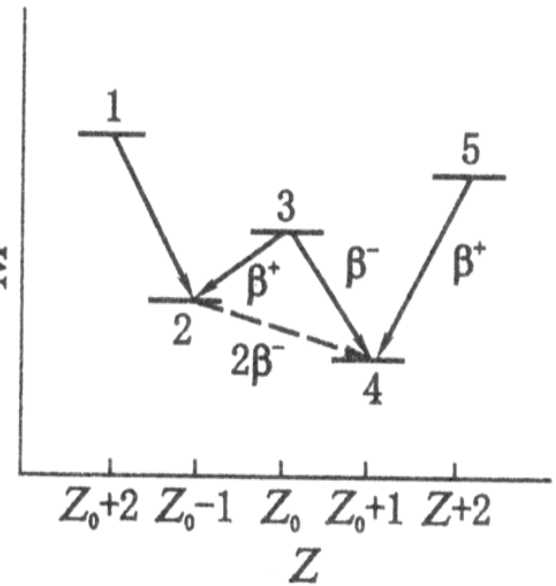


图 6-6 双 β 衰变示意图

如左图。横线1，2，3，4，5分别表示一组偶A的同量异位素，其中2，4是偶偶同量异位素。

由图可见，核素2和4的质量比相邻核素的质量均小，但它们的质量仍有差别，核素2的质量大于核素4，就有可能产生核素2→4的跃迁。

这种跃迁的电荷数要改变2，于是在跃迁中同时放出两个电子。这种过程就是双β 衰变。

在理论上，双β 衰变可以分为两类：

1）有中微子的双β衰变，记为2νββ。如

$$ {}_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{Z+2}^{\ \ A}Y + 2\beta^{-} + 2\overline{\nu} $$

2）无中微子的双β衰变，记为0νββ。如

$$ {}_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{Z+2}^{\ \ A}Y + 2\beta^{-} $$

2νββ 过程轻子数守恒，放出的中微子是狄拉克（Dirac）中微子（即 $\nu \neq \overline{\nu}$，可以区别，且$m_\nu = 0$）。

0νββ 过程轻子数不守恒，放出的中微子是马约喇纳（Majorana）中微子（即 $\nu \equiv \overline{\nu}$，且 $m_\nu \neq 0$）。

0νββ 过程本质上是核内以下两个过程的结果:

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \qquad (6.3\text{-}15)$$

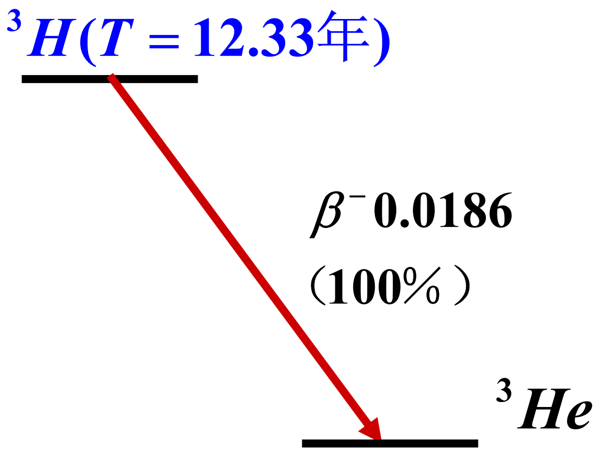
$$\nu + n \longrightarrow p + e^- \qquad (6.3\text{-}16)$$

由于过程（6.3-15）产生的 $\bar{\nu}$ 和 ν 相同，它很快被中子吸收发生过程（6.3-16），从而导致不放中微子的双β衰变。

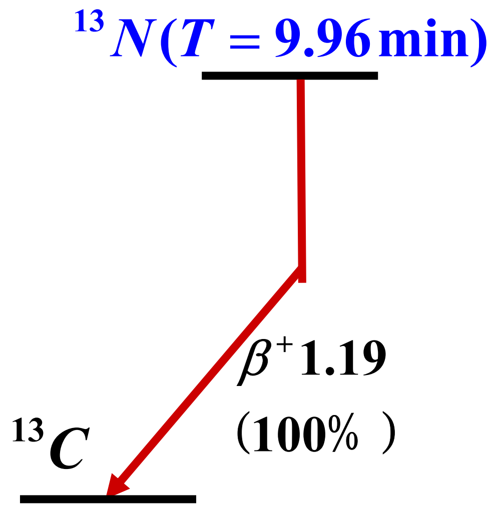
可见，双β衰变的实验测量，可以用来鉴别中微子有无正反之分和中微子是否具有静止质量。这种鉴别在粒子物理学、天体物理学和宇宙学中有重大意义。

核衰变也可以用图来表示，这种图叫做<u>衰变纲图</u>。

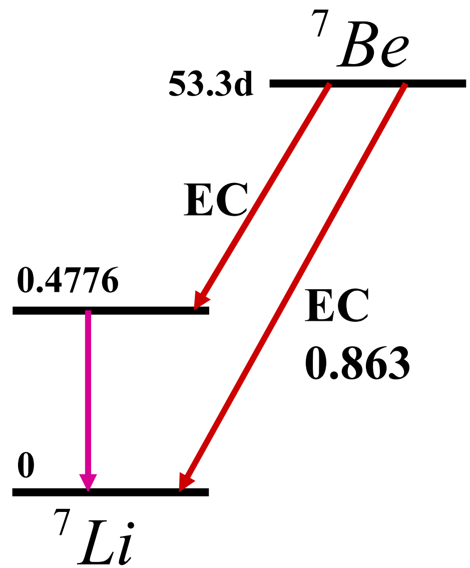
如：



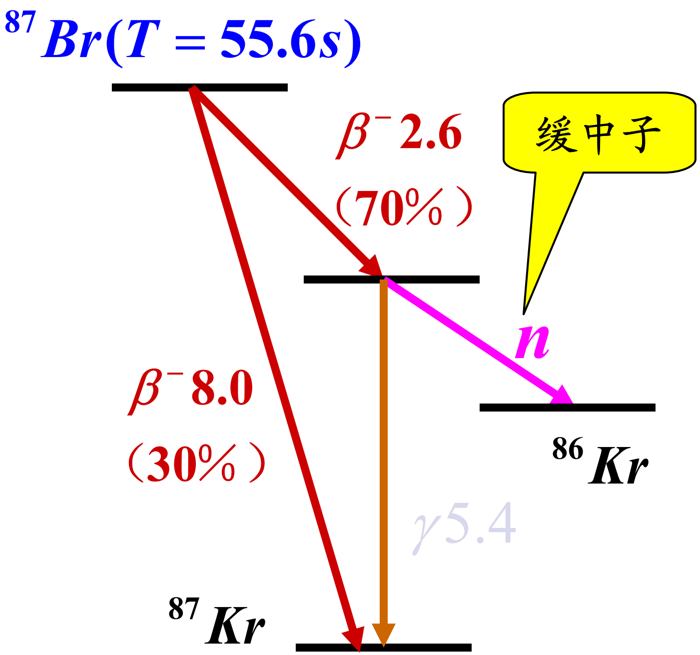
^{3}H 的衰变纲图

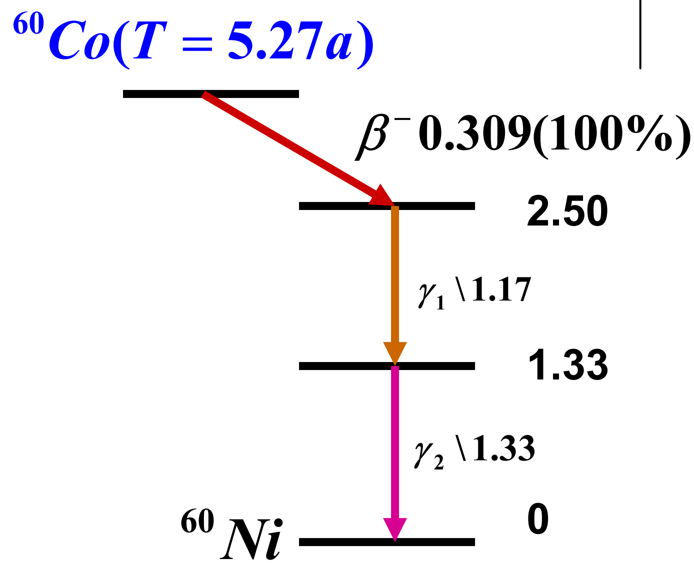


^{13}N 的衰变纲图



^{7}Be的衰变纲图


$^{87}Br(T = 55.6s)$
$\beta^- 2.6$
(70%)
缓中子
n
$\beta^- 8.0$
(30%)
^{86}Kr
$\gamma 5.4$
^{87}Kr

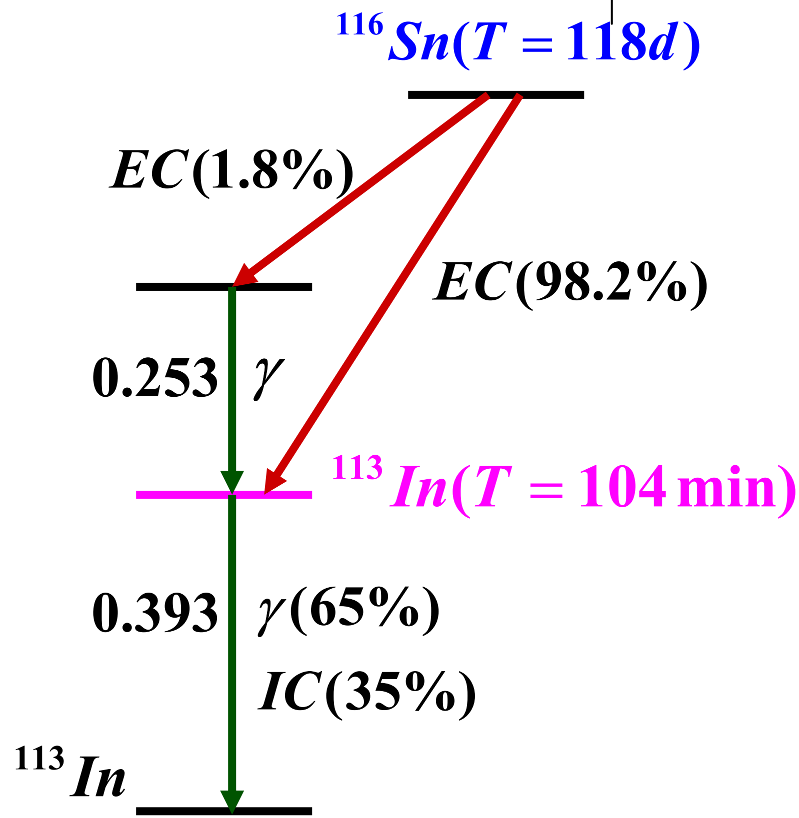

$^{60}Co(T = 5.27a)$
$\beta^- 0.309(100\%)$
2.50
$\gamma_1 \backslash 1.17$
1.33
$\gamma_2 \backslash 1.33$
^{60}Ni
0

^{6}Co的衰变纲图

图中，横线表示原子核的能级，对应每种核素的最低一条横线表示基态，在它上面的横线表示激发态。

除稳定核素外，基态能级旁都标有半衰期；每条能级旁一般标有该能级的能量（相对于基态而言）、自旋和宇称。

斜线旁边都标有衰变类型、能量和分支比（以百分数表示）等。两能级之间的垂线表示 γ 跃迁。



同质异能素 ^{113m}In

6.4 衰变纲图

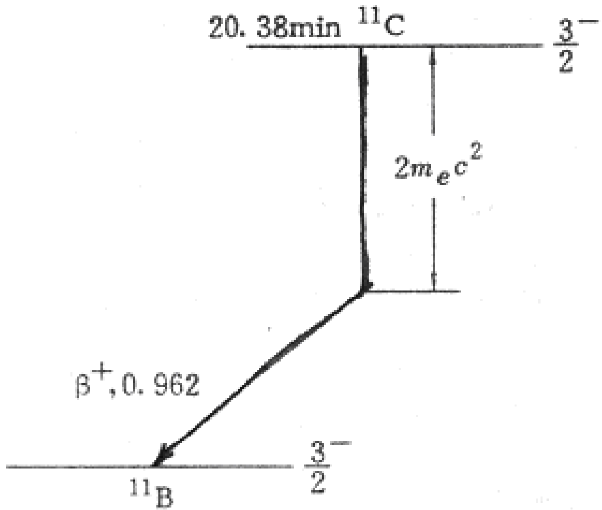


图 6.7 ^{11}C 的 β^+ 衰变图

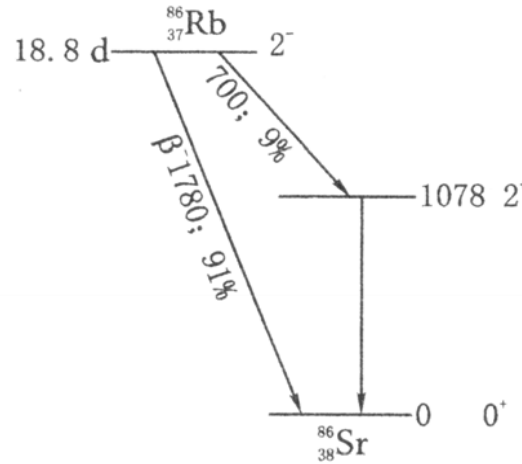


图 6-9 $^{86}_{37}$Rb 的衰变纲图

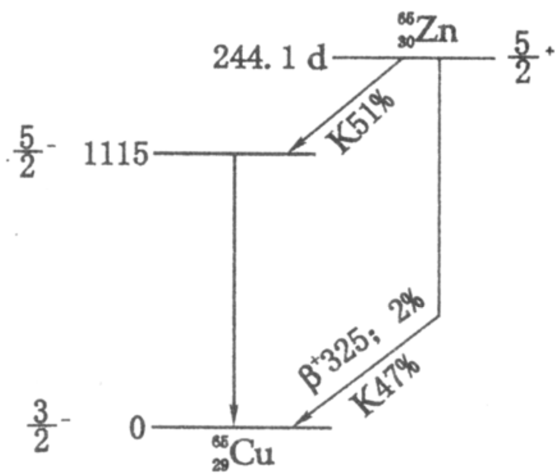


图 6-10 $^{65}_{30}$Zn 的衰变纲图

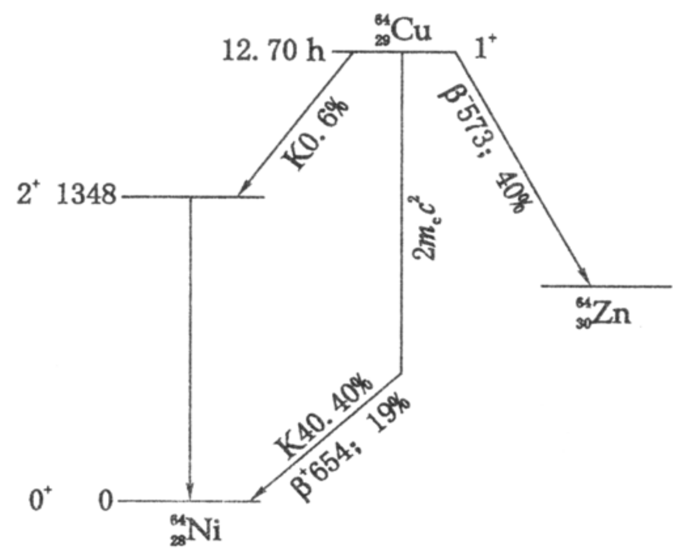


图 6-11 $^{64}_{29}$Cu 的衰变纲图

应当指出，衰变纲图一般都是根据原子质量差（而不是原子核的质量差）画出的。所以，对于β^+衰变情形，由于母核与子核的原子质量差所对应的能量减去两个电子的静止能量后才等于β^+粒子的最大动能，因而在代表β^+衰变的斜线前画了一条垂线表示两个电子的静止能量。

还应指出，当通过β^+衰变和轨道电子俘获到同一个能级时，为使衰变纲图简化，一般在表示β^+衰变的斜线旁同时标上**K**或ε等以示**K**俘获或轨道电子俘获。

衰变纲图能给出核能级的多种信息，此外，它的用途之一，是可以利用它来计算一定量放射性核素的放射性。

如：1mg ^{64}Cu的β^+ 粒子强度

$$I_{\beta^+} = 19\%\lambda N = 0.19\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\frac{mN_A}{A}$$

$$= \frac{0.19\times 0.693\times 10^{-3}\times 6.022\times 10^{23}}{12.70\times 3600\times 64}s^{-1}$$

$$= 2.71\times 10^{13}s^{-1}$$

返回本章目录

β 衰变理论是**1934**年费米**(E. Fermi)**根据β 衰变的基本实验事实和中微子假说提出的。它成功地解释了β 谱的形状，半衰期和能量之间的关系。

一、费米理论的基本思想

二、β衰变概率公式

一、费米理论的基本思想

- β衰变的本质是核中质子和中子之间的相互转变，质子和中子是同一种粒子的两种不同的量子态，β衰变是两种量子态之间的跃迁。

- 核子的两种量子态跃迁过程中，产生并放出电子和中微子；电子和中微子事先并不存在核中，它们的总数没有必要保持不变。

- 与原子发光是由于电磁场与电子相互作用类似，β衰变中发射电子和中微子是由于电子---中微子场与原子核的相互作用。不同的是原子发光是电磁相互作用，而β衰变是弱相互作用。

二、β 衰变概率公式

1、推导β 衰变几率公式

根据量子力学的微扰论，单位时间内发射动量处于**P ~ P + dP**间的粒子的几率：

$$I(P)dP = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_f^* H \psi_i d\tau\right|^2 \frac{dn}{dE} \qquad \textbf{（6.5-1）}$$

始态：只有一个母核　　$\Psi_i = u_i$

终态：子核、β粒子和中微子，它们的波函数分别是u_f、ϕ_β、ϕ_ν，它们之间的相互作用很弱，因而　　$\Psi_f = u_f \phi_\beta \phi_\nu$

H：弱相互作用的哈密顿量。在β衰变时，取为常数g，g 称为弱相互作用常量，描述弱作用强度。

$\frac{dn}{dE}$：单位能量间隔的终态数目。

则，（6.5-1）式可写成

$$I(P)dP = \frac{2\pi g^2}{\hbar}\left|\int u_f^* \phi_\beta^* \phi_\nu^* u_i d\tau\right|^2 \frac{dn}{dE} \qquad (6.5\text{-}2)$$

在β 衰变中，电子和中微子的能量常在**MeV**数量级，此时电子和中微子波长很长。如E_β，$E_\nu \sim 1$ **MeV**时

$$\lambda_\beta \approx 1.4\times 10^{-11}cm$$

$$\lambda_\nu \approx 2\times 10^{-11}cm$$

而原子核的线度$2R$在10^{-13}cm量级，因此

$$\lambda_\beta，\quad \lambda_\nu >> 2R$$

再考虑到相互作用微弱，可以认为原子核对电子和中微子的波长影响很小，可以近似把电子和中微子看成是自由粒子，并用平面波来描写它们：

$$\phi_\beta{}^* = V^{-1/2}\exp\left(-i\overrightarrow{k_\beta}\cdot\vec{r}\right)$$

$$\phi_\nu{}^* = V^{-1/2}\exp\left(-i\overrightarrow{k_\nu}\cdot\vec{r}\right)$$

式中V为电子和中子归一化的体积，$\overrightarrow{k_\beta}$ 和 $\overrightarrow{k_\nu}$ 分别是β粒子和中微子的波矢量。

代入（6.5-2）式，得

$$I(P)dP=\frac{2\pi g^2}{\hbar V^2}\left|\int u_f^* u_i \exp\left[-i\left(\vec{k_\beta}+\vec{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}\right]d\tau\right|^2\frac{dn}{dE}$$

令跃迁矩阵元

$$M_{if}=\int u_f^* u_i \exp\left[-i\left(\vec{k_\beta}+\vec{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}\right]d\tau$$

则

$$I(P)dP=\frac{2\pi g^2}{\hbar V^2}\left|M_{if}\right|^2\frac{dn}{dE}$$

现在来计算单位能量间隔内的终态数目 $\frac{dn}{dE}$。

终态数目为子核、β粒子和中微子的状态数的乘积。对某一确定的β衰变，子核的状态数为**1**。至于β粒子，按照量子统计理论，体积**V**中动量在***P***到***P+dP***之间的状态数为

$$dn_\beta = \frac{4\pi P^2 dP}{(2\pi\hbar)^3} V \qquad dn_\nu = \frac{4\pi P_\nu^2 dP_\nu}{(2\pi\hbar)^3} V$$

所以，终态密度为

$$\frac{dn}{dE} = \frac{dn_\beta dn_\nu}{dE} = \frac{16\pi^2 P^2 P_\nu^2 dP dP_\nu}{(2\pi\hbar)^6 dE} V^2 = \frac{P^2 P_\nu^2 dP dP_\nu}{4\pi^4 \hbar^6 dE} V^2$$

略去子核反冲能，β粒子与中微子的能量之和等于β粒子的最大能量$\boldsymbol{E_m}$，即

$$\boldsymbol{E + E_\nu = E_m}$$

对某一确定的β衰变，$\boldsymbol{E_m}$是一常量，则

$$\mathbf{d}\boldsymbol{E} = -\mathbf{d}\boldsymbol{E_\nu}$$

若中微子的静止质量$\boldsymbol{m_\nu = 0}$，有$\boldsymbol{E_\nu = cP_\nu}$，$\mathbf{d}\boldsymbol{E_\nu} = \boldsymbol{c}\mathbf{d}\boldsymbol{P_\nu}$，所以有

$$dE = -c\,dP_\nu \qquad P_\nu = (E_m - E)/c$$

$$\frac{dn}{dE} = \frac{P^2 (E_m - E)^2 dP}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} V^2$$

因此，（6.5-5）式成为

$$I(P)dP=\frac{g^2\left|M_{if}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}\left(E_m-E\right)^2P^2dP$$

这就是β 衰变的几率公式。它表示在$m_\nu=0$条件下，单位时间内发射动量在P ~ P + dP 间的β粒子的几率。

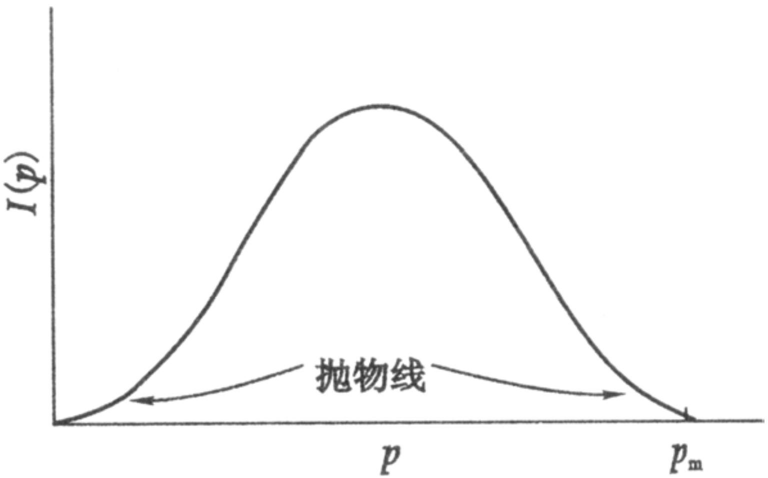


图 6-12　β粒子的动量分布

由于M_{if}一般随β粒子能量的变化并不显著，对于有些跃迁，甚至是常数。因此用β 粒子的动量分布取决于统计因子（E_m – E）$^2P^2$。给出动量分布曲线与实验结果基本一致。

2、库仑作用的影响

上述推导忽略了原子核的库仑场对发射β粒子的影响。但是，核库仑场对电子的作用不能忽略，特别对于高Z的核，库仑场的影响特别显著。为了计入这种影响，对$I(P)\,dP$进行修正，引入一个修正因子$F(Z,E)$。它是子核电荷数Z和β粒子能量E的函数，称为费米函数，或叫库仑改正因子。

费米函数的计算一般相当复杂，应用时有现成的函数表或图可查（图**6-13**）。如果**Z**值比较小，***F* (*Z*, *E*)** 在非相对论近似中可用一简单函数来表示

$$F(Z,E)=\frac{x}{1-e^{-x}}$$

其中，$x=\pm\frac{2\pi Zc}{137v}$，对$\beta^-$衰变取正号，对$\beta^+$衰变取负号，***v***为β粒子的速度。

考虑了库仑改正因子之后，β粒子动量分布的最后表达式为

$$I(P)dP=\frac{g^2\left|M_{if}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}F(Z,E)(E_m-E)^2p^2dP \quad （6.5\text{-}12）$$

这是β 衰变的基本公式，以后有关β衰变的跃迁分类、选择定则、β谱形和半衰期的讨论都将以此式作为出发点。库仑修正后的β能谱如图6-14所示。

图示表明，库仑作用主要影响β 能谱的低能部分。核的库仑场对β^-粒子吸引，使β^-粒子能量下降，低能区β^-粒子增多；反之，核的库仑场对β^+粒子排斥，使β^+粒子能量加大，低能区β^+粒子减少。

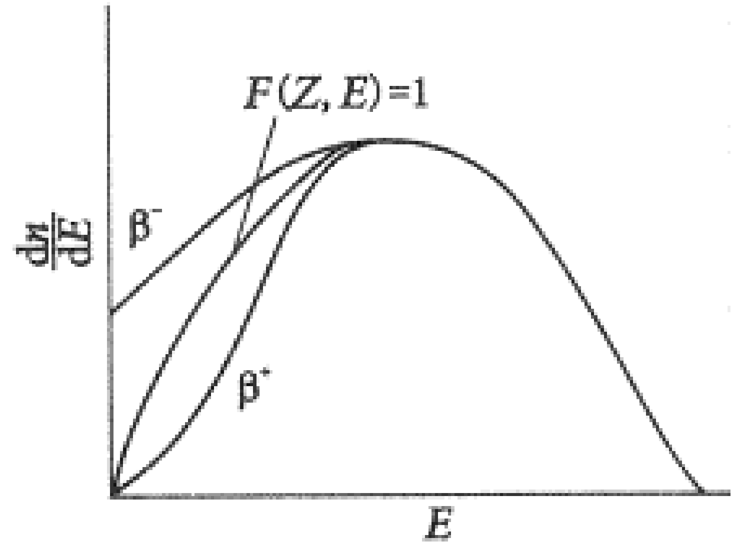


图 6-14　F(Z,E)对 β 能谱的影响

一、跃迁分类

根据跃迁矩阵元｜M_{if}｜的大小，可以将β跃迁进行分类。

$$M_{if}=\int u_f^* u_i \exp\left[-i\left(\overrightarrow{k_\beta}+\overrightarrow{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}\right]d\tau$$

1、把矩阵元中的指数项展为级数

a、泰勒展开:

$$\exp\left[-i\left(\overrightarrow{k_\beta}+\overrightarrow{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}\right]=1-i\left(\overrightarrow{k_\beta}+\overrightarrow{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}-\frac{1}{2!}\left[\left(\overrightarrow{k_\beta}+\overrightarrow{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}\right]^2+\cdots$$

由于 $\left(\overrightarrow{k_\beta}+\overrightarrow{k_\nu}\right)\cdot\vec{r}\approx\left(\frac{1}{\lambda_\beta}+\frac{1}{\lambda_\nu}\right)R$，一般在**0.1 ~ 0.01**范围，比 **1** 小很多。

b、平面波展成球面波：

$$\exp\left[-i\left(\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right)\cdot\vec{r}\right]=\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(-1)^l j_l\left[\left|\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right|\cdot\left|\vec{r}\right|\right]P_l(\cos\theta) \quad (6.6\text{-}2)$$

对球贝塞尔函数，有

$$j_l\left[\left|\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right|\cdot\left|\vec{r}\right|\right]\approx\left[\left|\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right|\cdot\left|\vec{r}\right|\right]^l\Big/(2l+1)!!$$

其中，（**2*l* +1**）**!! = 1×3×5×…×**（**2*l* +1**）。于是，（**6.6-2**）式变成

$$\exp\left[-i\left(\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right)\cdot\vec{r}\right]=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)(-1)^l}{(2l+1)!!}\left[\left|\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right|\cdot\left|\vec{r}\right|\right]^l P_l(\cos\theta)$$

代入（**6.5-12**）发现，由于 $\left|\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu\right|\cdot\left|\vec{r}\right|<<1$，级数的第一项（$l=0$）对跃迁概率的贡献最大，随 l 的增大而锐减。

2、跃迁分类

a、容许跃迁： 当$l=0$有贡献时，称为容许跃迁。

此时，跃迁矩阵元 $M_{if} \approx \int u_f^* u_i d\tau \equiv M$

b、禁戒跃迁： $l=0$的项对M_{if}没有贡献时，跃迁几率将比容许跃迁几率小得多，这种跃迁称为禁戒跃迁。

禁戒跃迁可以分为以下几类：

若$l=1$的项是主要贡献项，则称为一级禁戒跃迁；

若$l=1$的贡献是零，$l=2$的贡献是主要的时，则称为二级禁戒跃迁；……

其余的类推，各级跃迁几率之间有以下关系：

容许跃迁 $>>$ 一级禁戒跃迁 $>>$ 二级禁戒跃迁 ……

各级跃迁几率之间相差几个数量级。

二、容许跃迁的选择定则

类似于原子跃迁中的选择定则，β 衰变也须服从一定的选择定则。

1、容许跃迁的选择定则

1）容许跃迁须遵从以下选择定则：

$$\left.\begin{aligned} \Delta I &= 0, \quad \pm 1 \\ \Delta \pi &= +1 \end{aligned}\right\}$$

其中：衰变前后母、子核的自旋变化 $\Delta I = I_i - I_f$；

衰变前后母、子核的宇称变化 $\Delta \pi = \pi_i \pi_f$。

2）选择定则的获得:

a、 ΔI的获得:

在β衰变中，角动量守恒，故有:

$$\vec{I_i} = \vec{I_f} + \vec{s} + \vec{l}$$

$$\vec{s} = \vec{s_e} + \vec{s_\nu}$$

对于容许跃迁，$l = 0$，则 $\vec{I_i} = \vec{I_f} + \vec{s}$

电子和中微子的自旋均为1/2，按角动量耦合规则

$$s = \begin{cases} 0, & \text{电子和中微子的自旋反平行} \\ 1, & \text{电子和中微子的自旋平行} \end{cases}$$

则有

当 $s=0$ 时，有　$I_i=I_f$

$$\Delta I=I_i-I_f=0 \qquad (6.6\text{-}7)$$

当 $s=1$ 时，有　$I_i=I_f+1$，I_f，I_f-1

$$\Delta I=I_i-I_f=1,\ 0,\ -1 \qquad (6.6\text{-}8)$$

b、△π的获得

关于宇称选择定则，对于β衰变不能简单地根据宇称守恒定律而得出。因为β衰变中宇称不守恒。

在非相对论处理中，β衰变中原子核宇称的变化可以认为等于轻子带走的轨道宇称，即：

$$\pi_i = \pi_f (-1)^l$$

其中，l 为轻子带走的轨道角动量，故宇称的选择定则为：

$$\Delta\pi = \pi_i \pi_f = (-1)^l \pi_f{}^2 = (-1)^l$$

对于<u>容许跃迁</u>，$\boldsymbol{l=0}$，宇称的选择定则为：

$$\Delta\pi = +1$$

例：

$$^{64}_{29}Cu \rightarrow ^{64}_{28}Ni + \beta^{+} + \nu$$

$$I_i = 1 \qquad I_f = 0$$

$$\pi_i = +1 \qquad \pi_f = +1$$

$\Delta \boldsymbol{I} = \mathbf{1}$，$\Delta\pi = \mathbf{+1}$ 是容许跃迁。

c、F跃迁和G-T跃迁

F跃迁： 电子和中微子的自旋反平行的跃迁称为

费米跃迁。（简称**F跃迁**）

G-T跃迁： 电子和中微子的自旋平行的跃迁称为

伽莫夫-泰勒（**Gamov--Teller**）跃迁。

（简称**G-T跃迁**）

（**6.6-7**）式为**F** 选择定则；（**6.6-8**）式为**G-T**选择定则。

可见：

$0 \to 0$，　$\Delta I = 0$，　是纯的F跃迁；

$\Delta I = \pm 1$　　是纯的G-T跃迁。

当$I_i = I_f \neq 0$时，$\Delta I = 0$，是F跃迁和G-T跃迁的混合。

例如：$^{14}_{8}O \xrightarrow{\beta^+} {}^{14}_{7}N^*$　　$^{6}_{2}He \xrightarrow{\beta^-} {}^{6}_{3}Li$　　$n \xrightarrow{\beta^-} p$

$0^+ \to 0^+$　　$0^+ \to 1^+$　　$\frac{1}{2}^+ \to \frac{1}{2}^+$

是纯F型容许跃迁；　是纯GT型容许跃迁；

F跃迁和GT跃迁均有

对于混合跃迁，弱相互作用常数**g**与跃迁矩阵元M_{if}写成下列形式:

$$g^2\left|M_{if}\right|^2 = g_F{}^2\left|M_F\right|^2 + g_{GT}{}^2\left|M_{GT}\right|^2$$

g_F，$g_{G\text{-}T}$分别是**F**跃迁和**G-T**跃迁的弱相互作用常数。

M_F，$M_{G\text{-}T}$分别是**F**跃迁和**G-T**跃迁的矩阵元。

三、禁戒跃迁的选择定则

1、一级禁戒跃迁 $l=1$

a、角动量的选择定则

当**s = 0**（电子和中微子的自旋反平行）时，即**F**跃迁

$$I_i = I_f+1,\ I_f,\ I_f-1$$

则得角动量选择定则

$$\Delta I = I_i - I_f = 0,\ \pm 1 \quad (0\to 0\text{跃迁除外})$$

（**6.6-11**）

当s =1时，属于G-T跃迁

$$I_i = I_f+2,\ I_f+1,\ I_f,\ I_f-1,\ I_f-2$$

则得角动量选择定则

$$\Delta I = I_i - I_f = 0,\ \pm 1,\ \pm 2 \qquad (6.6\text{-}12)$$

b、宇称的选择定则

$$\Delta\pi = (-1)^l = -1$$

所以，一级禁戒跃迁的选择定则为：$\begin{cases}\Delta I = 0, \quad \pm 1, \quad \pm 2 \\ \Delta\pi = -1\end{cases}$

2、二级和n 级跃迁的选择定则

a、二级禁戒跃迁，$l=2$:

$$\begin{cases} \Delta I = \pm 2, \quad \pm 3 \\ \Delta \pi = +1 \end{cases}$$

△I= ± 3为纯的G-T跃迁。

应当指出：对于二级禁戒跃迁，由角动量守恒给出△I= 0，± 1，± 2，± 3，但当
$$\begin{cases} \Delta I = 0, \quad \pm 1 \\ \Delta \pi = +1 \end{cases}$$
时，也符合容许跃迁选择定则，而二级禁戒跃迁的几率比容许跃迁几率小几个数量级，完全可以不予考虑。因此，其选择定则△I = ± 2，± 3。

b、*n* 级禁戒跃迁，这时 $l=n$ 的选择定则：

$$\begin{cases} \Delta I = \pm n, \quad \pm(n+1) \\ \Delta\pi = (-1)^n \end{cases}$$

其中，$\Delta I=\pm(n+1)$ 为纯的G-T跃迁。

例：$${}^{87}_{37}Rb \xrightarrow{\beta^-} {}^{87}_{38}Sr \qquad \left(3/2^- \to 9/2^+\right)$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 3/2 - 9/2 = -3$$

$$\Delta\pi = \pi_i\,\pi_f = -1$$

为<u>三级禁戒跃迁</u>。

小 结

设衰变前母核的自旋、宇称分别为I_i、π_i；衰变后子核的自旋、宇称分别为I_f、π_f。

则　衰变前后自旋的变化为　$\triangle I = I_i - I_f$

宇称的变化为　$\triangle \pi = \pi_i \pi_f$

1、容许跃迁的选择定则 $\begin{cases} \Delta I = 0, \quad \pm 1 \\ \Delta \pi = +1 \end{cases}$

2、禁戒跃迁的选择定则

1）一级禁戒跃迁的选择定则为：

$$\begin{cases}\Delta I = 0, \quad \pm 1, \quad \pm 2 \\ \Delta\pi = -1\end{cases}$$

2）***n*** 级禁戒跃迁的选择定则为：

$$\begin{cases}\Delta I = \pm n, \quad \pm(n+1) \\ \Delta\pi = (-1)^n\end{cases}$$

例1:

$$ {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{3}He + \beta^{-} + \overline{\nu} $$

$$ I_i = \frac{1}{2} \qquad I_f = \frac{1}{2} $$

$$ \pi_i = +1 \qquad \pi_f = +1 $$

$\triangle I = 0$， $\triangle \pi = +1$ 是容许跃迁。

例2:

$$ {}_{37}^{87}Rb \xrightarrow{\beta^{-}} {}_{38}^{87}Sr \qquad \left(3/2^{-} \rightarrow 9/2^{+}\right) $$

$$ \triangle I = I_i - I_f = 3/2 - 9/2 = -3 $$

$$ \triangle \pi = \pi_i \, \pi_f = -1 $$

为三级禁戒跃迁。

例3：

$$ {}^{59}_{26}Fe \xrightarrow{\beta^-} {}^{59}_{27}Co \qquad \left(3/2^- \rightarrow 7/2^-\right) $$

$$ \triangle I = I_i - I_f = 3/2 - 7/2 = -2 $$

$$ \triangle \pi = \pi_i \, \pi_f = +1 $$

为二级禁戒跃迁。

例4：

$$ {}^{115}_{49}In \xrightarrow{\beta^-} {}^{115}_{50}Sn \qquad \left(9/2^+ \rightarrow 1/2^+\right) $$

$$ \triangle I = I_i - I_f = 9/2 - 1/2 = 4 $$

$$ \triangle \pi = \pi_i \, \pi_f = +1 $$

为四级禁戒跃迁。

例5:

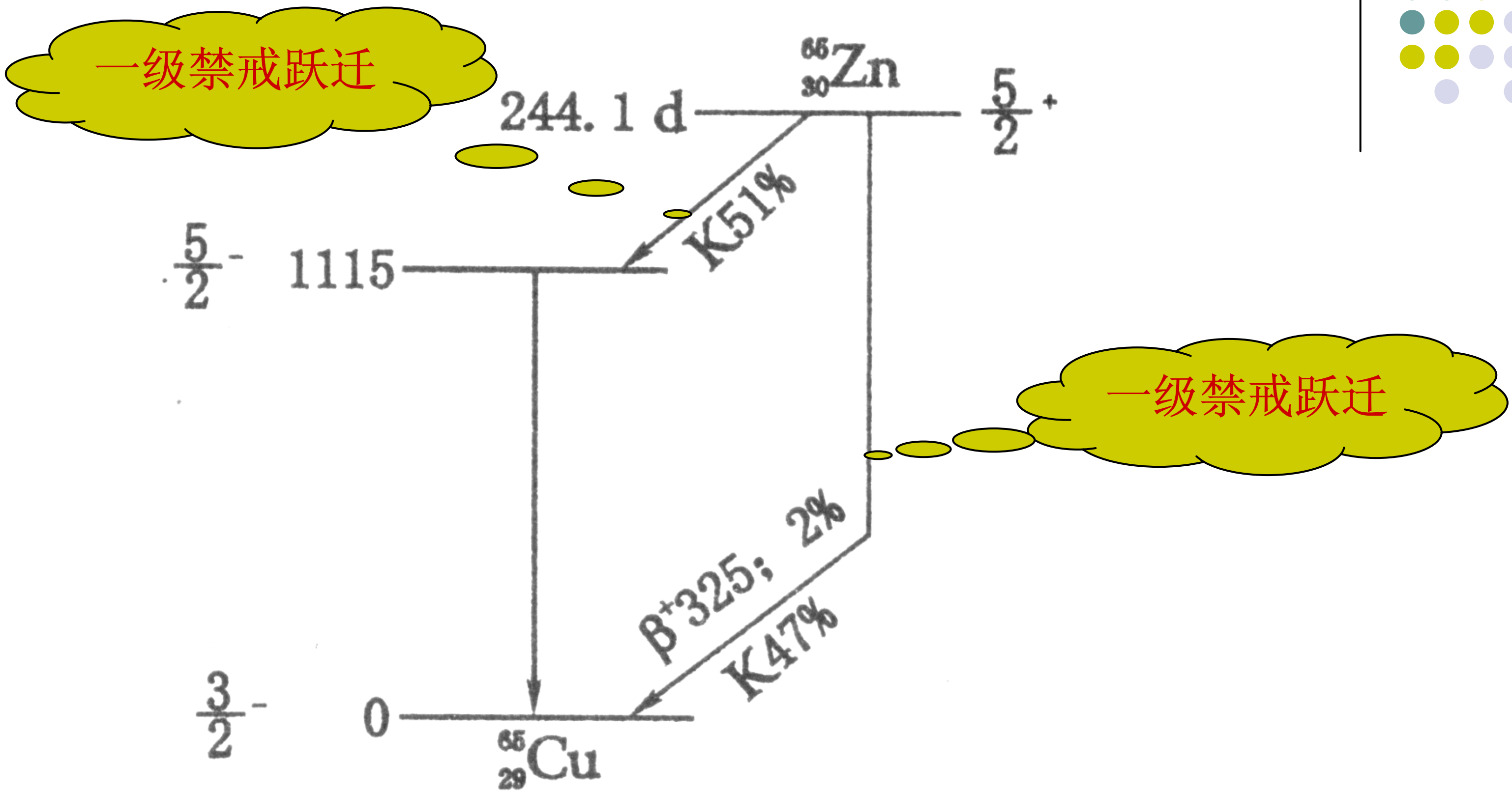


图 6-10 $^{65}_{30}Zn$ 的衰变纲图

费米理论的正确性只能由实验来检验。实验检验的方法是简单的，即定量地考察实验上测得的β谱与理论公式（**6.5-12**）是否符合，就可对β衰变的费米理论作局部的检验。

$$I(P)dP = \frac{g^2\left|M_{if}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}F(Z,E)(E_m - E)^2P^2dP \qquad (6.5\text{-}12)$$

$$\left[I(P)/FP^2\right]^{1/2} = \frac{g\left|M_{if}\right|}{\left(2\pi^3\hbar^7c^3\right)^{1/2}}(E_m - E)$$
$$= K(E_m - E)$$

若**K** 为常数，上式表示的图形是一条直线。从实验上测得β粒子的动量分布，来作**[*I*(*P*)/*F* *P*²]¹ᐟ² 对*E* 的图**，看它是否为一条直线，就可对理论和实验进行比较。

用这种方法来表示实验结果的图，称为库里厄图（也称居里描绘）。

一、容许跃迁的库里厄图

1、对于容许跃迁，跃迁矩阵元近似等于原子核矩阵元，即

$$M_{if} \approx \int u_f^* u_i d\tau \equiv M$$

它与β粒子能量无关。此时

$$K = \frac{g|M_{if}|}{\left(2\pi^3\hbar^7c^3\right)^{1/2}} = \frac{g|M|}{\left(2\pi^3\hbar^7c^3\right)^{1/2}} = 常量$$

因此，理论上:

$$\left[I(P)/FP^2\right]^{1/2} = K(E_m - E)$$

为一条直线，与横轴的交点得到E_m。

实验结果：$[I(P)/FP^2]^{1/2}$，确实为一条直线。

库里厄图使得β 能谱的实验结果画成一条直线。

这不仅便于与理论进行比较，而且可以比较精确地确定β 谱的最大能量E_m。这是库里厄图的独到之处。

例如：^{64}Cu的β^-谱的库里厄图。

由图中直线与横轴的交点求得$E_m = 571$ keV。

可以看到，100 keV ~ E_m处，实验点完全落在一条直线上，说明理论和实验符合得很好。

但是低能部分的实验结果和理论直线有偏差。这是放射源的自吸收和散射等因素造成的。

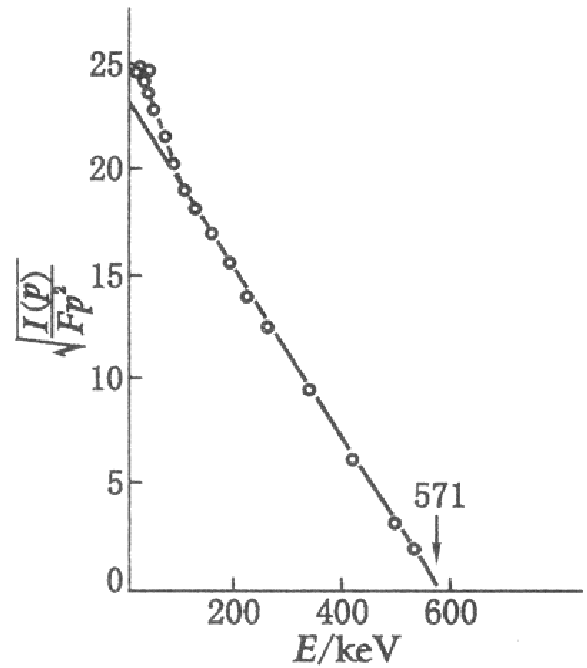


图 6-15 ^{64}Cu 的 β^- 谱的库里厄图

2、居里描绘对复杂的β 谱分析

β 衰变往往是由母核的基态衰变到子核的几个不同的能态，这时会发射几组最大能量不同的β 粒子，这几组β 粒子叠加在一起的β 谱称为复杂的β 谱。通过库里厄图可以把它们分开，并能确定它们各自的最大能量。如图6.13b。

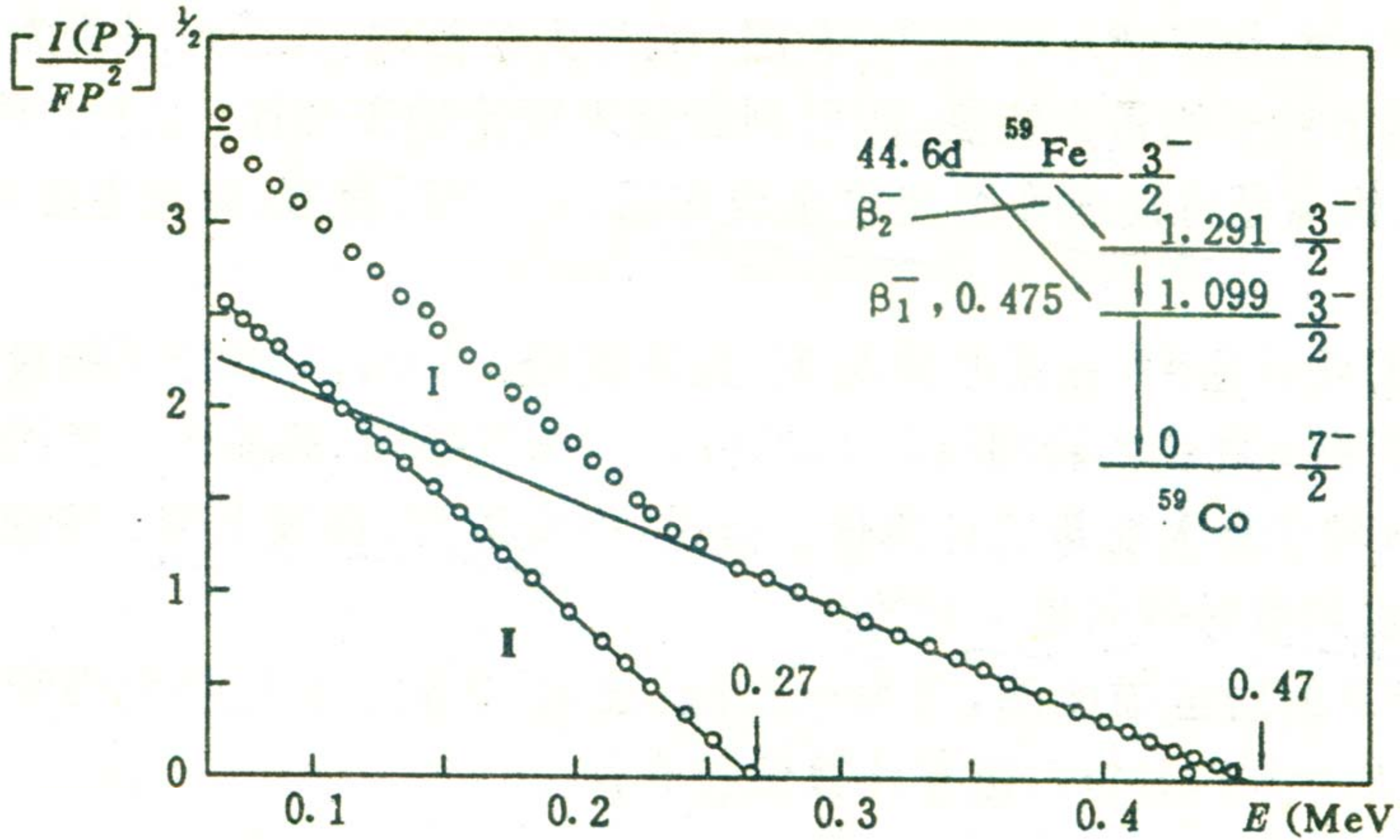


图 6.13b ^{59}Fe 的 β 谱的居里描绘

[取自 F. Metzger, Phys. Rev., 88, 1360(1952)]

^{59}Fe的衰变有两组β粒子。所以它的库里厄图不是一条直线，而是一条折线。但是，对于任何容许型β衰变，总有一组β谱的能量最大，因而库里厄图的高能部分总是直线。

由图6.13b可见，① 折线的右端为一直线，将此直线向低能方向延长即得第一组β谱的库里厄图，得到最大能量为**0.47 MeV**。推算出第一组β谱的分布$I_1(P)dP$，再由差$I_2(P)=I(P)-I_1(P)$可以作出第二组β谱的库里厄图，并得到最大能量为**0.27 MeV**。② 由直线下面积可以计算出这两组β的强度比。

二、禁戒跃迁的居里描绘

对于禁戒跃迁，跃迁矩阵元M_{if}与轻子的动量有关，即与β粒子的能量有关，故K ≠常数。度于n级禁戒跃迁的M_{if}写成：

$$M_{if} = M\left[S_n(E)\right]^{1/2}$$

其中，M是原子核的矩阵元；$S_n(E)$称为n级形状因子，它是β粒子能量E的函数。

这时n级禁戒跃迁的动量分布如下：

$$I(P)dP = \frac{g^2|M|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}F(Z,E)(E_m - E)^2P^2S_n(E)dP$$

从而

$$[I(P)/FP^2]^{1/2} = K(E_m - E)[S_n(E)]^{1/2}$$

1、严格说由于有形状因子的存在，居里描绘不再是直线，但对于有些禁戒跃迁，$\boldsymbol{S_n(E)}$ 随能量$\boldsymbol{E}$ 的变化不灵敏，可以视作常数，所以依然有:

$$\left[I(P)/FP^2\right]^{1/2} = K'\left(E_m - E\right)$$

式中$\mathbf{K}' = \mathbf{K}[\boldsymbol{S_n(E)}]^{1/2} \approx$ 常量。

故有些禁戒跃迁的库里厄图仍然可能是直线。

2、对于选择定则 $\Delta I = \pm(n+1)$ 的禁戒跃迁，即<u>纯G-T型禁戒跃迁</u>，$S_n(E)$ 肯定不是常量，其值为：

$$S_1(E) = \left(W^2 - 1\right) + \left(W_0 - W\right)^2$$

$$S_2(E) = \left(W^2 - 1\right)^2 + \left(W_0 - W\right)^4 + \frac{10}{3}\left(W^2 - 1\right)\left(W_0 - W\right)^2$$

$$S_3(E) = \left(W^2 - 1\right)^3 + \left(W_0 - W\right)^6 + 7\left(W^2 - 1\right)\left(W_0 - W\right)^2\left[\left(W^2 - 1\right) + \left(W_0 - W\right)^2\right]$$

式中，**W** 和**W**$_0$ 是以$m_e c^2$ 为单位的β粒子总能量及其最大值，即

$$W = \left(E + m_e c^2\right) / m_e c^2$$

$$W_0 = \left(E_m + m_e c^2\right) / m_e c^2$$

称这种类型的跃迁为<u>唯一型n 级禁戒跃迁</u>。

对于此种跃迁，按（6.7-4）式，库里厄图不是直线。但经形状因子校正后可以还原为直线。即

$$\left[I(P)/FP^2S_n\right]^{1/2}=K\left(E_m-E\right)$$

实验上，**只有合适的$S_n(E)$，才能使库里厄图为一条直线**，禁戒级次由所选取的$S_n(E)$的级次来定。

因而，库里厄图可以用来分析跃迁的性质，从而可以获得有关原子核的自旋和宇称的知识。

由图6-17可见，下面那条曲线是$S_n=1$的，即未经形状因子改正的；上面那条直线是$S_n=S_1$的，即经形状因子S_1改正的。所以，这一跃迁是唯一型一级禁戒跃迁。

按选择定则，跃迁前后原子核的自旋和宇称的变化应该是：$\Delta I=2$，$\Delta\pi=-1$。

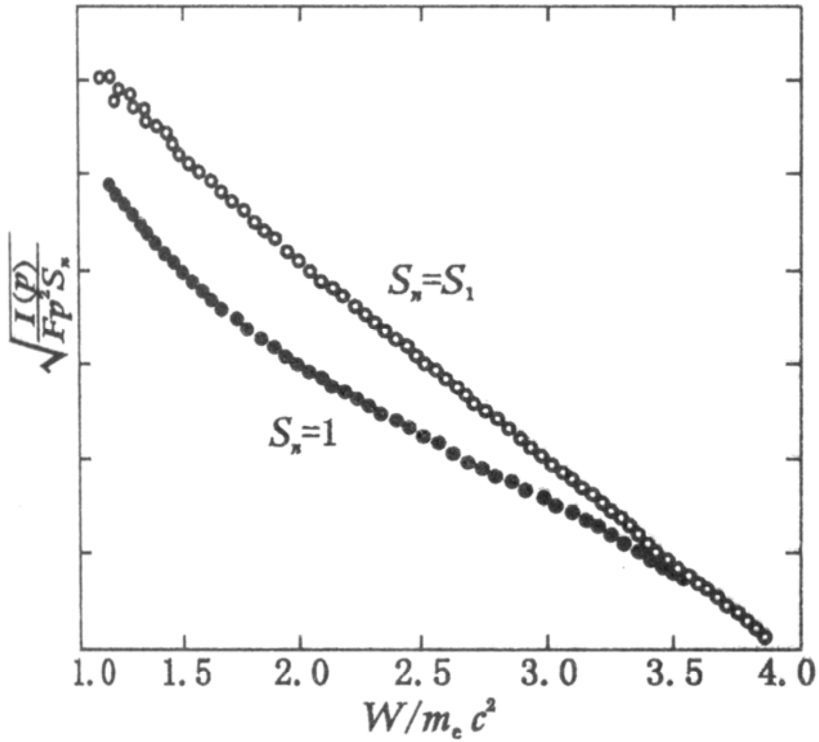


图 6-17 ^{89}Sr β^- 谱的库里厄图

[引自 F. K. Wohn et al., Nucl. Rhys., A **146**,33(1970).]

由图6-18可见，未作形状因子改正的库里厄图不是一条直线。引入S_1的改正后，实验点仍然不在一条直线上。引入S_2的改正才得到一条直线。所以这一跃迁是唯一型二级禁戒跃迁。

这时跃迁前后原子核的自旋和宇称的变化应该是：

$\Delta I = 3$，$\Delta \pi = +1$。

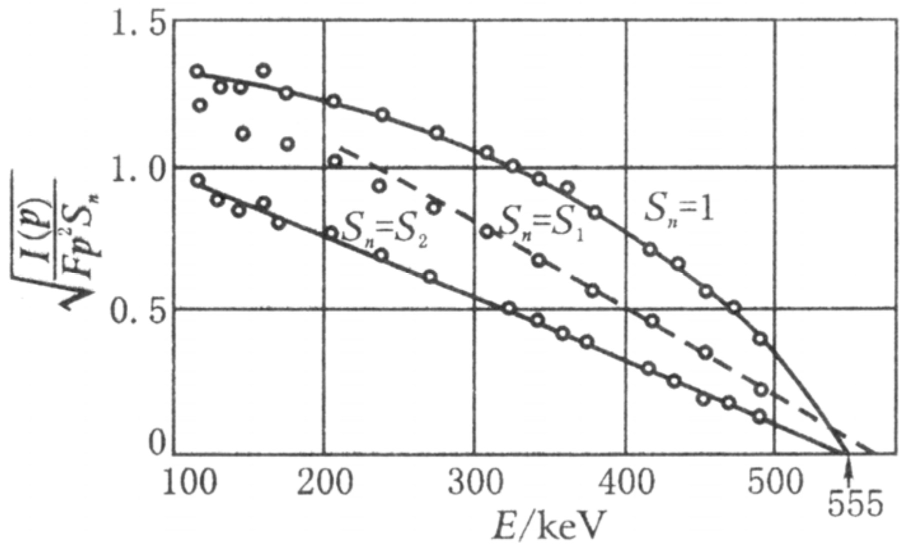


图 6-18 ^{10}Be β 谱的库里厄图

[引自 C. S. Wu, Rev. Mod. Rhys., **22**, 386(1950).]

三、由库里厄图确定中微子质量

β能谱的测量是直接确定中微子质量的一种有效方法，它的原理如下。

当中微子的质量$m_\nu = 0$时，容许跃迁β谱的库里厄图是一条直线，它与横轴的交点为β谱的最大能量E_m。

如果$m_\nu \neq 0$，则此库里厄图的高能端将偏离直线，且m_ν越大偏离越严重，将与横轴交于E_m'。E_m与E_m'之差正好等于中微子的静止能量。

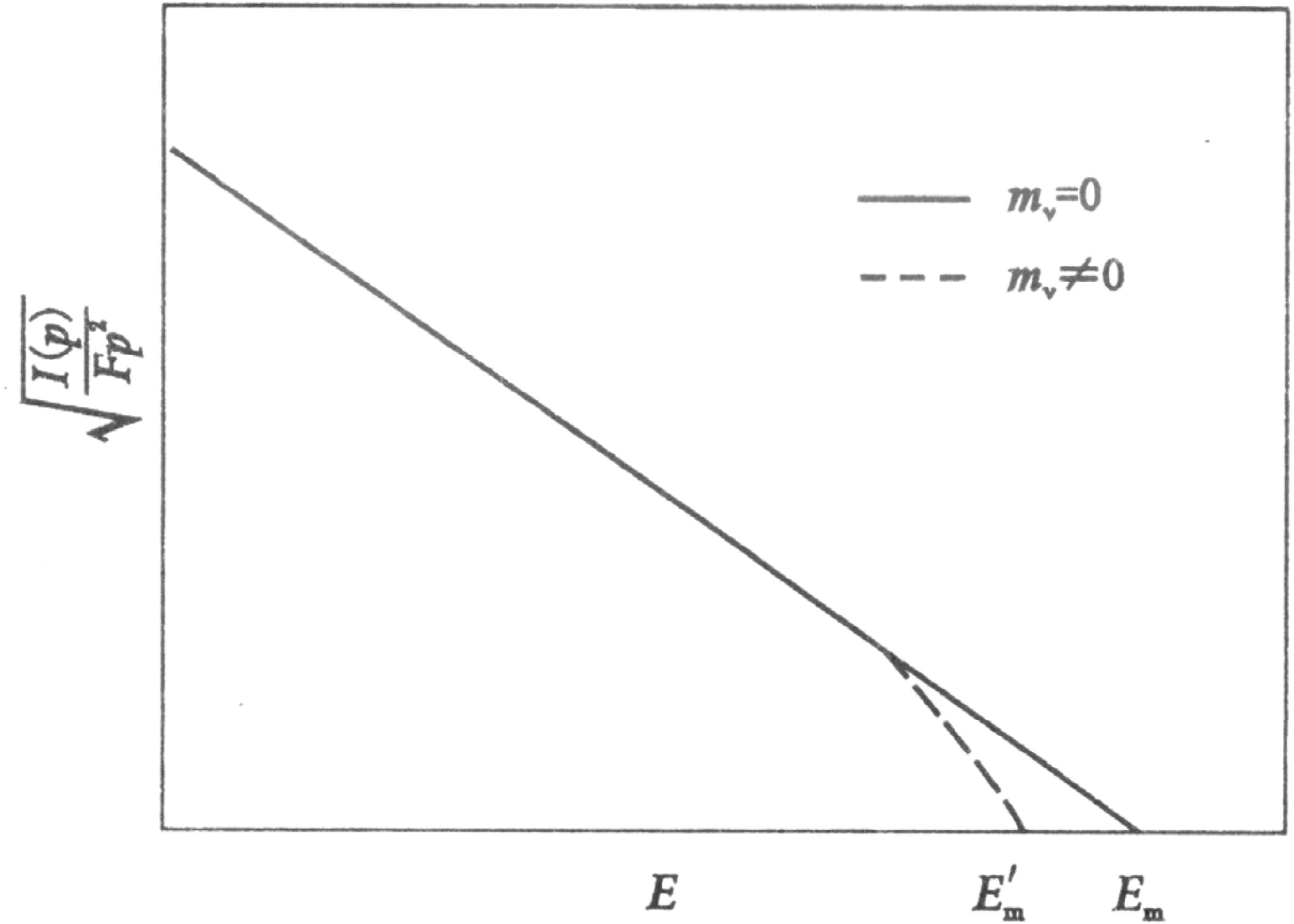


图 6-19 确定中微子质量的库里厄图

现在具体分析如下：

事实上，如果$m_\nu \neq 0$，则有

$$E_\nu{}^2 = c^2 P_\nu{}^2 + m_\nu{}^2 c^4$$

两边取微分 $$E_\nu dE_\nu = c^2 P_\nu dP_\nu$$

则 $$P_\nu{}^2 dP_\nu = \frac{P_\nu E_\nu dE_\nu}{c^2} = \frac{E_\nu \sqrt{E_\nu{}^2 - m_\nu{}^2 c^4}}{c^3} dE_\nu$$

将此式代入（6.5-6）式，再利用关系式$E+E_\nu=E_m$，有

$$\frac{dn}{dE}=\frac{P^2P_\nu^{\ 2}dPdP_\nu}{4\pi^4\hbar^6 dE}V^2=\frac{P^2\left(E_m-E\right)dP}{4\pi^4\hbar^6c^3}\sqrt{E_\nu^{\ 2}-m_\nu^{\ 2}c^4}$$

$$=\frac{P^2\left(E_m-E\right)^2dP}{4\pi^4\hbar^6c^3}V^2\sqrt{1-\left(\frac{m_\nu c^2}{E_m-E}\right)^2}$$

代入（6.5-5）式，有

$$I(P)dP=\frac{g^2\left|M_{if}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}\left(E_m-E\right)^2P^2\sqrt{1-\left(\frac{m_\nu c^2}{E_m-E}\right)^2}\,dP$$

考虑库仑改正因子后，上式成为

$$I(P)dP=\frac{g^2|M_{if}|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}F(Z,E)(E_m-E)^2P^2\sqrt{1-\left(\frac{m_\nu c^2}{E_m-E}\right)^2}\,dP$$

此式与（**6.5-12**）相比，多了一个因子 $\sqrt{1-\left(\frac{m_\nu c^2}{E_m-E}\right)^2}$

对容许跃迁

$$\sqrt{\frac{I(P)}{FP^2}}=K(E_m-E)\left[1-\left(\frac{m_\nu c^2}{E_m-E}\right)^2\right]^{1/4} \qquad \textbf{(6.7-13)}$$

其中， $K=g|M|/\left(2\pi^3\hbar^7c^3\right)^{1/2}=\text{常量}$

现在对（6.7-13）式进行讨论：

① 当$E \ll E_m$，由于中微子静止能量$m_\nu c^2 \ll E_m$，所以

$$\left[1-\left(\frac{m_\nu c^2}{E_m - E}\right)^2\right]^{1/4} \approx 1$$

则有 $[I(P)/FP^2]^{1/2} \propto (E_m - E)$，此时库里厄图为直线。

② 当E 接近E_m时，式中方括号项不能忽略，故此时库里厄图偏离直线，其偏离程度依赖于m_ν的大小，m_ν越大偏离越大。

当$E_m - E = m_\nu c^2$时，$[I(P)/FP^2]^{1/2} = 0$，则此时的E值为 E'_m ，故得 $E_m - E'_m = m_\nu c^2$。

上述利用库里厄图测定中微子质量的原理虽然简单，但要在实验上实现并不容易。原因：m_ν极小，只有E_m值很小的β谱的库里厄图偏离直线的情况才能较易显示出来。

常用^3H的β谱来确定中微子质量。其E_m = 18.6 keV，是容许型β衰变中最小的，其半衰期为12.8年，适合于测量。

但要测量这么低能量的β谱，尤其是测准计数率很低的高能端的形状，实验上要克服一系列困难：

（1）放射源要薄而强（为减少自吸收，及有较高的计数率）；

（2）谱仪的能量分辨率要非常好；

（3）要很好处理放射源的分子效应等。

到目前为止，中微子是否具有静止质量仍是一个未解之谜。

一、衰变常量（λ）

公式（6.5-12）表示单位时间内发射动量在$P\sim P+dP$间的β粒子的概率，则单位时间内发射动量从零到P_m范围内的β粒子的总概率（即衰变常量λ）为

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\int_0^{P_m}I(P)dP\approx\frac{m_e^5c^4g^2\left|M_{if}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7}f(Z,E_m)\qquad(6.8\text{-}1)$$

其中

$$f(Z,E_m)=\int_0^{P_m}F(Z,E)\left(\frac{E_m-E}{m_ec^2}\right)^2\left(\frac{p}{m_ec}\right)^2\frac{dP}{m_ec}\qquad(6.8\text{-}2)$$

若已知了 E_m 和 $F(Z, E)$，可以通过数值积分求得 $f(Z, E_m)$，从而由（**6.8-1**）式即得 λ 或 $T_{1/2}$。$f(Z, E_m)$ 值，已制成曲线和表（图**6-20**），应用时可查阅。

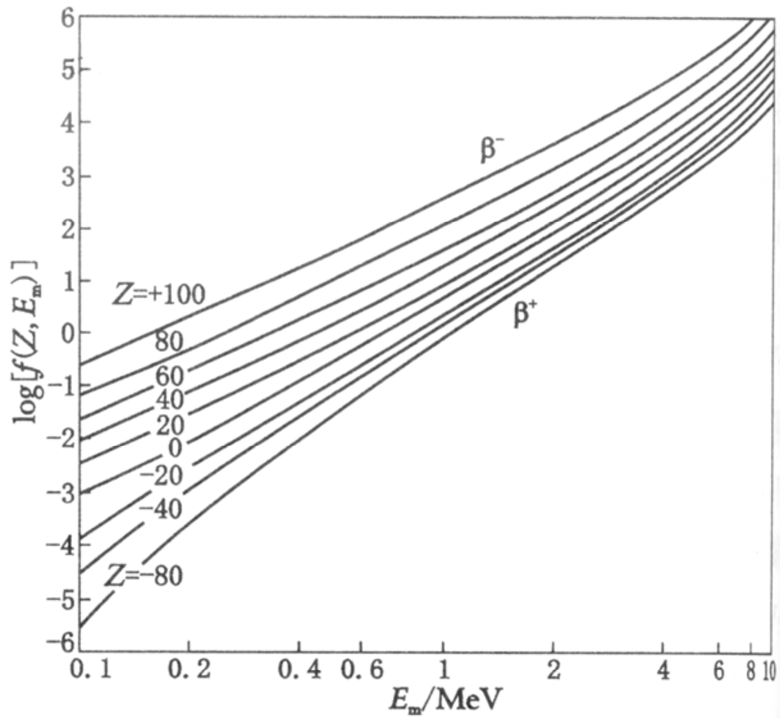


图 6-20 函数 $f(Z, E_m)$

（Z 的正负号分别表示 β^- 和 β^+ 衰变情形）

当$E_m >> m_e c^2$，并取$F(Z, E)\approx 1$时，（6.8-2）式的积分求出：

$$f(Z, E_m) = 常量 \times E_m^5$$

从而

$$T_{1/2} \propto 1/E_m^5 \quad 或 \quad \lambda \propto E_m^5$$

此关系式称为萨金特（Sargent）定律，它表明$T_{1/2}$（或λ）与β粒子最大能量E_m之间有强烈的依赖性，即使同类型的跃迁，由于E_m不同，$T_{1/2}$可以差别很大。

所以，仅仅半衰期不能反映跃迁类型的特征。

二、比较半衰期

为了反映出不同跃迁类型的特征，下面引入比较半衰期。

1、定义

由（6.8-1）式有：

$$fT_{1/2} \approx \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 \left|M_{if}\right|^2} \qquad (6.8\text{-}5)$$

$fT_{1/2}$ 称为比较半衰期。

$fT_{1/2}$ 仅依赖于 $|M_{if}|^2$，前面讲过不同类型的跃迁其 $|M_{if}|$ 的值相差较远，故可以用 $fT_{1/2}$ 的值来比较跃迁的类型。故称 $fT_{1/2}$ 为比较半衰期。

下面根据（**6.8-5**）式分别对容许跃迁和禁戒跃迁进行讨论。

1）容许跃迁

$$fT_{1/2} \approx \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 |M|^2} \qquad (6.8\text{-}6)$$

式中原子核矩阵元M取决于母核和子核的波函数。若母核和子核的波函数很相像，两者几乎重叠，$|M|^2$接近于取最大值，因而$fT_{1/2}$值小。这种母核与子核的波函数很相像的跃迁，称为超容许跃迁。如母、子核互为镜像核（核中的质子数和中子数互换的核）。

表 6-1　一些超容许跃迁①

衰变方式	半衰期 $T_{1/2}$/s	$fT_{1/2}$/s
${}^{1}_{0}n \xrightarrow{\beta^-} {}^{1}_{1}H$	637	1115
${}^{3}_{1}H \xrightarrow{\beta^-} {}^{3}_{2}He$	3.87×10^{3}	1131
${}^{14}_{8}O \xrightarrow{\beta^+} {}^{14}_{7}N^{*}$	71.36	3127
${}^{26m}_{13}Al \xrightarrow{\beta^+} {}^{26}_{12}Mg$	6.374	3086
${}^{34}_{17}Cl \xrightarrow{\beta^+} {}^{34}_{16}S$	1.565	3140
${}^{50}_{25}Mn \xrightarrow{\beta^+} {}^{50}_{24}Cr$	0.286	3125

① 转引自[6]422 页，[5]393 页。

从表中可以看到，虽然半衰期差别很大，但 $fT_{1/2}$ 值均为10^3 的数量级。

一般的容许跃迁：

一般的容许跃迁，核质量大多在中等以上。此时由于库仑斥力的影响，质子和中子所占有的量子状态不很相同，母核和子核的波函数重叠部分较少，$fT_{1/2}$值要大一些，一般在10^5量级。

表 6-2 一些容许跃迁

衰变方式	$fT_{1/2}$/s
${}^{80}_{35}Br \xrightarrow{\beta^-} {}^{80}_{36}Kr$	3.2×10^5
${}^{106}_{47}Ag \xrightarrow{\beta^+} {}^{106}_{46}Pd$	7.9×10^4
${}^{138}_{54}Xe \xrightarrow{\beta^-} {}^{138m}_{55}Cs$	4.5×10^5
${}^{134}_{57}La \xrightarrow{\beta^+} {}^{134}_{56}Ba$	6.3×10^4
${}^{191}_{76}Os \xrightarrow{\beta^-} {}^{191m}_{77}Ir$	1.6×10^5

2）禁戒跃迁

对于禁戒跃迁，当跃迁级次相差一个单位时，$|M_{if}|$一般相差一二个数量级，故相邻级次的$fT_{1/2}$值一般相差3～4个数量级。跃迁级次越高，$fT_{1/2}$值也越大。

2、$\lg fT_{1/2}$

因为$fT_{1/2}$的值很大，而且变化范围很广，所以常用$\lg fT_{1/2}$表示。其中，$fT_{1/2}$是取秒作单位时的数值。有些衰变纲图中分支比后面的数即为$\lg fT_{1/2}$值。

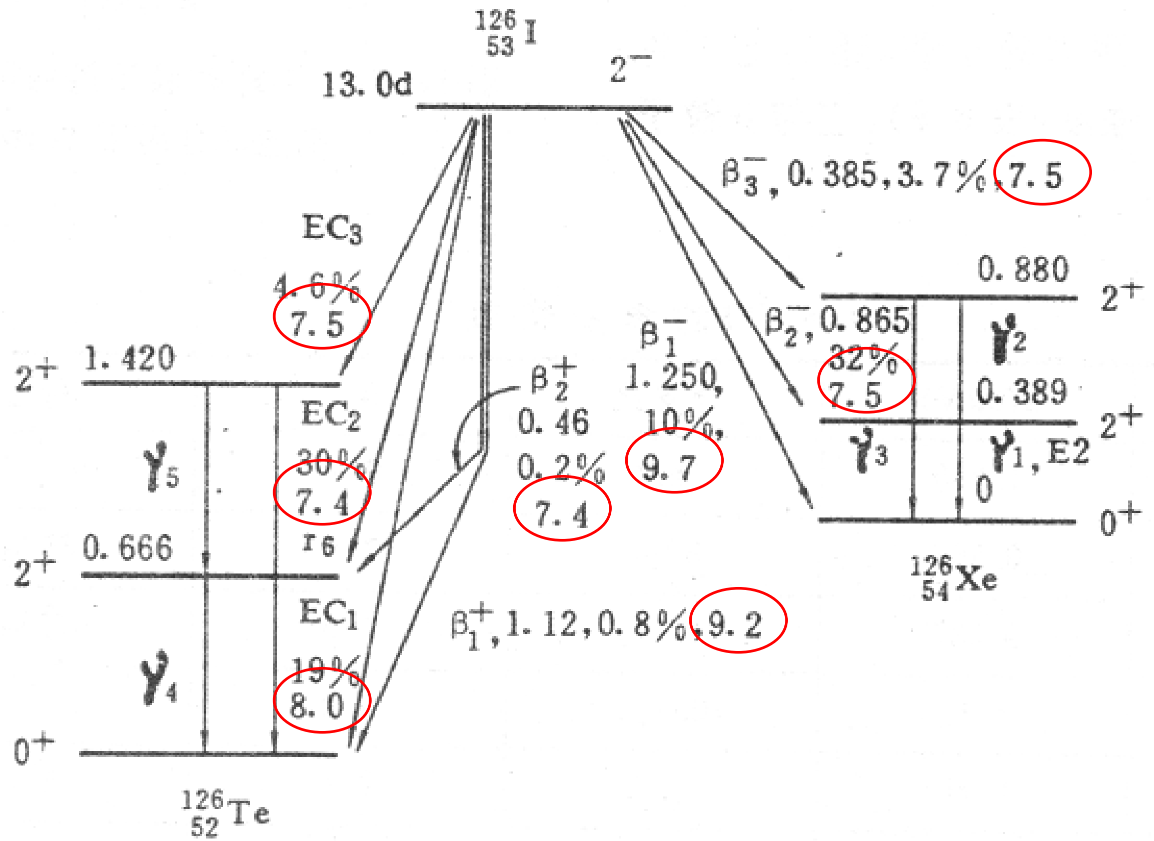


图 6.24 ^{126}I 的衰变图

表6-3为各级跃迁的$\lg fT_{1/2}$值的大致范围。表中的划分是不严格的，只是指出了大致范围。但对于帮助我们用实验得到的$\lg fT_{1/2}$值来确定跃迁的级次很有用处。

表 6-3 各级跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值

跃 迁 级 次	$\log fT_{1/2}$
超容许跃迁	2.9～3.7
容许跃迁	4.4～6.0
一级禁戒(非唯一型)	6～9
一级禁戒(唯一型)	8～10
二级禁戒	10～13
三级禁戒	15～18

表 6-4 一些禁戒跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值

跃 迁 级 次	$\log fT_{1/2}$	ΔI	$\Delta\pi$	禁戒级次
$^{39}Ar \xrightarrow{\beta^-} {}^{39}K(7/2^- \longrightarrow 3/2^+)$	9.03	2	-1	一级
$^{38}Cl \xrightarrow{\beta^-} {}^{38}Ar(2^- \longrightarrow 0^+)$	8.15	2	-1	一级
$^{22}Na \xrightarrow{\beta^+} {}^{22}Ne(3^+ \longrightarrow 0^+)$	11.9	3	+1	二级
$^{10}Be \xrightarrow{\beta^-} {}^{10}B(0^+ \longrightarrow 3^+)$	12.08	-3	+1	二级
$^{40}K \xrightarrow{\beta^-} {}^{40}Ca(4^- \longrightarrow 0^+)$	18.1	4	-1	三级

如表6-4可见，根据$\lg fT_{1/2}$值来判断跃迁级次，一般讲还是相当准确的。

三、弱相互作用常量g的确定

由$f\,T_{1/2}$值，可以确定弱相互作用常量g。由（6.8-6）式可知，要定出g，必须知道$|M_{if}|$的大小。

前面（6.6节）曾指出，在一般情况下，β衰变中F相互作用和G-T相互作用都存在，则

$$fT_{1/2}=\frac{2\pi^3\hbar^7\ln 2}{m_e^5c^4\left(g_F^2|M_F|^2+g_{GT}^2|M_{GT}|^2\right)}$$

可见，特定常量有两个：g_F和g_{GT}。因此，至少需要两个实验才能定出它们。

为了便于比较精确地计算出原子核矩阵元，取镜像核之间的跃迁是最有利的，因为镜像核的波函数很相像。

实验一：历史上常取最简单的一个镜像核之间的跃迁，即中子的β^-衰变作实验。

$$n \to p + \beta^- + \bar{\nu};\quad \text{混合型跃迁}$$

实验测出：$T_{1/2} \approx$ **10.61 min**，E_m **= 0.782 MeV**，从而

$$fT_{1/2} = 1115\ \text{s}$$

因为中子的β⁻衰变是$1/2^+ \to 1/2^+$的跃迁，所以衰变中F相互作用和G-T相互作用同时出现。理论计算得出，此时

$$|M_F|^2 = 1, \quad |M_{GT}|^2 = 3$$

则

$$g_F^{\ 2} + 3g_{GT}^{\ 2} = \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e^{\ 5}c^4} \times \frac{1}{1115} \qquad (6.8\text{-}10)$$

实验二：$^{14}O \xrightarrow{\beta^+} {}^{14}N^*$；　$0^+ \longrightarrow 0^+$跃迁

纯的F跃迁，只有F相互作用。故

$$g_F^{\ 2}\left|M_F\right|^2 = \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e^{\ 5}c^4} \times \frac{1}{fT_{1/2}}$$

较新的实验数据：

$$T_{1/2} \approx 71.36\ \mathrm{s}, \quad f\,T_{1/2} = 3127\ \mathrm{s}$$

对于$0^+ \rightarrow 0^+$跃迁，$|M_F|^2 = 1$。于是

$$2g_F^2 = \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4} \times \frac{1}{3127} \qquad (6.8\text{-}12)$$

由（6.8-10）和（6.8-12）式，最后得

$$\frac{|g_{GT}|}{|g_F|} = 1.24$$

g_F 的大小可以直接由（6.8-12）式得出。然而，为了得到更可靠的数值，可由若干个$0^+ \to 0^+$跃迁的实验数据平均导出。用^{14}O，^{26}Al和^{34}Cl的f $T_{1/2}$值，得出弱相互作用常量g 的数值为

$$g = 1.415 \times 10^{-62}\ J \cdot m^3$$

这个常量很小，说明电子-中微子场与核子的相互作用是相当弱的。

6.9　轨道电子俘获

一、K俘获衰变概率

二、K俘获与β$^+$衰变的衰变常量比 $\boxed{\lambda_k / \lambda_{\beta^+}}$

一、K俘获衰变概率

β衰变的基本公式（6.5-12）是在假定原子核放射出β粒子和中微子的情况下得到的。显然不适用于轨道电子俘获情形。

轨道电子俘获情况下，原子核吸收一个轨道电子，放出一个中微子，中微子的能量并不连续。因此单位时间的跃迁概率就等于电子俘获的衰变概率，不必对中微子的动量积分。由于K层距离核最近，K层电子被核俘获的概率最大。

K俘获衰变: $^{A}_{Z}X + e_k^- \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu$

轨道电子俘获放出的中微子的能量不是连续的，因此单位时间的跃迁概率就等于电子俘获的衰变概率，不必对中微子的动量积分，于是其衰变概率λ可以表示为:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_f^* \hat{H} \psi_i d\tau\right|^2 \frac{dn}{dE_\nu} \qquad (6.9\text{-}1)$$

终态波函数可表示为子核波函数和中微子波函数的乘积，为平面波;

始态波函数也可近似地表示为母核波函数和电子波函数的乘积，但ϕ_e不能用平面波来描述，因为它不是自由粒子，而是束缚电子。

$$\phi_K = \frac{1}{\pi^{1/2}}\left(\frac{Zm_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Zm_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2} r\right) \qquad (6.9\text{-}2)$$

于是，容许跃迁的**K**俘获概率为：

$$\lambda_k = 2\times\frac{2\pi}{\hbar}\frac{g^2}{V}\frac{1}{\pi}\left(\frac{Zm_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}\right)^3 |M|^2 \frac{dn}{dE_\nu} \qquad (6.9\text{-}3)$$

除子核外，终态只有中微子，则终态密度

$$\frac{dn}{dE_\nu} = \frac{4\pi P_\nu^{\ 2} dP_\nu}{(2\pi\hbar)^3 dE_\nu} V$$

又

$$E_\nu = cP_\nu$$

所以，
$$\frac{dn}{dE_\nu}=\frac{E_\nu^{\,2}V}{2\pi^2\hbar^3c^3}$$

代入（6.9-3）式中，得

$$\lambda_k=\frac{2m_e^{\,3}g^2}{\pi^2\hbar^7}\left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3|M|^2E_\nu^{\,2} \qquad (6.9\text{-}6)$$

令 $W_\nu=\dfrac{E_\nu}{m_ec^2}$，则有：

$$\lambda_k=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{2m_e^{\,5}c^4g^2}{\pi^2\hbar^7}\left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3|M|^2W_\nu^{\,2}$$
$$=\frac{m_e^{\,5}c^4g^2|M|^2}{2\pi^3\hbar^7}f_k(Z,W_\nu) \qquad (6.9\text{-}7)$$

其中，$$f_k(Z,W_\nu)=4\pi\left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3 W_\nu{}^2$$

由上式可知：$\lambda_k \propto Z^3$，因此重核有较大的**K**俘获几率。理由是，**Z**越大，**K**层电子轨道半径越小，因而越容易被原子核俘获。

与 β± 衰变相类似：同样有各种级次的禁戒跃迁，跃迁级次由跃迁矩阵元决定；也有类似的比较半衰期。由（6.9-7）式，

$$f_k T_{1/2}=\frac{2\pi^3\hbar^7\ln 2}{m_e{}^5 c^4 g^2 |M|^2}$$

二、K俘获与β⁺衰变的衰变常量比 $\lambda_k/\lambda_{\beta^+}$

当（M_X-M_Y）$>2m_ec^2$时，且母核的电荷数比子核电荷数大1时，β^+衰变和轨道电子俘获都可以发生。研究两者的概率之比可用来检验β衰变理论。

对于容许跃迁，由（6.8-1）和（6.9-7）式得:

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_{\beta^+}}=\frac{f_k(Z,W_\nu)}{f(Z,E_m)}=\frac{4\pi\left(\dfrac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3 W_\nu{}^2}{f(Z,E_m)}$$

$\lambda_k/\lambda_{\beta^+}$ 的**重要特点**：与原子核矩阵元M无关。因此，可以从理论上精确计算出它的数值，从而可以与实验测量值进行比较。理论与实验测量值比较可以检验β衰变理论的正确性。

表 6-5 一些$\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$的理论和实验值

母核	理论值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{th}$	实验值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{exp}$
^{18}F	0.029	0.030 ± 0.002
^{48}V	0.066	0.068 ± 0.02
^{52}Mn	1.77	1.81 ± 0.07
^{107}Cd	310	320 ± 30
^{111}Sn	1.5	2.5 ± 0.25

根据（6.9-9）式，对于某一确定的Z值，可以计算出 $\log\left(\lambda_k/\lambda_{\beta^+}\right)$ 随正电子最大能量 E_m 的变化关系。如图6-21。

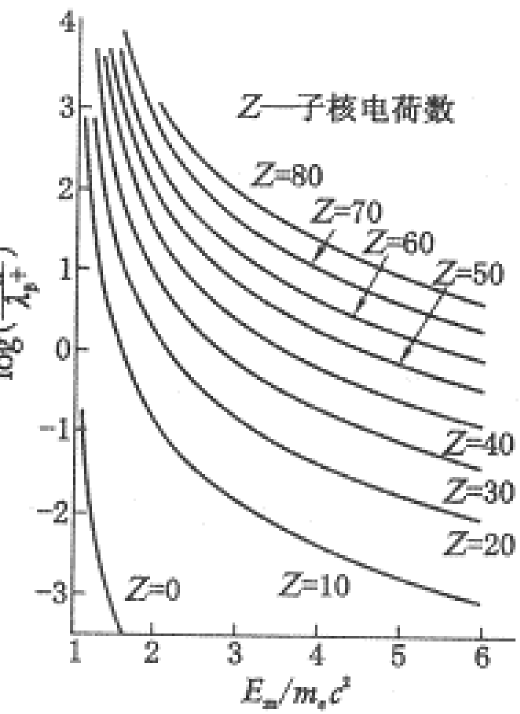


图 6-21 $\log\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 随电子最大能量的变化

对于轻核，同量异位素间，库仑能有明显的不同，因此，静止质量差大，衰变能较大，β^+ 衰变的概率占压倒优势。

当 A 加大时，同量异位素间质量差别小，E_m 相应变小，β^+ 衰变概率下降，K俘获逐渐占优势。对于中等重量核，β^+ 衰变与K俘获往往同时发生。

对于重核，K俘获概率可占压倒优势，β^+衰变概率则很小。事实上，对于重核，只有远离β稳定线的缺中子核，才可能发生β^+衰变。

当β^+衰变与K俘获都存在时，核素总的β衰变概率λ为：

$$\lambda = \lambda_k + \lambda_{\beta^+} = \lambda_{\beta^+}\left(1 + \frac{\lambda_k}{\lambda_{\beta^+}}\right)$$

K俘获是调节中重核的中质比的重要方式。

到此为止，我们讨论了β衰变的三种类型的一些基本规律。最后，将跃迁级次的分类与判别总结于表6-6中。

表 6-6 β衰变跃迁级次的分类

跃迁级次	选择定则 ΔI	选择定则 $\Delta\pi$	库里厄图	$\log fT_{1/2}$值
容许	0, ±1	+1	直线	3～6
一级禁戒	0, ±1	−1	S_1改正后为直线	6～9
唯一型一级禁戒	±2	−1	S_1改正后为直线	8～10
二级禁戒	±2	+1	S_2改正后为直线	10～13
唯一型二级禁戒	±3	+1	S_2改正后为直线	10～13
三级禁戒	±3	−1	S_3改正后为直线	15～18
唯一型三级禁戒	±4	−1	S_3改正后为直线	15～18

一、宇称守恒

孤立系统的宇称不随时间发生变化，它是与微观物理规律对空间反演的不变性相联系，即一个微观物理过程和它的镜像过程的规律是完全相同时，该系统的宇称守恒，反之亦然。

大量的实验证明在强相互作用和电磁相互作用的过程宇称是守恒的。

例如：***a***、在核反应过程中宇称守恒，即宇称不守恒的核反应是不能进行的；

b、互为镜像的两种宏观物理过程都遵守同样的牛顿力学和电磁学的规律。

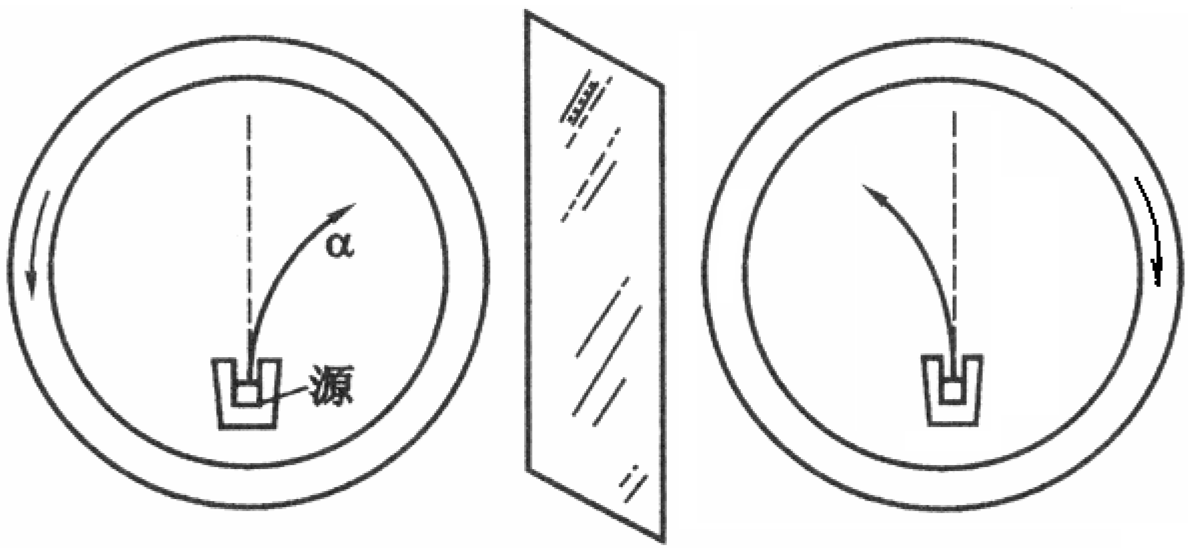
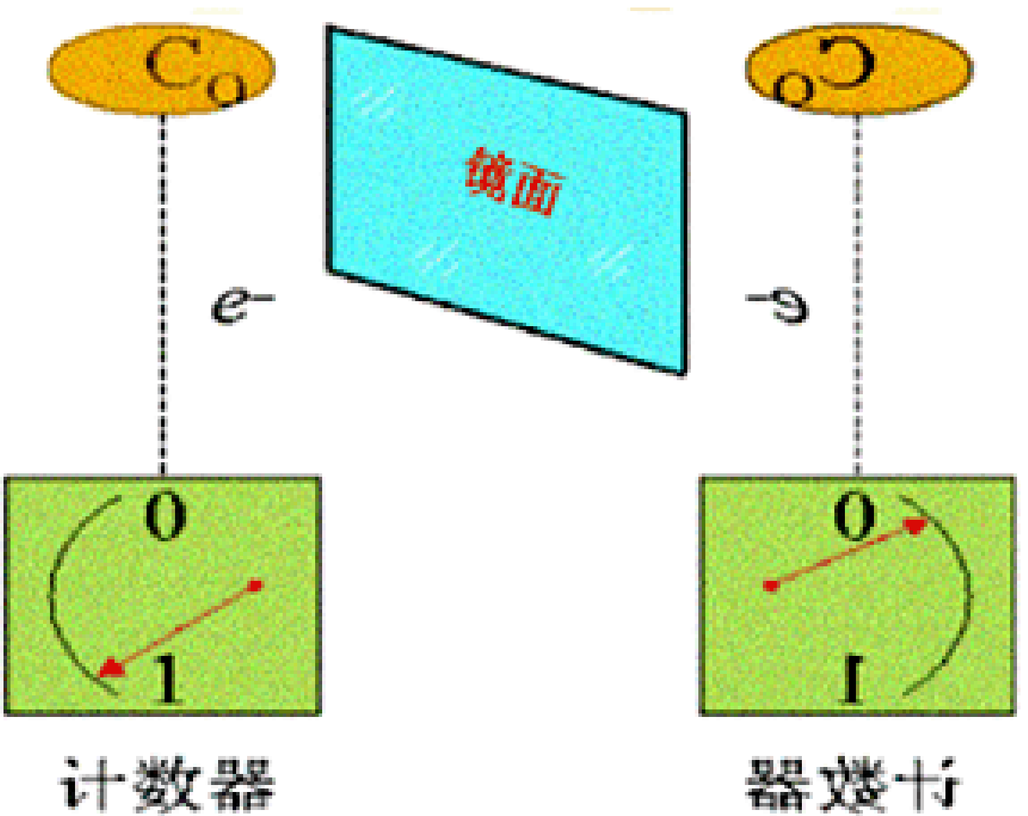


图 6-23　经典物理中宇称守恒举例

6.10 宇称不守恒问题



正是由于大量的微观物理过程宇称是守恒的，于是，人们认为一切微观物理过程中宇称守恒。因此，到**1956**年以前人们认为弱相互作用中宇称也守恒，即β衰变过程中宇称守恒。但是在这个时候出现了一些在弱相互作用过程无法解释的事实。其中之一是“τ—θ 疑难”。

二、"τ—θ 疑难"与李—杨假说

1、"τ—θ 疑难"

这里的"τ，θ"是两种介子，即τ^+，θ^+，它们具有非常相似的性质，并且总是同时产生，在K介子衰变中占固定的比例：

衰变方式	质量/m_e	占所有K介子衰变的百分比	平均寿命/s
$\theta^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^0$	966.7±2.0	29%	$(1.21\pm0.04)\times10^{-8}$
$\tau^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$	966.3±2.1	6%	$(1.19\pm0.05)\times10^{-8}$

由于具有如此相似的性质，人们自然会想到，τ^+，θ^+是同一种粒子，即都是K介子。只是衰变方式不同而已。

但是在宇称守恒问题上出现了不一致性。因为：

已知π介子的内禀宇称为奇，假定τ，θ，π介子的自旋都是零。

则对θ^+衰变： $\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$

由角动量守恒，终态的总角动量为零，则π^+和π^0的相对运动轨道角动量$l=0$。衰变后的宇称

$$\pi_f = \pi_{\pi^+} \cdot \pi_{\pi^0} \cdot (-1)^l = (-1)(-1)(-1)^0 = +1$$

如果宇称守恒，衰变前后系统宇称相等，即$\pi_i = \pi_f = +1$，则可得θ^+的宇称为偶。

对于τ^+衰变：
$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

仍有$\boldsymbol{l=0}$，则：

$$\pi_f = \pi_{\pi^+} \cdot \pi_{\pi^+} \cdot \pi_{\pi^0} \cdot (-1)^l = (-1)(-1)(-1)(-1)^0 = -1$$

若宇称守恒。则有$\pi_i = \pi_f = -1$，则可得τ^+的宇称为奇。

结论：τ^+，θ^+介子的宇称是不一样的。根据宇称守恒定律，它们不是同一种粒子。这就和前面由它们的质量、寿命等性质所得出的结论相矛盾。这就是历史上所谓的“$\tau-\theta$疑难”。

解决“$\tau-\theta$ 疑难”的办法只有两种：

（1）宇称守恒是普遍成立的，τ^+，θ^+ 是不同粒子。（这一途径的困难是无法解释为什么它们的性质如此相似）

（2）认为 τ^+，θ^+ 是同一种粒子，宇称在这种衰变中不守恒。（这一途径的困难是违背了传统的宇称守恒的概念）

2、李—杨假说

1956年，李政道和杨振宁认真研究了这一问题，查阅了大量的有关宇称的历史资料，发现在电磁相互作用和强相互作用过程中，宇称守恒有大量的实验证明。而在弱相互作用过程中，从来没有实验进行检验宇称是否守恒；只是作为一个理论的推论而主观被大家接受下来。

于是他们提出假说：在弱相互作用过程中宇称不守恒。并建议用极化核 ^{60}**Co** 的β衰变等实验来验证。

三、吴健雄的实验

1957年，吴健雄测量了极化核的^{60}Co核的β衰变中发射β^-粒子的各向异性。证实了弱相互作用中宇称不守恒。

1、实验的基本原理

宇称守恒与实际过程和它的镜像过程服从相同的物理规律等价。

6.10 宇称不守恒问题

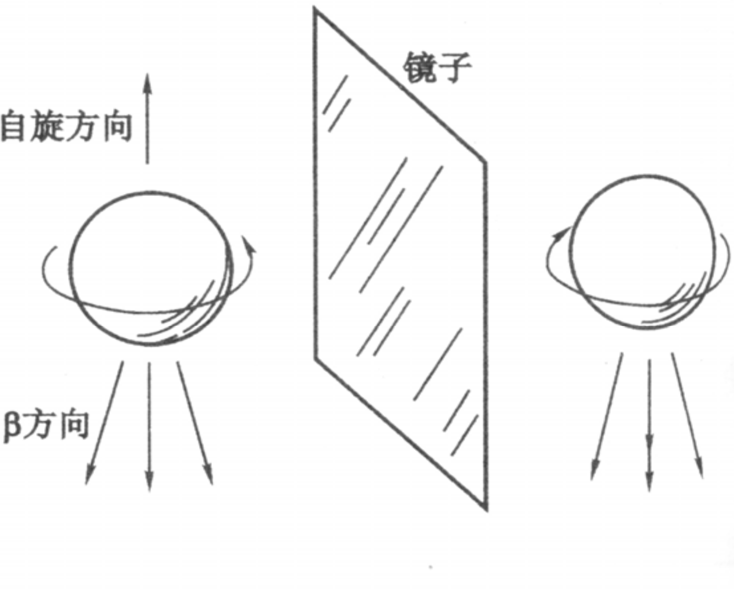
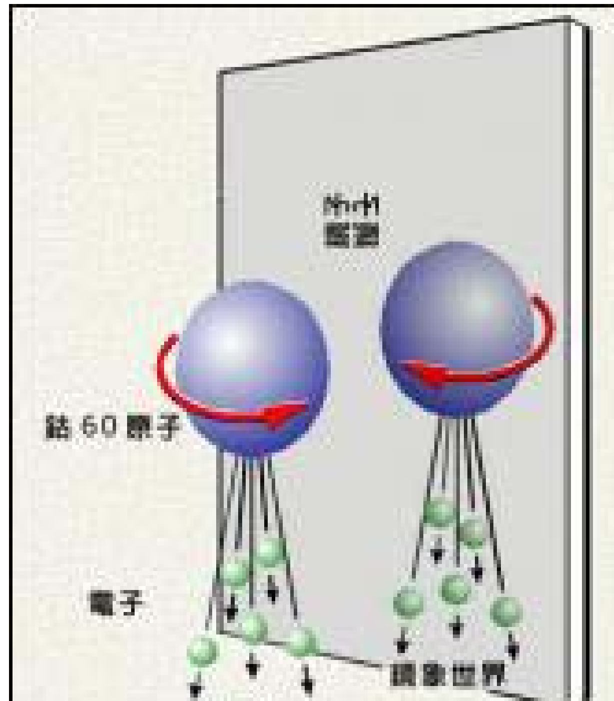


图 6-24　极化核^{60}Co β衰变的镜像过程

设一原子核^{60}Co，其自旋向上（图6-24），则其镜像自旋向下。当沿着自旋的反方向发射β粒子时，其镜像过程就沿着自旋方向发射β粒子。



如果β衰变中宇称守恒，则互为镜像的两个过程都同样能实现。因而，<u>原子核沿着自旋方向和沿着自旋的反方向发射β粒子的概率就应该一样</u>。否则，就表明宇称不守恒。

2、实验的实现

1）^{60}Co核的极化

为了检验宇称是否守恒，就需要把β放射源中的原子核按自旋的一定取向排列起来，即所谓极化。

常用的办法是低温加强磁场：一是降温，是热运动对原子核自旋取向的影响减弱；二是加磁场，通过磁场与原子核磁矩的作用把原子核排列起来。

强磁场：应用顺磁材料。把^{60}Co源混在硝酸铈镁单晶的表面层内。硝酸铈镁在外磁场作用下可以磁化，产生一个很强的内磁场，利用这个内磁场使^{60}Co极化。

超低温：把整个装置放在液氦（1 K）中，再通过绝热退磁，使温度降至0.004 K左右。

2）实验装置

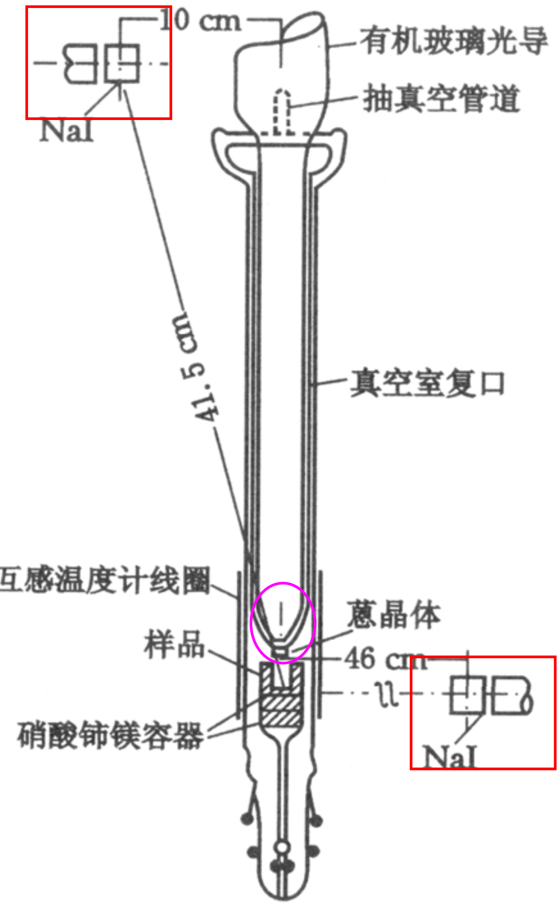


图 6-25 极化^{60}Co 的 β 衰变实验

检测极化程度的装置：在平行磁场和垂直于磁场方向各置一γ探测器（**Na I** 晶体）。

测量β⁻ 粒子：源上方的蒽晶体，荧光通过有机玻璃光导传至光电倍增管。

^{60}Co的自旋方向可以通过外磁场的方向来改变。当磁场方向向上时，β方向与核自旋方向同向；磁场方向向下时，β方向与核自旋方向反向。

3）实验结果

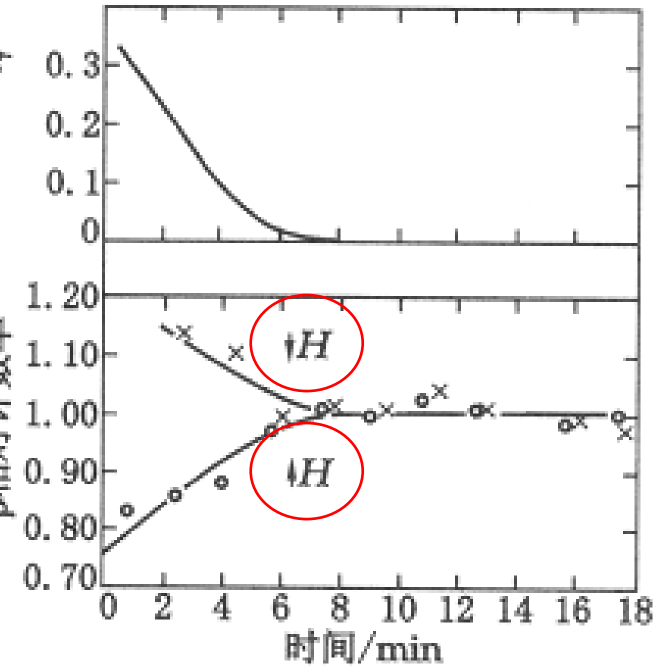


图 6-26 极化^{60}Co 实验结果

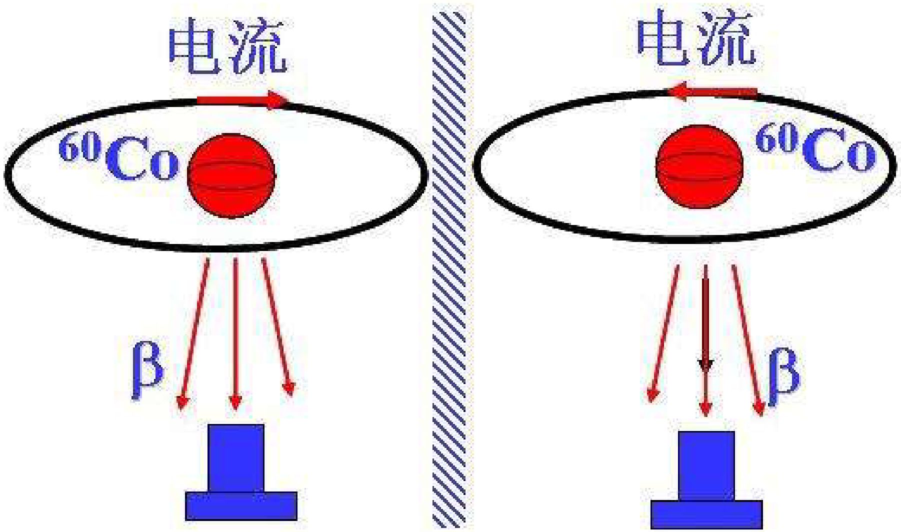
上图的纵坐标为γ 的各向异性度：

$$\varepsilon_\gamma = \frac{N_\gamma(\pi/2) - N_\gamma(0)}{N_\gamma(\pi/2)}$$

图示表明，极化程度随时间而减弱。

下图画了两种磁场方向上的β相对计数率 N_β / N_0 （N_β表示极化时的β计数率；N_0表示非极化时的β计数率）随时间的变化，亦即随极化程度的变化。

由图可见，当磁场方向向下（β 发射方向与自旋方向相反）时，β 相对计数率大于1；当磁场方向向上（β 发射方向与自旋方向相同）时，β 相对计数率小于1。



像不能实现！

这就表明，β 粒子沿着自旋方向和自旋反方向的发射概率不相等。于是令人信服地证明了β 衰变时宇称是不守恒的。

吴健雄等人实验改进后的结果如右图。图示表明，在极化^{60}Co核自旋方向（θ＝0°）发射的β粒子约为在自旋反方向（θ＝180°）发射的β粒子的1/3。这正是宇称不守恒的明显体现。

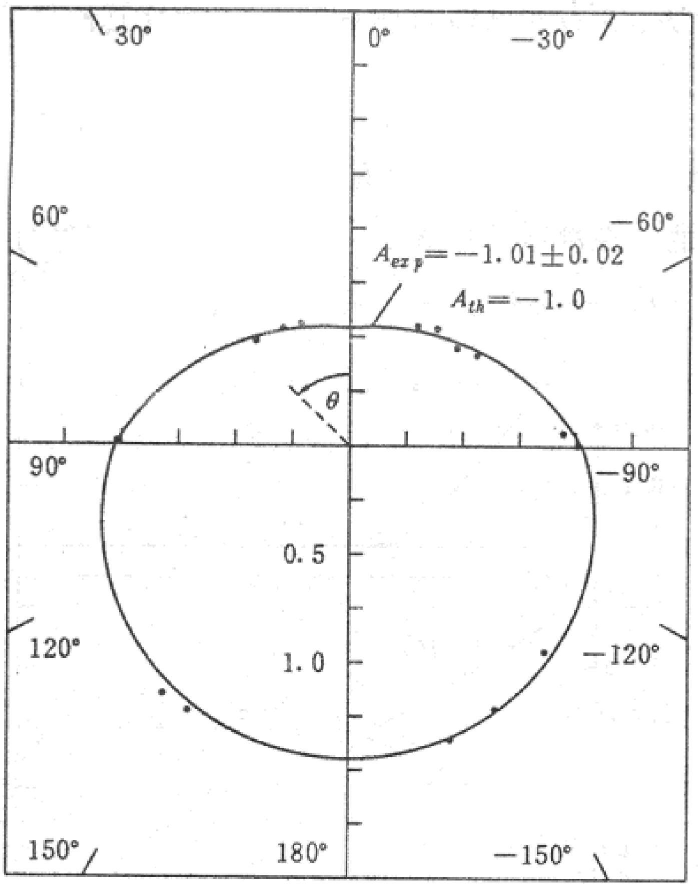


图 6.29b 吴健雄等人实验改进后的结果

不久以后，实验证明在介子衰变中宇称也是不守恒的。从而解开了“τ—θ 疑难”。

结论：<u>在整个弱相互作用中宇称守恒定律不成立</u>。

返回本章目录

本章重点：

1、 β谱的特点及其解释；

2、 β衰变的三种类型（形式、本质、衰变能、衰变条件等）；

3、衰变纲图；

4、 β衰变的跃迁分类和选择定则、比较半衰期。

作业：

1、2、4、5、6、9、12

返回本章目录