

文章编号 1004-924X(2016)02-0365-07

柔性测量臂的 RPY 建模与误差标定

赵磊*, 赵新华, 王收军, 葛为民

(1. 天津市先进机电系统设计与智能控制重点实验室; 2. 天津理工大学机械工程学院, 天津 300384)

摘要: 为了提高 1P3R 型柔性测量臂的检测精度, 提出了一种自适应误差标定方法来完成它的参数标定和误差补偿。首先, 基于 RPY 理论建立柔性测量臂的运动学模型并应用微分法推导了误差模型。然后, 基于马尔柯夫链收敛性理论进行实数编码; 在遗传算法(GA)中引入自适应控制算子, 提高了父代种群的多样性和最优个体变异数量; 最后, 对比分析了归一化 GA、一般 GA 和最小二乘法等 3 种算法的误差标定精度及其收敛性, 验证了所提出方法的有效性和可行性。结果显示, 归一化 GA 仅用 328 代寻优计算, 其精度达到 $5.2 \mu\text{m}$, 收敛速度是一般 GA 的 2.3 倍且精度提高了 $3.1 \mu\text{m}$; 最小二乘法经 20 次迭代计算后停止收敛, 精度仅为 $18.4 \mu\text{m}$ 。实验结果表明: 归一化 GA 具有收敛速度快、标定精度高和收敛稳定性好等明显优势, 更易于实现该类测量机的高精度检测。

关键词: 柔性测量臂; RPY 理论; 归一化遗传算法; 误差标定

中图分类号: TH721 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20162402.0365

RPY modeling and error calibration of flexible measuring arm

ZHAO Lei*, ZHAO Xin-hua, WANG Shou-jun, GE Wei-min

(1. Tianjin Key Laboratory of Design and Intelligent Control of Advanced Mechatronical System;
2. School of Mechanic Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China)

* Corresponding author, E-mail: leizhaotjut@163.com

Abstract: An adaptive error calibration method was proposed to complete parameter calibration and error compensation to realize the high accuracy test for a 1P3R flexible measuring arm. Firstly, a kinematic model of 1P3R flexible measuring arm was built based on RPY theory and a differential method was used to deduce the error model of system. Then, the real number encoding was performed based on the theory of Markova chain convergence. Adaptive control factors were added to Genetic Algorithm(GA) to improve population diversity and the quantity of the best individual. Finally, the calibration accuracy and convergence performance of a normalized GA, a general GA and least square method were compared and analyzed and the results were used to verify the feasibility and effectiveness of the proposed method. It shows that the accuracy of the normalized GA has been enhanced from $3.1 \mu\text{m}$ to $5.2 \mu\text{m}$ just after 328 generation searching, and its convergence velocity is 2.3 times that of the general GA. Moreover, the convergence of least square method is stopped after 20 generations and its calibration accuracy is only $18.4 \mu\text{m}$. Experiments indicate that normalized GA is characterized by some advantages of fast convergence speed, high calibration accuracy and better stability. It is suitable

收稿日期: 2015-08-20; **修订日期:** 2015-09-15.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 51275353); 天津市应用基础与前沿技术研究计划重点资助项目(No. 14JJCZJC39100); 天津市自然科学基金资助项目(No. 13JCYBJC17700); 天津市高等学校科技发展计划资助项目(No. 20140401)

for measuring these kinds of flexible measuring arms in high accuracy.

Key words: flexible measuring arm; RPY theory; normalized Genetic Algorithm(GA); error calibration

1 引言

在现代工业制造技术和科学研究中,测量仪器具有精密化、集成化、智能化的发展趋势。三坐标测量机(CMM)是适应上述发展趋势的典型代表,它几乎可以对生产中的所有三维复杂零件尺寸、形状和相互位置进行高准确度测量,因此发展高速坐标测量机成为现代工业生产的需求。柔性测量臂是一种新型的非笛卡尔式三坐标测量机,具有体积小、测量范围广、便携性好和价格低等优点^[1-3]。但连杆加工误差、电机安装偏差和杆件的弹性变形等因素导致该类测量机精度较低^[4-6]。因此,建立精确的误差模型实现高精度误差标定尤为重要。

Denavit 和 Hartenberg 在 1955 年提出了对两个相互连接且相对运动的构件坐标系转换关系,基于该方法建立的模型为 DH 模型。由于经典 DH 模型具有参数少、误差模型简洁、计算量小等优势被广泛应用于运动学模型的建立^[7-9]。但 DH 理论存在着参数“不完整性”,即只能实现空间坐标系在 X 和 Z 向的旋转、平移,无法精确获得绕 Y 向的旋转角度和位置偏差,实现高精度误差标定和修正;最小二乘法具有收敛速度快的特点,但计算量较大且 J 矩阵“病态性”问题仍未完全解决;一般遗传算法具有全局寻优特性,但收敛速度较慢,易于出现早熟问题。研究人员正在寻求一种计算量小、收敛速度快和精度高的优化算法,以完成柔性测量臂的误差标定和修正工作,实现高精度测量。

本文基于 RPY 理论建立了 1P3R 型柔性测量臂的误差模型,引入自适应控制算子对 GA 算法进行优化改进,基于马尔柯夫链收敛性理论进行归一化实数编码,并与最小二乘法和一般 GA 算法进行对比,系统地分析了 3 种算法的标定精度、收敛性和稳定性,最后验证了所提出方法的有效性和可行性。

2 柔性测量臂运动学建模

2.1 测量臂结构

1P3R 柔性测量臂由 1 个移动副 P 和 3 个转动副 R 构成,如图 1 所示。基于实际结构,对应的各关节空间坐标系如图 2 所示,其中, $\{o_i-x_iy_iz_i\}$ 表示第 $i(i=0,1,2,3)$ 个关节在广义坐标系 $\{o-xyz\}$ 下的局部坐标系, $\{o-xyz\}$ 与 $\{o_0-x_0y_0z_0\}$ 重合; θ_i 为第 i 个转动副绕 z 轴的转动角度; d_{z_0} 为第 0 号关节移动副在 z_0 方向上的进给距离。理论上,0 号关节为移动副与基座相连且正交,其余 3 个关节为转动副;1 号和 2 号关节轴线相互平行,3 号关节轴线与 2 号关节轴线垂直并相交。

RPY 角是描述船舶在海中航行时姿态的一种方法。绕 z 轴的旋转(α 角)称为滚动(roll);把绕 y 轴的旋转(β 角)称为仰角(Pitch);将绕 x 轴的旋转(γ 角)称为偏转角(Yaw)。因此,基于 RPY 角法建立的运动学模型称为 RPY 模型。定义绕 x 、 y 、 z 轴的 3 个转角分别为 γ 、 β 、 α ,对应的平移量是 d_x 、 d_y 和 d_z 。



图 1 柔性测量臂

Fig. 1 Flexible measuring arm

基坐标系 $\{o_0-x_0y_0z_0\}$ 在基座上,则相邻坐标系 i 到 $i+1$ 的齐次矩阵可表示为:

$$\mathbf{R}_i^{i+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{d}_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

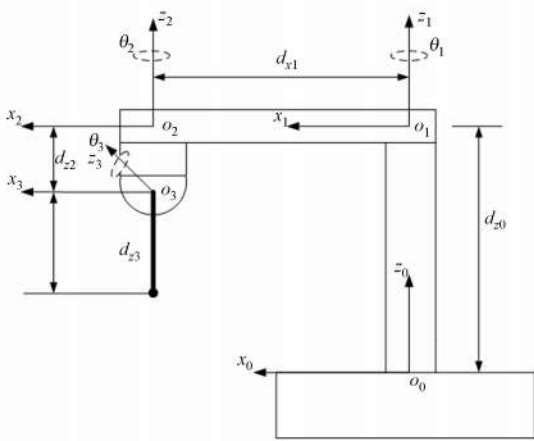


图 2 测量臂空间坐标系

Fig. 2 Coordinate system of measuring arm

式中:

$$\mathbf{R}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} c\alpha_i c\beta_i & c\alpha_i s\beta_i s\gamma_i - s\alpha c\gamma & c\alpha_i s\beta_i c\gamma_i + s\alpha_i s\gamma_i \\ s\alpha_i c\beta_i & s\alpha_i s\beta_i s\gamma_i + c\alpha c\gamma & s\alpha_i s\beta_i c\gamma_i - c\alpha_i s\gamma_i \\ -s\beta_i & c\beta_i s\gamma_i & c\beta_i c\gamma_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}_{3 \times 1} = [d_{x_i} \quad d_{y_i} \quad d_{z_i}]^T$$

$$c\alpha_i = \cos \alpha_i, s\alpha_i = \sin \alpha_i, c\beta_i = \cos \beta_i$$

$$s\beta_i = \sin \beta_i, c\gamma_i = \cos \gamma_i, s\gamma_i = \sin \gamma_i$$

2.2 RPY 运动学模型

基于 RPY 理论和式(1)可得测量臂运动学模型:

$${}^{RPY}\mathbf{P} = \mathbf{R}_1^1 \cdot \mathbf{R}_2^2 \cdot \mathbf{R}_3^3 \cdot \mathbf{R}_4^4 \cdot \mathbf{Q}, \quad (2)$$

其中:

$${}^{RPY}\mathbf{P} = [x \quad y \quad z]^T, \mathbf{Q} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial \gamma_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial \beta_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial \beta_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial \alpha_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial \alpha_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial d_{x0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial d_{x3}} & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial d_{y0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial d_{y3}} & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial x_{z0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_x}{\partial d_{z3}} \\ \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial \gamma_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial \beta_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial \beta_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial \alpha_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial \alpha_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial d_{x0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial d_{x3}} & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial d_{y0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial d_{y3}} & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial x_{z0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_y}{\partial d_{z3}} \\ \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial \gamma_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial \beta_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial \beta_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial \alpha_0} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial \alpha_3} & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial d_{x0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial d_{x3}} & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial d_{y0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial d_{y3}} & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial x_{z0}} & \dots & \frac{\partial {}^{RPY}P_z}{\partial d_{z3}} \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta = [\Delta \gamma_0 \dots \Delta \gamma_3 \quad \Delta \beta_0 \dots \Delta \beta_3 \quad \Delta \alpha_0 \dots \Delta \alpha_3 \quad \Delta d_{x0} \dots \Delta d_{x3} \quad \Delta d_{y0} \dots \Delta d_{y3} \quad \Delta d_{z0} \dots \Delta d_{z3}]$$

3 误差标定

对于连续可微的且目标函数具有单极值点的优化问题,传统数值方法如共轭梯度法、最小二乘法、Newton 法等可以获得较高的计算精度和计算效率^[10-11]。但上述方法计算量大,解决多参数、

由式(2)可知,测头中心的空间坐标共由 24 个参数决定,即:

$$\alpha = (\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3)$$

$$\beta = (\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3)$$

$$\gamma = (\gamma_0 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3)$$

$$\mathbf{d}_x = (d_{x0} \quad d_{x1} \quad d_{x2} \quad d_{x3})$$

$$\mathbf{d}_y = (d_{y0} \quad d_{y1} \quad d_{y2} \quad d_{y3})$$

$$\mathbf{d}_z = (d_{z0} \quad d_{z1} \quad d_{z2} \quad d_{z3})$$

将式(2)等价变换有:

$${}^{RPY}\mathbf{P} = f(\alpha, \beta, \gamma, \mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y, \mathbf{d}_z), \quad (3)$$

式(3)分别对 $\alpha, \beta, \gamma, \mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y, \mathbf{d}_z$ 求偏导,可得:

$$\Delta {}^{RPY}\mathbf{P} = \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}_x} \Delta \mathbf{d}_x + \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}_y} \Delta \mathbf{d}_y + \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}_z} \Delta \mathbf{d}_z, \quad (4)$$

其中:

$$\frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \alpha} \Delta \alpha = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i, \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \beta} \Delta \beta + \sum_{i=0}^3 \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i,$$

$$\frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \gamma} \Delta \gamma = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \gamma_i} \Delta \gamma_i, \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}_x} \Delta \mathbf{d}_x + \sum_{i=0}^3 \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial d_{x_i}} \Delta d_{x_i},$$

$$\frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}_y} \Delta \mathbf{d}_y = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial d_{y_i}} \Delta d_{y_i}, \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}_z} \Delta \mathbf{d}_z + \sum_{i=0}^3 \frac{\partial {}^{RPY}\mathbf{P}}{\partial d_{z_i}} \Delta d_{z_i},$$

设测量臂的理论坐标为 ${}^{RPY}\mathbf{P}_l$, 实测坐标为 ${}^{RPY}\mathbf{P}_s$, 则:

$$\Delta {}^{RPY}\mathbf{P} = {}^{RPY}\mathbf{P}_s - {}^{RPY}\mathbf{P}_l, \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可得:

$$\Delta {}^{RPY}\mathbf{P} = \mathbf{J} \Delta \delta. \quad (6)$$

其中: \mathbf{J} 为雅克比矩阵, $\Delta \delta$ 为误差向量:

非线性系统的极值优化问题时,易陷入局部优化,出现不收敛现象。数值优化算法均采用固定算子进行搜索计算,如遗传算法(Genetic Algorithm-GA)、粒子群算法等。为解决固定算子不佳导致收敛速度慢的问题,对现有 GA 算法的控制算子进行改进,引入自适应控制算子,基于马尔柯夫链

分析理论进行实数编码,建立归一化遗传算法完成误差标定工作。选取半径为 r 的标准球,球心坐标 $\mathbf{C}=(x_c, y_c, z_c)$,在球表面进行数据点采样,点数为 N 。

3.1 目标函数

由式(2)可计算柔性测量臂的采样点坐标 ${}^{\text{RPY}}P_s^j(j=1,2,\dots,N)$,第 j 个点到球心的距离:

$$\mathbf{d}_j = \| {}^{\text{RPY}}\mathbf{P}_s^j - \mathbf{C} \|_2, \quad (7)$$

设定均方误差作为目标优化函数为:

$$f = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (d_j - r)^2}. \quad (8)$$

3.2 归一化 GA 算法

基于归一化 GA 算法,误差标定步骤为:

(1) 实数编码定义

设优化问题的一般形式为:

$$\min f(\mathbf{X}), \mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

任何一个复杂的寻优问题,其解的可行域都可以映射到 $[0,1]$ 内,基因位为小数位,有 10 种可能取值(0~9),其实质为小数编码。故令单个染色体 $s_i \in [0,1], (i=1,2,\dots,24)$;个体长度, $s_j = [s_1, s_2, \dots, s_{24}], (j=1,2,\dots,n), n$ 为种群数量;

(2) 初始种群

本次采样点数为 40 个,故初始种群为 $n=40$,个体以随机方式生成 $0 \sim 1$ 之间的 24 个实数序列;

(3) 控制算子

① 选择算子

选择算子是以“优胜劣汰”规律从每代种群中选择适应度最优的个体保留到下一代进行更新优化,常用的有适应度比例法和最佳个体保存法,选取 De Jong 最佳个体保存机制,可最大程度地将最优个体保留到子代中。

设第 g 代种群的最佳个体为 $f^*(t)$,若 $g+1$ 代种群不包含 $f^*(t)$,则将 $f^*(t)$ 作为第 $n+1$ 个个体(n 为种群规模)。

② 交叉算子 P_c 和变异算子 P_m

交叉算子和变异算子影响着算法的搜索效率和全局收敛性,其值的选取尤为重要。基于 M. Srinivas&L. M. Patnaik 理论建立自适应交叉和

变异算子。

$$P_c = \begin{cases} \frac{k_1(F_{\max} - F')}{F_{\max} - \bar{F}}, & F' \geq \bar{F} \\ k_2, & F' < \bar{F} \end{cases}, \quad (9)$$

$$P_m = \begin{cases} \frac{k_3(F_{\max} - F_j)}{F_{\max} - \bar{F}}, & F_j \geq \bar{F} \\ k_4, & F_j < \bar{F} \end{cases}, \quad (10)$$

其中: F_{\max} 为当代种群中的最大适应度, F_j 为参加变异的父个体的适应度, F' 为参加交差的两个父代个体中仅小于 F_{\max} 的适应度, \bar{F} 为当代种群的平均适应度, $k_1 = k_2 = 1, k_3 = k_4 = 0.5$ 。

③ 适应度函数

由于搜索的是最小极值,则适应度函数为

$$F(s_{ij}^g) = C_{\max} - f(s_j^g), \quad (11)$$

其中: C_{\max} 为第 g 代种群中个体对应的函数最大值, $f(s_j^g)$ 为第 g 代第 j 个个体对应的函数值。平均适应度函数:

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F(s'_{ij})}{n}. \quad (12)$$

(4) 停止条件

设允许误差为 $\epsilon = 10 \mu\text{m}$,当目标函数值 $f \leq \epsilon$ 或代数 $t \geq 1000$ 时,停止搜索。

4 实验数据与结果

分别用最小二乘法、一般遗传算法和归一化遗传算法进行误差标定,并将标定结果分别对 DH 模型和 RPY 误差模型进行误差修正。通常较差算子 P_c 和变异算子 P_m 的取值为 $0.25 \sim 1$ 和 $0.01 \sim 0.1$ 。这里,一般遗传算法取 $P_c = 0.65, P_m = 0.05$;

表 1 系统结构参数

Tab. 1 Structure parameters of system

变量	$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$	d_x/mm	d_y/mm	d_z/mm
0	0	0	0	0	0	d_0
1	θ_1	0	0	350	0	0
2	θ_2	0	$\pi/2$	0	0	50
3	θ_3	0	$-\pi/2$	0	0	250

表 2 三种算法收敛速度

Tab.2 Calibration accuracy of three algorithms (mm)

迭代次数	最小二乘法	迭代次数	一般 GA 算法	迭代次数	归一化 GA 算法
1	8.500 0	1	3.500 0	1	3.200 0
10	0.650 0	10	1.610 0	10	0.900 0
20	0.018 4	20	0.920 0	20	0.750 0
50	0.018 4	300	0.380 0	300	0.012 0
1 000	0.018 4	768	0.008 3	328	0.005 2

表 3 三种算法误差标定结果

Tab.3 Error calibration result of three algorithms

关节 $i=0$	$\Delta\alpha_0/(\circ)$	$\Delta\beta_0/(\circ)$	$\Delta\gamma_0/(\circ)$	$\Delta d_{x00}/\text{mm}$	$\Delta d_{y00}/\text{mm}$	$\Delta d_{z00}/\text{mm}$
最小二乘法	0.081	0.051	0.062	0.019	0.032	0.012
一般 GA 算法	0.032	0.031	0.043	0.016	0.028	0.017
归一化 GA 算法	0.023	0.027	0.037	0.013	0.026	0.014
关节 $i=1$	$\Delta\alpha_1/(\circ)$	$\Delta\beta_1/(\circ)$	$\Delta\gamma_1/(\circ)$	$\Delta d_{x10}/\text{mm}$	$\Delta d_{y10}/\text{mm}$	$\Delta d_{z10}/\text{mm}$
最小二乘法	0.096	-0.081	0.092	-0.038	0.062	-0.052
一般 GA 算法	0.064	-0.039	0.058	-0.036	0.053	-0.056
归一化 GA 算法	0.066	-0.034	0.051	-0.041	0.058	-0.054
关节 $i=2$	$\Delta\alpha_2/(\circ)$	$\Delta\beta_2/(\circ)$	$\Delta\gamma_2/(\circ)$	$\Delta d_{x20}/\text{mm}$	$\Delta d_{y20}/\text{mm}$	$\Delta d_{z20}/\text{mm}$
最小二乘法	0.076	-0.061	-0.072	-0.028	0.032	0.022
一般 GA 算法	0.044	-0.019	-0.038	-0.026	0.043	0.026
归一化 GA 算法	0.046	-0.023	-0.031	-0.021	0.038	0.024
关节 $i=3$	$\Delta\alpha_3/(\circ)$	$\Delta\beta_3/(\circ)$	$\Delta\gamma_3/(\circ)$	$\Delta d_{x30}/\text{mm}$	$\Delta d_{y30}/\text{mm}$	$\Delta d_{z30}/\text{mm}$
最小二乘法	-0.016	0.011	0.012	0.017	-0.015	0.003
一般 GA 算法	-0.014	0.015	0.018	0.016	-0.013	0.008
归一化 GA 算法	-0.015	0.013	0.017	0.014	-0.018	0.005

由表 3 标定数据可知,0 号关节以移动副代替转动副,提高关节的刚度和抗扭转特性,有效降低了前级关节阿贝误差对测量精度的影响;1 号关节受力变形最为严重,导致码盘零位偏心误差增大,驱动角误差在 3 个转动轴中最大,需提高 1

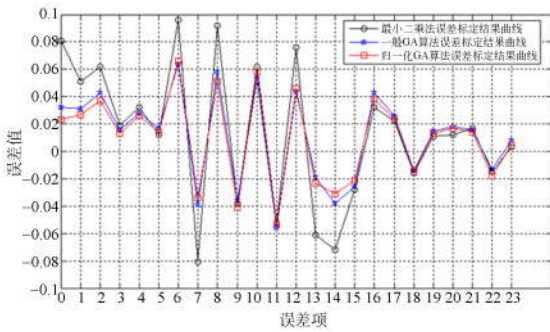


图 2 误差标定结果曲线图
Fig.2 Error calibration curve

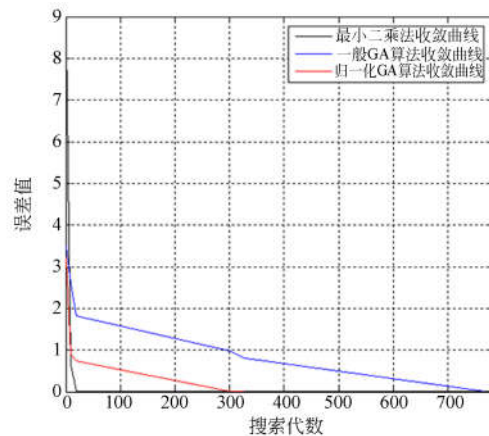


图 3 三种算法收敛曲线图
Fig.3 Convergence curve of three algorithms

号关节处的刚度和码盘中心的定位精度;由图 2 中标定结果分布曲线对比可明显发

现,最小二乘法在 0 至 2 号关节的角度误差标定结果与另外两种算法相差较大,最末端关节处标定结果较一致,说明最小二乘法对负载较大的前级转动关节角度误差的标定效果较差,但对长度误差的标定较好;

表 2 数据和图 3 收敛曲线表明,最小二乘法收敛速度最快,但在 20 次迭代后停滞不前,收敛稳定性相对较差,最终对 DH 模型和 RPY 模型的修正精度仅为 $85 \mu\text{m}$ 和 $18.4 \mu\text{m}$,未达到实际要求。

表 4 修正精度

Tab. 4 Correction accuracy

标定算法	DH 模型/ μm	RPY 模型/ μm	迭代次数
最小二乘法	85	18.4	1 000
一般 GA	23	8.3	768
归一化 GA	16	5.2	328

参考文献:

- [1] 张国雄. 三坐标测量机[M]. 天津大学出版社, 1999.
ZHANG G X. *Coordinate Measuring Machine* [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1999. (in Chinese)
- [2] WEI L, WANG C J. Coordinate transformation and parametric calibration of multi-joint articulated coordinate measuring machine[J]. *Opto-electronic Engineering*, 2007, 34(5): 57.
- [3] JORGE S, JUAN-JOS A, JOS A Y. Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machine [J]. *Precision Engineering*, 2008, 32(4): 251-268.
- [4] 蔡自兴. 机器人学[M]. 北京:清华大学出版社, 2000.
CAI Z X. *Robotics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000 (in Chinese).
- [5] SADJADIAN H, TAGHIRAD H D. Comparison of different methods for computing the forward kinematics of a redundant parallel manipulator [J]. *Journal of Intelligent and Robotic System*, 2005, 44(3): 225-246.
- [6] LI J, YU L D, SUN J Q, XIA H J. A kinematic model for parallel-joint coordinate measuring machine [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2013, 5(4): 4-10.
- [7] XIAS G S, LIAO CH, FU Y J. Calibration and uncertainty evaluation of double parallel-joint coordinate measuring machine[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5): 1227-1234.
- [8] DENIS G, KRISHNASWAMY S. Adaptive Friction Compensation for Precision Machine Tool Drive [J]. *Control Engineering*, 2004, 12(11): 1451-1464.
- [9] 李松原, 胡鹏浩. 并联坐标测量机的结构优化[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(11): 2852-2859.
LI S Y, HU P H. Structure optimization of parallel CMM[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(11): 2852-2859. (in Chinese)
- [10] ROCHA C R, TONETTO C P, DIAS A. A comparison between the Denavit-Hartenberg and the screw-based methods used in kinematic modeling of robot manipulators [J]. *Robotics and Computer*

5 结 论

本文采用移动副作为首关节,有利于提高关节的抗扭转和挠曲变形,有效减低阿贝误差的放大;针对 1P3R 型柔性测量臂,经典最小二乘法对于负载较大转动关节的角度误差标定不够准确,导致阿贝误差放大较严重,最终标定精度较低,但对长度误差标定较好;20 次迭代后,最小二乘法停滞收敛,由于难以获得较优的初值,雅克比矩阵“病态性”问题较突出,稳定性较差,标定精度仅为 $18.4 \mu\text{m}$,归一化 GA 算法中自适应控制算子有效提高了种群的多样性和最优个体的变异数量,收敛速度是一般 GA 算法的 2.3 倍,仅用 328 代搜索标定精度达到 $5.2 \mu\text{m}$,比采用固定算子的一般 GA 算法提高了 $3.1 \mu\text{m}$;RPY 模型修正精度高于经典 DH 模型,GA 算法补偿精度提高了一个数量级,故建立精确的误差模型,有利于大幅提高柔性测量臂的检测精度。

Integrated Manufacturing, 2011, 27(4): 723-728.

- [11] 黄强先,余夫领,宫二敏,等. 零阿贝误差的纳米三坐标测量机工作台及误差分析[J]. 光学精密工程, 2013, 21(3): 664-671.

HUANG Q X, YU F L, GONG E M, *et al.*. Nano-CMM stage with zero Abbe error and its error analysis [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(3): 664-671. (in Chinese)

作者简介:



赵磊(1983—),男,吉林辽源人,博士,讲师,2012年于天津大学获得博士学位,主要研究方向智能三坐标测量和机电一体化技术。Email: leizhaotj@163.com



赵新华(1962—),男,天津人,博士,教授,2000年于天津大学获得博士学位,主要研究方向机器人技术和机电一体化技术。Email: xinhua Zhao@tjut.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)